四庫提要著録叢書

《四庫提要著録叢書》編纂委員會編纂

國家古籍整理出版重點項目

北京出版社

四庫提要著録叢書

《四庫提要著録叢書》編纂委員會編纂

國家古籍整理出版重點項目

北京出版社

子部第二〇冊目次

書名	頁
夏侯陽算經三卷　題（□）夏侯陽撰　清影宋鈔本	〇〇一
張丘建算經三卷　（□）張丘建撰　（北周）甄鸞註　（唐）李淳風等註釋　劉孝孫細草　宋刻本	〇二九
緝古算經一卷　（唐）王孝通撰註　清影宋鈔本	〇七六
數書九章十八卷　（宋）秦九韶撰　明萬曆四十四年趙琦美家鈔本	〇九六
同文算指前編二卷通編八卷　（意大利）利瑪竇授　（明）李之藻演　明萬曆刻本	三二六
幾何原本六卷　（意大利）利瑪竇譯　（明）徐光啟記　明萬曆三十五年刻本	四九三

夏侯陽算經三卷

題（□）夏侯陽撰

清影宋鈔本

夏侯陽算經三卷 永樂大典本

案隋經籍志有夏侯陽算經二卷唐藝文志列夏侯陽算經一卷而直齋書錄解題載元豐京監本乃云三卷蓋傳寫互有分合故卷帙各異然皆不言陽爲何代人考唐志載是書爲甄鸞註則當在甄鸞之前而此本載陽自序有云五曹孫子述作滋多甄鸞劉徽爲之詳釋書內又稱宋元嘉二年徐受重鑄銅斛至梁大同元年甄鸞校之則又似在甄鸞後其辨度量衡云在京諸司及諸州各給稱尺并五尺度斗升合等樣皆銅爲之倉庫令諸量函所在官造大者五斛中者三斛小者一斛以鐵爲緣勘平印書然後給用又課租庸調章稱賦役令論步數不等章稱雜令田令之屬亦皆據隋制言之尤不可解疑傳其學者又有所竄亂附益不盡陽之舊義矣唐書選舉志所列算經十種此居其一蓋當時本懸之令甲肄習考課今傳本久佚惟永樂大典內有之然諸條割裂分附九章算術各類之下幾於治絲而棼猝不得其端緒幸尚載原序原目猶可以尋繹編次條貫其文今裒輯排比仍依元豐監本釐爲三卷其十有二門亦從原目其法務切實用雖九章古法非官曹民事所必需亦略而不載於諸算經中最爲簡要且於古今制度異同尤足考證云

夏侯陽筭經序

夫博通九經爲儒門之首學該六藝爲伎術之宗若非材性通明孰能與於此也然筭數起自伏羲而黄帝定三數爲十等隸首因以著九章逮乎有虞乃同律度量衡孔子曰謹權量審法度漢備五數紀於一協於十長於百大於千衍於萬度長短者不失毫氂量多少者不失抄撮權輕重者不失黍絫五曹孫子述作滋多甄鸞劉徽爲之詳釋稽之往古妙絶其能儲校今時少有閑見余以總角志好其文略尋古今備覽差互其如明數造術詎曉端倪尋考遺言頗知梗槩且計課租庸調無術可憑步數竒殘若爲銷盡永變米穀經旨未瞻正耗共升何由剖析三分五分取一法理爲明焉況今令式與古數不同奚能則定代相沿革互議短長經術尤深難可意測是以跋涉川陸叅會宗流纂定研精刊繁就省袪蕩疑惑括諸古法燭盡毫芒謹録異同列之於左

夏侯陽筭經卷上

明乘除法
辯度量衡
言斛法不同
課租庸調
論步數不等
變米穀

明乘除法

夏侯陽曰夫筭之法約省爲善有分者通之分爲均者同之位高者下之可約者約之耦則半之五則倍而折之一三七九商用所宜於此不得乃爲之命分分母入者須出之然後爲定子可半者半之不可半者倍母而入之此筭之要道也凡除分者全數易了竒殘難用心意之勞正在於此後當隨事釋之其物殘分求尺尺之求寸皆上十之斤之求兩二而八之兩之求銖三而八之銖之求絫黍皆上十之斗之求升合求撮皆上十之里之求步三百之步之求尺六

之氂毫絲忽可以意知

夫乘除之法先明九九一從十橫百立千僵千十相望萬百相當滿六巳上五在上方六不積筭五不單張上下相乘實居中央言十自過不滿自當以法除之宜得上商從筭相似橫筭相當以次右行極於左方言步之上見十步至十見百步至百見千步至千見萬步至萬悉覩上數以安下位上不滿十下不滿步隨多少以爲楷定以少呼多因法爲母積實爲子二分之一爲中半三分之二爲太半三分之一爲少半四分之一爲弱半此漏刻之數也

凡筭者有五乘五除除者散繁除約乃以除減爲名乘者令少衆多乃以乘長爲稱乘盈除縮故曰乘除也

一曰法除上下置位以少呼多言十自過不滿自當實居中央故曰法除也

二曰步除如斛中求斗斗中求升升中求合合中求勺勺中求抄及丈中求尺尺中求寸寸中求分皆言上十之上百之故曰步除也

三曰約除如筭數所得者約實約法各得分數故曰約除也

四曰開平方除借一筭爲下法步之超一位羃方十其積有百羃方百其積有萬至百言十至萬言百故曰開平方除也

五曰開立方除借一筭爲下法步之超二位立方十其積有千立方百其積有百萬至千言十至百萬言百故曰開立方除也

時務云十乘加一等百乘加二等千乘加三等萬乘加四等十除退一等百除退二等千除退三等萬除退四等

辯度量衡

田曹云度之所起起於忽十忽爲一絲十絲爲一毫十毫爲一氂十氂爲一分十分爲一寸十尺爲一丈十丈爲一引四丈爲一匹五丈爲一端六尺爲一步二百四十步爲一畝三百步爲一里

倉曹云量之所起起於粟十粟爲一圭十圭爲一撮十撮爲一抄十抄爲一勺十勺爲一合十合爲一升十升爲一斗十斗爲一斛

金曹云稱之所起起於黍十黍爲一絫十絫爲一銖二十四銖爲一兩十六兩爲一斤三十斤爲一鈞四鈞爲一石

漢書律曆志曰度者所以度長短本起於黃鍾之長以子穀秬黍中者一黍之廣度之九十分黃鍾之長一黍爲分十分爲寸十寸爲尺十尺爲丈十丈爲引而五度審矣

量者所以量多少本起於黃鍾之龠用度數審其容以子穀秬黍中者千二百實其龠合龠爲合十合爲升十升爲斗十斗爲斛而五量嘉矣

權者所以稱物平施知輕重本起於黃鍾之重一龠容千二百黍重十二銖二十四銖爲兩十

六兩爲斤三十斤爲鈞四鈞爲石而五權謹矣兩者黃鍾之重二十四銖象二十四氣十六兩爲斤象四時乘四方三十斤爲鈞象一月四鈞爲石象四時也權與物均而生衡謂錘與物均所稱適停時衡平也衡運生規規圓生矩矩方生繩繩直生準立準以望繩以水爲平也是爲五則規者所以規圓器械令得其類也矩者所以矩方器械令不失其形也規矩相須陰陽位序圓方乃成準者所以揆平取正也繩者上下端直經緯四通也準繩連體權衡合德百工繇焉以定法式已上古法

在京諸司及諸州各給稱尺并五尺度斗升合等樣皆用銅爲之

倉庫令諸量函所在官造大者五斛中者三斛小者一斛以鐵爲緣勘平印書然後給用以今時用之也已

言斛法不同

倉曹云古者鑿地方一尺深一尺六寸二分受粟一斛至漢王莽改鑄銅斛用深一尺九寸二分至宋元嘉二年徐受重鑄用二尺三寸九分

至梁大同元年甄鸞校之用二尺九寸二分然時異事變斗尺不同以古就今臨時校定始可行用若欲審之以掘地作穴方廣三尺已下以今時用斗量米一斛置諸穴中槩令平滿如有少剩臨時增減取半適平然後出之徑量以知深淺乃可以爲斛法定數

今有方窖長一丈三尺廣六尺深一丈問受粟幾何

荅曰四百八十一斛四斗八升二十

七分升之四
術曰置長尺數以廣尺數乘之又以深乘
之得積尺以法除之即粟數凡斛法一尺六寸二分
今有圓窖周三丈高一丈六尺問受粟幾何
荅曰七百四十斛七斗四升二十七
分升之二
術曰置周尺數自相乘以高數乘之十二
而一得積尺以斛法除之即粟數
今有平地聚粟下周三丈高四尺問受粟幾何
荅曰六十一斛七斗二升八十一分
升之六十八
術曰置周尺數自相乘以高乘之三十六
而一得積尺以斛法除之即粟數
今有倉南北一丈五尺東西三丈五尺高八尺
問受粟幾何
荅曰二千五百九十二斛五斗九升
二十七分升之七
術曰以東西南北丈尺相乘又以高乘之

得積尺以斛法除之即粟數
今有倉廣二丈六尺長三丈四尺深一丈二尺
中有二柱長一丈二尺圓三尺牵二枚長二丈
六尺方五寸梁二枚長二丈六尺方三尺問受
粟幾何
荅曰六千二百四十斛一斗二升八
十一分升之二十八
術曰置廣長相乘以其深乘得一萬六百
八尺柱圓三尺自相乘得九尺以乘其長
得一百八尺倍之得二百一十六尺以十
二除之得一十八尺牵方自相乘退位得
二寸五分復乘其長得六尺五寸倍之得
一十三尺梁方自乘得九尺復乘其長得
二百三十四尺倍之得四百六十八尺并
柱梁得四百九十尺以減大數餘一萬一
百九尺以斛法除之即粟數
今有方倉長三十一丈六尺廣七十二尺高一
十七尺中有九柱各圓三尺五寸長十七尺又

有六柱各方二尺八寸長十七尺梁三枚長三十二尺厚廣二尺牽方三枚長三十二尺各方七寸問受粟幾何

荅曰二十三萬七千八百九十九斛四十三升五十四分升之五十三

術曰置長廣相乘以高乘爲實圓柱自乘以長乘十二而一九因之爲實方柱自乘以乘長六因之爲實梁厚廣相乘以乘長三因之爲實牽方自乘以乘長三因之爲

實并柱梁牽等減倉實尺以斛法除之即粟數

課租庸調

賦役令諸戶一丁租粟二斛其調各隨鄉土所出絹絁各二丈布二丈五尺輸絹絁者綿三兩輸布者麻三斤若當戶不成端匹屯綟者皆丈尺折半之

求庸七尺五寸法置丁數三因之折半丈尺折半之又法置丁數以七尺五寸爲法乘之以五丈除之不滿爲奇丁丈尺佗皆放此又法重張丁數下位退一等五因之以添上位丈尺折半又法置可數三而五之丈尺折半之凡年中除閏月外有二月謂五月十月一云九月爲農之月免庸若役五十日租庸調並免佗皆放此

求每丁閏有二尺五寸法置丁數五因之丈尺折半之

求有閏年每丁布二端二丈二尺五寸法置丁數七而七之退一等折半丈尺折半之又置丁

數以二百四十五乘之退二等丈尺半之

求庸閏布每丁一端三丈二尺五寸法重置丁數各三因之下位退一等添上位訖半之其丈尺已下更半之

求無閏年每丁布二端一丈五尺法重置丁數上位二因之下位退一等三因之丈尺折半添上位又法置丁數以二十三乘退一等丈尺折半之

求每丁調綟布四丈法置丁數八因退一等丈

尺折半之

求每年丁閏年庸調布二端二丈二尺五寸列置丁數之位上位二因端也中位退一等四因丈也下位退二等五因尺也丈尺半之百丁已上不折半并三位即都數若每丁因一位端也中位退一等二因丈也下位退二等五因尺也奇丁丈尺折半三位即得

若每丁庸調并賸布二丈五尺都當二端二丈五尺亦列丁數二位上位二因端也下位退一等

五因丈也奇丁丈尺折半之并二位得都數

若每丁庸調并賸布一尺六寸七分都當二端一丈六尺六寸七分亦列丁數五位上位二因端也次位退一等三因丈也次位退二等三因尺也次位退三等三因寸也下位退四等四因分也奇丁丈尺折半之并得都數

凡筭布從丈尺已下皆倍本因之數

論步數不等

田曹以六尺爲步三百步爲一里此古法

雜令諸度地以五尺爲一步三百六十步爲一里

田令諸田廣一步長二百四十步爲畝畝百爲頃此今用之

方田四方平等名曰方田

術曰方自乘爲積步以畝法除之

直田從長而廣狹故曰直田

術曰以從廣相乘爲積步以畝法除之

胥鼓田形似胥鼓細

術曰并三廣以三而一乘長爲積步以畝法除之

圓田形如鼓面

術曰周自乘以十二而一得積步又術周乘徑四而一亦得又術半周乘半徑亦得各得積步並以畝法除之

環田此外周而心空如環

術曰并外內周而半之以徑乘爲積步以畝法除之

九田形如覆半卵九

術曰徑乘周四而一得積步以畝法除之

圭田三角之田

術曰半長乘廣爲積步以畝法除之

弓田形如弓樣

術曰矢乘弦矢又自乘并之二而一以畝

法除之

箕田一頭廣頭狹

術曰并二廣而半之以乘長爲積步以畝

法除之

四不等田二廣二長不齊也

術曰并二長而半之又并二廣而半之相

乘爲積步以畝法除之

今有田二十一頃七十八畝一百八十步問爲

方幾何

荅曰七百二十三步奇一百七十一步

術曰先置頃畝於上以二百四十步乘之

得五十二萬二千七百二十步内零一百

八十步以開方除之借一筭爲下法步之

超一位至百止萬上置上商七百下亦置

七萬於實位之下下法之上命上商除實

訖倍方爲一十四萬方法一退下法再退

又置上商二十於前商後又置二百於方

法之下下法之上名曰隅法以方隅二法

皆命上商以除實訖陪隅法爲四百從上

方法一退下法再退又置上商三於前商

二十之後又置三步於方法之下下法之

上名曰隅法以方隅二法皆命上商除實

訖倍隅法得六從上方法得一千四百四

十六即是上方得七百二十三步奇一百

七十一步

變米穀

倉庫令云其折糙米者稻三斛折納糙米一斛

四十

若穀求米法十四乘三除除畢以米數折退一等

又法四二乘九除一四乘三除二八乘六除若

米求穀法三乘十四除
又法九乘四二除三乘一四除六乘二八除
粟五斗爲糲米三斗三十乘之五十而一爲粺
米二斗七升二十七乘之五十而一爲糳米二
斗四升二十四乘之五十而一爲御米二斗一
升二十一乘之五十而一
今有粟五千五百一十斛九斗欲每斛爲糲米
六斗粺米五斗四升糳米四斗八升御米四斗
二升問各幾何

荅曰
糲米三千三百六斛五斗四升
粺米二千九百七十五斛八斗八升
六合
糳米二千六百四十五斛二斗三升
二合
御米二千三百一十四斛五斗七升
八合
術曰置粟退一等以六斗乘爲糲米以五
斗四升乘爲粺米以四斗八升乘爲糳米
以四斗二升乘爲御米
返求粟法置糲米數以五因之三除之置
粺米數以上十之以五斗四升除之糳米
各以本米數除之皆得本粟
今有穀一千八百四十三斛八斗三升欲依租
變米每穀三斛爲米一斛四斗問合得米幾何
荅曰八百六十斛四斗五升四合
術曰置穀數以一斛四斗爲法乘之以三
斛爲法除之得米數

夏侯陽筭經卷上

夏侯陽筭經卷中

求地稅
分祿料
計給糧
定脚價
稱輕重

求地稅

今有田三百七十九畝畝出稅穀三升納官每斛加二升耗問輸正及耗各幾何

荅曰

正一十一斛三斗七升

耗二斗二升七合四勺

術曰置田畝數以三升因之得一十一斛三斗七升爲正又二因之得二斗二升七合四勺爲耗

今有田一畝計稅穀三升問一步合計幾何

荅曰一步一勺二抄五撮

術曰置穀三升再上十之爲三百勺以二斗爲法除得四十步計米一斗以斗法上十之爲四百步即斛法上田一步計米二合五勺欲知者置米六斗再上十之以二百四十步除之見每步之數

今有次官曰五十七畝一百五十步畝別計米五十輸官官亦令納穀三斛準米一斛四十問米及穀各幾何

荅曰

米二十八斛八斗一升二合五勺

穀六十一斛七斗四升二十八分升之三

術曰置畝數以二百四十步乘之內一百五十步得一萬三千八百三十步爲實以次田法田百八十步除之得米數欲求穀以三斛因米得八十六斛四斗三升七合五勺以米一斛四斗除之得穀數不盡者與法俱倍之命分何以次田四百八十步爲斛法術曰置二百四十步於上米五斗

百四十步爲法除之即得
今有地收穀一千二百六十三斛九斗六升七合三勺斛別加二升耗問正耗共計幾何
荅曰一千二百八十九斛二斗四升六合六勺四抄六撮
術曰置穀以隔位加二即得
今有上官田七十四畝一百五十三步畝別計米六斗輸官官令納穀三斛準米一斛四斗問米及穀各幾何

荅曰
米四十四斛七斗八升二合五勺
穀九十五斛九斗六升二合五勺
術曰置畝數以二百四十步乘之內餘步得一萬七千九百一十三步爲實以上田斛法四百步除之得米數欲求穀者以三斛因米爲一百三十四斛三斗四升七合五勺以米一斛四斗除之欲知上田一斗步數穀者置田一畝二百四十步以米六

爲法而一得四十八步以爲一斗之法上之爲四百八十步即斛法欲知次田一步計米二合一十二分合之一術曰置米五斗再上十之爲五百合爲實以二百四十步除之得二合不盡者退位與法俱半之命分即見每步之法
今有下官田八十九畝一百九十五步畝別計米四斗輸官官亦令納穀三斛準米一斛四斗問合計米及穀幾何

荅曰
米三十三斛九斗二升五合
穀七十六斛九斗八升一十四分升之三
術曰置田畝數以二百四十步乘之內一百九十五步得二萬一千五百五十五步爲實以下田斛法六百步除之得米數欲求穀者以三斛因米得一百七斛七斗七升五合爲實以一斛四斗除爲穀數不盡

者命分何以知下田六百步爲法術曰置
二百四十步以米四斗爲法除得六十步
爲一斗之法上十之爲六百步乃爲一斛
之法欲知下田一步計米一合三分合之
二術曰置米四斗再上十之爲四百合爲
實以二百四十步除之得一合不盡者與
法俱八約之命分

分禄料

今有官本錢八百八十貫文每貫月別收息六

分計息五十二貫八百文内六百文充公廨食
料五十二貫二百文逐官高卑共分太守十分
別駕七分司馬五分録事參軍二人各三分司
倉參軍三分司法參軍三分司户參軍三分參
軍二人各二分問各錢幾何

荅曰

太守十分計十二貫七百三十一文
四十一分文之二十九
別駕七分計八貫九百一十二文四
十分文之八
司馬五分計六貫三百六十五文四
十一分文之三十五
録事參軍二人各三分各得三貫八
百一十九文四十一分文之二十
一二人共七貫六百三十九文四
十一分文之一
司倉參軍三分計三貫八百一十九
文四十一分文之二十一

司法參軍三分計三貫八百一十九
文四十一分文之二十一
司户參軍三分計三貫八百一十九
文四十一分文之二十一
參軍二人各二分各二貫五百四十
六文四十一分文之十四二人共
五貫九十二文四十一分文之二
十八

術曰置本錢八百八十貫文以六因之退

二位爲息數先除六百文公廨食料餘令
諸官均分并諸分得四十一分爲法除之
得一貫二百七十三文不盡四十一分文
之七副置之各以所求分乘之各得其錢
及分數
今有縣令每月課料七貫三百六十一文五分
二氂尋即交承舊官任六日新官任二十四日
問新舊官各得幾何
荅曰
舊官得一貫四百七十二文三分四
毫
新官得五貫八百八十九文二分一
氂六毫
術曰置錢數以三十日爲法除之得一日
之錢二百四十五文三分八氂四毫六因
之得舊官數三八因之得新官數

計給糧
今有兵九千五百六十七人人給絹二匹問絹

幾何
荅曰一萬九千一百三十四匹
術曰置兵數以二因之即得
今有兵六千七百九十二人人給米二升問一
日一月一年各幾何
荅曰
一日一百三十五斛八斗四升
一月四千七十五斛二斗
一年四萬八千九百二斛四斗
術曰置兵數以二因之得一日之數上十
之得十日之數以三因之得一月之數以
十二因之得一年之數
今有馬七千六百八十匹匹日給料五升問一
日幾何
荅曰

術曰置馬匹數以五因之得三萬八千四
百升再退爲數
今有粟三千八百四十斛欲給馬每匹五升問

給幾何
荅曰給馬七萬六千八百匹
術曰置粟數再上十之爲升以五升除之
得馬匹數
今有酒五百六十五斛八斗三升欲給兵每人
三升問給幾何
荅曰給兵一萬八千八百六十一人
術曰置酒數再上十之爲升以三除之得
兵數

今有兵八萬人凡五兵共給醬二升問日給幾
何
荅曰日給三百二十斛
術曰置兵數以二因之得一十六萬以五
兵除之得醬數
今有醬二升給五兵見有三百二十斛問給幾
何
荅曰給兵八萬人
術曰置醬數再上十之爲升以五因之得
一十六萬以二升爲法除之即得
今有兵四萬八千六百二十五人人凡五日給
鹽二升問一月幾何
荅曰一月五千八百三十五斛
術曰置兵數以二因之退二等得五日鹽
數九百七十二斛五斗求一月數以六因
之
今有醋三升給七兵見有四百五十七斛問給
幾何

荅曰給兵十萬六千六百三十三人
三分人之一
術曰置醋數再上十之爲升以七因之又
以三升除之即得

定脚價
今有租布一萬三千七百九十五端三丈七尺
送納洛州計從州到彼別一十八文充水脚又
抽一文充積疊竝於數内抽給其布準時估端
別二百五十文問疋及水脚積疊等三色各幾

何

荅曰

正布一萬二千二百四十四端三丈六尺九寸一百六十九分寸之一百三十九

水脚一千四百六十九端一丈八尺四寸一百六十九分寸之六十四

積疊八十一端三丈一尺五寸一百六十九分寸之一百三十五

術曰置元布數倍丈尺以估一百五十丈乘得二百六萬九十三百六十一丈爲實置一百五十丈加水脚一十八丈又加積疊一丈得一百六十九丈爲法除實得正布一萬二千二百四十四端不盡一百二十五丈進位五因之得六千二百五十以下法除之得三丈六尺九寸不盡者與法俱退位得一百六十九分寸之一百三十九爲命分也欲知水脚先置元布數倍丈尺寸以水脚一十八丈乘之得二十四萬八千三百二十三丈三分二氂爲實以法一百六十九除得一千四百六十九端不盡六十二丈三分二氂進位五因之得三千一百一十六以下法除之得一丈八尺四寸不盡一百六十九分寸之六十四爲命分也欲求積疊置元布數倍丈尺寸訖所得以一丈因之得一萬三千七百九十五丈七分四氂以法除之得八十一端不

盡一百六丈七分四氂進位以五因之得五千三百三十七以下法除得三丈一尺五寸不盡者與法俱退得一百六十九分寸之一百三十五命爲分也

今有布三百九十六端二丈五尺端別一百八十丈充脚其布準時估端三百六十丈並於數內抽給問正脚各幾何

荅曰

正二百六十四端一丈六尺六寸三

分寸之二
脚一百三十二端八尺三寸三分寸之一
術曰置布數倍丈尺以一百八十文乘之得七萬一千三百七十文爲實列脚錢一百八十文并入價錢三百六十文得五百四十文爲法實如法得脚端不盡九十文進位因之得四千五百以下法除得八尺三寸不盡者與法俱一十八約之得三分

寸之一爲命分以減都數餘即正
今有布二萬五千四百二十八端二丈七尺欲折布爲輕貨絹其絹匹價三貫八百七十文其布端價二貫六百文問爲絹幾何
荅曰絹一萬七千八十三匹三丈九寸一百二十九分寸之五十九
術曰置布數倍丈以價二貫六百文乘之得六萬六千一百一十四貫二百四文以絹價三貫八百七十文除得絹匹不盡二

千九百九十四文進位四因之得一十一萬九千七百六十以下法除之得三丈九寸不盡者與法俱三約之得一百二十九分寸之五十九
今有兩稅米一千五百七十八斛九斗送州每斗脚一十三文並於身內抽充時估斗別一百三十文問正及脚各幾何
荅曰
正米一千四百三十五斛三斗六升

一十一分升之四
脚米一百四十三斛五斗三升一十一分升之七
術曰置米數以每斗一百三十文乘之爲實又置一百三十文加脚一十三文得一百四十三文爲法除得正米數欲求脚米數以每斗一十三文乘稅數爲實以一百四十三文爲法除之即脚數
今有兩稅錢一千五百二十四貫二百四十文

送州每貫一十七文七分充脚於身内抽給問
正錢及脚價各幾何
荅曰
正錢一千四百九十七貫七百三十
文一萬一百七十七分文之一千
七百九十
脚價二千六貫五百九文一萬一百
七十七分文之八千三百八十七
術曰置稅錢數以一貫文加一十七文七

分爲一貫一十七文七分爲法除之得正
錢數欲求脚價以一十七文七分爲法乘
正錢得脚價
稱輕重
今有戶五百六十五戶别納絲一斤一十一兩
八銖問得絲幾何
荅曰八石五斤三兩八銖
術曰置戶數下列二十七兩以二十四銖
乘之内八銖爲六百五十六銖以乘戶數

得三十七萬六百四十銖以二十四銖爲
法除得一萬五千四百四十三兩零八銖
以一十六兩爲法除得九百六十五斤三
兩以三十斤爲法除得三十二鈞五斤三
兩以四鈞爲法除得八石五斤三兩八銖
今有丁一千八百六十五人人納絲一斤一十
三兩一十七銖問絲幾何
荅曰絲三千四百六十二斤一十四
兩一銖

術曰置丁數又以絲一斤二而八之爲一
十六兩内一十三兩三而八之内一十七
銖爲七百一十三銖以乘丁數得一百三
十二萬九千七百四十五銖以二十四銖
爲法除得五萬五千四百六兩一銖以一
十六兩爲法除得三千四百六十二斤一
十四兩一銖
今有生鐵六千二百八十一斤欲鍊爲黃鐵每
斤耗五兩問爲黃鐵幾何

荅曰黄鐵四千三百一十八斤三兩

術曰置生鐵數以一十一兩乘以一十六兩除之即得

今有黄鐵四千三百一十八斤三兩欲煉爲鋼鐵每斤耗三兩問鋼鐵幾何

荅曰鋼鐵三千五百八斤八兩一十銖五絫

術曰置黄鐵數以一十三兩乘之一十六兩除之即得

今有鋼鐵二千五百斤依前所耗數却求爲黄鐵問得幾何

荅曰黄鐵三千七十六斤一十四兩一十三分兩之一十

術曰置鐵數一十六乘之一十三除之即得

今有黄鐵三千七十六斤一十四兩一十三分兩之一十却求鋼鐵問得幾何

荅曰二千五百斤

術曰置黄鐵數一十三乘之一十六除之即得

今有官銀三千四百六十二斤一十四兩一銖充賞賜兵一千八百六十五人問人得幾何

荅曰人得一斤一十三兩一十七銖

術曰置銀斤以二而八之内一十四兩又三而八之内一銖得一百三十二萬九千七百四十五銖以兵數除之得七百一十三銖以二十四銖爲法除之得二十九兩

零一十七銖以一十六兩爲法除之得一斤一十三兩零一十七銖

夏侯陽筭經卷中

夏侯陽筭經卷下

說諸分

今有黃金一斤直絹一千二百匹問每兩直絹
幾何

荅曰一兩直絹七十五匹

術曰置絹數以一十六兩除之即得

今有絲一百九十二兩問爲銖幾何

荅曰四千六百八銖

術曰置絲數以二十四乘之即得

今有錦一匹直錢一十八貫問丈尺寸各得幾
何

荅曰

一丈四貫五百文

一尺四百五十文

一寸四十五文

術曰置錢數以四文除之得文價一退爲
尺價再退爲寸價

今有金一斤直錢一百貫問一兩幾何

荅曰一兩六貫二百五十文

術曰置錢數以十六兩除之即得

今有金一斤令五十人分之問人得幾何

荅曰人得七銖六絫八黍

術曰置金一斤二而八之爲兩三而八之
爲銖以人數除之即得

今有絲三百二十四斤欲九兩爲絹一匹問絹
幾何

荅曰五百七十六匹

術曰置絲斤數二而八之以九而一即得

今有下户欠錢一百二十三貫五百文準條於
上户均攤今有上户見在錢三萬一千二百五
十貫文問合每貫均著幾何

荅曰每貫三文九分五氂二毫

術曰置下户錢數以上户見在錢除之即
得

今有錢一十七貫五百二十五文欲五文買雞
三隻問得幾何

荅曰得鷄一萬五百一十五隻
術曰置錢數以三因之五而一即得
今有錢二貫四百文買錫一斤問兩銖絫各幾
何
荅曰
兩一百五十文
銖六文二分五氂
絫六分二氂五毫
術曰置錢數以十六除之得兩價欲知銖
價即置兩價以二十四除爲銖價退銖價
一等爲絫價
今有十五家共納兩稅錢一千貫文甲三人人
各一貫文乙五人人各七百文丙七人人各五
百文續奉符令都却還七貫三百問隨元納數
給付各幾何
荅曰
甲三人各還七百三十文（各有二百七十文在）
乙五人各還五百一十一文（各有一百八十九文在）

丙七人人各還三百六十五文（各有一百三十五文在）
術曰置却還數以百除之所得爲每百還
錢之數置百文減之餘爲每百錢在庫之
數各置此數以各人所納錢數乘之各得
其數
今有絹一千五百二十五匹三丈七尺五寸欲
送州每匹一十五文充脚並於身內抽給具絹
時估每匹一貫一百文問正及脚各幾何

荅曰
正一千五百五匹一丈六尺三寸二
百二十三分寸之一百五十一
脚二十匹二丈一尺一寸二百二十
三分寸之七十二
術曰置絹數於丈尺已下折半五因以時
估一貫一百文乘得一千六百七十八貫
五百三十一文二分五氂復置一貫一百

文加一十五文爲法除得一千五百五匹
不盡四百五十六文二分五氂進位四因
之得一萬八千二百五千以下法除之得
一丈六尺三寸不盡者與法退位倍之得
二百二十三分寸之一百五十一欲知脚
價者置元絹數丈尺寸折半五因又以脚
錢一十五文乘之得二萬二千八百八十
九文六氂二毫半以一貫一百一十五文
爲法除得二十匹不盡五百八十九文六

氂二毫半進位四因之得二萬三千五百
六十二文半以下法除之得二丈一尺一
寸不盡者如前約之得二百二十三分寸
之七十二
今有絹一匹當脚一十五文問丈尺寸各幾何
荅曰
丈三文七分五氂
尺三分七氂五毫
寸三氂七毫五絲

術曰置脚一十五文以四丈除之得一丈
脚數退一等得尺再退得寸脚數
今有絹一匹直一貫一百文問丈尺寸各幾何
荅曰
丈二百七十五文
尺二十七文五分
寸二文七分五氂
術曰置錢數以四丈除之得丈價一退得
尺價再退得寸價

今有米二千五百六十七斛五斗其米麤欲再
舂每八升耗一升問合得熟米幾何
荅曰熟米二千二百四十六斛五斗
六升二合五勺
術曰置米數以七因八除得數返求米以
八因七除
今有米一千五百三十二斛七斗欲貸與人每
八升加息一升問本息共幾何
荅曰一千七百二十四斛二斗八升

七合五勺
術曰置米數以九因八除之若求元數八
因九除之
今有兩税錢二千貫文欲送州每貫數内抽一
十文充脚問正及脚各幾何
荅曰
正一千九百八十貫一百九十八文
一百一分文之二
脚一十九貫八百一文一百一分文
之九十九
術曰置錢數下置一貫文又加脚十文爲
法除之得正數却減都錢餘即脚錢
今有紬五千六百二十五匹匹欲作複七條問
合幾何
荅曰三萬九千三百七十五條
術曰置紬數以七因之即得
今有金方一寸重一斤有金方六寸問重幾何
荅曰二百一十六斤

術曰置金寸數再乘之即得
今有絹二千四百五十四匹每匹直錢一貫七
百文問計錢幾何
荅曰四千一百七十一貫八百文
術曰先置絹數七添之退位一等即得
今有布一萬三千四百六十三端二丈五尺六
寸每端直錢一貫八百文問計錢幾何
荅曰二萬四千二百三十四貫三百
二十一文六分
術曰先置布數丈尺倍之從下八添直至
數首退一等即得
又術退位減一餘以二因之亦得
今有布積尺一萬八千四百六十三尺四寸二
分問爲端幾何
荅曰三百六十九端一丈三尺四寸
二分
術曰先置尺數以五十尺除之即得
今有絹三千四百六十三匹一丈三尺四寸每

匹三貫五百文問計錢幾何

荅曰一萬二千一百二十一貫六百七十二文五分

術曰先置絹數丈尺已下折半以五因之所得

又術從頭七因訖折半所得

今有絹積尺一萬三千四百六十三尺五寸四分問爲匹幾何

荅曰三百三十六匹二丈三尺五寸

術曰先置積尺數以匹四十尺爲法除之即得

今有絲一千五百二十五斤每兩一百七十文問錢幾何

荅曰四千一百四十八貫

術曰先置絲數以二八因之以兩價乘之即得

又術添七亦得

今有絲三千四百八十五兩令織紗一匹用絲五兩問得紗幾何

荅曰六百九十七匹

術曰先置絲數以二因之退位一等即得

又術以五兩除之亦得

今有絲一萬三千四百六十七兩問斤幾何

荅曰八百四十一斤一十一兩

術曰先置絲兩數四折半即是斤逢零六添之歸實

又術以十六兩除之亦得

今有兩稅錢四萬三千六百七十五貫二百文抽身内充脚每貫二百文問正及脚各幾何

荅曰

正三萬六千三百九十六貫文

脚七千二百七十九貫二百文

術曰先置元錢折半六除是正錢數將正錢二因即得脚

又術但置錢數身外減二得正倍之得脚

今有錢三千四百六十三貫五百文欲每貫墊

四十二文問墊幾何
荅曰一百四十五貫四百六十七文
術曰先置錢數以六七因之退位即得
今有絹四十二匹每匹當錢四貫三百六十六
文四分七氂八毫九絲四忽問錢幾何
荅曰一百八十三貫三百九十二文
一分一氂五毫四絲八忽
術曰先置絹匹之價以七六因之即得
今有錢五千四百六十三貫四百五十文準例

每貫納五十文充墊陌問合墊幾何
荅曰二百七十三貫一百七十二文
五分
術曰先置錢折半退位即得
又術五因之亦得
今有糯米三千四百六十三斛六斗每斗醞酒
一斗四升問酒幾何
荅曰四千八百四十九斛四升
術曰先置米數以二七因之即得

又術以四添之亦得
今有大豆一萬三千四百五十四斛五斗每斗
造豉一斗五升問豉幾何
荅曰二萬一百八十一斛七斗五升
術曰先置豆數以五添之即得
又術以一升五升乘之亦得
今有小麥五萬六千四百七十三斛五斗每斗
造麴五斤問斤幾何
荅曰二百八十二萬三千六百七十

五斤
術曰先置麥數從下五因之即得
今有米一萬三千四百六十四斛五斗每斗一
百二十文問錢幾何
荅曰一萬六千一百五十七貫四百
文
術曰先置米數二六因之即得
又術以二添之亦得
今有米一萬三千四百六十五斛四斗三升每

斗一百三十五文問錢幾何

荅曰一萬八千一百七十八貫三百

三十文五分

術曰先置米數三九因之折半即得

又術九因五添亦得

今有糙米八千四百六十七斛五斗每一斗五

升碾熟米八升問米幾何

荅曰米四千五百一十六斛

術曰先置糙米數以八因之十五升除之

即得

今有米三千四百六十三斛四斗四升七合一

勺每斗身内抽三合充脚問正脚各幾何

荅曰

正三千三百六十二斛五斗七升

脚一百斛八斗七升七合一勺

術曰先置米數以一斗三合除之得正米

以三因之得脚米

今有糙米三千四百六十四斛五斗七升三合

四勺每斗舂得熟米九升問熟米幾何

荅曰三千一百一十八斛一斗一升

六合六抄

術曰先置米數九因退之即得

又術但從下内減一亦得

今有麻三千四百七十五斛四斗五升每三斛

三斗作油一斛問油幾何

荅曰一千五十三斛一斗六升三分

升之二

術曰以三斛三斗除得油數不盡約之爲

命分

今有米三千四百五十六斛每斗身内抽二升

充脚問正脚各幾何

荅曰

正二千八百八十斛

脚五百七十六斛

術曰先置米數去二得正米以二因退位

得脚米

今有兵一萬四千五百七十五人每人給錢一貫四百四十文問錢幾何

荅曰二萬九百八十八貫文

術曰先置人數添四四即得

又術以人數乘一人所給之數得都錢

今有兵三千四百八十五人每人賜絹一丈三尺問絹幾何

荅曰一千一百三十二匹二丈五尺

術曰先置人數添三得丈數以四爲法除之得匹

今有開城濠深二丈闊三丈長一里每方三尺用一功問功幾何

荅曰四萬功

術曰先置深闊相乘又以長里通尺乘之爲實以功數方三尺再自乘爲法除之即得

今有築城高三丈上闊一丈五尺下闊二丈五尺長一百丈每方二尺用一功問功幾何

荅曰七萬五千功

術曰先置上下闊并之折半以高乘之又以長乘之爲實以功數方二尺再自乘爲法除之即得

夏侯陽筭經卷下

秘書省

夏侯陽筭經一部上中下共三冊

元豐七年九月　日校定降授宣德郎秘書省校書郎臣葉祖洽上進

校定承議郎行秘書省校書郎臣王仲修

校定朝奉郎行秘書省校書郎臣錢長卿

奉議郎守秘書丞臣韓宗古

朝請郎試秘書少監臣孫覺

降授朝散郎試秘書監臣趙彥若

元豐七年九月二十八日

進呈奉

御寶批宜依已校定鏤板

朝奉郎秘書丞上騎都尉賜緋魚袋臣韓治

朝散郎試秘書少監上騎都尉賜緋魚袋臣顧臨

朝議大夫守秘書少監上護軍賜紫金魚袋臣劉攽

中大夫守尚書右丞護軍東平郡開國侯食邑二千二百戶賜紫金魚袋臣呂大防

通議大夫守尚書左丞上柱國平原郡開國公食邑三千八百戶食實封伍伯戶臣李清臣

正議大夫守中書侍郎上柱國馮翊郡開國公食邑三千三百戶食實封伍伯戶臣張璪

正議大夫守門下侍郎上柱國南陽郡開國公食邑二千一百戶食實封壹阡戶臣韓維

金紫光祿大夫守尚書右僕射兼中書侍郎上柱國東平郡開國公食邑七千七百戶食實封貳阡伍伯戶臣呂公著

正議大夫守尚書左僕射兼門下侍郎上柱國河內郡開國公食邑四千一百戶食實封壹阡伍伯戶臣司馬光

張丘建算經三卷

（□）張丘建撰　（北周）甄鸞註

（唐）李淳風等註釋　劉孝孫細草

宋刻本

張邱建算經三卷。吏部侍郎王杰家藏本

原本不題撰人時代。唐志載張邱建算經一卷，甄鸞註，則當在甄鸞之前。書首邱建自序引及夏侯陽孫子之術，則當在夏侯陽之後也。隋志載此書作二卷，唐志一卷，甄鸞註外，別有李淳風註張邱建算經三卷。鄭樵通志藝文略張邱建算經二卷，又三卷，李淳風註。宋藝文志中興書目亦俱作三卷。則析爲三卷自淳風始。此本乃毛晉汲古閣影鈔宋槧，云得之太倉王氏，首題漢中郡守前司隸甄鸞註經，朝議大夫行太史令上輕車都尉李淳風等奉敕註釋，算學博士劉孝孫撰細草。蓋猶北宋時祕書監趙彥若等校定刊行之本。其中稱術曰者，乃鸞所註；草曰者，孝孫所撰；其細字次註稱臣淳風等謹案者，不過十數處，蓋有疑則釋，非節節爲之註也。其書體例皆設爲問荅以參校，而申明之，凡一百條。簡奧古質，頗類九章，與近術不同。而條理精密，實能深究古人之意，故唐代頒之算學，以爲顓業。今詳加校勘，其上卷起自乘除之數，至第十二問爲句股測望，十三問爲句股和較，十四問爲重句股顚倒測望，十五問爲卧句股左右進退測望。此四問皆補圖以明，舊本所無，今特依義補入。自十六問以下，皆取差分和較均輸參雜爲目，所附以方圓冪積。至中卷之第六問，乃入商功，後復及貴賤差分倍半衰分方田諸術，惟弧矢一問原本不完，未可以他術增補，姑仍其闕。下卷首問失題，又細草下亦脫二十餘字，以有後文可據，謹爲補足。其鹿垣倉三條，亦各爲之圖，系諸原問之左，俾學者得以考見其端委焉。

張丘建算經序

夫學算者不患乘除之爲難而患通分之爲難是以序列諸分之本元宣明約通之要法上實有餘爲分子下法從而爲分母可約者約以命之不可約者因以名之凡約法高者下之耦者半之奇者商之副置其子及其母以少減多求等數而用之乃若其通分之法先以其母乘其全然後內子母不同者母互乘子母亦相乘爲一母諸子共之約之通分而母入者出之則定其夏侯陽之方倉孫子之蕩杯此等之術皆未得其妙故更造新術推盡其理附之于此余爲後生好學有無由以至者故舉其大槩而爲之法不復煩重庶其易曉云耳清河張丘建謹序

張丘建筭經卷上

漢中郡守前司隸臣甄鸞注經
唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉勑注釋
唐筭學博士臣劉孝孫撰細草

以九乘二十一五分之三問得幾何
荅曰一百九十四五分之二
草曰置二十一以分母五乘之內子三得一百八然以九乘之得九百七十二却以分母五而一得合所問

以二十一七分之三乘三十七九分之五問得幾何
荅曰八百四十二十一分之十六
草曰置二十一以分母七乘之內子三得一百五十又置三十七以分母九乘之內子五得三百三十八二位相乘得五萬七百爲實以二分母七九相乘得六十三而一得八百四餘六十三分之四十八各以三約之得二十一分之一十六合前問

以三十七三分之二乘四十九五分之三七分之四 問得幾何
荅曰一千八百八十九一百五分之八十三
草曰置三十七以分母三乘之內子二得一百一十三又置四十九於下別置五分於下右之三在左又於五分之下別置七分三分之下置四維乘之以右上五乘左下四得二十以右下七乘左上三得二十一併之得四十一以分母相乘得三十五以三十五除四十一得一餘六以一加上四十九得五十又以分母三十五乘之內子六得一千七百五十六以乘上位一百一十三得一十九萬八千四百二十八爲實又以分母三母相乘得一百五爲法除實得一千八百八十九餘一百五分之八十三合所問
臣淳風等謹按以前三條雖有設問而無成術可憑宜云分母乘全內子令相乘爲實

分母相乘爲法若兩有分母各乘其全內子令相乘爲實分母爲法實如法而得一

以十二除二百五十六九分之八　問得幾何

荅曰二十一二十七分之十一

草曰置二百五十六以分母九乘之內子八得二千三百一十二爲實又置除數十二以九乘之得一百八爲法除實得二十一法與餘俱半之得二十七分之十一合所問

以二十七五分之三除一千七百六十八七分之四　問得幾何

荅曰六十四四百八十三分之三十八

草曰置一千七百六十八以分母七乘之內子四得一萬二千三百八十又以除分母五乘之得六萬一千九百爲實又置除數二十七以分母五乘之內子三得一百三十八又以分母七乘之得九百六十六爲法除之得六十四法與餘各折半得四

百八十三分之三十八得合前問

以五十八二分之一除六千五百八十七三分之二四分之三問得幾何

荅曰一百一十二七百二分之四百三十七

草曰置六千五百八十七於上又別置三分於下右之二於左又置四分於三下之三於左維乘之分母得十二子得一十七以分母除子得一餘五加一上位得六千五百八十八以分母十二乘之內子五得七萬九千六十一又以除數分母二因之得一十五萬八千一百二十二又置除數五十八於下以二因之內子一得一百一十七又以乘數分母十二乘之得一千四百四爲法以除實得一百一十二法與餘俱半之得七百二分之四百三十七

臣淳風等謹按此術以前三條亦有問而無術宜云置所有之數通分內子爲實置所除之數以三分乘之爲法實如法得一若法實俱有分及重有分者同而通之

今有官獵得鹿賜圍兵初圍三人中賜鹿五頭次圍五人中賜鹿七頭次圍七人中賜鹿九頭併三圍賜鹿一十五萬二千三百三十三頭少半頭　問圍兵幾何

荅曰三萬五千人

術曰以三賜人數互乘三賜鹿數併以爲法三賜人數相乘并賜鹿數爲實實如法而得一

草曰置三人於右上五鹿於左上五人於

右中七鹿於左中七人於右下九鹿於左下以右中乘左上五得二十五又以右下七乘左上二十五得一百七十五又以右上三乘左中七得二十一又以右下七乘左中二十一得一百四十七又以右上三乘左下九得二十七又以右中五乘左下二十七得一百三十五將左三位併之得四百五十七爲法以右三位相乘得一百五別置一十五萬二千三百三十三頭少半頭位於上先以三乘之內子一得四十五萬七千以一百五乘之得四千七百九十八萬五千置除法四百五十七以三因之得一千三百七十一爲法除之得三萬五千人合問

今有獵圍周四百五十二里一百八十步布圍兵十步一人今欲縮令通身得地四尺　問圍內縮幾何

荅曰三十里五十二步

術曰置圍里步數一退以四因之爲尺以步法除之即得縮數

草曰置四百五十二里以里法三百步乘之內子一百八十得一十三萬五千七百八十步退一等得一萬三千五百七十八尺四因之得五萬四千三百一十二尺以六尺除之爲步得九千五十二步以里法三百除之得三十里五十二步合問

今有圍兵二萬三千四百人以布圍周各相去

五步今圍內縮除一十九里一百五十步而止
問兵相去幾何
荅曰四步四分步之三
術曰置人數以五乘之又以十九里一百五十步減之餘以人數除之不盡平約之
草曰置圍兵二萬三千四百人以五乘之得一十一萬七千步置一十九里以三百通之內子一百五十步得五千八百五十步以減上位得一十一萬一千一百五十步以圍兵二萬三千四百除之得四步餘以圍兵數再折除餘得三除法得四

今有封山周棧三百二十五里甲乙丙三人同遶周棧行甲日行一百五十里乙日行一百二十里丙日行九十里　問周行幾何日會
荅曰十日六分日之五
術曰置甲乙丙行里數求等數爲法以周棧里數爲實實如法而得一
草曰置甲乙丙行里數甲行一百五十乙

行一百二十丙行九十各求等數得三十爲法除周棧數得十日法餘二十五各以五除之法得六餘得五各以三十約之甲乙丙行數乃甲得五周乙得四周丙得三周合前問

今有內營周七百二十步中營周九百六十步外營周一千二百步甲乙丙三人直夜甲行內營乙行中營丙行外營俱發南門甲行九乙行七丙行五　問各行幾何周俱到南門
荅曰
甲行十二周
乙行七周
丙行四周
術曰以內中外周步數互乘甲乙丙行率求等數約之各得行周
草曰置內營七百二十步於左上中營九百六十步於中外營一千二百步於下又各以二百四十約之內營得四外營得三

中管得五別置甲行九於右上乙行七於
右中丙行五於右下以求整數以右位再
倍上得三十六中得二十八下得二十以
左上三除右上三十六得十二周以左中
四除右中二十八得七周以左下五除右
下二十得四周是甲乙丙行數合前問
今有津不知其廣東岸高一丈坐岸東去岸五
十步遥望西岸上及津西畔適與人目參合人目
去地二尺四寸　問津廣幾何

荅曰二百八步三分步之一
術曰以岸高乘人去岸爲實以人目去地
爲法實如法而一
草曰置岸高一丈又別置五十步於上以
六乘之得三百尺又以十尺乘之得三千
尺爲實以人眼去地二尺四寸爲法除三
千尺得一千二百五十尺又以六尺爲步
除之得二百八步法六餘二各折半得三
分之一合前問

今有葭生於池中出水三尺去岸一丈引葭趨
岸不及一尺　問葭長及水深各幾何
荅曰
葭長一丈五尺
水深一丈二尺
術曰置葭去岸尺數以不及尺數減之餘
自相乘以出水尺數而一所得加出水而
半之得葭長減出水尺數即得水深
草曰置去岸一丈減不及一尺餘有九尺

自乘之得八十一尺以出水三尺除之得
二丈七尺如出水三尺共得三丈半之得
葭長一丈五尺減出水三尺餘水深一丈
二尺合問
今有木不知遠近高下立一表高七尺人去表
九步立望表頭適與木邪平人目去地七尺二
寸又去表三十步薄地遥望表頭亦與木端邪
平　問木去表及高幾何
荅曰

去表三百一十五步
木高八丈五寸
術曰以表高乘人立去表爲實以表高減人目去地爲法而一得木去表以表高乘木去表爲實以人目薄地去表爲法實如法而一所得加表高卽木高
草曰置表高七尺以去表九步乘之得六十三爲實以表高七尺減人目去地七尺二寸餘有二寸爲法除實得去表三百一十五步又以表高七尺乘去表三百一十五步得二千二百五以去表三十步除之得七丈三尺五寸加入表高七尺得木高八丈五寸合問

今有城不知大小去人遠近於城西北隅而立四表相去各六丈令左兩表與城西北隅南北望參相直從右後表望城西北隅入右前表一尺二寸又望西南隅亦入右前表四寸又望東北隅亦入左後表二丈四尺　問城去左後表

及大小各幾何
荅曰
城去左後表一里二百步
東西四里四十步
南北三里一百步
術曰置表相去自乘以望城西北隅入數而一得城去表又以望城西南隅入數而一所得減城去表餘爲城之南北以望城東北隅入左後表數減城去表餘以乘表相去又以入左後表數而一卽得城之東西
草曰置表相去六丈自乘之得三千六百尺以西北隅入表一尺二寸除之得三千尺以六尺除之得五百步又以里法三百步除之得一里餘二百步爲城去表步數又別置三千六百尺以望城西南隅入表四寸除之得九千尺以減城去表三千尺餘有六千尺以六除之得一千步里法而

一得三里餘有一百步爲城南北步數又置望城東北隅入左後表二丈四尺以減城去表三千尺餘有二千九百七十六尺以表相去六丈乘之得一十七萬八千五百六十尺以入左後表二丈四尺除之得七千四百四十尺以六尺除之得一千二百四十步里法而一得四里餘四十步爲城東西步合問

今有甲日行疾於乙日行二十五里而甲發洛陽七日至鄴乙發鄴九日至洛陽　問鄴洛陽相去幾何

荅曰七百八十七里半

術曰以甲乙所至日數相乘又以甲日行疾里數乘之爲實以甲至日減乙至日數餘爲法實如法而一

草曰置甲乙所至七日九日相乘得六十三又以甲疾行二十五里乘之得一千五百七十五爲實以甲至七日減乙至九日

餘有二日爲法除實得七百八十七里半合問

今有官出庫金五十九斤一兩賜王九人公十二人侯十五人子十八人男二十一人王得金各多公五兩公得金各多侯四兩侯得金各多子三兩子得金各多男二兩　問王公侯子男各得金幾何

荅曰

王一斤六兩

公一斤一兩

侯十三兩

子十兩

男八兩

術曰置王公侯子男數王位十四之公位九之侯位五之子位二之併之以減出金兩數餘以凡人數而一所得各以本差之數加之得王公侯子男各所得金之數不加即男之得金

草曰置王九人公十二人侯十五人子十
八人以王位十四之得一百二十六公位
九之得一百八侯位五之得七十五子位
二之併之得三百四十五以減出金五十
九斤一兩餘六百爲實併五等人數得七
十五爲法除實得八兩乃加十四兩爲王
加九得十七兩爲公加五得十三兩爲侯
加二得十兩爲子男不加如數如滿斤法
而一不滿者命爲兩合問

今有十等人大官甲等十人官賜金依等次差
降之上三人先入得金四斤持出下四人後入
得金三斤持出中央三人未到者亦依等次更
給 問各得金幾何及未到三人復應得金幾
何

荅曰

甲一斤七十八分斤之三十三
乙一斤七十八分斤之二十六
丙一斤七十八分斤之十九
丁一斤七十八分斤之十二
戊一斤七十八分斤之五
己七十八分斤之七十六
庚七十八分斤之六十九
辛七十八分斤之六十二
壬七十八分斤之五十五
癸七十八分斤之四十八
未到三人共得三斤七十八分斤之
十五

術曰以先入人數分所持金數爲上率以
後入人數分所持金數爲下率二率相減
餘爲差實併先後入人數而半之以減九
人數餘爲差法實如法而一得差數併一
二三以差數乘之以減後入人所持金數
餘以後入人數而一又置十人減一餘乘
差數併之即第一人所得金數以次每減
差數各得之矣并中央未到三人得應持
金數

草曰置先入人數於左上置得金數於右上又置後入人數於左下置後得金數於右下以後入人數乘先得金數得十六以先入人數乘後得金數得九以九直減十六得七爲差實又併先後入人數七半之得三半以減十人數餘六半又以先後人數率分母三與分母四相乘得十二以乘六半得七十八爲差法七十八是一斤也置後入所得金數三以乘差法得二百三十四又

置一二三得差以七因之得四十二直減二百三十四餘有一百九十二以後入四人數除之人得四十八乃是癸得之數累加差七乃合前問

今有圓材徑頭二尺一寸欲以爲方問各幾何

荅曰一尺五寸淳風等謹按開方除之爲一尺四寸二十五分寸之二十一

術曰置徑尺寸數以五乘之爲實以七爲法實如法而一

草曰置二尺一寸以五乘之得一百五寸以七除之得一尺五寸合前問

今有泥方一尺欲爲彈丸令徑一寸 問得幾何

荅曰一千七百七十七枚九分枚之七

術曰置泥方寸數再自乘以十六乘之爲實以九爲法實如法得一

草曰置一尺爲十寸再自乘得一千以十

六乘之得一萬六千爲實以九爲法除實得一千七百七十七九分之七合前問臣淳風等謹按密率爲丸一千九百九枚十一分枚之一依密率術曰令泥方寸再自乘以二十一乘之爲實以十一爲法實如法而一即得又依密率草曰置泥方十寸再自乘得一千寸以二十一乘之得二十一萬爲實以十一爲法除之得一千九百九枚十一分枚之一合問

今有客不知其數兩人共盤少兩盤三人共盤

長三盤　問客及盤各幾何
荅曰
客三十人
十三盤
術曰以二乘少盤三乘長盤併之爲盤數
倍之又以二乘少盤數增之得人數
草曰置二人於右上少兩盤於右下置三
人於左上置剩三盤於左下各以人乘盤
右下得四左下得九併之得一十三盤數
別置少盤二以剩盤三乘之得六更併少
剩盤乘之得三十人合前問
今有女善織日益功疾初日織五尺今一月日
織九疋三丈　問日益幾何
荅曰五寸二十九分寸之十五
術曰置今織尺數以一月日而一所得倍
之又倍初日尺數減之餘爲實以一月日
數初一日減之餘爲法實如法得一
草曰置九疋以疋法乘之內三丈得三百

九十尺以一月三十日除之每日得一丈
三尺倍之得二丈六尺又倍初日尺數得
一丈減之餘一丈六尺爲實又置一月三
十日減一日得二十九日爲法除之得五
寸二十九分寸之十五合前問
今有女子不善織日減功遲初日織五尺末日
織一尺今三十日織訖　問織幾何
荅曰二疋一丈
術曰併初末日織尺數半之餘以乘織訖
日數卽得
草曰置初日五尺訖日一尺併之得六半
之得三以三十日乘之得九十尺合前問
今有絹一疋買紫草三十斤染絹二丈五尺今
有絹七疋欲減買紫草還自染餘絹　問減絹
買紫草各幾何
荅曰
減絹四疋一丈二尺十三分尺之四
買草一百二十九斤三兩一十三分

兩之九
術曰置今有絹疋數以本絹一疋尺數乘
之爲減絹實以紫草三十斤乘之爲買紫
草實以本絹尺數并染尺爲法實如法得
一其一術盈不足術爲之亦得
草曰置絹七疋以疋法乘之得二百八十
尺又以買草絹一疋四十尺乘之得一萬
一千二百尺爲減絹實以本絹尺數六十
五尺爲法除實得一百七十二尺法與餘

皆倍之得一十三分尺之四又置二百八
十尺以紫草三十斤乘之得八千四百斤
爲買草實亦以六十五尺爲法除之得一
百二十九斤餘不盡者十六乘之得二百
四十又以法除之得三兩餘與法皆倍之
得一十三分兩之九合前問
今有生絲一斤練之折五兩練絲一斤染之出
三兩今有生絲五十六斤八兩七分兩之四
問染得幾何

荅曰四十六斤二兩四百四十八分
兩之二百二十三
術曰置一斤兩數以折兩數減之餘乘今
有絲斤兩之數又以出兩數併一斤兩數
乘之爲實一斤兩數自乘爲法實如法得
一兩數
草曰置五十六斤以兩法十六乘之内子
八兩得九百四兩又以分母七乘之内子
四得六千三百三十二兩爲實又以練率

十一染率十九相乘得二百九以乘其實
得一百三十二萬三千三百八十八爲積
以十六相乘得二百五十六又以分母七
乘之得一千七百九十二爲法除積得七
百三十八兩餘與法皆再折得四十八分
兩之二百二十三若求練絲折法置積兩
以十六乘以十一除得絲數
今有鐵十斤一經入爐得七斤今有鐵三經入
爐得七十九斤一十一兩　問未入爐本鐵幾

何

荅曰二百三十二斤五兩四銖三百

四十三分銖之二百八十四

術曰置鐵三經入爐得斤兩數以十斤再自乘乃乘上爲實以七斤再自乘爲法實如法而得一

草曰置三經入爐得七十九斤以十六乘之內一十一兩得一千二百七十五兩以十斤再自乘得一千以乘之得一百二十七萬五千爲實以七斤再自乘七兩得三百四十三爲法以除實得三千七百一十七兩餘六十九以二十四乘之得一千六百五十六又以法除之得四銖三百四十三分銖之二百八十四又以十六除所得兩數得二百三十二斤五兩併前銖零合前問

今有絲一斤八兩直絹一疋今持絲一斤裨錢五十得絹三丈今有錢一千　問得絹幾何

荅曰一疋二丈六尺六寸太半寸

術曰置絲一斤兩數以一疋尺數乘之以絲一斤八兩數而一所得以減得絹尺數餘以一千錢乘之爲實以五十錢爲法實如法得一

草曰置絲一十六兩以四十尺乘之得六百四十以一斤八兩通爲二十四兩爲法除之得二丈六尺六寸太半寸爲絲所得之絹以減三丈餘三尺三寸少半寸爲錢之所直以三尺三寸三因之內子一得十尺以乘一千錢得一萬尺又以裨錢五十以三因之得一百五十爲法除實得六丈六尺六寸太半寸合前問

今有甲貸乙絹三疋約限至不還疋日息三尺今過限七日取絹二疋償錢三百　問一疋直錢幾何

荅曰七百五錢十七分錢之十五

術曰以過限日息尺數減取絹疋尺數餘

爲法以價錢乘一疋尺數爲實實如法而一

草曰置七日三疋絹日息三尺共九尺以乘七日得六十三尺以減八十尺餘一十七尺爲法又置價錢三百以四十尺乘之得一萬二千錢以一十七爲法除之得七百五文餘十七分錢之十五合前問

今有金方七銀方九秤之適相當交易其一金輕七兩　問金銀各重幾何

答曰

金方重十五兩十八銖

銀方重十二兩六銖

術曰金銀方數相乘各以半輕數乘之爲實以超方數乘金銀方數各自爲法實如法而一

草曰置金方七銀方九相乘得六十三以半輕數三兩半乘得二百二十兩半又以金銀超方數二以乘金方數得一十四爲法除實得一十五兩餘不盡者以二十四乘之得二百五十二銖再以前法除之得一十八銖若求銀方又置前二百二十兩半以銀方九二因得一十八爲法除之得一十二兩餘二十四乘之得一百八以法除之得六銖爲銀方合前問

今有器容九斛中有米不知其數滿中粟舂之得米五斛八升　問滿粟幾何

答曰八斛

術曰置器容九斛以米數減之餘以五之二而一得滿粟斛數

草曰置九斛以米五斛八升減之得三斛二升以粟數五因之得一石六斛以糲率二斛除之得八斛爲粟合前問

今有七百人造浮橋九日成今增五百人　問日幾何

答曰五日四分日之一

術曰置本人數以日數乘之爲實以本人

數今增人數併之爲法實如法而一
草曰置七百人以九百因之得六千三百
又以增五百人加七百人得一千二百人
爲法除之得五日餘四分日之一合前問
今有與人錢初一人與三錢次一人與四錢次
一人與五錢以次與之轉多一錢與訖還歛聚
與均分之人得一百錢　問人幾何
荅曰一百九十五人
術曰置人得錢數以減初人錢數餘倍之
以轉多錢數加之得人數
草曰置人得錢一百減初人錢三文得九
十七倍之加初人得一百九十五合前問

張丘建筭經卷上

張丘建筭經卷中

漢中郡守前司隸臣甄鸞注經
唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉勑注釋
唐筭學博士臣劉孝孫撰細草

今有戶出銀一斤八兩一十二銖今以家有貧
富不等令戶別作差品通融出之最下戶出銀
八兩以次戶差各多三兩　問戶幾何
荅曰一十二戶
術曰置一戶出銀斤兩銖數以最下戶出
銀兩銖數減之餘倍之以差多兩銖數加
之爲實以差兩銖數爲法實如法而一
草曰置二十四兩以二十四乘之內一十
二銖得五百八十八銖減最下戶八兩數
一百九十二銖餘三百九十六倍之得七
百九十二又加差多三兩數七十二銖共
得八百六十四爲實以差多兩數七十二
爲法除實得一十二戶合前問
今有人盜馬乘去已行三十七里馬主乃覺追

之一百四十五里不及二十三里而還今不還
追之　問幾何里及之
荅曰二百三十八里一十四分里之
三
術曰置不及里數以馬主追里數乘之爲
實以不及里數減已行里數餘爲法實如
法而一
草曰置馬不及里數二十三里以馬主追
去一百四十五里乘之得三千三百三十
五爲實以不及二十三里減已行三十七
里餘一十四爲法除實得二百三十八里
一十四分里之三合前問
今有馬行轉遲次日減半疾七日行七百里
問日行幾何
荅曰
初日行三百五十二里一百二十七
分里之九十六
次日行一百七十六里一百二十七

分里之四十八
次日行八十八里一百二十七分里
之二十四
次日行四十四里一百二十七分里
之一十二
次日行二十二里一百二十七分里
之六
次日行一十一里一百二十七分里
之三
次日行五里一百二十七分里之六
十五
術曰置六十四三十二一十六八四二一
爲差副併爲法以行里數乘未併者各自
爲實實如法而一
草曰置七日爲七位以次倍之得一二四
八十六三十二六十四爲差以副併之得
一百二十七爲法以七日行七百里乘未
併者初日得四百四十八里次得二百二

十四里次得一百一十二里次得五十六
里次得二十八里次得十四里次得七里
各自爲實實如法而一各合問
今有駑馬日初發家良馬日以七分之一發家
日乃五分之二行四十五里及駑馬　問良駑
馬一日不止各行幾何
荅曰
良馬日行一百七十五里
駑馬日行一百一十二里一百五十

步
術曰置五分之二七分之一相減餘爲良
馬行率增七分日之一爲駑馬行率各以
爲法以及里數乘二母爲實實如法而一
草曰置七分於右上一於左上五分於右
下二於左下以右上乘左下得十四以右
下乘左上得五減十四得九爲良馬率法
以五加九得十四爲駑馬率法以七分五
分相乘得三十五以乘追及四十五里得

一千五百七十五里爲實以良馬九法除
之得一百七十五里爲良馬行又以十四
除實得一百一十二里餘七里以里法三
百通之得二千一百步再以十四除之得
一百五十步合前問
今有遲行者五十步疾行者七十步遲行者以
先發疾行者以後發行八十七里一百五十步
乃及之　問遲行者先發行幾何里
荅曰二十五里

術曰以遲行步數減疾行步數餘以乘及
步數爲實以疾行步數爲法實如法而一
草曰置疾行七十步以遲行五十步減之
餘二十步以乘及八十七里半得一千七
百五十里以疾行七十步爲法除實得二
十五里合前問
今有甲日行七十里乙日行九十里甲日以五
分之一乃發乙日以三分之二乃發　問乙行
幾何里及甲

荅曰一百四十七里

術曰以五分日之一减三分日之二餘以甲日行里數乘之又以乙日行里數乘之爲實以甲乙行里數相减餘以乘二分母爲法實如法而一

草曰置五分於右上置之一於左上又置三分於右下之二於左下以右上五乘左下二得一十以右下三乘左上一得三以减十餘七以甲行七十里乘之得四百九

十又以乙行九十里乘之得四萬四千一百以甲行里數减乙行里數餘二十里以二分母乘之得三百以除實得一百四十七里乃合前問

今有築城上廣一丈下廣三丈高四丈今已築高一丈五尺　問已築上廣幾何

荅曰二丈二尺五寸

術曰置城下廣以上廣减之又置城高以减築高餘相乘以城高而一所得加城上廣即得

草曰置城下廣三十尺以上廣减之餘二十尺別以城高四十尺以築高一丈五尺减之得二丈五尺以乘二十尺得五百尺以城高四十尺爲法除之得一丈二尺五寸所得加城上廣一丈得二丈二尺五寸合前問

今有築牆上廣二尺下廣六尺高一丈今已築上廣三尺六寸　問已築高幾何

荅曰一丈二尺

術曰置已築上廣及下廣各减牆上廣以築上廣减餘以减下廣减餘餘乘牆高爲實以牆上廣减下廣餘爲法實如法而一

草曰置牆下廣六尺以築高上廣三尺六寸减之餘二尺四寸以牆高一十尺乘之得四十八尺又以牆上廣二尺减下廣六尺餘四尺爲法除之得一丈二尺合前問

今有方錐下方二丈高三丈欲斬末爲方亭令

上方六尺　問斬高幾何
荅曰九尺
術曰令上方尺數乘高尺數爲實以下方尺數爲法實如法而一
臣淳風等謹按此術下方爲勾率高爲股率上方爲今有見勾數以見勾乘股率如勾率而一即得
草曰置上方六尺以乘高三十尺得一百八十尺以下方二十尺爲法實得九尺合前問

今有方亭下方三丈上方一丈高二丈五尺欲接築爲方錐　問接築高幾何
荅曰一丈二尺五寸
術曰置上方尺數以高乘之爲實以上方尺數減下方尺數餘爲法實如法而一
草曰置上方十尺以高二十五尺乘之得二百五十尺以上方一丈減下方三丈餘二丈爲法除實得一丈二尺五寸乃合前問

今有堢壔方四丈高二丈欲以塼四面單壘之塼一枚廣五寸長一尺一寸厚二寸　問用塼幾何
荅曰一萬四千七百二十七塼一十一分塼之三
術曰置堢壔方丈寸數以塼廣增之而以四乘之以高乘之爲實以塼長厚相乘爲法實如法而一
草曰置四百寸加五寸以四因之得一千

六百二十寸又以高二百寸乘之得三十二萬四千寸以塼長厚相乘得二十二寸爲法除之得一萬四千七百二十七枚一十一分塼之三合前問

今有築圓堢壔周九丈六尺高一丈三尺　問用壤土幾何
荅曰一萬六千六百四十尺
術曰周自相乘以高乘之又以五乘爲實以三乘十二爲法實如法而一

草曰以周九丈六尺自相乘得九千二百一十六尺又以高一丈三尺乘之得一十一萬九千八百八又以五乘之得五十九萬九千四十爲實以三乘十二得三十六爲法除實得一萬六千六百四十尺合前問

今有率户出絹三疋依貧富欲以九等出之令户各差除二丈今有上上三十九户上中二十四户上下五十七户中上三十一户中中七十八户中下四十三户下上二十五户下中七十六户下下一十三户　問九等户户各應出絹幾何

荅曰

上上户户出絹五疋

上中户户出絹四疋二丈

上下户户出絹四疋

中上户户出絹三疋二丈

中中户户出絹三疋

中下户户出絹二疋二丈

下上户户出絹二疋

下中户户出絹一疋二丈

下下户户出絹一疋

術曰置上八等户各求積差上上户十六上中户十四上下户十二中上户十中中户八中下户六下上户四下中户二各以其户數乘而併之以出絹疋丈數乘凡户所得以併數減之餘以凡户數而一所得即下下户處加差各得上八等户所出絹疋丈數

草曰置上上户三十九以十六乘之得六百二十四列於上又置上中户二十四以十四因之得三百三十六併上又置上下户五十七以十二因之得六百八十四併上位又置中上户三十一以十因之得三百一十併上位又置其中中户七十八以八因之得六百二十四併上位又置中下户

四十三以六因之得二百五十八併上位
又置下上戸二十五以四因之得一百併
上位又置下中戸七十六以二因之得一
百五十二併上位都得三千八十八又併
九等戸三百八十六以十二丈因之得四
千六百三十二丈以減三千八十八丈餘
一千五百四十四丈以爲平率以衆戸數
三百八十六而一除之得四丈爲一疋是
最下之戸所出絹以次各加二丈至上上

戸出五疋皆合前問
今有粟三千斛六百人食之其一百人日食糳
米八斛二百人日食粺米十四斛三百人日食
糲米十八斛　問粟得幾何日食之
　荅曰四十一日四十九分日之一十六
術曰置粟數爲實以三等日食米積數各
求爲粟之數併以爲法實如法得一
草曰置糳米八斛以五十乘之以糳米二
十四除得一十六斛餘一十六以二十四

八約之得三餘得二又置粺米十四斛以
五十乘之得七十斛以粺米率二十七除
得二十五斛餘二十七分之二十五又置
糲米十八斛以五十乘之三十除之得三
十斛併三位得七十一斛又置餘分三於
右上二於左上二十七於右下二十五於
左下以右上三乘左下二十五得七十五
以右下二十七乘左上二得五十四併之
得一百二十九又以分母三乘二十七得

八十一爲法除得一斛加上位七十一得
七十二餘四十八分母八十一各三約之
得二十七分之一十六又以二十七分乘
七十二斛內子一十六得一千九百六十
爲法乃置粟三千斛以母二十七乘之得
八萬一千爲實以一千九百六十爲法除
得四十一日法與餘俱再折得四十九分
日之十六合前問
今有三女各刺文一方長女七日刺訖中女八

日半剩訖小女九日太半剩訖今令三女共剩一方　問幾何日剩訖

荅曰二日一千二百五十六分日之九百三十九

術曰置日數以互乘方數併爲法日數相乘爲實實如法得一

草曰置大女七日於右上一於左上中女八日半是二分之一以分母通分內子一得十七於右中一於左中小女九日太半以分母三因之內子二得二十九於右下一於左下乃互乘之以右中十七乘左上一得十七又以右下二十九乘之得四百九十三又以右上七乘左中一得七又以右下二十九乘之又以分母二因之得四百六又以右上七乘左下一又以右中十七乘之又以分母三因之得三百五十七併之得一千二百五十六爲法又以右上七乘中一十七得一百一十九又以右下二十九乘之得三千四百五十一爲實以法除之得二日一千二百五十六分日之九百三十九合前問

今有車運麥輸太倉去三十七里十六分里之十一重車日行四十五里七日五返　問空車日行幾何

荅曰日行六十七里

術曰置麥去太倉里數以返數乘之以重車日行里數而一所得爲重行日數以減凡日數餘爲空行日數以爲法以返數乘麥去太倉里數爲實實如法得一

草曰置麥去太倉里數三十七里以十六乘之內子一十一得六百三里又以返數五乘之得三千一十五以重車日行四十五以分母十六乘之得七百二十爲法除三千一十五得四日不盡二因九約約得十六分日之三爲重車日行里又置七日以十六乘之得一百一十二又置四日以十

六乘之内子三得六十七以減一百一十
二餘四十五爲法以除法太倉里數三千
一十五得六十七里合前問
今有人持錢之洛賈利五之初返歸一萬六千
第二返歸一萬七千第三返歸一萬八千第四
返歸一萬九千第五返歸一萬凡五返歸本利
俱盡 問本錢幾何
荅曰三萬五千三百二十六錢一萬
六千八百七分錢之五千九百一十
八

術曰置後返歸錢數以五乘之以七乘第
四返歸錢數加之以五乘之以四十九乘
第三返歸錢數加之以五乘之以三百四
十三乘第二返歸錢數加之以五乘之以
二千四百一乘初返歸錢數加之以五乘
之以一萬六千八百七而一得本錢數一
法盈不足術爲之亦得
草曰置最後返錢數以五乘之得十萬又

以第四返錢一萬九千以七乘之得一十
三萬三千併上位得二十三萬三千又以
五因之得一百一十六萬五千又置第三
返一萬八千以四十九乘之得八十八萬
二千又加上位得二百四萬七千又以五
乘之得一千二十三萬五千又置第二返
一萬七千以三百四十三乘之得五百八
十三萬一千加上位得一千六百六萬六
千又以五乘之得八千三十三萬又置初

返日一萬六千以二千四百一乘之得三
千八百四十一萬六千加上位得一億一
千八百七十四萬六千又以五乘之得五
億九千三百七十三萬爲實又以一萬六
千八百七爲法除實得三萬五千三百二
十六文一萬六千八百七分錢之五千九
百一十八
今有清酒一斗直粟十斗醑酒一斗直粟三斗
今持粟三斛得酒五斗 問清醑酒各幾何

荅曰

醑酒二㪷八升七分升之四

清酒二㪷一升七分升之三

術曰置得酒㪷數以清酒直數乘之減去持粟㪷數餘爲醑酒實又置得酒㪷數以醑酒直數乘之以減持粟㪷數餘爲清酒實各以二直相減餘爲法實如法而一即得以盈不足爲之亦得

草曰置得五㪷以清酒十量乘之得五斛減持去粟三斛餘二斛爲醑酒實又置酒五㪷以醑酒三量乘之得一斛五㪷以減三斛餘一斛五㪷爲清酒實以三減十餘七爲法除醑酒實得二㪷八升七分升之四又以法除清酒實得二㪷一升七分升之三合前問

今有田積一十二萬七千四百四十九步 問爲方幾何

荅曰三百五十七步

術曰以開方除之即得

草曰置前積步數於上借一筭子於下常超一位步至百止以上商置三百於積步之上又置三萬於積步之下下法之上名曰方法以方命上商三三如九除九萬又倍方法一退下法再退又置五十於上商之下又置五百於下法之上名曰隅法以方隅二法除實餘有四千九百四十九又倍隅法以併方得七千退一等下法再退又置七於上商五十之下又置七於下法之上名曰隅法以方隅二法除實得合前問

今有田方一百二十一步欲以爲圓 問周幾何

荅曰四百一十九步八百二十九分步之一百三十一

術曰方自相乘又以十二乘之爲實開方除之即得

草曰以一百二十一步自相乘得一萬四千六百四十一又以十二乘之得一十七萬五千六百九十二借一筭子於下常超一位步至百止上商得四百下置四萬爲方法命上商除一十六萬倍下方法退一位得八千下法退二等又置上商得一十又置下法之上一百名曰隅法以方隅除實八千一百又置倍隅法從方法退一等得八百二十又置九於一十之下又置九

於下法之上名隅法以方命上商八九七十二除七千二百又以方法二命上商九除一百八十又以隅法九命上商九除八十一餘一百三十一即四百一十九步八百二十九之一百三十一合前問

今有圓田周三百九十六步欲爲方 問得幾何

荅曰一百一十四步二百二十九分步之七十二

術曰周自相乘十二而一所得開方除之即得方

草曰置三百九十六自相乘得一十五萬六千八百一十六以十二而一得一萬三千六十八以開方法除借一筭子於下常超一位至百止上商置一百下置一萬於下法之上名曰方法以方法命上商除實一萬退方法倍之下法再退又置一十於上商之下又置一百於下法上名曰隅法

以方隅二法皆命上商除實二千一百又隅法倍之以從方法退一位下法再退又置四於上商一十之下又置四於下法之上名曰隅法以方隅二法皆命上商除實八百九十六餘得合前問

今有弧田弦六十八步五分步之三爲田二畝三十四步四十五分步之三十二 問矢幾何

荅曰矢一十二步三八分步之二

術曰置田積步倍之爲實以弦步數爲從

張丘建筭經卷下

漢中郡守前司隸臣甄鸞注經
唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉勅注釋
唐筭學博士臣劉孝孫撰細草

甲得一鹿四分鹿之三
乙得一鹿四分鹿之一
丙得一鹿
丁得四分鹿之三
戊得四分鹿之二
術曰列置甲六乙五丙四丁三戊二各自爲差副併爲法以鹿數乘未併者各自爲實實如法得一
草曰置六五四三二并之得二十爲法又以甲六乘五鹿得三十復以二十除之得一鹿餘一與法俱倍之得四分鹿之三以乙五乘五鹿得二十五復以二十除得一鹿四分之一又以丙四乘五鹿得二十爲一鹿又以丁三乘五鹿得一十五鹿乃得四分鹿之三又以戊二乘五鹿得一十乃得四分鹿之二合前問

今有鹿直西走馬獵追之未及三十六步鹿回直北走馬俱斜逐之走五十步未及一十步斜

直射之得鹿若鹿不廻馬猶追之　問幾何里
而及之
荅曰三里
術曰置斜逐步數以射步數增之自相乘
以追之末及步數自相乘減之餘以開方
除之所得以減斜逐步數餘爲法以斜逐
步數乘末及步數爲實實如法得一
草曰置斜逐步五十增末及步數十步共
六十步自乘得三千六百又置追之末及

步數三十六步自相乘得一千二百九十
六以減斜自乘步二千三百四步以開方
除之得四十八步以減斜逐步數五十餘
二爲法又置末及三十六以斜逐步數五
十乘之得一千八百以法除之得九百步
乃合前問
今有垣高一丈三尺五寸材長二丈二尺五寸
倚之於垣末與垣齊　問引材却行幾何材末
至地

荅曰四尺五寸
術曰垣高自乘以減材長自乘餘以開方
除之所得以減材餘即却行尺數
草曰置垣高數自相乘得一百八十二尺
二寸五分又以材長數自相乘得五百六
尺二寸五分以垣高自乘減之餘三百二
十四以開方法除之得一丈八尺以減材
長二丈二尺五寸餘四尺五寸合前問
今有倉東西袤一丈二尺南北廣七尺南壁高

九尺北壁高八尺　問受粟幾何
荅曰得四百四十斛二十七分斛之
二十
術曰併南北壁高而半之以廣袤乘之爲
實實如斛法而一得斛數
草曰置南北壁高併之得一十七半之得
八尺五寸又置長一十二尺以廣七尺因
之得八十四尺又以高八尺五寸乘之得
七百一十四尺以斛法一尺六寸二分除

之得四十四斛餘一十二并法各以六除
之得二十七分之二十合前問
今有圓囷上周一丈八尺下周二丈七尺高一
丈四尺　問受幾何
荅曰三百六十九斛四㪷九分㪷之
四
術曰上下周相乘又各自乘併以高乘之
以三十六而一所得爲實實如斛法而一
得斛數

草曰置上周一丈八尺自相乘得三百二
十四尺以下周二丈七尺自相乘得七百
二十九尺又上下周相乘得四百八十六
尺併三位得一千五百三十九又以高一
丈四尺乘之得二萬一千五百四十六尺
以三十六除之得五百九十八尺五寸爲
實以斛法除之得三百六十九斛四㪷餘
與法各折半皆以九除之法得九餘得四
即合前問

今有窖上廣四尺下廣七尺上袤五尺下袤八
尺深一丈　問受粟幾何
荅曰得二百二十五斛三㪷八十一
分㪷之七
術曰倍上袤下袤從之亦倍下袤上袤從
之各以其廣乘之併以深乘之六而一所
得爲實實如斛法而一得斛數
草曰置上長五尺倍之得十尺加下長八
尺倍下長八尺得一十六尺加上長五尺爲

二十一尺以上廣四尺乘上長一十八尺
得七十二尺又以下廣七乘下長二十一
尺得一百四十七尺併之得二百一十九
尺又以深十尺乘之得二千一百九十以
六除之得三百六十五尺以斛法除之得
二百二十五斛三㪷法餘各半之得八十
一分㪷之七即合前問
今有窖上方五尺下方八尺深九尺　問受粟
幾何

荅曰二百三十八斛九分斛之八
術曰上下方相乘又各自相乘併以深乘之三而一所得爲實實如斛法而一得斛數
草曰置上方五尺自相乘得二十五尺置下方八尺自相乘得六十四尺又以上下方相乘得四十尺併三位得一百二十九又以深九尺乘之得一千一百六十一又以三而一得三百八十七尺以斛法除得二百三十八斛餘與法皆半之九約得九分斛之八合前問

今有倉東西袤一丈四尺南北廣八尺南壁高一丈受粟六百二十二斛九分斛之二　問北壁高幾何
荅曰八尺
術曰置粟積尺以倉廣袤相乘而一所得倍之減南壁高尺數餘爲北壁高
草曰置六百二十二斛以九因之得五千

六百又以斛法一尺六寸二分乘之得九千七十二尺是粟積數却以九除之得一千八尺以長廣相乘得一百一十二尺以除一千八尺得九尺倍之得一十八尺減南壁高一丈餘即北壁高數合前問

今有圓囤上周一丈五尺高一丈二尺受粟一百六十八斛五㪷二十七分㪷之五　問下周幾何
荅曰一丈八尺
術曰置粟積尺以三十六乘之以高而一所得以上周自相乘減之餘以上周尺數從而開方除之所得即下周
草曰置粟一百六十八斛五㪷以分母二十七乘之内子五得四千五百五十又以斛法乘之得七千三百七十一又以三十六乘得二十六萬五千三百五十六又以二十七除之得九千三百二十八又以高一丈二尺除之得八百一十九又以上周

自乘得二百二十五以減上數餘五百九十四又以上周一丈五尺爲從法開方合前問

今有窖上方八尺下方一丈二尺受粟九百三十八斛八十一分斛之二十二　問深幾何

荅曰一丈五尺

術曰置粟積尺以三乘之爲實上下方相乘併又各自乘併以爲法實如法而一

草曰置粟九百三十八斛以分母八十一乘之內子二十二得七萬六千以斛法乘之得一十二萬三千一百二十又以三因之得三十六萬九千三百六十以八十一除之得四千五百六十爲實又以上方自相乘得六十四以下方自相乘得一百四十四以上下方相乘得九十六三位併之得三百四爲法除實得一丈五尺合前問

今有窖上廣五尺上袤八尺下廣七尺深九尺受粟三百一斛八斗八十一分斗之四十二　問下袤幾何

荅曰一丈

術曰置粟積尺以六乘之深而一所得倍上袤以上廣乘之又以下廣乘上袤併以減之餘以倍下廣上廣從之而一得下袤

草曰置三百一斛八斗以分母八十一乘之內子四十二得二萬四千四百五十又以斛法乘之得三萬九千六百九又以六乘之得二十三萬七千六百五十四以分母八十一除之得二千九百三十四又以深九尺除之得三百二十六爲實又以倍上袤除之得一十六以上廣五尺乘之得八十又以下廣乘上袤得五十六併之得一百三十六以減實餘一百九十又倍下廣七尺得一十四又加上廣五尺共一十九除實得一丈合前問

今有上錦三疋中錦二疋下錦一疋直絹四十

五疋上錦二疋中錦三疋下錦一疋直絹四十
三疋上錦一疋中錦二疋下錦三疋直絹三十
五疋　問上中下錦各直絹幾何

荅曰

上錦一疋直絹九疋

中錦一疋直絹七疋

下錦一疋直絹四疋

術曰如方程

臣淳風等謹按此術冝云以右行上錦徧乘中行而以直除之又乘其左亦以直除以中行中錦不盡者徧乘左行又以直除左行下錦不盡者上為法下為實實如法得下錦直絹求中錦直絹者以下錦直絹乘中行下錦而減下實餘如中錦而一即得中錦直絹求上錦直絹者亦以中下絹直絹各乘右行錦數而減下實餘如上錦而一即得上錦之數列而別之價直匹數雜而難分價直匹數者一行之下實今以右行上錦徧乘中行者欲為同齊而去中行上錦同齊者謂同行首齊諸下而以直減中行術從簡易雖不為同齊以同齊之意觀之其宜然矣又轉去上錦中錦則其求者下錦一位及實存焉故以上為法下為實實如法得下錦一匹直絹其中行兩錦實今下錦一匹直數先見乘中行下錦匹數得一位別實減此別實一於下實則其餘專中錦一位價直匹數故以中錦數而一其右行三錦實今中下錦直匹數並見故亦如前右行求別實以減中下實一餘如上錦數而一即得

草曰置上錦三疋於右上中錦二疋於右
中下錦一疋於右下直絹四十五疋於右
下又置上錦二疋於中上中錦三疋於中
中下錦一疋於中下直絹四十三疋於下
又置上錦一疋於左上中錦二疋於左中
下錦三疋於左下直絹三十五疋於下然
以右上錦三疋遍乘中行上得六中得九
下得三直絹一百二十九又以右上錦三
遍乘左行得上三中六下九直絹一百五
乃以右上中下并直絹再減中行一減左
行餘有中行中五下一絹三十九左行中
四下八直絹六十又以中行中五遍乘左
行中得二十下得四十直絹三百以中行
四度遍減左行餘只有下錦三十六直絹
一百四十四以下錦為法除絹一百四十
四得四疋是下錦一疋之直求中錦以下
錦絹乘中行下錦一疋得四以減下絹三

十九餘三十五以中錦五疋除之得七疋
是中錦之直求上錦以中錦價乘右行中
錦得一十四以下錦直乘下錦得四共一
十八以減下直四十五餘二十七以上錦
三除之得九疋合前問

今有孟仲季兄弟三人各持絹不知疋數大兄
謂二弟曰我得汝等絹各半得滿七十九疋中
弟曰我得兄弟絹各半得滿六十八疋小弟曰
我得二兄絹各半得滿五十七疋　問兄弟本

持絹各幾何

答曰

孟五十六疋

仲三十四疋

季一十二疋

術曰大兄二中弟一小弟一合一百五十
八疋大兄一中弟二小弟一合一百三十
六疋大兄一中弟一小弟二合一百一十
四疋如方程而求即得

草曰置大兄二於右上中弟一於右中小
弟一於右下絹一百五十八疋於下又置
大兄一於中上中弟二於中中小弟一於
中下絹一百三十六疋於下又置大兄一
於左上中弟一於左中小弟二於左下絹
一百一十四疋以方程錦法求之以右行上二遍
囙左行孟得二仲得四合得二百二十八以左行直減之仲餘一季餘三合餘七十
又以右行上二遍囙中行孟得二仲得四季得二合得二百七十二以右行直減之
仲得三季得一合餘一百一十四又以中行仲三遍囙左行仲得三季得九合得二

百一十以中行直減之季餘得八合餘得九十六爲實以季餘八爲法除之得季一
十二疋又中行合一百一十四減一十二餘一百二以仲三除之得仲三十四疋又
右行合一百五十八減季一十二疋仲三十四疋外餘一百一十二以孟二除之得
孟五十六疋合前問

今有甲乙丙三人持錢不知多少甲言我得乙
太半得丙少半可滿一百乙言我得甲太半得
丙半可滿一百丙言我得甲乙各太半可滿一
百　問甲乙丙持錢各幾何

答曰

甲六十
乙四十五
丙三十
術曰三甲二乙一丙錢三百四甲六乙三丙錢六百二甲二乙三丙錢三百如方程即得
草曰置三甲於右上二乙於右中一丙於右下錢三百於下又置四甲於中上六乙於中中三丙於中下錢六百於下又置二

甲於左上二乙於左中三丙於左下錢三百於下以右行上三遍因左行甲得六乙得六丙得九錢得九百以右行再減之餘乙二丙七錢三百又以右行上三遍因中行得甲一十二乙一十八丙九錢一貫八百以右行四遍減之餘乙一十丙五錢六百左行進一位得乙二十丙七十錢三貫以中行再減之餘得丙六十錢一貫八百以六十除之得丙三十又中行錢六百減

一百五十餘四百五十以乙一十除之得乙四十五又去右行錢減一百二十餘一百八十以甲三除之得甲六十合前問
今有甲乙懷錢各不知其數甲得乙十錢多乙餘錢五倍乙得甲十錢適等 問甲乙懷錢各幾何
荅曰
甲三十八錢
乙十八錢

術曰以四乘十錢又以七乘之五而一所得半之以十錢增之得甲錢數以十錢減之得乙錢數
草曰置多錢五倍除十錢餘四因之得四十又以七乘之得二百八十却以五除之得五十六半之得二十八加得乙十錢共三十八錢爲甲懷錢又以二十八錢減十錢爲乙懷錢合問
今有車五乘行道三十里僦錢一百四十五今

有車二十六乘雇錢三千九百五十四四十五
分錢之十四　問行道幾何
荅曰一百五十七里少半里
術曰置今有雇錢數以行道里數乘之以本車乘數乘之爲實以本雇錢數乘今有車數爲法實如法得一
草曰置今雇錢三千九百五十四四十五分錢之十四通分内子得一十七萬七千九百四十四又以三十里乘之得五百三

十三萬八千三百二十又以本車五乘之得二千六百六十九萬一千六百爲實又以本雇錢一百四十五乘今有車二十六得三千七百七十又分母四十五乘之得一十六萬九千六百五十爲法除實得一百五十七里餘五萬六千五百五十與法各約之得三分里之一合問
今有惡粟一斛五㪷舂之得糲米七㪷今有惡粟二斛　問爲粺米幾何

荅曰八㪷四升
術曰置糲米之數求爲粺米所得之數以乘今有惡粟爲實以本粟爲法實如法得一 臣淳風等謹按此術置糲米十斗以粺米率九乘之以十而一得六斗十分斗之三是爲惡粟十五斗得作粺米六斗十分斗之三此今有術惡粟二十斗爲所有數粺米六斗十分斗之三爲所求率惡粟十五斗爲所有率
草曰置糲米七斗以九因得六十三又以一十除得六斗一十分斗之三却通分内子得六百三十又以二斛因得一萬二千

六百爲實又置一斛五斗以十分因之得一十五斛爲法除之得八斗四升合問
今有好粟五斗舂之得糳米二斗五升今有御米十斗　問爲好粟幾何
荅曰二斛二斗八升七分升之四
術曰置糳米數求御米之數爲法 臣淳風等謹按問意宜云置糳米數求御米之數爲法其術直云置糳米數爲法者錯也 又置今御米數以本粟乘之爲實實如法得一
臣淳風等謹按此術置糳米二十五升以御米率七乘之以糳米率八而一得二斗

十六分斗之三爲好粟五得作御米二斗
十六分斗之三於今有術御米十斗爲所
有數好粟五斗爲所求率御米
二斗十六分斗之三爲所有率
草曰置糲米二斗五升以御米率七因之
得一百七十五八而一得二斗十六分之
三又却通分內子得三十五爲法又置一
十斗以十六乘之得一百六十爲實以法
除之得二斛二斗八升七分之四合問
今有差丁夫五百人合共重車一百一十三乘
問各共重幾何

荅曰
六十五乘乘各四人共重
四十八乘乘各五人共重
術曰置人數爲實車數爲法而一得四人
共重又置一於上方命之實餘返减法訖
以四加十一方一得五人共重法餘即四
人共重車數實餘即五人共重車數
草曰置五百人以一百一十三乘除之得
四人餘四十八以减法餘六十五爲四人

共一車以四因六十五人得二百六十減
五百餘二百四十以四十八除之得五人
共重一車量合問
今有甲持錢二十乙持錢五十丙持錢四十丁
持錢三十戊持錢六十凡五人合本治生得利
二萬五千六百三十五欲以本錢多少分之
問各人得幾何
荅曰
甲得二千五百六十三錢四分錢四

分錢之二
乙得六千四百八錢四分錢之三
丙得五千一百二十七錢
丁得三千八百四十五錢四分錢之
一
戊得七千六百九十錢四分錢之二
術曰各列置本持錢數副併爲法以利錢
乘未併者各自爲實實如法得一
草曰置甲等五人所持錢併之得二百爲

法又以甲持錢二十乘利錢二萬五千六百三十五得五十一萬二千七百以法除之得二千五百六十三餘與法皆五除得法四餘二是四分錢之二求乙錢以乙五十乘利錢得一百二十八萬一千七百五十又以法除之得六千四百八錢餘與法皆倍之得四分錢之三求丙持錢以四十乘利錢得一百二萬五千四百以法除之得五千一百二十七錢求丁錢以三十乘利錢得七十六萬九千五十以法除之得三千八百四十五錢四分錢之一求戊錢以六十乘利錢得一百五十三萬八千一百以法除之得七千六百九十錢四分錢之二乃合前問

今有甲乙丙三人共出一千八百錢買車一量欲與親知乘之爲親不取還責得錢一千五百各以本錢多少分之甲得五百八十三錢三分錢之一乙得五百錢丙得四百一十六錢三分

錢之二　問本出錢各幾何

荅曰

甲出錢七百

乙出錢六百

丙出錢五百

術曰置甲乙丙分得之數副併爲法以置車錢數乘未併者各自爲實實如法得一

草曰置甲得錢五百八十三以分母三乘之内子乙得一千七百五十又以本置車錢一千八百乘之得三百一十五萬又置求分錢一千五百以分母三因之得四千五百爲法以除實得七百是甲錢求乙置分得錢數五百以一千八百乘之得九十萬以一千五百爲法除之得六百求丙置分得錢數四百一十六以錢分母三因之丙子二得一千二百五十又以八千八百乘之得二百二十五萬又置末分錢一千五百三因之得四千五百爲法除實得五

百合前問

今有雀一隻重一兩九銖燕一隻重一兩五銖有雀燕二十五隻併重二斤一十三銖　問燕雀各幾何

荅曰

雀十四隻

燕十一隻

術曰置假令雀一十五隻燕十隻盈四銖於右行又置假令雀十二隻燕十三隻不足八銖於左行以盈不足維乘之併以爲實併盈不足爲法實如法得一

草曰置雀一十五隻於右上置盈四銖於右下又置雀一十二隻於左上置不足八銖於左下維乘之以右下四乘左上一十二得四十八以左下八乘右上一十五得一百二十併之得一百六十八以盈不足併之得一十二爲法除實得一十四雀求燕置燕十於右上四於右下又置燕十三

於左上置八於左下以左下八乘右上十得八十以右下四乘左上十三得五十二併之得一百三十二併盈不足爲法除實得一十一燕得合前問

今有七人九日造成弓十二張半今有十七人造弓十五張　問幾何日訖

荅曰四日八十五分日之三十八

術曰置今造弓數以弓日數乘之又以成弓人數乘之爲實以今有人數乘本有弓數爲法實如法得一

草曰置今造弓十五張以成弓日數九乘之得一百三十五又以成弓人數七乘之得九百四十五爲實又置本造弓十二張半以今造弓十七人乘之得二百一十二半爲法除之得四日法與餘皆退位四因得八十五分之三十八合前問

今有城周二十里欲三尺安鹿角一枚五重安之　問凡用鹿角幾何

荅曰六萬一百枚

城若圓凡用鹿角六萬六十枚

術曰置城周里尺數三而一所得五之又置五以三乘之又自相乘以三自乘而一所得四之併上位即得凡數　城若圓者置城周里尺數三而一所得五之又併一二三四凡得一十以六乘之併之得凡數

草曰置二十里以三百步乘之得六千步法六因之得三萬六千以三尺除之得一萬二千以重數五乘之得六萬於上位又以五乘三得一十五又自相乘得二百二十五又以三自乘得九爲法以除二百二十五得二十五四因之得一百　若求圓者置城圓尺數三而一得一萬二千所得五因之爲六萬於上位又以一二三四併之得一十以六因之得六十從上位得六萬六十是圓也

今有粟二百五十斛委注平地下周五丈四尺問高幾何

荅曰五尺

術曰置粟積尺以三十六乘之爲實以下周自乘爲法實如法得一

草曰置粟二百五十以斛法一尺六寸二分乘又以三十六乘之得一萬四千五百八十置下周五丈四尺自相乘得二千九百一十六爲法除實得五尺合前問

今有客歲作臣淳風等謹按問意三百五十四日要與粟一百五十斛已與之粟先五十八日歸　問折粟與粟各幾何

荅曰

折粟二十四斛五㪷五十九分㪷之四十五

與粟一百二十五斛四㪷五十九分㪷之十四

術曰置歸作日數以與粟乘之各自爲實以一歲三百五十四日爲法實如法得一

草曰置歸作日五十八日以粟一百五十
斛乘之得八千七百又以歲三百五十四
除得二十四石五斗餘與法皆六除之得
五十九分斗之四十五求與粟數以作日
二百九十六以一百五十斛乘之得四萬
四千四百以歲三百五十四除之得一百
二十五斛四斗五升九分斗之十四合前
問

今有廩人人日食米六升今三十五日食米七
千四百九十二斛八斗　問人幾何
荅曰三千五百六十八人
術曰置米數爲實以六升乘三十五日爲
法實如法得一
草曰置米七千四百九十二斛八斗以六
乘三十五日得二斛一斗爲法以除積數
得三千五百六十八人合前問
今有五十八人二十九日食麥九十五斛三斗
一升少半升　問人食幾何

荅曰五升太半升
術曰置麥斛斗升數爲實以人日食相乘
爲法實如法得一
草曰置麥數以三因之內子一得二萬八
千五百九十四置人數五十八以二十九
乘之得一千六百八十二又以三因之得
五千四十六爲法除得五升餘皆二約之
得三分之二爲太半升合前問

今有二人三日錮銅得一斤九兩五銖今一月
日錮銅得九千八百七十六斤五兩四銖少半
銖　問人功幾何
荅曰一千二百五十三人三百六十
三分人之二百六十二
術曰置二人三日所得錮銅斤兩銖通之
作銖以二人三日相乘除之爲一人一日
之銖二十四兩一還以一人一日所得兩
銖通分內子復以一月三日乘一人積分
所得復以銖分母三通之爲法又以今錮

銅斤兩通爲銖以少半銖者三分之一以
三通內一以六乘之爲實實如法而一得
人數不盡約之爲分
草曰置二人三日所得銅一斤九兩以十
六通斤得二十五兩又以銖數二十四乘
之入五銖得六百五以二人乘三日得六
爲法除得一百銖六分之五是一日所得
之數以二十四除之一人所得四兩四銖
六分銖之五却通分內子得六百五以一

月三十日乘之得一萬八千一百五十又
以通分母三因之得五萬四千四百五十
爲法置今鋼銅以十六兩乘之內五兩得
一十五萬八千二十一兩又以二十四銖
乘之內四銖得二百七十九萬二千五百
八銖又以通分母三因之內子一得一千
一百三十七萬七千五百二十五又以法
分母六因之得六千八百一十六萬五千
一百五十爲實以法除之得一千二百五

十三人法與餘皆一百五十約之法得三
百六十三餘得二百六十二合前問
今有立方九十六尺欲爲立圓　問徑幾何
　荅曰二百一十六尺四萬三百六十
　　九分尺之一萬一千九百六十八
術曰立方再自乘又以十六乘之九而一
所得開立方除之徑得丸徑
草曰置九十六再自乘得八十八萬四千
七百三十六又以十六乘之得一千四百

一十五萬五千七百七十六以九除之得
一百五十七萬二千八百六十四以立方
法除借一算子於下常超二位步至百而
上商置一百下置一百萬於法之上名曰
方法以法命上方一百除實一百萬方法
三因之得三百萬又置一百萬於方法之
下名曰廉法三因之方法一退廉法再退
下法三退又置一十於上商一百之下又
置一千於下法之上名曰隅法以方廉三

法皆命上商一十除十畢又倍廉法三因
之隅法皆從方法又置一百一十於方法
之下三因之名曰廉法方法一退廉法再
退隅法三退又置六於上商之下又置六
於下法之上名曰隅法乃自乘得三十六
又以六乘廉法得一千九百八十五方廉
隅三法皆命上商六除之除實畢倍廉法
三因隅法皆從方得一百一十六尺四萬
三百六十九分尺之一萬一千九百六十

八合前問

今有立圓徑一百三十二尺問爲立方幾何

荅曰二百八尺三萬四千九百九十
三分尺之三萬四千二十

術曰令徑再自乘九之十六而一開立方
除之得立方

草曰置徑一百三十二尺再自乘得二百
二十九萬九千九百六十八又以九因之
得二千六百九十九萬九千七百一十二又以

十六除之得一百二十九萬三千七百三
十二以開立方法除之得合前問

今有立方材三尺鋸爲方枕一百二十五枚
問一枚爲立方幾何

荅曰一枚方六寸

術曰以材方寸數再自乘以枚數而一所
得開立方除之得枕方

草曰以三十寸再自相乘得二萬七千寸
以枕一百二十五枚除之得二百一十六
以開方除之置上商六於上借一筭子於
下置六於下法之上以自乘得三十六名
曰方法以方法命上商除之得六寸乃合
前問

今有亭一區五十人七日築訖今有三十人
問幾何日築訖

荅曰十一日三分日之二

術曰以本人數乘築訖日數爲實以今有
人數爲法實如法得一

草曰置七以五十人乘之得三百五十以
三十人爲法除得十一日三分之二合
今有負他錢轉利償之初去轉利得一倍還錢
一百第二轉利得三倍還錢二百第三轉利得
四倍還錢三百第四轉利得五倍還錢四百得
畢凡轉利倍數皆通本錢今除初本有錢五千
九百五十　問初本幾何
荅曰本錢一百五十
術曰置初利還錢以三乘之併第二還錢
又以四乘之併第三還錢又以五乘之併
第四還錢訖併餘錢爲實以四轉得利倍
數相乘得一百二十減一餘爲法實如法
得一
草曰置初還錢一百以三乘之得三百又
併第二還錢得五百以四乘之得二千又
併第三還錢得二千三百以五乘之得一
萬一千五百又併第四還錢并今有錢得
五千九百五十共得一萬七千八百五十

以四轉利二三四五相乘得一百二十除
一餘一百一十九爲法除實得一百五十
本合前問
今有三人四日客作得麥五斛今有七人一月
日客作　問得麥幾何
荅曰八十七斛五㪷
術曰以七人乘一月三十日又以五斛乘
之爲實以三人乘四日爲法實如法而得
一
草曰以七人乘三十日得二百一十又五
斛乘之得一千五十爲實以三人乘四日
得一十二爲法除實得八十七斛五㪷即
合前問
今有人舉取他絹重作券要過限一日息絹一
尺二日息二尺如是息絹日多一尺今過限一
百日　問息絹幾何
荅曰一百二十六疋一丈
術曰併一百一日息以乘百日而半之即

得

草曰置一百一尺以一百日乘之得一萬一百尺半之得五千五十尺以疋法四十尺除之得一百二十六疋一丈合前問

今有婦人於河上蕩杯津吏問曰杯何以多婦人荅曰家中有客不知其數但二人共醬三人共羹四人共飯凡用杯六十五　問人幾何

荅曰六十人

術曰列置共杯人數於右方又置共杯數於左方以人數互乘杯數併以爲法令人數相乘以乘杯數爲實實如法得一

草曰置人數二三四列於右行置一一一杯數左行以右中三乘左上一得三又以右下四乘之得一十二又以右上二乘左中一得二又以右下四乘之得八以右上二乘左下一得二又以右中三乘左下二得六三位併之得二十六爲法又以二三四相乘得二十四以乘六十五杯得一千五百六十以二十六除之得六十人數合前問

今有雞翁一直錢五雞母一直錢三雞雛三直錢一凡百錢買雞百隻　問雞翁母雛各幾何

荅曰

雞翁四直錢二十

雞母十八直錢五十四

雞雛七十八直錢二十六

又荅

雞翁八直錢四十

雞母十一直錢三十三

雞雛八十一直錢二十七

又荅

雞翁十二直錢六十

雞母四直錢十二

雞雛八十四直錢二十八

術曰雞翁每增四雞母每減七雞雛每益三即得 所以然者其多少互相通融於同價則無術可窮盡其理

此問若依上術推筭難以通曉然較之諸本並同疑其從來脫漏闕文盖流傳既久無可考證自漢唐以來雖甄鸞李淳風注釋未見詳辨今將筭學教授并謝察微擬立術草刱新添入

其術曰置錢一百在地以九爲法除之以九除之既雛三直錢一則是每雛直三分錢之一宜以雞翁母各三因併之得九得雞母之數不盡者返减下法爲雞翁之數別列雞都數一百隻在地减去雞翁母數

餘即雞雛得合前問若雞翁每增四雞母每减七雞雛每益三或雞翁每减四雞母每增七雞雛每損三即各得又荅之數

草曰置錢一百文在地爲實又置雞翁一雞母一各以雞雛三因之雞翁得三雞母得三并雞雛三併之共得九爲法除實得一十一爲雞母數不盡一返减下法九餘八爲雞翁數別列雞都數一百隻在地减去雞翁八雞母一十一餘八十一爲雞雛數置翁八以五因之得四十即雞翁直錢又置雞母一十一以三因之得三十三即雞母直又置雞雛八十一以三除之得二十七即雞雛直合前問

又草曰置雞翁八增四得一十二雞母一十一减七得四雞雛八十一益三得八十四得百雞之數如前求之得百錢之數亦合前問

又草曰置雞翁八减四得四雞母一十一

增七得一十八雞雛八十一損三得七十八如前求之各得百雞百錢之數亦合前問

張丘建筭經卷下

右南宋槧本算經據季滄葦書目云
算經四本者卽此也以圖記證之第一本
為張邱建第二本為孫子第三本為九章
一至三第四本為九章四五推是知九章不
全當日已如此矣今為陽城張古餘先生
所藏嘉慶乙丑屬加審定因記之原裝時
易觀者詳焉 元和顧廣圻

緝古算經一卷

（唐）王孝通撰註

清影宋鈔本

緝古算經一卷（吏部侍郎王杰家藏本）

唐王孝通撰。其結銜稱通直郎太史丞。其始末未
詳。惟舊唐書律歷志戊寅歷條下有武德九年校
歷人算歷博士臣王孝通。疑即其人也。是書一
名緝古算術。唐書藝文志、宋文總目俱稱李淳風
註。今案此本卷首實題孝通撰幷註。則唐志及總
目爲誤。又宋志作一卷。唐志、鄭樵藝文略俱作四
卷。王應麟玉海謂今亡其三。案孝通原表稱二十
術。檢勘書內條目相同。並無闕佚。不知應麟何所
據而云然也。書中大旨以九章商功篇有平地役
功受袤之術。其於上寬下狹、前高後卑、闕而不論。
世人多不達其理。因於平地之餘續狹斜之法。凡
推朔夜半時月之所離者一術。推仰觀臺及羨道
高廣袤者一術。推築堤授工上下廣及高袤不同
者一術。推築龍尾堤者一術。推穿河授工斜正袤
上廣及深幷溺上廣不同者一術。推四郡輸粟窖
上下廣袤餘郡別出入及窖深廣者一術。推亭倉
上下方高者一術。推芻甍圓囤者各一術。推方倉
圓窖對待者五術。推句股邊積互求者六術。共合
二十術之數。中間每以人戶道里、大小遠近、及材
物之輕重、工作之時日、乘除進退參伍以得其法。
頗不以深淺爲次第。故讀者或不能驟通。而李籍
以後由源竟委、端緒足尋。洵爲思極毫芒、曲盡事
理。唐代明算立學習此書者以三年爲限。亦知其
術之精妙、非旦夕所克竟其義矣。其書世罕流播。
此乃宋元豐七年祕書監趙彥若等校定刊行舊
本。常熟毛扆得之章邱李氏、而影鈔傳之者。今詳
加勘正。其文間有脫闕、不敢妄補。謹撮取其義、別
加圖說、附諸本文之左、以便觀覽云。

上緝古筭經表

臣孝通言臣聞九疇載叙紀法著於彝倫六藝成功數術參於造化夫為君上者司牧黔首布神道而設教采能事而經綸盡性窮源莫重於筭昔周公制禮有九數之名竊尋九數即九章是也其理幽而微其形祕而約重句聊用測海寸木可以量天非宇宙之至精其孰能與於此者漢代張蒼刪補殘缺校其條目頗與古術不同魏朝劉徽篤好斯言博綜纖隱更為之注徽

思極毫芒觸類增長乃造重差之法列於終篇雖即未為司南然亦一時獨步自兹厥後不繼前蹤賀循徐岳之徒王彪甄鸞之輩會通之數無聞焉耳但舊經殘駮尚有闕漏自劉已下更不足言其祖暅之綴術時人稱之精妙曾不覺方邑進行之術全錯不通芻亭方亭之問於理未盡臣今更作新術於此附伸臣長自閭閻少小學筭鐫磨愚鈍迄將皓首鑽尋祕奥曲盡無遺代之知音終成寡和伏蒙聖朝收拾用臣為

太史丞比年已來奉勑校勘傳仁均曆凡駮正術錯三十餘道即付太史施行伏尋九章商功篇有平地役功受袤之術至于上寛下狹前高後卑正經之内闕而不論致使今代之人不達深理就平正之間同欹邪之用斯乃圓孔方枘如何可安臣晝思夜想臨書浩歎恐一旦瞑目將來莫覩遂於平地之餘續狹斜之法凡二十術名曰緝古請訪能筭之人考論得失如有排其一字臣欲謝以千金輕用陳聞伏深戰悚謹

言

緝古算經

唐通直郎太史丞臣王孝通撰并注

假令天正十一月朔夜半日在斗十度七百分度之四百八十以章歳爲母朔月行定分九千朔日定小餘一萬日法二萬章歳七百亦名行分也今不取加時度問天正朔夜半之時月在何處（推朔夜半月度舊術要須加時日度自古先儒雖復修撰改制意見甚衆趾未得算妙有理不盡考校尤難臣每日夜思量常以此理屈帶恐後代無人知者今奉勑造曆因即改制爲此新術舊推日度之術已得朔夜半日度仍須更求加時日度然知月處臣今作新術但

得朔夜半日度不須加時日度即知月處此新術比於舊術一年之中十二倍省功使學者易知）

答曰在斗四度七百分度之五百三十

術曰（推朔夜半月度新術不復加時日度月蝕乃可用之）以章歳減朔月行定分餘以乘朔日定小餘滿日法而一爲先行分不盡者半法巳上收成一巳上者棄之若先行分滿日行分而一爲度分以減朔日夜半日所在度分若度分不足減加往宿度其分不足減者退一度爲行分而減之餘即朔日夜半月行所在度及分也（凡入曆當月行定分即是月日之行分但此定分滿章歳而一一爲度凡日一日行一度然則章歳者即是日之一日行分也今按九章均輸篇有犬追兎術與此術相似彼問犬走一百步兎走七十步令兎先走七十五步犬始追之問幾何步追及荅曰二百五十步追及彼術曰以兎走減犬走餘者爲法又以犬走乘兎先走爲實實如法而一即得追及步數此術亦然何者假令月行定分九千章歳七百即是日行七百分月行九千分令日月行數相減餘八千三百分者是日先行之數然月始追之必用一日而相及也令定小餘者亦是日月相及之日分假令定小餘一萬即相及定分此乃與對爲數其日法者亦是相及之分比又同數爲

有八千三百是先行分也斯則異矣但用日法除之即四千一百五十即先行分故以夜半之時日在月前月在日後以日月相去之數四千一百五十減日行所在度分即月夜半所在度分也）

假令太史造仰觀臺上廣袤少下廣袤多上下廣差二丈上下袤差四丈上廣袤差三丈高多上廣一十一丈甲縣差一千四百一十八人乙縣差三千二百二十二人夏程人功常積七十五尺限五日役臺畢羨道從臺南面起上廣多下廣一丈二尺少袤一百四尺高多袤四丈甲

縣一十三鄉乙縣四十三鄉每鄉別均賦常積
六千三百尺限一日役羡道畢二縣差到人共
造仰觀臺二縣鄉人共造羡道皆從先給甲縣
以次與乙縣臺自下基給高道自初登給袤問
臺道廣高袤及縣別給高廣袤各幾何
荅曰
臺高一十八丈
上廣七丈
下廣九丈

上袤一十丈
下袤一十四丈
甲縣給高四丈五尺
上廣八丈五尺
下廣九丈
上袤一十三丈
下袤一十四丈
乙縣給高一十三丈五尺
上廣七丈
下廣八丈五尺
上袤一十丈
下袤一十三丈
羡道高一十八丈
上廣三丈六尺
下廣二丈四尺
袤一十四丈
甲縣鄉人給高九丈
上廣三丈

下廣二丈四尺
上袤七丈
下袤一十四丈
乙縣鄉人給高九丈
上廣三丈六尺
下廣三丈
下袤七丈
術曰以程功尺數乘二縣人又以限日乘
之爲臺積又以上下袤差乘上下廣差三

而一為隅陽冪以乘截高為隅陽截積冪又半上下廣差乘斬上袤為隅頭冪以乘截高為隅頭截積所得并二積以減臺積餘為實以上下廣差并上下袤差半之為正數加截上袤以乘截高所得增隅陽冪加隅頭冪為方法又并截高及截上袤與正數為廉法從開立方除之即得上廣各加差得臺下廣及上下袤高

求均給積尺受廣袤術曰以程功尺數乘

乙縣人又以限日乘之為乙積三因之又以高冪乘之以上下廣差乘袤差而一為實又以臺高乘上廣廣差而一為上廣之高又以臺高乘上袤袤差而一為上袤之高又以上廣之高乘上袤之高三之為方法又并兩高三之二而一為廉法從開立方除之即乙高以減本高餘即甲高此是從下給臺甲高又以廣差乘之高以本高而一所得加上廣即甲上廣又以袤差乘乙高如本高而一所得加上袤即甲上袤其甲上廣袤即乙下廣袤臺上廣袤即乙上廣袤其後求廣袤有增損者皆放此

此應三因乙積臺高再乘上下廣差乘袤差而一又以臺高乘上廣為上廣之高又以臺高乘上袤為上袤之高為小冪二因下袤之高為中冪一凡下袤下廣之高即是截高與上袤與上廣之高相連并數然此有中冪定有小冪一又有上廣之高乘截高為冪各一又下廣之高乘下袤之高為大冪二乘上袤之高為中冪一其大冪之中又小冪一復有上廣上袤之高為中冪各乘截高為中冪各一又截高自乘為冪一其中冪之内有小冪一又上袤之高乘截高為冪一然則截高自相乘為冪二小冪

六又上廣上袤之高各三以乘截高為冪六令皆半之故以三乘小冪又上廣上袤之高各三令但半之各得一又二分之一故三之二而一諸冪截為積尺

求羨道廣袤高術曰以均賦常積乘二縣五十六鄉又六因為積又以道上廣多下廣數加上廣少袤為下廣少袤又以高多袤加下廣少袤為下廣少高以乘下廣少袤為隅陽冪又以下廣少上廣乘之為鼈隅以減積餘三而一為實并下廣少袤與下廣少高以下廣少上廣乘之為鼈從橫

廉羃三而一加隅羃爲方法又以三除上廣多下廣以下廣少袤下廣少高加之爲廉法從開立方除之即下廣加廣差即上廣加袤多上廣於上廣即袤加廣多袤即道高

求羡道均給積尺甲縣受廣袤術曰以均賦常積乘甲縣一十三鄉又六因爲積以袤再乘之以道上下廣差乘臺高爲法而一爲實又三因下廣以袤乘之如上下廣差而一爲都廉從開立方除之即甲袤以廣差乘甲袤本袤而一以下廣加之即甲上廣又以臺高乘甲袤本袤除之即甲高

假令築隄西頭上下廣差六丈八尺二寸東頭上下廣差六尺二寸東頭高少於西頭高三丈一尺上廣多東頭高四尺九寸正袤多於東頭高四百七十六尺九寸甲縣六千七百二十四人乙縣一萬六千六百七十七人丙縣一萬九千四百四十八人丁縣一萬二千七百八十一人四縣每人一日穿土九石九斗二升每人一日築常積一十一尺四寸十三分寸之六穿方一尺得土八斗古人負土二斗四升八合平道行一百九十二步一日六十二到今隔山渡水取土其平道只有一十一步山斜高三十步水寬一十二步上山三當四下山六當五水行一當二平道踟蹰十加一載輸一十四步減計一人作功爲均積四縣共造一日役畢今從東頭與甲其次與乙丙丁問給斜正袤與高及下廣并每人一日自穿運築程功及隄上下高廣各幾何

荅曰

一人一日自穿運築程功四尺九寸二分

西頭高三丈四尺一寸

上廣八尺

下廣七丈六尺二寸

東頭高三尺一寸

上廣八尺
下廣一丈四尺二寸
正袤四十八丈
斜袤四十八丈一尺
甲縣正袤一十九丈二尺
斜袤一十九丈二尺四寸
下廣三丈九尺
高一丈五尺五寸
乙縣正袤一十四丈四尺

斜袤一十四丈四尺三寸
下廣五丈七尺六寸
高二丈四尺八寸
丙縣正袤九丈六尺
斜袤九丈六尺二寸
下廣七丈
高三丈一尺
丁縣正袤四丈八尺
斜袤四丈八尺一寸

下廣七丈六尺二寸
高三丈四尺一寸
求人到程功運築積尺術曰置上山四十步下山二十五步渡水二十四步平道一十一步踟躕之間十加一載輸一十四步一返計一百二十四步以古人負土二斗四升八合平道行一百九十二步以乘一日六十二到爲實却以一返步爲法除得自運土到數也又以一到負土數乘之却

以穿方一尺土數除之得一人一日運功積又以一人穿土九石九斗二升以穿方一尺土數除之爲法除之得穿用人數復置運功積以每人一日常積除之得築用人數并之得六人共成二十九尺七寸六分以六人除之即一人程功也
求隄上下廣及高袤術曰一人一日程功乘總人爲隄積以高差乘下廣差六而一爲鼈臑冪又以高差小頭廣差三而一爲大

卧塹頭羃又半高差乘上廣多東頭高之
數爲小卧塹頭羃并三冪爲大小塹鼈率
乘正袤多小高之數以減隄積餘爲實又
置半高差及半小頭廣差與上廣多小頭
高之數并三差以乘正袤多小頭高之數
以加率爲方法又并正袤多小高并上廣
多小高及半高差而增之兼半小頭廣差
加之爲廉法從開立方除之即小高加差
即各得廣袤高又正袤自乘高差自乘并

而開方除之即斜袤
求甲縣高廣正斜袤術曰以程功乘甲縣
人以六因取積又乘袤羃以下廣差乘高
差以法除之爲實又并小頭上下廣以乘
小高三因之爲垣頭羃又乘袤羃如法而
一爲垣方又三因小頭下廣以乘正袤以
廣差除之爲都廉從開立方除之得小頭
即甲袤又以下廣差乘之所得以正袤除
之所得加東頭下廣即甲廣又以兩頭高

差乘甲袤以正袤除之以加東頭高即甲
高又以甲袤自乘以隄東頭高減甲高餘
自乘并二位以開方除之即得斜袤求高
廣以本袤及高廣差求之若求乙丙丁各
以本縣人功積尺每以前大高廣爲後小
高廣凡廉母自乘爲方母廉母乘方母爲
實母此平隄在上羨除在下兩高之差即除高其餘兩邊各一鼈臑中一塹堵今以袤再乘積廣差乘袤差而一得截鼈臑袤再乘爲立方一又塹堵袤自乘爲羃三又三因小頭下廣大袤乘之廣差而一與羃爲高故爲廉法又并小頭上下廣又

三之意同六除然此頭羃本乘截袤又袤乘之差相乘而一今還依數乘除一頭羃爲從得截袤爲廣
求隄都積術曰置西頭高倍之加東頭高
又并西頭上下廣半而乘之又置東頭高
倍之加西頭高又并東頭上下廣半而乘
之并二位積以正袤乘之六而一得隄積
也
假令築龍尾隄其隄從頭高上闊以次低狹至
尾上廣多下廣少隄頭上下廣差六尺下廣少

高一丈二尺少袤四丈八尺甲縣二千三百七十五人乙縣二千三百七十八人丙縣五千二百四十七人各人程功常積一尺九寸八分一日役畢三縣共築今從隄尾與甲縣以次與乙丙間龍尾隄從頭至尾高袤廣及各縣別給高袤廣各多少

荅曰

高三丈

上廣二丈四尺

下廣一丈八尺

袤六丈六尺

甲縣高一丈五尺

袤三丈三尺

上廣二丈一尺

乙縣高二丈一尺

袤一丈三尺二寸

上廣二丈二尺二寸

丙縣高三丈

袤一丈九尺八寸

上廣二丈四尺

求龍尾隄廣袤高術曰以程功乘總人爲隄積又六因之爲虛積以少高乘少袤爲隅冪以少上廣乘之爲鼈隅冪以減虛積餘三約之所得爲實并少高袤以少上廣乘之爲鼈從横廉冪三而一加隅冪爲方法又三除少上廣以少袤少高加之爲廉法從開立方除之得下廣加差即高廣袤

求逐縣均給積尺受廣袤術曰以程功乘當縣人爲積尺各六因積尺又乘袤冪廣差乘高爲法除之爲實又三因末廣以袤乘之廣差而一爲都廉從開立方除之即甲袤以本高乘之以本袤除之即甲高又以廣差乘甲袤以本袤除之所得加末廣即甲上廣其甲上廣即乙末廣其甲高即垣高求都廉如前又并甲上下廣三之乘甲高以乘袤冪以法除之得垣方從開立

方除之即乙袤餘放此此龍尾猶羨除也其塹堵一鼈臑一并而相連今以袤再乘積廣差乘高而一所得截鼈臑袤再自乘爲立方一又各一鼈臑截袤再自乘爲立方一又塹堵袤自乘爲羃三又三因末廣以袤乘之廣差而一與羃爲高故爲廉法

假令穿河袤一里二百七十六步下廣六步一尺二寸北頭深一丈八尺六寸上廣十二步二尺四寸南頭深二百四十一尺八寸上廣八十六步四尺八寸運土於河西岸造漘北頭高二百二十三尺二寸南頭無高下廣四百六尺七寸五甃袤與河同甲郡二萬二千三百二十人乙郡六萬八千七十六人丙郡五萬九千九百八十五人丁郡三萬七千九百四十四人自穿負築各人程功常積三尺七寸二分限九十六日役河漘俱了四郡分共造漘其河自北頭先給甲郡以次與乙合均賦積尺問逐郡各給斜正袤上廣及深并漘上廣各多少

荅曰

漘上廣五丈八尺二寸一分

甲郡正袤一百四十四丈

斜袤一百四十四丈三尺

上廣二十六丈四寸

深一十一丈一尺六寸

乙郡正袤一百一十五丈二尺

斜袤一百一十五丈四尺四寸

上廣四十丈九尺二寸

深一十八丈六尺

丙郡正袤五十七丈六尺

斜袤五十七丈七尺二寸

上廣四十八丈三尺六寸

深二十二丈三尺二寸

丁郡正袤二十八丈八尺六寸

斜袤二十八丈八尺六寸

上廣五十二丈八寸

深二十四丈一尺八寸

術曰如築隄術入之覆隄爲河彼注甚明高深稍殊程功是同意可知也以程功乘甲郡人又以隄日乘之四

之三而一爲積又六因以乘袤羃以上廣
差乘深差爲法除之爲實又并小頭上下
廣以乘小頭深三之爲垣頭羃又乘袤羃
以法除之爲垣方三因小頭上廣以乘正
袤以廣差除之爲都廉從開立方除之即
得小頭爲甲袤求深廣以本袤及深廣差
求之爲法以兩頭上廣差乘甲袤以本袤
除之所得加小頭上廣即甲上廣以小頭
深減南頭深餘以乘甲袤以本袤除之所

加小頭深即甲深又正袤自乘深差自乘
并而開方除之即斜袤若求乙丙丁每以
前大深廣爲後小深廣準甲求之即得
求滑上廣術曰以程功乘總人又以限日
乘之爲積六因之爲實以正袤除之又以
高除之所得以下廣減之餘又半之即滑
上廣
假令四郡輸粟斛法二尺五寸一人作功爲均
自上給甲以次與乙其甲郡輸粟三萬八千七

百四十五石六斗乙郡輸粟三萬四千九百五
石六斗丙郡輸粟二萬六千二百七十石四斗
丁郡輸粟一萬四千七十八石四斗四郡共穿
窖上袤多於上廣一丈少於下袤三丈多於深
六丈少於下廣一丈各計粟多少均出丁夫自
穿負築冬程人功常積一十二尺一日役問窖
上下廣袤深郡別出人及窖深廣各多少
荅曰
窖上廣八丈

上袤九丈
下廣一十丈
下袤一十二丈
深三丈
甲郡八千七十二人
深一十二尺
下袤一十丈二尺
廣八丈八尺
乙郡七千二百七十二人

深九尺

下袤一十一丈一尺

廣九丈四尺

丙郡五千四百七十三尺

深六尺

下袤一十一丈七尺

廣九丈八尺

丁郡二千九百三十三人

深三尺

下袤一十二丈

廣一十丈

求窖深廣袤術曰以斛法乘總粟爲積尺又廣差乘袤差三而一爲隅陽冪乃置塹上廣半廣差加之以乘塹上袤爲隅頭冪又半袤差乘塹上廣以隅陽冪及隅頭冪加之爲方法又置塹上袤及塹上廣并之爲大廣又并廣差及袤差半之以加大廣爲廉法從開立方除之即深各加差即合所問

求均給積尺受廣袤深術曰如築隄術入之以斛法乘甲郡輸粟爲積尺又三因以深冪乘之以廣差乘袤差而一爲實深乘上廣廣差而一爲上廣之高深乘上袤袤差而一爲上袤之高上廣之高乘上袤之高三之爲方法又并兩高三之二而一爲廉法從開立方除之即甲深以袤差乘之以本深除之所得加上袤即甲下袤以廣

差乘之本深除之所得加廣即甲下廣若求乙丙丁每以前下廣袤爲後上廣袤以次皆準此求之即得若求人數各以程功約當郡積尺

假令亭倉上小下大上下方差六尺高多上方九尺容粟一百八十七石二斗今已運出五十石四斗問倉上下方高及餘粟深上方各多少

荅曰

上方三尺

下方九尺

高一丈二尺

餘粟深上方俱六尺

求倉方高術曰以斛法乘容粟爲積尺又方差自乘三而一爲隅陽冪以乘截高以減積餘爲實又方差乘截高加隅陽冪爲方法又置方差加截高爲廉法從開立方除之即上方加差即合所問

求餘粟高及上方術曰以斛法乘出粟三之以乘高冪令方差冪而一爲實（此是大小高各自乘又相乘各乘取高是大高者即是取高與小高并）高乘上方方差而一爲小高令自乘三之爲方法三因小高爲廉法從開立方除之得取出高以減本高餘即殘粟高置出粟高又以方差乘之以本高除之所得加上方即餘粟上方（此本術曰上下方相乘又各自乘并以高乘之三而一令還元三之又高冪乘之差冪而一得大小高相乘又各自乘之數何者若高乘下方方差而一得大高也若高乘上方方差而一得小高也然則斯本下方自乘故須高乘之差自乘而一即

得大高自乘之數小高亦然凡大高者即是取高與小高并相連令大高自陳爲大方大方之內即有取高自乘冪一隅頭小高自乘冪一又其兩邊各一以取高乘小高爲冪二又大小高相乘爲中方中方之內即有小高乘取高冪一又小高自乘即是小方之冪又一則小高乘大高又各自乘三等冪皆以乘取高爲立積故三因小冪爲方及三小高爲廉也）

假令芻甍上袤三丈下袤九丈廣六丈高一十二丈有甲縣六百三十二人乙縣二百四十三人夏程人功當積三十六尺限八日役自穿築二縣共造今甲縣先到問自下給高廣袤各多少

荅曰

高四丈八尺

上廣三丈六尺

袤六丈六尺

求甲縣均給積尺受廣袤術曰以程功乘乙縣人數又以限日乘之爲積尺以六因之又高冪乘之又袤差乘廣而一所得又半之爲實高乘上袤袤差而一爲上袤之

高三因上袤之高半之爲廉法從開立方
除之得乙高以減甍高餘即甲高求廣袤
依率求之此乙積本倍下袤上袤從之以下廣及高乘之六而一爲一甍積今還元須六因之以高羃乘之爲實乘袤差乘廣而一得取高自乘以乘二上袤之高并大廣袤相連之數則三小高爲廉法各以取高爲方仍有取高爲立方者故半之爲立方一又負半廉法
假令圓囤上小下大斛法二尺五寸以率徑一
周三上下周差一丈二尺高多上周一丈八尺
容粟七百五斛六斗今已運出二百六十六石
四斗問殘粟去口上下周高各多少
答曰
上周一丈八尺
下周三丈
高三丈六尺
去口一丈八尺
粟周二丈四尺
求圓囤上下周及高術曰以斛法乘容粟
又三十六乘之三而一爲方亭之積又以

周差自乘三而一爲隅陽羃以乘截高以
減亭積餘爲實又周差乘截高加隅陽羃
爲方法又以周差加截高爲廉法從開立
方除之得上周加差而合所問
求粟去口術曰以斛法乘出斛三十六乘
之以乘高羃如周差羃而一爲實高乘上
周周差而一爲小高令自乘三之爲方法
三因小高爲廉法從開立方除之即去口
三十六乘訖即是截方亭之前方窖不別置去口以周差乘之
以本高除之所加上周即粟周
假令有粟二萬三千一百二十斛七斗三升欲
作方倉一圓窖一盛各滿中而粟適盡令高深
等使方面少於圓徑九寸多於高二丈九尺八
寸率徑七周二十二問方徑深各多少
答曰
倉方四丈五尺三寸容粟一萬二千七百二十二斛九斗五升八合
窖徑四丈六尺二寸容粟一萬三百九十七石七斗

七升二合

高與深各一丈五尺五寸

求方徑高深術曰十四乘斛法以乘粟數二十五而一爲實又倍多加少以乘少數又十一乘之二十五而一多自乘加之爲方法又倍少數十一乘之二十五而一又倍多加之爲廉法從開立方除之即高深各加差即方徑一十四乘斛法以乘粟爲積尺前一十四除令還元一十四乘爲徑自乘者是一十一方自乘者是一十四故并之爲二十五凡此方圓

二徑長短不同二徑各自乘爲方大小各別然則此塹方二丈九尺八十塹徑三丈七寸皆成立方此應塹方自乘一十四乘之塹徑自乘一十一乘之二十五而一爲隅冪即方法也但二隅方皆以塹數爲方面今此術就省倍小隅方加差爲短以差乘之爲短冪一十一乘之二十五而一又小隅方自乘之數即是方圓之隅同有此此數若二十五乘之還須二十五除直以小隅方自乘加之故不復乘除又須倍二廉之差一十一乘之二十五而一倍二廉加之故爲廉法不復二十五乘除之也

還元術曰倉方自乘以高乘之爲實圓徑自乘以深乘之一十一乘一十四而一爲實皆以斛法除之即得容粟斛法二尺五寸

假令有粟一萬六千三百四十八石八斗欲作方倉四圓窖三令高深等方面少於圓徑一丈多於高五尺斛法二尺五寸率徑七周二十二問方高徑各多少

荅曰

方一丈八尺

高深一丈三尺

圓徑二丈八尺

術曰以一十四乘斛法以乘粟數如八十

九而一爲實倍多加少以乘少數三十三乘之八十九而一多自乘加之爲方法又倍少數以三十三乘之八十九而一倍多加之爲廉法從開立方除之即高深各加差即方徑一十四乘斛法以乘粟爲徑自乘及方自乘數與前同今方倉四即四因十四圓窖三即三因十一并之爲八十九而一此塹徑一丈五尺塹方五尺以高爲立方自外意同前

假令有粟三千七十二石欲作方倉一圓窖一令徑與方等方多於窖深二尺少於倉高三尺

盛各滿中而粟適盡（圓率斛法並與前同）問方徑高深各多少

荅曰

方徑各一丈六尺

高一丈九尺

深一丈四尺

術曰三十五乘粟二十五而一爲率多自乘以并多少乘之以乘一十四如二十五而一所得以減率餘爲實并多少以乘多

倍之乘一十四如二十五而一多自乘加之爲方法又并多少以乘一十四如二十五而一倍多加之爲廉法從開立方除之即窖深各加差即方徑高（截高五尺塹徑及方二尺以深爲立方十四乘斛法故三十五乘粟多自乘并多少乘之爲截高隅積減率餘即二方廉各二尺長五尺自外意旨皆與前同）

假令有粟五千一百四十五石欲作方窖圓窖各一令口小底大方面與圓徑等兩深亦同其深少於下方七尺多於上方一丈四尺盛各滿中而粟適盡（圓率斛法並與前同）問方徑深各多少

荅曰

上方徑各七尺

下方徑各二丈八寸

深各二丈一尺

術曰以四十二乘斛法以乘粟七十五而一爲方亭積令方差自乘三而一爲隅陽冪以截多乘之減積餘爲實以多乘差加冪爲方法多加差爲廉法從開立方除之

即上方加差即合所問（凡方亭上下方相乘又命自乘并以乘高爲虛命三而一爲方亭積若圓亭上下徑相乘又各自乘并以乘高爲虛又十一乘之四十二而一爲圓亭積今方圓二積并在一處故以四十二復乘之即得圓虛十一方虛十四凡二十五而一得一之積又三除虛積爲方亭實乃依方高覆問法見上下方差及高差與積求上下方高術入之故三乘二十五而一）

假令有粟二萬六千三百四十二石四斗欲作方窖六圓窖四令口小底大方面與圓徑等其深亦同令深少於下方七尺多於上方一丈四尺盛各滿中而粟適盡（圓率斛法並與前同）問上下方深

數各多少

荅曰

方窖上方七尺

下方二丈八尺

深二丈一尺

圓窖上下方深與方窖同

術曰以四十二乘斛法以乘粟三百八十四而一爲方亭積尺令方差自乘三而一爲隅陽冪以截多乘之以減積餘爲實以多乘差加冪爲方法又以多加差爲廉法從開立方除之即上方加差即合所問以今四十二乘圓虛十一者四方虛十四者六合一百二十八虛除之爲一虛之積得者仍三而一爲方亭實積乃依方亭見差覆問求之故三乘一百二十八除之

假令有句股相乘冪七百六五十分之一弦多於句三十六十分之九問三事各多少

荅曰

句十四二十分之七

股四十九五分之一

弦五十一四分之一

術曰冪自乘倍多數而一爲實半多廉法從開立方除之即句以弦多即弦以句除冪即股句股相乘冪自句冪乘股冪以倍句弦差而一得一句與半差句冪爲方故半差爲廉從開立方除之

假令有句股相乘冪四千三十六五分之少於弦六五分之一問弦多少

荅曰弦一百一十四十分之七

術曰冪自乘倍少數而一爲實半少爲廉法從開立方除之即股加差即弦

假令有句弦相乘冪一千三百三十七二十分之一弦多於股一十分之一問股多少

荅曰九十二五分之二

術曰冪自乘倍多而一爲立冪又多再乘半之減立冪餘爲實又多數自乘爲方法又置多數五之二而一爲廉開立方除之即股句弦相乘冪自冪乘弦冪之股弦差而一得一股與半差爲方令多再自乘半之爲隅止

積虛二立廉倍之為從隅
多為上廉即二多法故五之二而一

假令有股弦相乘冪

三句少於弦五十

答曰六

術曰冪自乘

再自乘半之以

乘倍之為方法

廉法從開立方

冪即股

假令有股弦相乘冪

七問股多少

答曰股二十

術曰冪自

除之所得

數亦是股為長以股
得股冪又開一股比分母常須

假令有股十六二分

十四二十五分

答曰

術曰冪自乘

除之所得又開方

緝古筭經

秘書省

緝古算經一卷一冊

元豐七年九月　日校定降授宣德郎秘書省校書郎臣葉　祖洽上進

校定承議郎行秘書省校書郎臣王　仲脩

校定朝奉郎行秘書省校書郎臣錢　長卿

三五

奉議郎守秘書丞臣韓　宗古

朝請郎試秘書少監臣孫　覺

降授朝散郎試秘書監臣趙　彥若

數書九章十八卷

（宋）秦九韶撰

明萬曆四十四年趙琦美家鈔本

數學九章十八卷（永樂大典本）

宋秦九韶撰。九韶始末未詳。惟據原序自稱其籍曰魯郡。然序題淳祐七年，魯郡已久入於元。九韶蓋署其祖貫，未詳實爲何許人也。是書分爲九類：一曰大衍，以奇零求總數，爲九類之綱；二曰天時，以步氣朔晷影及五星伏見；三曰田域，以推方圓冪積；四曰測望，以推高深廣遠；五曰賦役，以均租稅力役；六曰錢穀，以權輕重出入；七曰營建，以度土功；八曰軍旅，以定行陣；九曰市易，以治交易。雖以九章爲名，而與古九章門目迥別。蓋古法設其術，九韶則別其用耳。宋代諸儒尚虛談而薄實用。數雖聖門六藝之一，亦鄙之不言。即有談數學者，亦不過推衍河洛之奇偶，於人事無關。故樂屢爭而不決，歷亦每變而愈舛。豈非算術不明，惟憑臆斷之故歟。數百年中，惟沈括究心是事，而自夢溪筆談以外，未有成書。九韶當宋末造，獨崛起而明絕學。其中如大衍類著卦發微，欲以新術改周易揲蓍之法，殊乖古義。古歷會稽題數既誤，且爲設問以明大衍之理，初不計前後多少之歷過，尤非實據。天時類綴術推星，本非方程法，而術曰方程，復於草中多設一數以合方程行列，更爲牽合。所載皆平氣平朔，凡晷影長短，五星遲疾，皆設數加減，不過得其大概，較今之定氣定朔用三角形推算者，亦爲未密。然自秦漢以來，成法相傳，未有言其立法之意者，惟此書大衍術中所載立天元一法，能舉立法之意而言之。其用雖僅一端，而以零數推總數，足以盡奇偶和較之變，至爲精妙。苟得其意而用之，凡諸法所不能得者，皆隨所用而無不通。後元郭守敬用之於弧矢，李冶用之於句股、方圓，歐邏巴新法易其名曰借根方，用之於九章八線。其源實開自九韶，亦可謂有功於算術者矣。至於田域、測望、賦役、錢穀、營建、軍旅、市易七類，皆擴充古法，取事命題，雖條目紛紜，曲折往復，不免瑕瑜互見，而其精確者居多。今即永樂大典所載，於其誤者正之，疏者辨之，顛倒者次第之，各加案語於下，庶得失不掩，俾算家有所稽考焉。

數書九章序

周教六藝數實成之學士大夫所從來尚矣其用本太虛生一而周流無窮大則可以通神明順性命小則可以經世務類萬物詎容以淺近窺哉若昔推策以迎日定律而知氣髀矩濬川土圭度晷天地之大囿焉而不能外況其間總總者乎爰自河圖洛書闓發秘八卦九疇錯綜精微極而至於大衍皇極之用而人事之變無不該鬼神之情莫能隱矣聖人神之言而遺其粗常人昧之由而莫之覺要其歸則數與道非二本也漢去古未遠有張蒼許商乘馬延年耿壽昌

鄭玄張衡劉洪之倫或明天道而法傳於後或計功策而效驗於時後世學者自高鄙不之講此學殆絕惟治歷疇人能為乘除而弗通於開方衍變若官府會事則府史一二繫之算家位置素所不識上之人亦委而聽焉持算者惟若人則鄙之也宜矣嗚呼樂有制氏僅記鏗鏘而謂與天地同和者止於是可乎今數術之書尚三十餘家天象歷度謂之綴術太乙壬甲謂之三式皆曰內算言其秘也九章所載即周官九數繫於方圓者為叀術皆曰外算對內而言也其用相通不可歧二獨大衍法不載九章未有能推之者歷家演法頗用之以為方程者誤也且天下之事多矣古之人先事而計計定而行仰觀俯察人謀鬼謀無所不用其謹是以不愆於成載籍章章可覆也後世興事造始鮮能考度浸浸乎天紀人事之殽缺矣可不求其故哉九韶愚陋不閑於藝然早歲侍親中都因得訪習於太史又嘗從隱君子受數學際時狄患歷歲遙塞不自意全於矢石間嘗險罹憂荏苒十禩心槁氣落信知夫物莫不有數也乃肆意其間旁諏方能探索杳渺粗若有得焉所謂通神明順性命固肤末於見若其小者竊嘗設為問答以擬於用積

多而惜其棄因取八十一題釐為九類立術具草間以圖發之恐或可備博學多識君子之餘觀曲藝可遂也願進之於道儻曰藝成而下是惟疇人府史流也烏足盡天下之用亦無謂焉時淳祐七年九月魯郡秦九韶敘

且系之曰

昆崙旁礴道本虛一聖有大衍微寓於易奇餘取策群數皆捐衍而究之探隱知原數術之傳以實為體其書九章惟茲弗紀歷家雖用用而不知小試經世姑推所為述大衍第一

七精迴穹人事之紀追綴而求宵星晝晷歷久則疎
性智能革不尋天道模襲何益三農務穡厥施自天
以滋以生雨膏雪零司牧閔焉尺寸驗之積以器移
憂喜皆非述天時第二
魁隗粒民甄度四海蒼姬井之仁政攸在代遠庶蕃
墾菑日廣步度庀賦版圖是掌方圓異狀袤窳殊形
重術精微孰究厥真差之毫氂謬乃千百公私共弊
盍謹其籍述田域第三
莫高匪山莫濬匪川神禹奠之積矩攸傳智創巧述
重差夕桀求之既詳揆之罔越崇深廣遠度則靡容

形格勢禁寇壘仇墉欲知其數先望以表因差施術
坐悉微渺述測望第四
邦國之賦以待百事畡田經入取之有度未免力役
先商厥功以衰以率勞逸乃同漢猶近古稅租以算
調均錢穀河菑之扞惟仁隱民猶己溺饑賦役不均
寧得勿思述賦役第五
物等斂賦式時府庾粒粟寸絲褐夫紅女商征邊糴
後世多端吏緣為欺上下俱殫我聞理財如智治水
澄源濬流維其深矣彼昧弗察慘急煩刑去理益遠
吁嗟不仁述錢穀第六

斯城斯池乃棟乃宇宅生寄命以保以聚鳩功雉制
竹箇木章匪究匪度財蠹力傷圍蔡而栽如子西素
匠計靈臺俾漢文懼惟武圖功惟儉昭德有國有家
茲焉取則述營建第七
天生五材兵去未可不教而戰維上之過堂堂之陣
鵝鸛為行營應規矩其將莫當師中之吉惟智仁勇
夜暴軍書先計攸重我聞在昔輕則寡謀殄民以幸
亦孔之憂述軍旅第八
日中而市萬民所資賈貿墆鬻利析錙銖蹛財役貧
封君低首逐末兼并非國之厚述市易第九

數書九章目錄

一卷　大衍類
蓍卦發微　古曆會積
推計土功　推庫額錢

二卷
分糴推原
程行相及　程行計地
餘米推數　積尺尋源

三卷　天時類
推氣治曆　治曆推閏

治曆演紀

四卷
揆日究微　天池測雨
圓罌測雨　峻積驗雪
竹器驗雪

五卷　田域類
尖田求積　三斜求積
斜蕩求積　計地容民
蕉田求積　均分梯田

六卷

漂田推積　環田三積
圓地先計

七卷　測望類
望山高遠　臨臺測水
陡岸測水

八卷
表望方城　遙度圓城
望敵圓營　望敵遠近
古池推元　表望浮圖

九卷　賦役類

復邑修賦

十卷
圍田租畝　築埂均勞
寬減屯租　戶田均寬
均科綿稅　戶稅移割
移運均勞　均定勸分

十一卷　錢穀類
折斛輕費　算回運費

十二卷
囷積量容　積倉知數

推知糴數　分定綱解
累收庫本　米穀粒分
十三卷　營建類
計定城築　樓櫓功料
計造石壩　計浚河渠
十四卷　萩宋之易
計作清臺　堂皇程築
砌磚計積　竹圍蘆束
積木計餘
十五卷　軍旅類
計立方營　方變銳陣
計布圓陣
十六卷
圓營敷布　望知敵衆
均敷徭役　先計軍程
軍器功程　計造軍衣
十七卷　市物類
推求物價　均貨推本
互易推本
十八卷

推計互易
推求本息
僦直推原

煉金計值
推求典本

數書九章卷一　大衍類

魯郡　秦九韶

○蓍卦發微

問易曰大衍之數五十其用四十有九又曰分而為二以象兩掛一以象三揲之以四以象四時三變而成爻十有八變而成卦欲知所衍之術及其數各幾何

答曰衍母一十二　衍法

一元衍數二十四　二元衍數一十二

三元衍數八　四元衍數六

已上四位衍數計五十

一揲用數一十二　二揲用數二十四

三揲用數四　四揲用數九

（天數[illegible]位也布行一二三四[illegible]二三[illegible]言一[illegible]）

已上四位用數計四十九

大衍總數術曰置諸問數（類名有四）一曰元數（謂尾位見單零者本門揲蓍酒息斛粟砌塼大米之類是也）二曰收數（謂尾位見分釐者假令冬至三百六十五日二十五刻欲與甲子六十日為一會而求積日之類）三曰通數（謂諸數各有分子母者本門問一會積母是也）四曰復數（謂尾位見十或百及千以上者本門築堤并急足也）元數者先以兩兩連環求等約奇弗約偶（或約得五而彼有十乃約偶而弗約奇）或元數俱偶約畢可存一位見偶或皆約而猶有類數存姑置之俟與其他約徧而後乃與姑置者求等約之或諸數皆不可盡類則以諸元數命曰復數以復數格入之

收數者乃命尾位分釐作單零以進所問之數定位訖用元數格入之或如意立數為母收進分釐以從所問用通數格入之

通數者置問數通分內子互乘之皆曰通數求總等不約一位約衆位得各元法數用元數格入之或諸母數繁就分從省通之者皆不用元各母仍求總等存一位約衆位亦各得元法數亦用元數格

入之

復數者問數尾位見十以上者以諸數求總等存一位約衆位始得元數兩兩連環求等約奇弗約偶復乘偶或約偶或約奇復乘奇或彼此可約而猶有類數存者又相減以求續等以續等約彼則必復乘此乃得定數所有元數收數通數三格皆有復乘求定之理悉可入之

求定數勿使兩位見偶勿使見一大多見一多則借用繁不欲借則任得一以定相乘為衍母以各定約衍母各得衍數（或列各定為母於右行各立天元一為子於左行以母互

乘子亦得衍數

諸衍數各滿定母去之不滿曰奇以奇與定用大衍求一入之以求乘率或奇得一者便為乘率

大衍求一術云置奇右上定居右下立天元一於左上先以右上除右下所得商數與左上一相生入左下然後乃以右行上下以少除多遞互除之所得商數隨即遞互累乘歸左行上下須使右上末後奇一而止乃驗左上所得以為乘率或奇數已見單一者便為乘率

置各乘率對乘衍數得泛用併泛課衍母多一者為正用或泛多衍母倍數者驗元數奇偶同類者損其半倍或三處同類以三約衍母於三處損之各為正用數或定母得一而衍數同衍母者為無用數當驗元數同類者而正用至多處借之以元數兩位求等以等約衍母為借數以借數損有以益其無為正用或數處無者如意立數為母約衍母所得以如意子乘之均借補之或欲從省易借任之為空可也然後其餘各乘正用為各總併總滿衍母去之不滿為所求率數

數書九章卷十一　參

陰陽象數圖

水	丨	老陽
火	〢	少陰
木	〣	少陽
金	〤	老陰
始此四數以揲		終此四者為友

本題術曰置諸元數兩兩連環求等約奇弗約偶偏約畢乃變元數皆曰定母列右行各立天元一為子列左行以諸定母互乘左行之子各得名曰衍數次以各定母滿去衍數各餘名曰奇數以奇數與定母用大衍術求一大衍求一術云以奇於右上定母於右下立天元一於左上先以右行上下兩位以少除多所得商數下遞互乘內左行使右上得一而止左上為乘率得乘率以乘率乘衍數各得用數驗次所揲餘幾何以其餘數乘諸用數併名之曰總數滿衍母去之不滿為所求數以為蓍易以三才為術法以法除實所得為象數如蹇有餘或一或二皆命作一同為象數其衆數得一為老陽得二為少陰得三為少陽得四為老陰得老陽畫重爻得少陰畫折爻得少陽畫單爻得老陰畫交爻凡六畫乃成卦

數書九章卷十一　四

草曰置一二三四列右行立天元一列左行

丨	〢	〣	〤	元數	右行
丨	丨	丨	丨	天元	左行

以右行互乘左行

以右行一二三四互乘左行異子一弗乘對位本子各得衍數

上𝍠 副𝍡 次𝍢 下𝍣 元數右行

𝍪𝍣 𝍩𝍡 𝍧 𝍥 衍數左行

以左行併之得五十

乃併左行衍數四位共計五十故易曰大衍之數五十寡理不可以此五十爲用蓋分之爲二則左右手之數奇偶不同見陰陽之伏數必須復求用數先名此曰衍數以爲限率遂乃復以一二三四之元數求等數約定接前術以兩兩連環求約等

之先以一與二求等一與三求等一與四求等皆得一各約奇弗約偶數不變次以二與三求等亦得一約奇弗約偶數亦不變及以二與四求等乃得二此二只約副數二變爲一而弗約四次以三與四求等亦得一約奇亦不變所得一二三四各爲定數母列右行仍各立天元一爲子列左行

𝍠 𝍡 𝍢 𝍣 定母右行

以右行互乘左行

𝍠 𝍠 𝍠 𝍠 天元左行

以右行定母一一三四互乘左行各子一惟不對乘本子畢左上得一十二左副得一十二左次得四次下得三皆曰衍數

上𝍠 副𝍠 次𝍢 下𝍣 定母右行

以右行定母滿去左行

上𝍩𝍡 副𝍩𝍡 次𝍣 下𝍢 衍數左行

行衍餘各爲奇數

次以各母滿去衍數其一母去衍一十二奇一其副母一亦去副子一十二亦奇一其次母三去次衍四亦奇一其下以四欲去下子三則不滿便以三爲左下奇數

上𝍠 副𝍠 次𝍢 下𝍣 定母右行

𝍠 𝍠 𝍠 𝍢 奇數左行

只以左下與右下衍之與左上次副更不大衍

凡奇數得一者便爲乘率令左下衍是三乃與本母四用大衍求一術入之列衍奇三於右上定母於右下立天元一於左上空其左下

○ 𝍢衍奇 𝍣定母 𝍠商

𝍠天元 ○

先以右上少數三除右下多數四得一爲商以商一乘左上天元一只得一歸左下其右下餘一

𝍡商　𝍢衍奇　𝍠定母餘　○

　𝍠天元　𝍠歸數

次以右下少數一除右上多數三須使右上必奇一算乃止遂於右行最上商二以除右行必奇一乃以上商命右下定餘一除之右衍餘一

𝍡商　𝍠衍奇餘　𝍠定母餘

　𝍠天元　𝍠歸數

次以商二與左下歸數相乘得二加入左上天元一內共得三

　𝍠衍奇餘　𝍠右行

驗主右上得一只以

𝍢衆率　𝍠左行　左上所得爲衆率

令驗右上衍餘得一當止乃以左上三為衆率與前三者衆率各一與衍定圖衍數對列之通計三行

𝍠　𝍠　𝍢　𝍣定母

𝍩𝍡　𝍩𝍡　𝍣　𝍢衍數

𝍠　𝍠　𝍠　𝍢衆率

以衆率對衆左行畢左上得一十二左副得一十二左次得四左下得九皆曰泛用數

𝍠　𝍠　𝍢　𝍣定母　𝍩𝍡衍母

𝍩𝍡上　𝍩𝍡副　𝍢七　𝍣下定用

次以右行一一三四相乘得一十二名曰衍母復推元用等數二約副母二為一今乃復歸之為二遂用衍母一十二益於左副一十二內共為二十四

𝍠　𝍡　𝍡　𝍢元數

𝍩𝍡　𝍪𝍣　𝍣　𝍥定用

令驗用數圖右行之一一二三四即是所揲之數左行一十二并二十四及四與九併之得四十九名曰用數用為蓍草數故曰其用四十有九是也

假令用蓍四十九信手分之為二則左手奇右手必偶左手偶右手必奇欲使蓍數近大衍五十非四十九或五十一不可二數信意分之必有一奇一偶故所以用四十九取七七之數始者左副二十四豹益一十二就其三十七泛為用數但三十七無意義衆蓍以太靈是以用四十有九凡揲蓍求一之數欲得一二三四出於無為必令揲者不得知故以四十九蓍分之為二只用左手之數假令左手分得三十三自一一揲之必奇一故不繫揲乃徑掛一故曷田分而為二以象兩掛一以象三次後又令並人以二三揲之其三十三亦奇

二故歸奇於扐又合之以三三揲之其三十三必
奇三故又歸奇於扐又合之以四四揲之又奇一
亦歸奇於扐與前掛一并三度揲通有四扐乃得
一一三一其掛一者象用數圖左上用數一十二
其二揲扐一者象左副用數二十四其三揲扐三
者象左次用數四得一十二其四揲一者象左下
用數九

刂　卌　川　Ⅲ用數

掛　扐　扐扐　扐

左行三扐謂之三變

掛一得一十二扐一得二十四扐三得一十二又
扐一得九並為總數

刂　卌　刂　Ⅲ總數

併此四總得五十七不問所揲幾何乃滿衍母一
十二去之得不滿者九（或使知其所揲三十七亦滿衍母去之亦只數九數）
以為實用三才衍法約之得三乃畫少陽單爻（或不滿得八得七為實皆命為三）他皆做此　術意謂揲二揲三揲
四者凡三度復以三十三從頭數揲之故曰三变
而成爻既卦有六爻必一十八变故曰十有八变
而成卦

○古曆會積

問古曆冬至以三百六十五日四分日之一朔策以
二十九日九百四十分日之四百九十九甲子六十
日各為一周假令至　淳祐丙午十一月丙辰朔初
五日庚申冬至初九日甲子欲求古曆氣朔甲子一
會積年積月積日及歷過未至年數各幾何

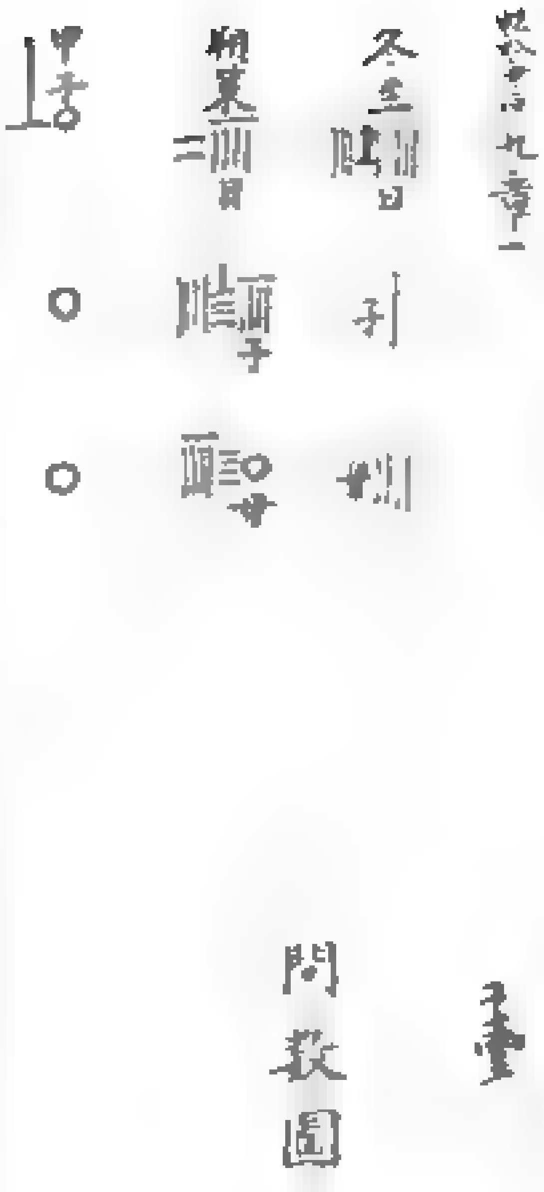
答曰一會積一萬八千二百四十年
二十二萬五千六百月
六百六十六萬二千一百六十日
歷過九千一百六十三年
未至九千七十七年

術曰（同前）置問數（有分者通之[illegible]之得通數）互求總等不約一位約
無位得各元法連環求等約奇弗約偶合得定母
（本題欲求一會不僅乘偶）以定相乘為衍母定除母得衍數滿
定去衍得奇以大衍入之得乘率以乘衍數得泛
用數併諸泛以課衍母如泛內多倍數者損之乃
驗元數奇偶同類處各損半倍（或三伍同類者三約衍母損泛）各
得正用然後推氣朔不及或所過甲子日數乘正
用加減之為總滿衍去之餘為所求歷過率實如
紀元法而一為歷過以氣元法除衍母得一會積
年以氣周日剩乘一會年得一會積日以朔元法

除衍母得一會積月数

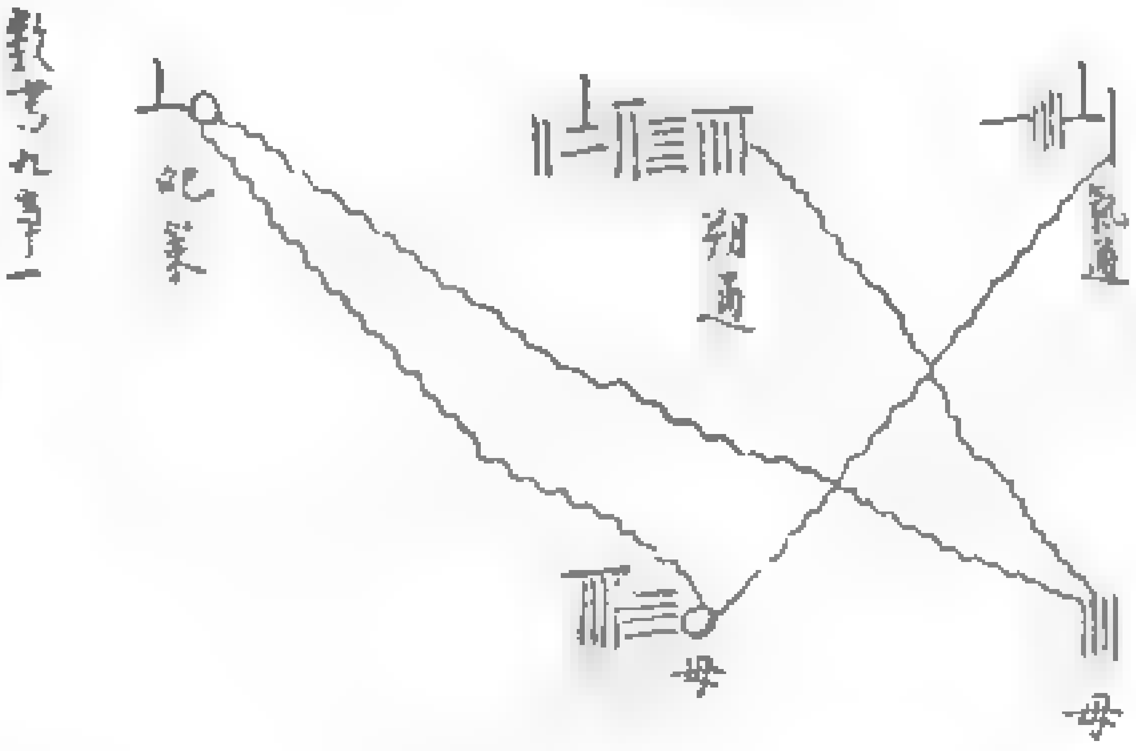
右本題問氣朔甲子相距日数係　閏禍歴推剤（層）或甲子日在氣朔之間及非十一月前後者其總数必滿母簪去之所得歴過年数尾位雖倫首位必異令設問以明大衍之理初不計其前多後少之歴過

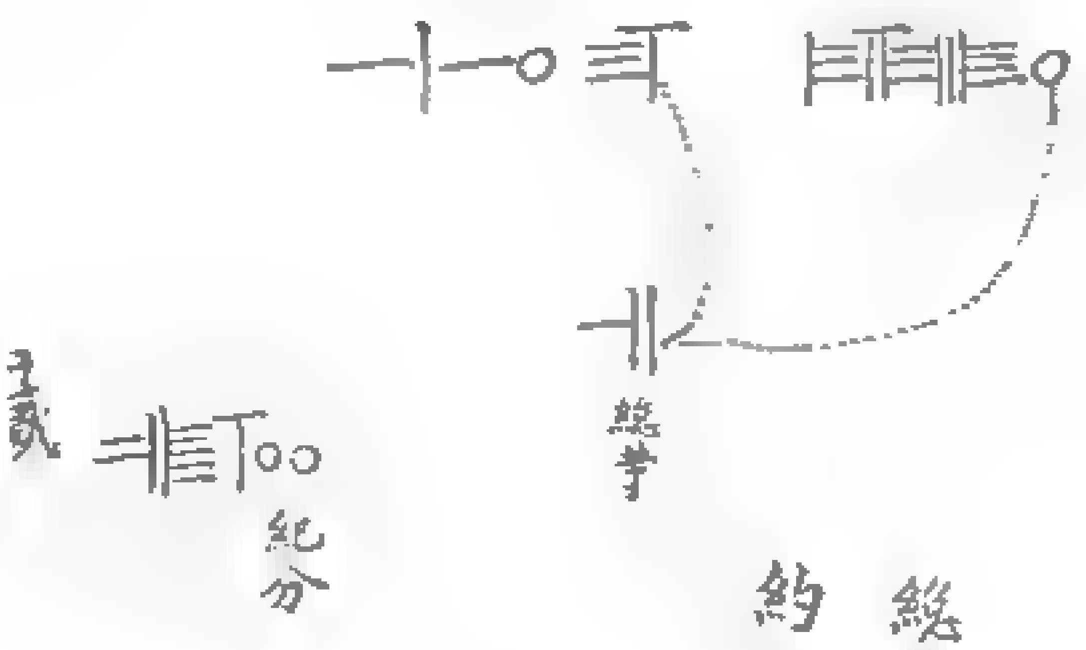
草曰置問数冬至三百六十五日四分日之一朔策二十九日九百四十分之四百九十九甲子六十日各通分内子互乘之列三等位具圖如后



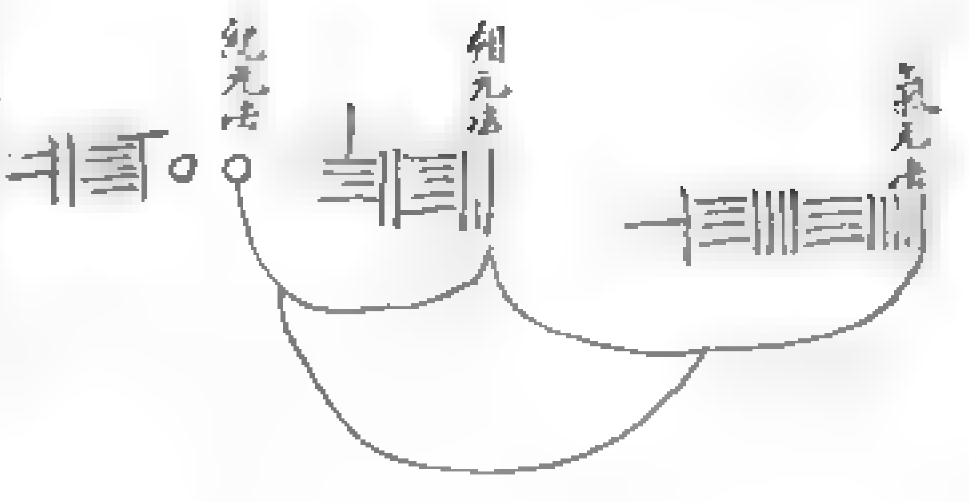
問数圖

冬至得一千四百六十一朔實得二萬七千七百五十九甲子無母只是六十列三行互乘之具圖如后





總等不約紀分



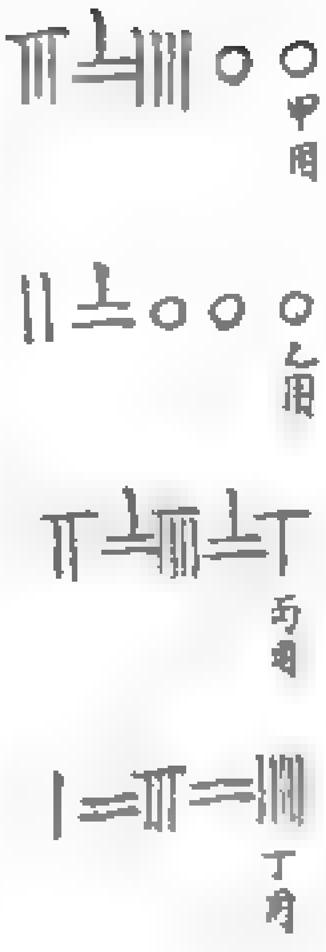
法元圖

以三行互乘右得一百三十七萬三千三百四十

此一頁多文錢 相計土功

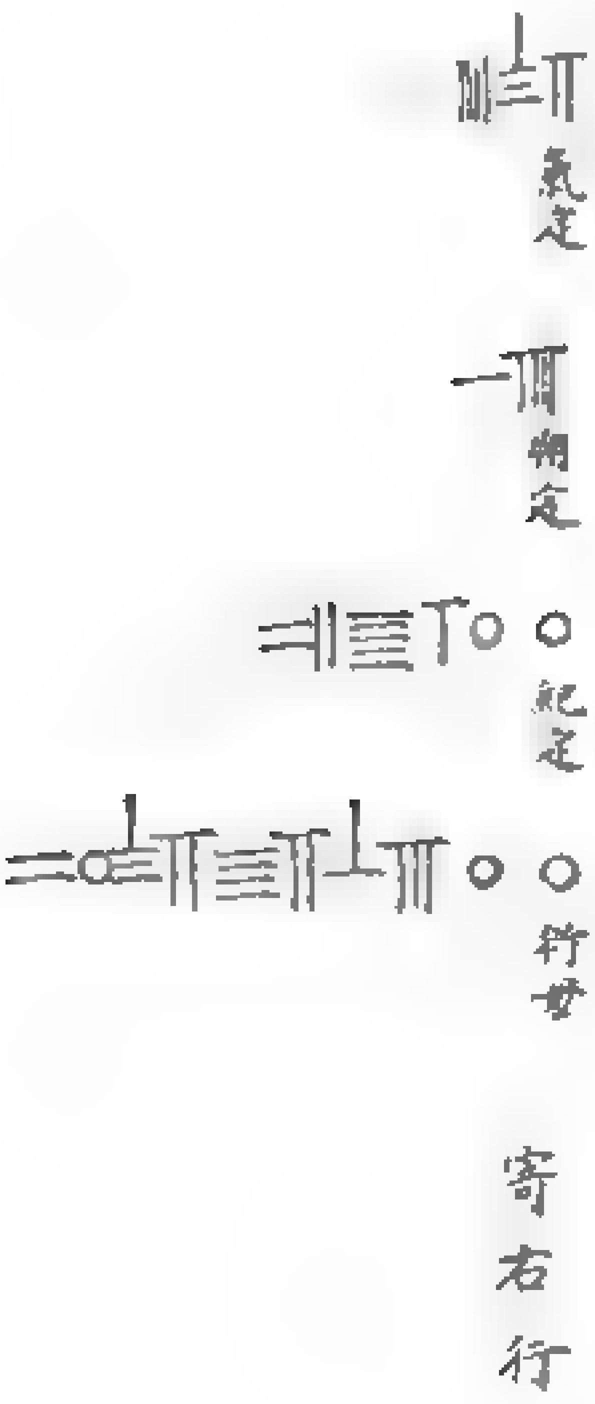
以各定母與本奇數用大衍求一術入之各得乘率甲得二十三乙得五丙得一十九丁得一

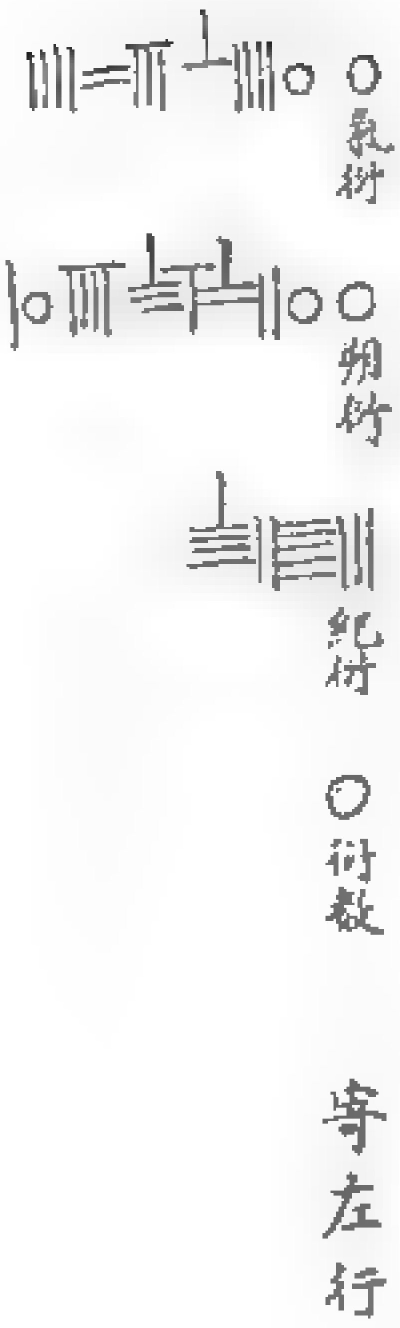
以右行乘率對乘奇左行衍數甲得八萬七千四百乙得二萬七千丙得七萬七千九百七十六丁得一萬二千八百二十五各為用數



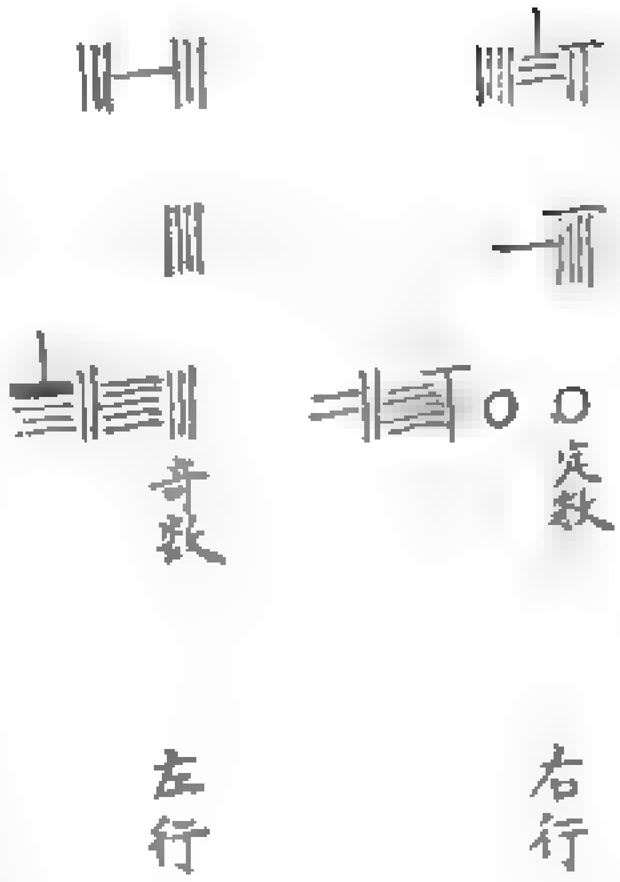
次驗四縣所築有無不及零丈尺寸今甲乙俱畢為無丙餘五十一丈丁餘一十八丈為有以丙丁二縣餘丈各乘丙丁二用數其丙五十一乘丙用七萬七千九百七十六得三百九十七萬六千七百七十六丈為丙總以十餘一十八乘丁用一萬二千八百二十五得二十三萬八百五十丈為丁

為氣分甲得一十一萬一千三十六為朔分左得二十二萬五千六百為紀分先求總等得一十二乃存紀分一位不約只以等一十二約氣分得一十二萬四千四百四十五又約朔分得九千二百五十三皆為元法乃以連環求等次以紀元二十二萬五千六百與朔元九千二百五十三求等得一不約又以紀元與氣元一十一萬四千四百四十五求等得二百三十五只約氣元得四百八十七次以氣元四百八十七與朔元九千二百五十三求等得四百八十七只約朔元九千二百五十三得一十九約偏畢得四百八十七為氣定得一十九為朔定得二十二萬五千六百為紀定以三定相乘得二十億八千七百四十七萬六千八百為衍母其圖如右

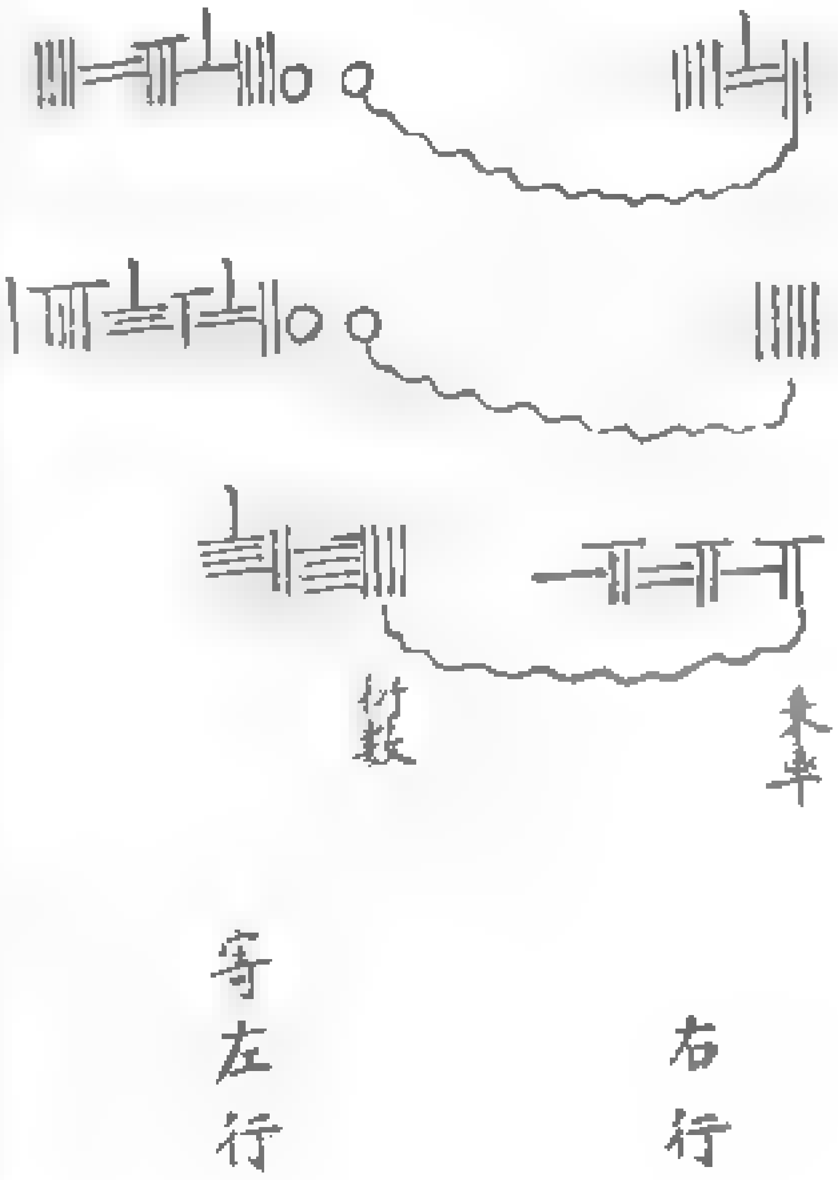




各以定數約衍母各得衍數氣得四百二十八萬六千四百朔得一億九百八十六萬七千二百紀得九千二百五十三寄左行各滿定數去之各得奇數

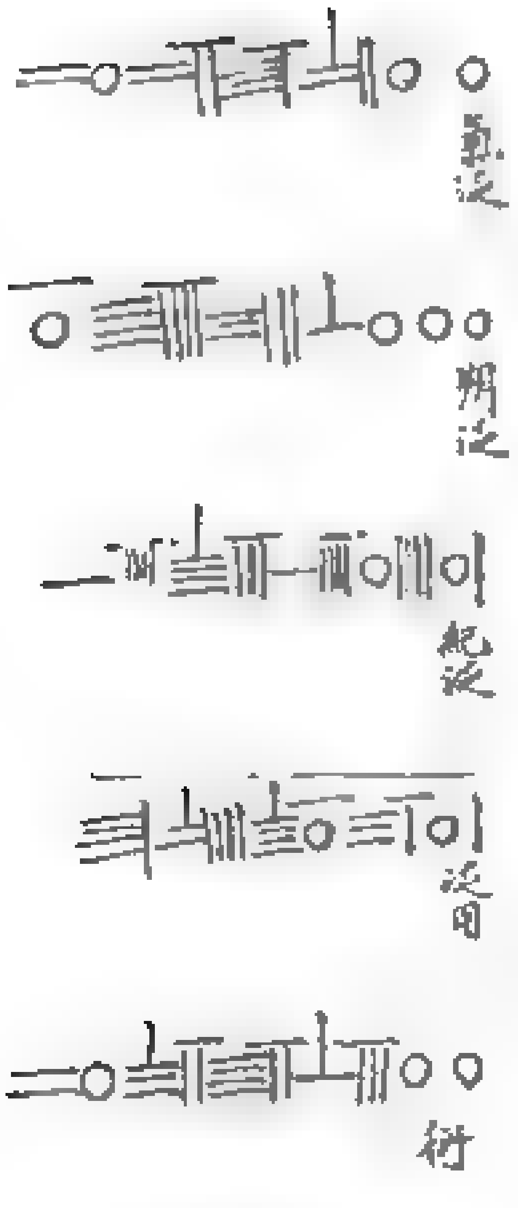


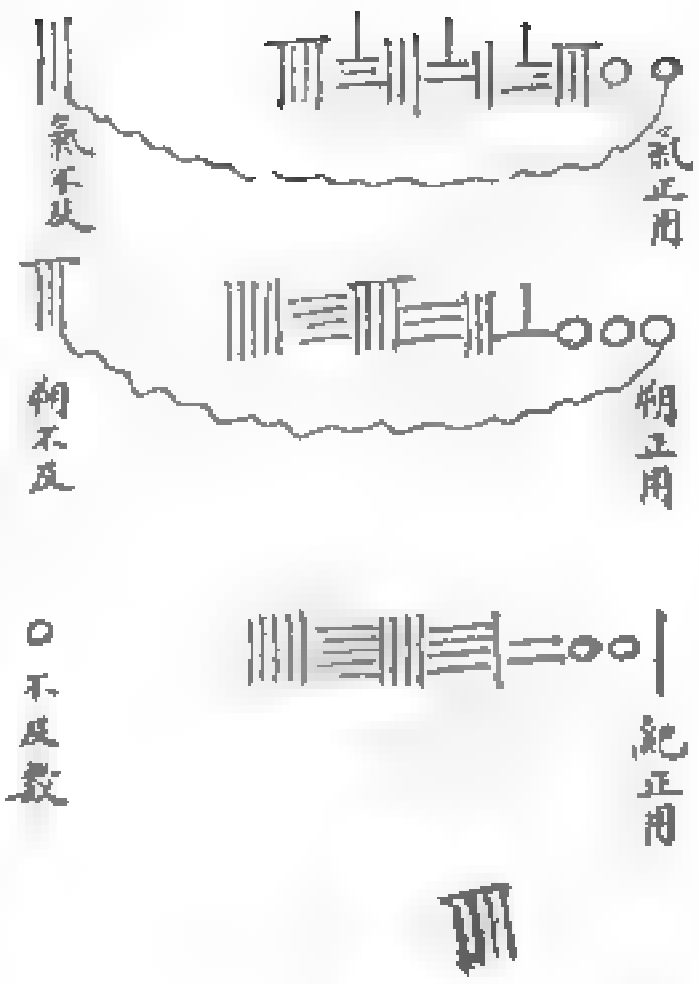
氣奇得三百一十三朔奇得四紀奇得九千二百五十三各與定數用大衍求一各得乘率列右行對寄左行衍數具圖如后



各以大衍入之氣乘率得四百七十三朔乘率得五紀乘率得一十七萬二千七百一十七對左行

衍數以右行乘率對乘左行衍數氣泛得二十億二千七百四十六萬七千二百朔泛得五億四千九百三十三萬六千紀泛得一十五億九千八百一十五萬四百一具圖如后



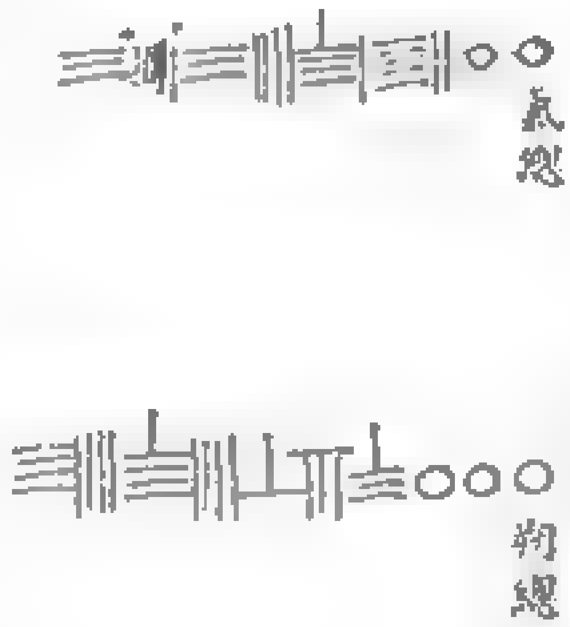


左行　右行

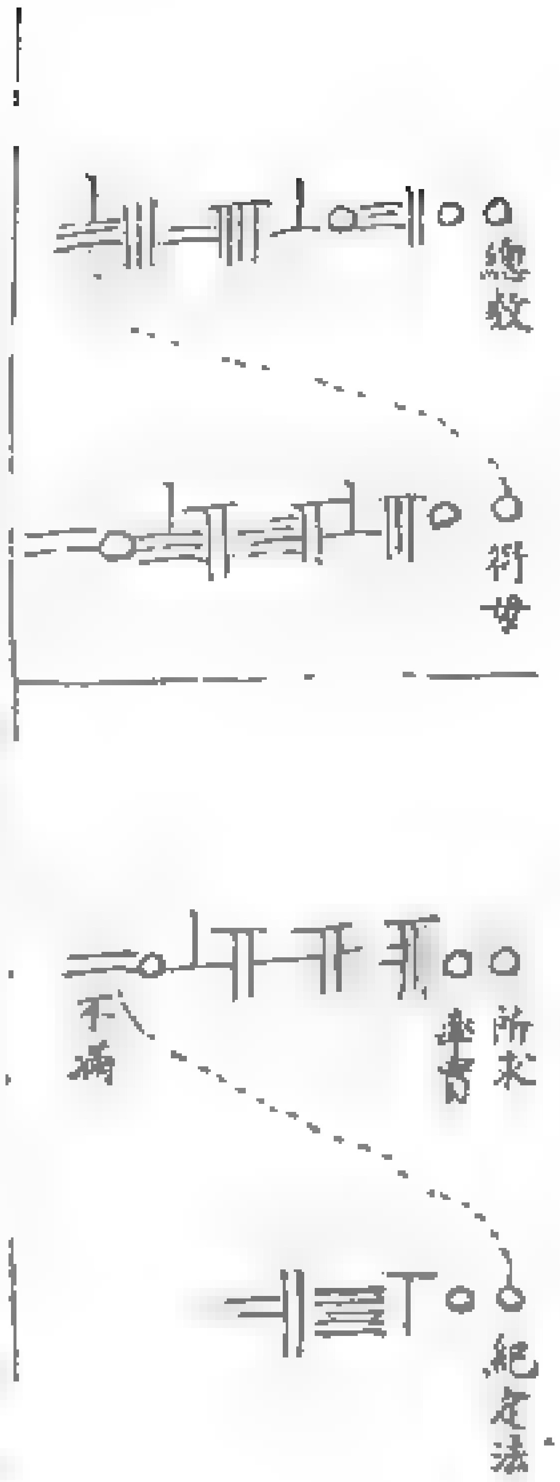
右列用數併之共得四十一億七千四百九十五萬三千六百一為泛用數與衍母二十億八千七百四十七萬六千八百驗之在衍母上以就以衍

母除泛得二乃知泛內多一倍母數當於各用內損去所多一倍按術驗法元圖內諸元數奇偶同類者各損其半令驗法元圖氣元尾數是五紀元尾數是六百為俱五同類乃以衍母二十億八千七百四十七萬六千八百折半得一十億四千三百七十三萬八千四百以損泛用圖內氣泛紀泛單其朔泛不損各得氣朔紀正用數其氣正用得九億八千三百七十二萬八千八百朔正用五億四千九百三十三萬六千紀正用五億五千四百四十一萬二千一列為正用圖在前

既得正用數次驗問題十一月朔日丙辰冬至初五日庚申初九日甲子乃以初一減初九甲子餘八日為朔不及次以初五亦減初九甲子餘四日為氣不及以二不及各乘正用得數具圖如后



先以氣不及甲子四日以乘氣正用數九億八千三百七十二萬八千八百得三十九萬三千四百九十一萬五千二百為氣總次以朔不及甲子八日數以乘其朔正用數五億四千九百三十三萬六千得四十三億九千四百六十八萬八千為朔總併之得八十三億二千九百六十萬三千二百為總數滿母二十億八千七百四十七萬六千八百去之不滿二十億六千七百一十七萬二千八百為所求率實具圖如后



置所得率貫二十億六千七百一十七萬二千八百如法元圖紀元法二十二萬五千六百而一得九千一百六十三年為歷過年數次置衍母二十億八千七百四十七萬六千八百為實如法元圖氣元一十一萬四千四百四十五為法而一得一

萬八千二百四十年為氣朔甲子一會積年內減歷過九千一百六十三年餘九千七十七年為未至年數次以冬至周日三百六十五日二十五刻來積一會年一萬八千二百四十得六百六十六萬二千一百六十日為一會積日又以衍母為實如法元圖朔元法九千二百五十三而一得二十二萬五千六百月為一會積月合問

○推計土功

問築堤起四縣夫分給里步皆同齊闊二丈里法三百六十步步法五尺八寸人夫以物力差定甲縣物力一十三萬八千六百貫乙縣物力一十四萬六千三百貫丙縣物力一十九萬二千五百貫丁縣物力一十八萬四千八百貫每力七百七十貫科一名春程人功平方六十尺先到縣先給令甲乙二縣俱畢丙縣餘五十一丈丁縣餘一十八丈不及一日全功欲知堤長及四縣夫所築各幾何

答曰堤長一十九里二百七十五步五尺

甲縣夫築一千二十六丈乙丙丁同

乙縣夫築一千七百六十八步五尺六寸甲丙丁同

丙縣夫築四里三百二十八步五尺六寸甲乙丁同

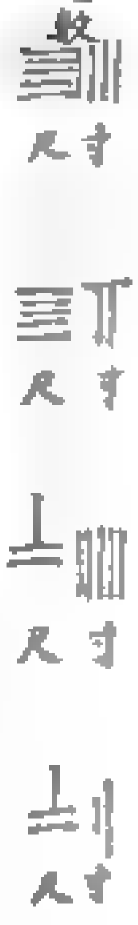
丁縣夫築同前三縣數

術曰置各縣力以程功乘為實以力率乘堤齊闊為法除之得各縣日築徒數有分者通之約之得通數互求總等不約一位約衆位曰元數連環求等約奇得定母陸續求衍數奇數乘率用數以丙丁縣不及數乘本用併為總數以定母相乘為衍母滿母去總數得各縣分給里步積尺數以縣數因之為堤長各以里法步法約之為里步

草曰置甲縣力一十三萬八千六百貫乙縣力一十四萬六千三百貫丙縣力一十九萬二千五百貫

丁縣力一十八萬四千八百貫以程功六十尺徧乘之皆以貫點約之甲得八萬三千一百六十尺乙得八萬七千七百八十尺丙得一十一萬五千五百尺丁得一十一萬八百八十尺各為實次以力率七百七十貫乘路袤闊二十尺亦以貫點約之得一萬五千四百尺為法徧除諸各實甲得五十四丈乙得五十七丈丙得七十五丈丁得七十二丈各為四縣衆夫每日築長率按大衍術命曰復數列右行

元數



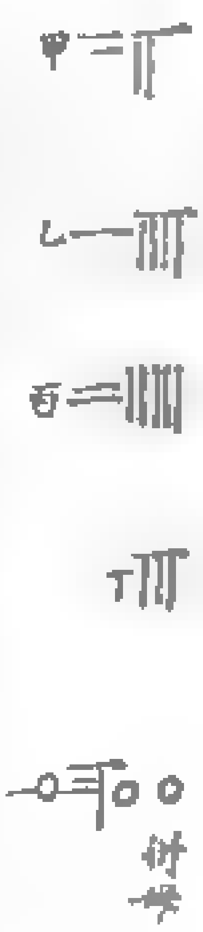
右行

以復數求總等得三寸以約三位多者不約其歩者甲得五寸四乙得一十九丙得二十五丁得二十四仍為元數次以兩兩連環求等各約之

仍九

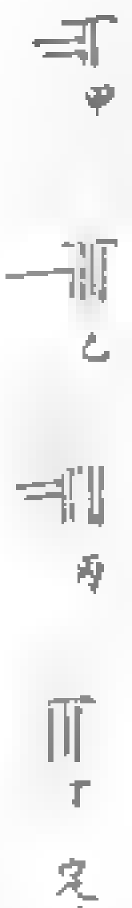
左行

先以丁丙求等又以丁乙求等皆得一不約次以丁甲求等得六只約甲五十四得九不約丁次以丙與乙求等又以丙與甲九求等皆得一不約復以乙與甲九求等得一不約復驗甲九與丁二十四猶可再約又求等得三以約丁二十四得八復甲為二十七



衍母

次以定母四位相乘求得一十萬二千六百為衍母各以定母約衍母甲得三千八百乙得五千四百丙得四千一百四丁得一萬二千八百二十五為衍數



定母

右行

衍數

左行

滿定母各去衍數甲不滿二十乙不滿四丙不滿四丁不滿一各為奇數

定母　奇數

前十三頁接右題

總併二總得四百二十萬七千六百二十六丈為總數亦以丈通行母得一十萬二千六百丈仍為行母滿去總數不滿一千二十六丈為所求長率以四縣因之得四千一百四丈為實以步法五尺八寸除之得七千七十五步五尺為堤積步以里法三百六十步約之得一十九里二百三十五步五尺為堤通長置長率一千二十六丈以步法約之得一千七百六十八步五尺六寸又以里法約之得四里三百二十八步五尺六寸為各縣所給道里步尺數

○推庫額錢

問有外邑七庫日納息足錢遞等遞年成貫整納近緣見錢希少聽各庫照當處市陌準解舊會其甲庫有零錢一十文丁庚二庫各零四文戊庫零六文餘庫無零錢甲庫所在市陌一十二文遞減一文至庚庫而止欲求諸庫日息元納足錢展省及今納舊會并大小月分各幾何

答曰諸庫元納日息足錢二十六貫九百五十文

展省三十五貫文

甲庫日息舊會二百二十四貫五百一十文

大月舊會六千七百三十七貫五百文

小月舊會六千五百一十二貫九百二文

乙庫日息舊會二百四十五貫文

大月舊會七千三百五十貫文

小月舊會七千一百五貫文

丙庫日息舊會二百六十九貫五百文

大月舊會八千八十五貫文

小月舊會七千八百一十五貫五百文

丁庫日息舊會二百九十九貫四百四文

大月舊會八千九百八十三貫三百三文

小月舊會八千六百八十三貫八百八文

戊庫日息舊會三百三十六貫八百六文

大月舊會一萬一百六貫二百四文

小月舊會九千七百六十九貫三百六文

己庫日息舊會三百八十五貫文

大月舊會一萬一千五百五十貫文

小月舊會一萬一千一百六十貫文

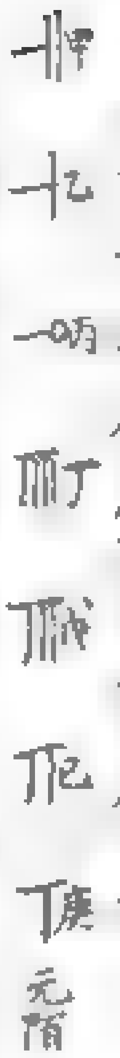
庚庫日息舊會四百四十九貫一百四文

大月舊會一萬三千四百七十五貫文

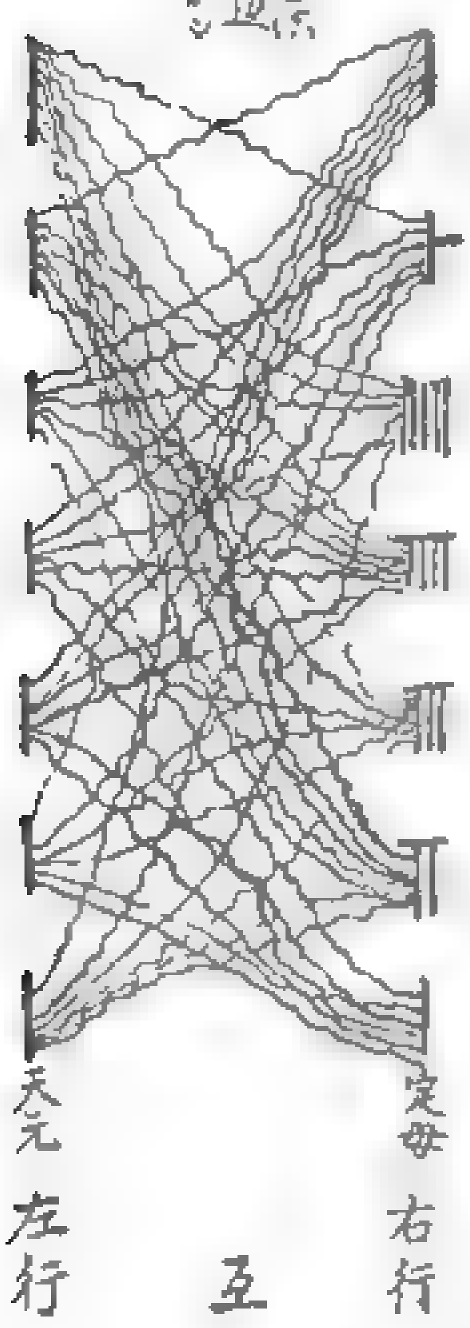
小月舊會一萬三千二千四貫八百三文

術曰前同以大衍求之置甲庫市陌以逆减數减之各得諸庫元陌連環求等約奇弗約偶得定母諸定相乘為衍母以定約衍母得衍數衍數同衍母者去之為無(之用數無者借)其各滿定母去餘為奇數以奇定用大衍求乘率乘衍數為用數無者則以元數同類者求等約衍母得數為借數　次置有零丈尺零錢數乘本用數併為總數滿衍母去之不滿為諸庫日息足錢各大小月日數乘之各為實各以元陌約為舊會

草曰置甲庫市陌一十二逆减一得一十一為乙庫陌一十為丙庫陌九為丁庫陌八為戊庫陌七為己庫陌六為庚庫陌得諸庫元陌

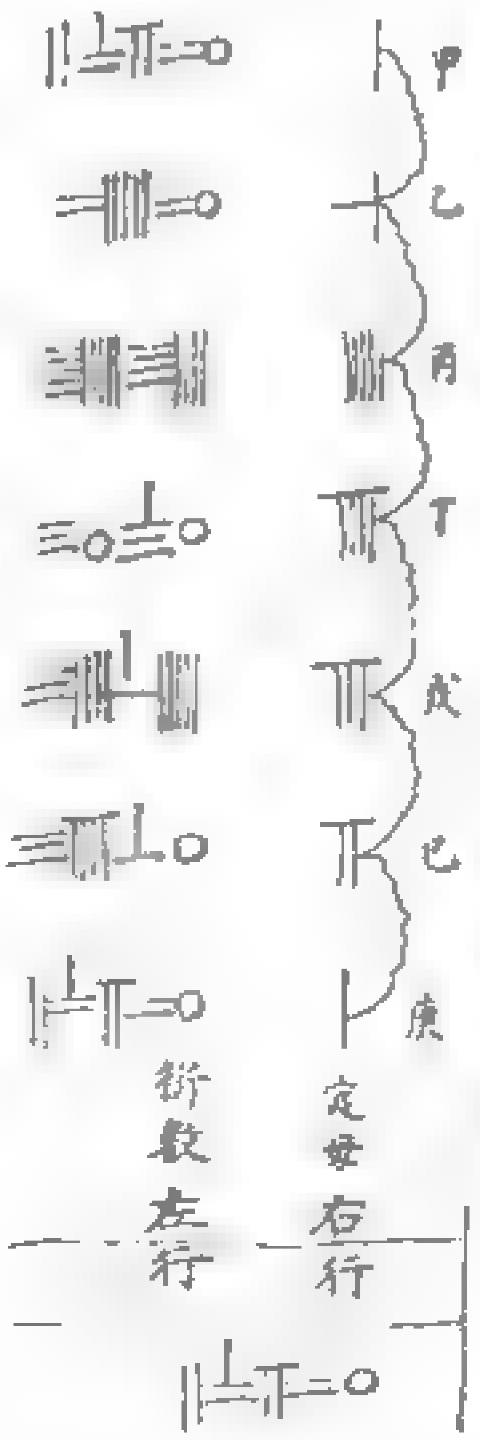


以連環求等約訖甲得一乙得一十一丙得五丁得九戊得八己得七庚得一各為定母立各一為子



互乘

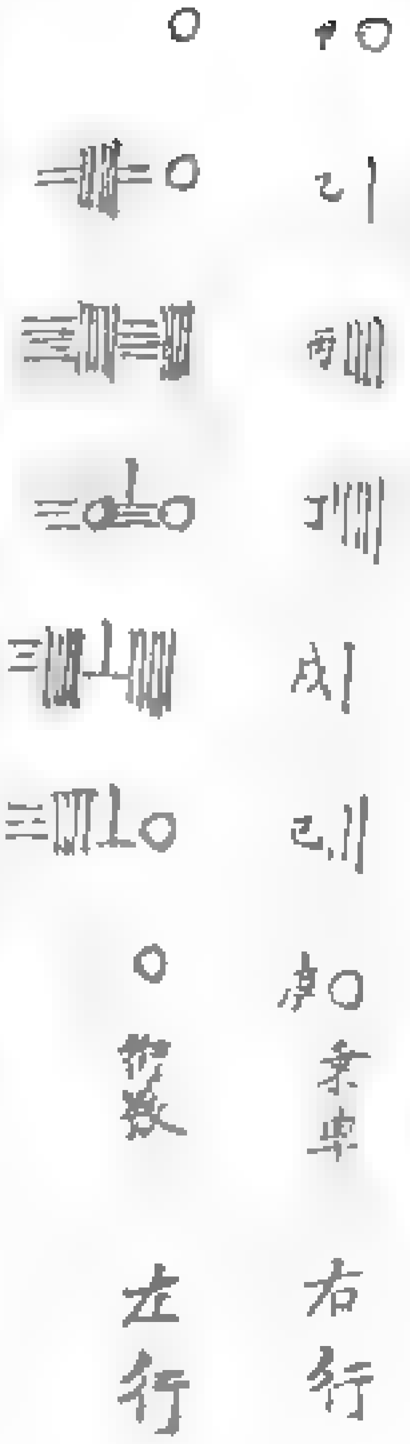
先以諸定乘相得二萬七千七百二十為衍母次以諸定互乘諸子甲得二萬七千七百二十乙得二千五百二十丙得五千五百四十四丁得三千八十戊得三千四百六十五己得三千九百六十庚得二萬七千七百二十各為衍數



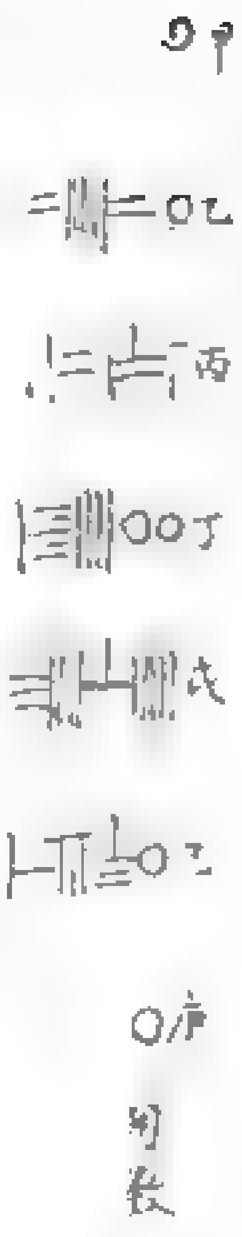
次驗諸衍數有同衍母者皆去之為無衍數次各滿定母去各本衍各得奇數甲無乙得一丙得四丁得二戊得一己得五庚無各為奇數

次驗有奇數者得一便以一為乘率或得二數以上者各以奇數於右上定母於右下立天元一於左上用大衍求一之術入之驗乘除至右上餘一而止皆以左上所得為乘率甲無乙得一丙得四

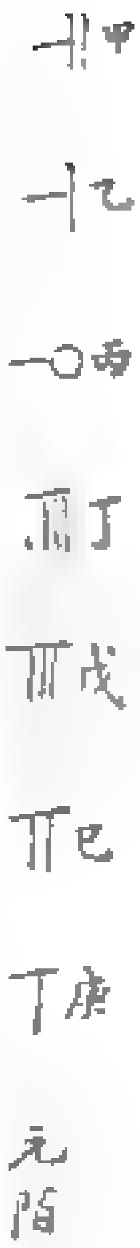
丁得五戊得一己得三庚無各為乘率列右行以
對寄左行數



以兩行對乘之為用數甲無乙得二千五百二十
丙得二萬二千一百七十六丁得一萬五千四百
戊得三千四百六十五己得一萬一千八十八庚無



次以推無用數者惟甲庚合於同類處借之其同
類諸元陌列而視之

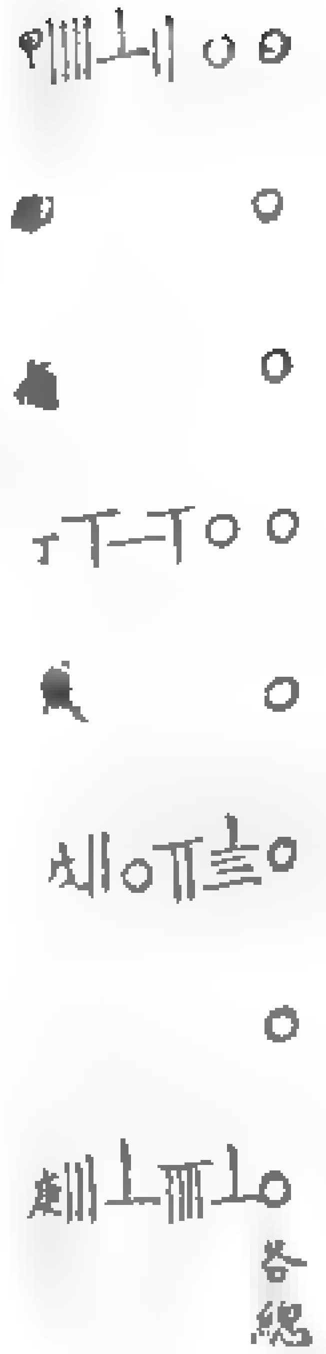


今視甲一十二庚六皆與丙一十戊八俱偶為同
類其戊用數三千四百六十五其數少不可借唯
丙一十之用數係二萬二千一百七十六為最多

當以借之乃以甲一十二丙一十庚六求等得二
以等數二約衍母二萬七千七百二十得一萬三
千八百六十為借數乃減丙用二萬二千一百七
十六餘八千三百一十六為丙用數乃以所借出
之數一萬三千八百六十為實以元等二為法除
之得六千九百三十為甲用數以甲用數減借出
數餘亦得六千九百三十為庚用數今不欲使甲
庚之借數同乃驗借出數一萬三千八百六十可
用數約如意乃立三取三分之一得四千六百二
十為甲用取三分之一得九千二百四十為庚用

列右行

乃視諸庫有無零錢數驗得乙丙己三庫無先去
其用數乃以甲丁戊庚四庫零錢列左行對乘本
用甲得四萬六千二百丁得六萬一千六百庚得
三萬六千九百六十戊得二萬七千七百九十各為總



併此四總得一十六萬五千五百五十爲衍母二萬七千七百二十去之不滿二萬六千九百五十爲所求率以貫約爲二十六貫九百五十文爲諸庫日息等數以官省七十七陌展得三十五貫文各以其庫元陌經計各得舊會零錢各以三十日乘爲大月息以日息減大息餘爲小月息合問

數書九章卷一

數書卷二

魯郡　秦九韶

○分糶推原

問有上農三人力田所收之米係用足斗均分各往他處出糶甲糶與本郡官場餘三斗二升乙糶與安吉鄉民餘七斗丙糶與平江攬戶餘三斗欲知共米及三人所分各糶石數幾何

答曰共米七百三十八石　三人各分米二百四十六石

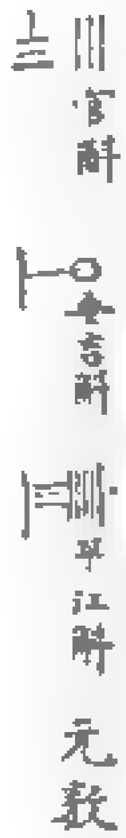
甲糶官斛二百九十六石

乙糶安吉斛二百二十三石

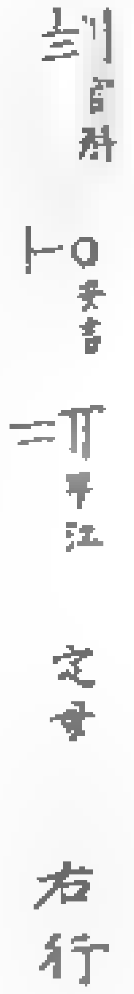
丙糶平江斛一百八十二石

術曰以大衍求之置官場斛率安吉鄉斛率平江市斛率（官私共知者官斛八斗三升安吉鄉斛一石一斗平江市斛一石三斗五升）爲元數求總等不約一位約衆位連環求等約奇不約偶或猶有類數存者又求等約彼必從乘此各得定母相乘爲衍母互乘爲衍數滿定去之得奇大衍求一得乘率乘衍數爲用數以各餘米乘用衍之爲總滿衍母去之不滿爲所分以元人數乘之爲共米

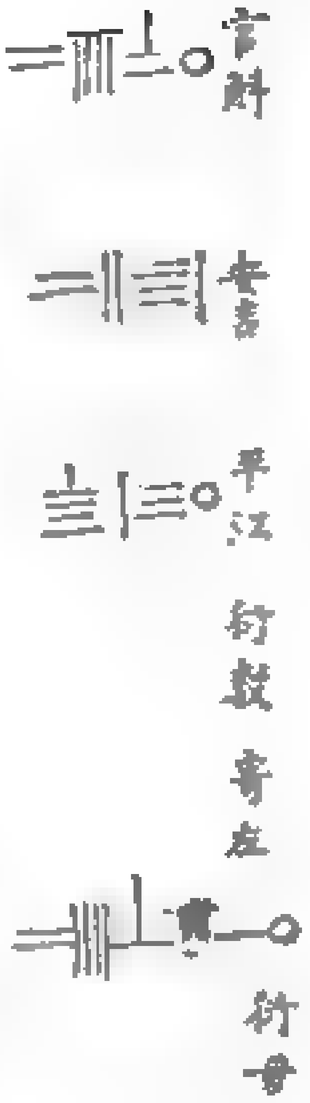
草曰置文思院官斛八十三升安吉州鄉斛一百一十升平江府市斛一百三十五升各為其斛元率



先以三率求總等得一不約次以連環求等其安吉率一百一十與平江率一百三十五求等得五以約平江率得二十七餘皆求等得一不約各得元數



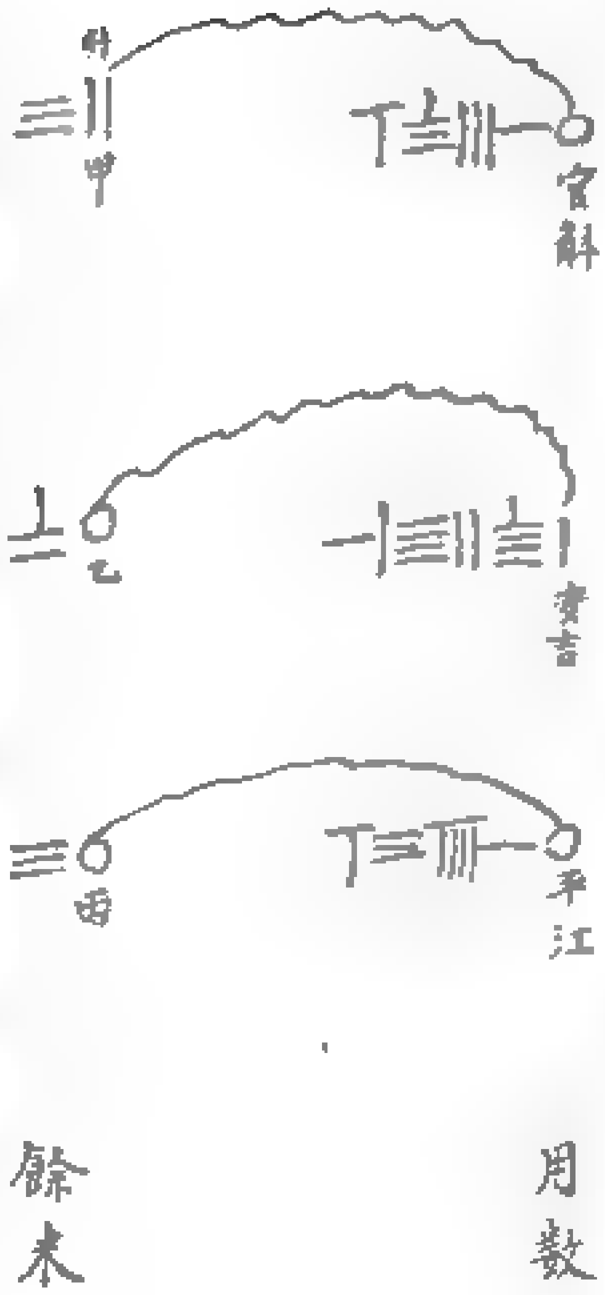
以定數相乘得二十四萬六千五百一十為衍母各以元率約之得二千九百七十為官斛衍數得二千二百四十一為安吉衍數得九千一百三十為平江斛衍數



次以定母滿去衍數得不滿六十五為官斛奇不滿四十一為安吉奇不滿四為平江奇數

定母奇數各以大衍入之求得乘數得二十三為官斛乘率得五十一為安吉乘率得七為平江乘率

以乘率各乘寄左衍衍數得六萬八千三百一十為官斛用數得一十一萬四千二百九十一為安吉用數得六萬三千九百一十為平江用數



次以甲餘三十二升乘官斛用數六萬八千三百

一十得二百一十八萬五千九百二十升於上次以乙餘七十升乘安吉用數一十一萬四千二百九十一得八百萬三百七十升於中次以丙餘三十升乘平江用數六萬三千九百一十得一百九十一萬七千三百於下各爲總併之得一千二百一十萬三升五百九十升爲總數滿衍母二十四萬六千五百一十升去之不滿二萬四千六百升爲所求率展爲二百四十六石爲三人各分米以兄弟三人因之得七百三十八石爲共米置分米二百四十六石各以官斛八斗三升安吉斛一石

一斗平江斛一石三斗五升約之甲得二百九十六石餘三斗二升乙得二百二十三石餘七斗丙得一百八十二石餘三斗各爲雖過及餘米合問

○程行計地

問軍師獲捷當早點差急足三名往都下節〻走報其甲於前數日申末到乙後數日未正到丙於今日辰末到攙供甲日行三百里乙日行二百四十里丙日行一百八十里問自軍前至都里數及三人各行日數幾何

答曰軍前至都三千三百里　甲行一十一日

乙行一十三日四時　丙行一十八日二時

術曰以大衍求之置各行里先求總等存一約衆得元里次以連環求等約奇偶乘偶得定母以定相乘爲衍母滿定除衍得衍數滿定去衍數得奇奇定大衍得乘率以乘衍數得用數　次置辰刻正未乘各行里爲實以晝六時約之得餘里各乘用數併爲總滿衍母去得所求至都里以各日行約之得日辰刻數

草曰置甲三百里乙二百四十里丙一百八十里先求總等得六十只存甲三百勿約乃約乙二百四

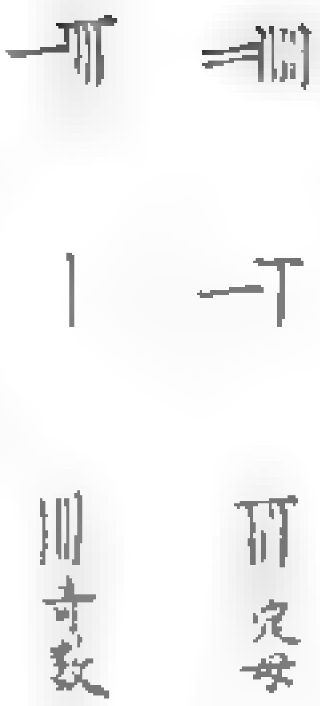
十得四次約丙一百八十得三各爲元數連環求等

|||〇〇甲　||||乙　|||丙　元數

先以丙乙求等得一不約次以丙甲求等得三於術約奇不約偶義以等三約三因得一爲奇處無衍數乃便從先約甲三百爲一百復以等三乘丙三爲九既丙九爲奇甲百爲偶此即是約奇弗約偶次以乙四與甲百求等得四以四約一百得二十五爲甲復以四乘乙四得一十六爲乙各爲定母

以定母相乘得三千六百為衍母以各定約衍母為衍數甲得一百四十四乙得二百二十五丙得四[illegible]

衍數各滿衍母去之不滿為奇數甲得一十九乙得一丙得四

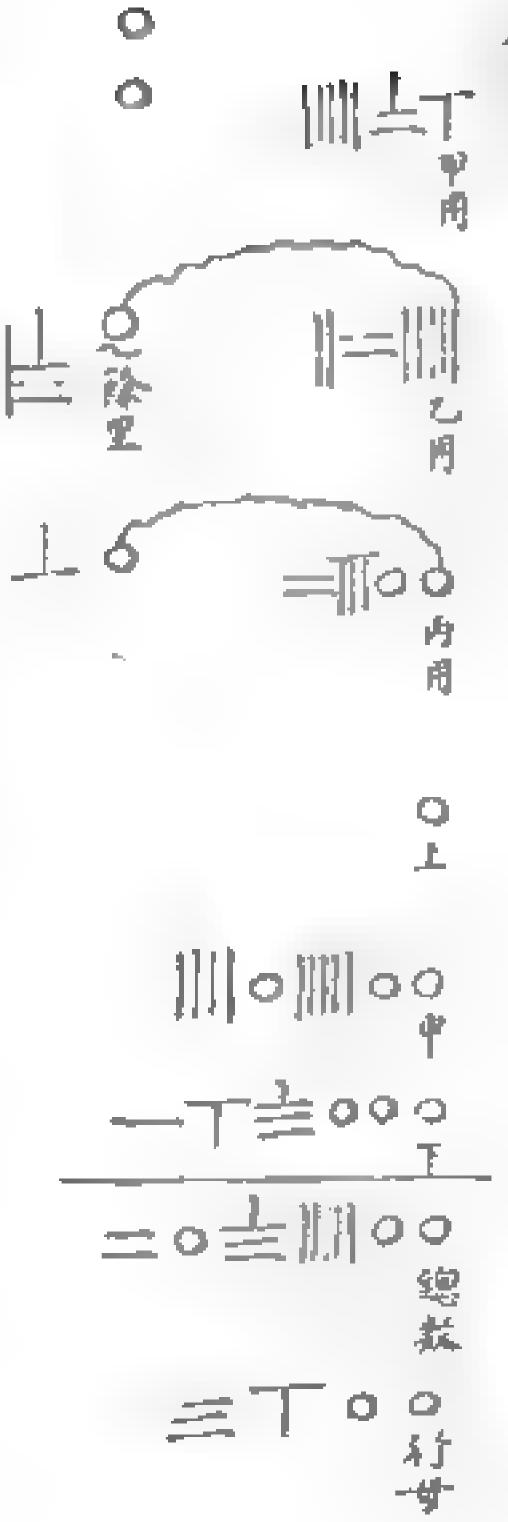


以各奇數與定母用大衍入之各得乘數甲得四乙得一丙得七各為乘率列右行

以乘率對乘寄左行衍數甲得五百七十六乙得二百二十五丙得二千八百各為用數

次置甲申末到者共酉初為役此是甲以全日到為無餘里次置乙於未正到乃於卯時數至未正得四箇半辰以四半乘乙行二百四十里得一千八十為實以晝六時約之得一百八十里為乙行不及全日之餘里次置丙於辰末到自卯初數至

辰末得二時以因丙行一百八十里得三百六十為實以六時除之得六十里為丙行不及全日之餘里



以乙餘一百八十乘乙用二百二十五得四萬五百於中以丙餘六十乘丙用二千八百得十六萬

八千加中共得二十萬八千五百為總滿衍母三千六百去之不滿三千三百里為軍前至都里以甲三百除之得一十一日以乙二百四十除之得一十三日四時半以丙一百八十除之得一十八日二時合問

○程行相及

問有急足三名甲日行三百里乙日行二百五十里丙日行二百里先差丙往他處下文字既兩日又有文字遣乙追付已半日後有文字續令甲趕付乙三人偶不相及乃同時俱至彼所先欲知乙果及丙甲果及乙得日并里次欲知彼處去此里數各幾何

荅曰乙果追及丙八日　行二千里

甲果追及乙二日半　行七百五十里

彼處去此三千里

術曰以均輸求之大衍入之置乙已去日數乘乙行里為實以甲乙行里差為法除之得甲及乙日數辰刻以乘甲行得里次置丙既去日乘丙行里為實以丙乙行里差為法除之得乙及丙日數以乘乙行得里然後置三人日行求總等約得元數以連環求等約得定母以定相乘得衍母各定約衍得衍數滿定去衍得奇〻定大衍得乘率以乘寄衍得用數視甲及乙里為乙率視甲及丙里為丙率以乙日行滿去乙率不滿為乙餘以丙日行滿去丙率不滿為丙餘以二餘各乘本用併之為總滿衍去之不滿為彼去此里

草曰置乙已去半日乘乙日行二百五十里得一百二十五里為實為實次置甲日行三百里減乙行二百五十里餘五十里為差法除實得二日五十刻甲果及乙數以乘甲行三百里得七百五十為

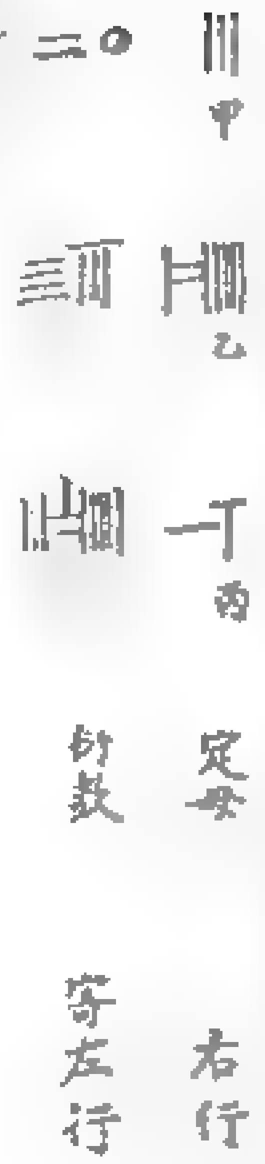
甲及乙里數次置丙既行二日乘丙日行二百里得四百里為實次置乙行二百五十里減丙行二百里餘五十里為差法除實得八日為乙及丙日數以乘乙行二百五十里得二千里為乙行及丙之里數已上為先欲知果及數次列甲乙丙三名日行求總等得五十先約甲丙存乙得甲六乙二百五十丙四

丁甲　‖☰〇乙　||||丙　元數

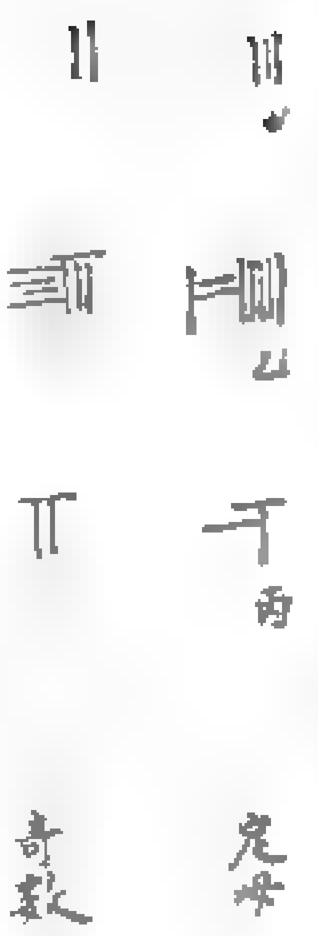
以甲六丙四求等得二以二約甲為三復以二因

丙為八次將乙二百五十與丙八相約得二乃約
乙為一百二十五定得甲三乙一百二十五丙十
六為定母

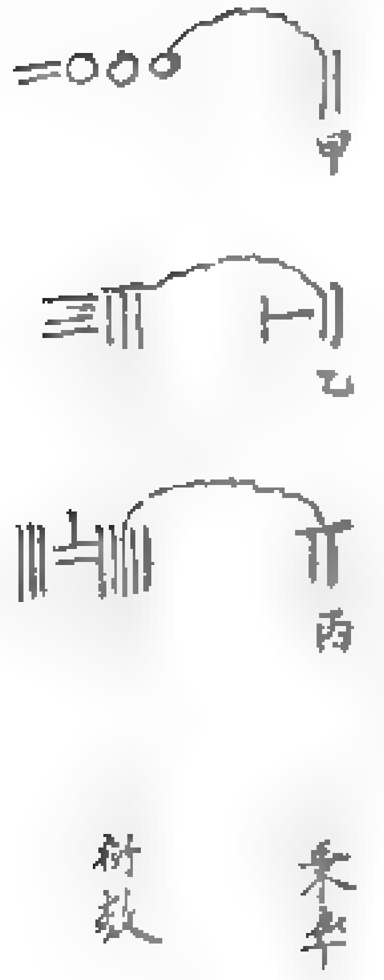
以定相求得六千為衍母以各定約衍母得衍數
甲得二千乙得四十八丙得三百七十五求奇數



右上二千以甲三去之奇二左中四十八即為乙
奇左下三百七十五丙八去之奇七



各以大衍求得甲二乙一百一十二丙七各為乘率



以乘率對乘衍數甲得四千乙得五千三百七十
六丙得二千六百二十五為泛用數

併三泛得一萬二千立乃多衍母一倍當半衍母
六千得三千以消甲四千餘一千又消乙五千三
百七十六餘二千三百七十六丙不消各為定數

既得用數次視前草中甲乙七百五十里為乙率
乙及丙二千里為丙率各滿乙丙日行里去之

今乙丙二人所行各皆適滿去之無餘雖辞同時
俱至乃各係全日所行使以乙丙二人約六千里
得三千里為彼去此里數合問

○積尺尋原

問欲砌基一段見管大小方甎六門城甎四色令匠
取便或平或側只用一色甎砌須要適足匠以甎量
地計料稱用大方料廣多六寸深少六寸用小方廣
多二寸深少三寸用城甎長廣多三寸深少一寸以
濶深少一寸廣多三寸以原廣多五分深多一寸用
六門甎長廣多三寸深多一寸以濶廣多三寸深多
一寸以厚廣多一寸深多一寸皆不匼匝未免修破
甎料稗補其四色甎大方方一尺三寸小方方一尺
一寸城甎長一尺二寸濶六寸厚二寸五分六門長
一尺濶五寸厚二寸欲知基深廣幾何

答曰深三丈七尺一寸　廣一丈二尺三寸
術曰以大衍求之置甎方長濶厚為元數以小者為
單起一先求總等存一位約衆位列之多者隨宜立號乃為
元數連環求等約之為定母以定相乘為衍母各
定約衍母得衍數滿定去之得奇奇定大衍得乘
率以乘衍數得用數次置廣深多少數多者乘用
少者減元數餘以乘用併為總滿衍母去之不滿
得廣深
草曰置四甎方長濶厚係入數城甎厚有分為小者
皆通之為單大方得一百三十分小方得一百一
十分城甎長得一百二十分濶得六十分厚得二
十五分六門甎長得一百分濶得五十分厚得二十分

金 |三〇 大方
石 |二〇 城磚長
絲 |一〇 小方
竹 |〇〇 六門長
匏 ⊥〇 城甎濶
土 三〇 六門濶
革 =||||| 城甎厚
木 =〇 六門厚

問數

雖衍置之右列位稍多甎名相互今假八音為號
位先以最少者自木二十與革二十五求等得五
乃反約木二十為四木四與土五十求等得二以
約五十為二十五木四與匏六十求等得四約六
十為一十五木四與竹一百求等得四約一百為

二十五木四與絲一百一十求等得二約一百一
十為五十五木四與石一百二十求等得四反約
木四為一以木一與金求等得一不約為木與諸
數求等約訖為一變得數與圖如后

|三〇 金
|二〇 石
=||||| 絲
=||||| 竹
—||||| 匏
三〇 土
=||||| 革
| 木

次以革二十五與土五十求等得二十五約五十
為二以革二十五與匏一十五求等得五約匏一十
五為三以革二十五與竹二十五求等得二十五
約竹二十五為一又以革二十五與系五十五求

等得五約絲五十五得一十一以革二十五與石
一百二十求等得五約一百二十為二十四以革
二十五與金一百三十求等得五約金一百三十
得二十六革與諸數徧約訖為二變其圖如后

金二丅 石二|||| 絲一| 竹| 匏||| 土|| 革二||||| 木|

乃以土二與匏三竹一絲一十一求等皆得一不
約以土二與石二十四求等得二反約土二得一
又以土一與金二十六求等得一不約土與諸數
約訖為三變其圖如后

金二丅 石二|||| 絲一| 竹| 匏||| 土| 革二||||| 木|

乃以匏三與竹一絲一十一求等皆得一又以匏
三與石二十四求等得三約石二十四為八又匏三
與金二十六求等得一匏與諸數約訖以為四變
次以數單定二十五得衍數三千四百三十二本
定一無衍數各滿定母去之得奇數

金一||| 石丌 絲一| 竹| 匏||| 土| 革二||||| 木| 定母

|||| [illegible] | 〇 | 〇 丅 〇 奇數

金得奇九石得奇四絲得奇一匏得奇一革得奇
七其絲匏得奇數一者便以一為乘率其金石革
三處奇數皆與本定母用大衍求一入之各得乘
率列右行

金|||| 石|||| 絲| 竹〇 匏| 土〇 革丅 木〇 乘率 右行

丄丅〇〇 |〇=||| 丄|||〇〇 〇 ||=|〇〇 〇 |||=| 〇 衍數 寄左

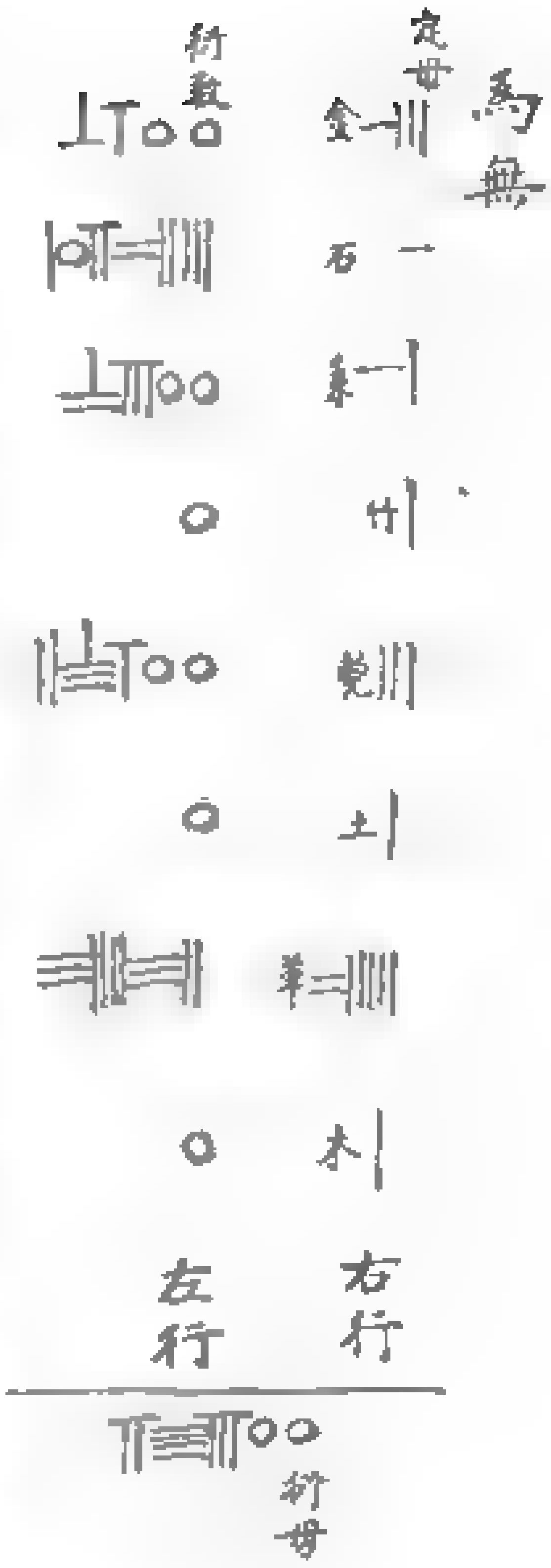
金得三石得五絲得一匏得一革得一十八各為
乘率對乘寄左行衍數各得為用數

竹一與絲一十一與石二十四與金二十六求等
皆得一竹與諸數約諸為五變次以絲一十一與
石二十四金二十六求等皆得一為六變後以石
二十四與金二十六求等得二約金二十六為一
十三至此七變遂環求等約俱畢得數為定母列
圖如后

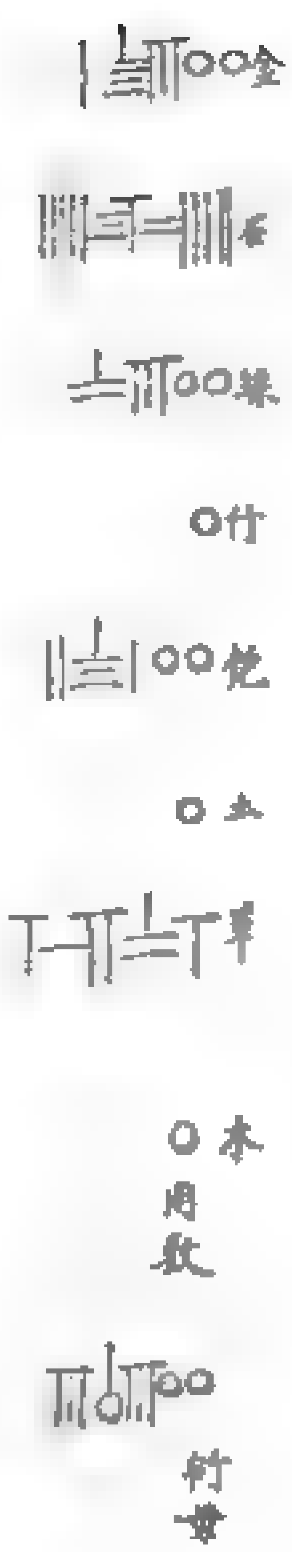
金一||| 石丌 絲一| 竹| 匏||| 土|| 革二||| 木| 定母

右定母列右行以相乘得八萬五千八百為衍母
以各定母約衍母各得衍數其竹木土定得一者

為無



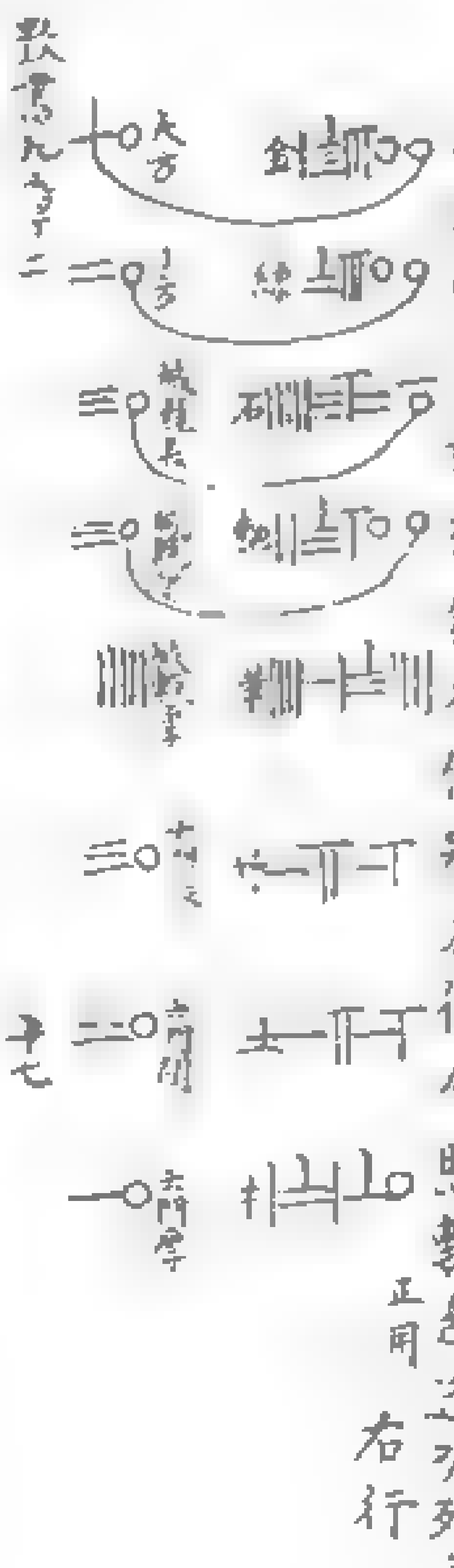
金定一十二得衍數六千六百石定八得衍數一萬七百二十五絲定一十一得衍數七千八百竹定一無衍數匏定三得衍數二萬八千六百土定一無衍



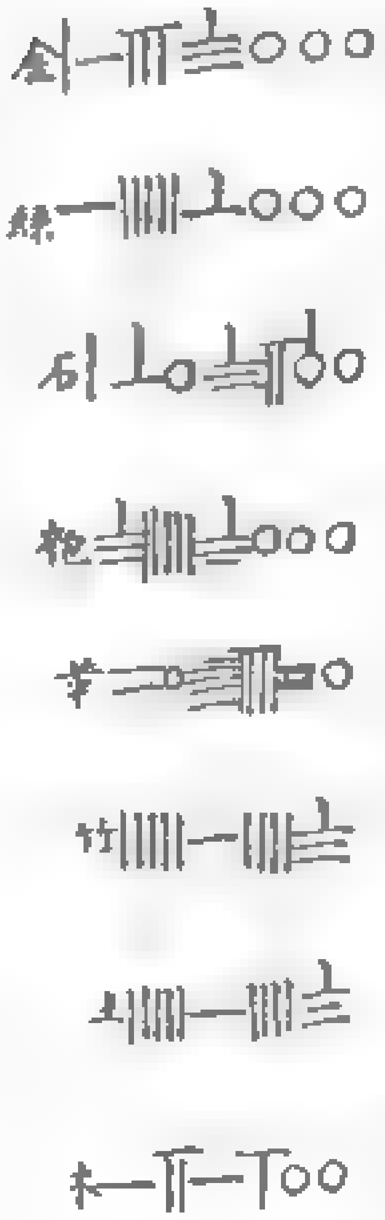
凡諸用數同類者數必多可互借以補無者先驗革元數二十五與木元數五十為同類求等得五以等五約衍母八萬五千八百得一萬七千一百六十乃於革用數內減出於補木位為木用餘四萬四千六百一十六為革用次驗竹元數一百與土五十為同類以求等得五十以等五十約衍母

八萬五千八百得一千七百一十六亦於革用內各借與竹土為用數革止餘四萬一千一百八十四為用得諸定用數

右行定用始列雖行假號求得今照甎色逐次列之

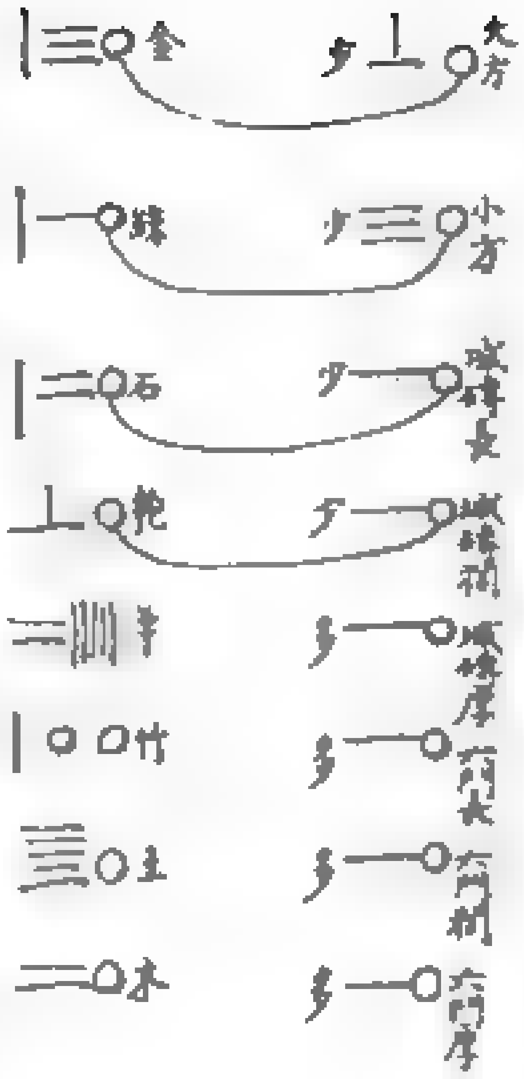


既照甎次序列用數於右行乃驗問題所謂大方甎砌廣多六寸小方多二寸城甎長多三寸城磚闊多三寸厚多五分六門長多三寸闊多三寸厚多一寸對本用列左行各對乘之具圖如后



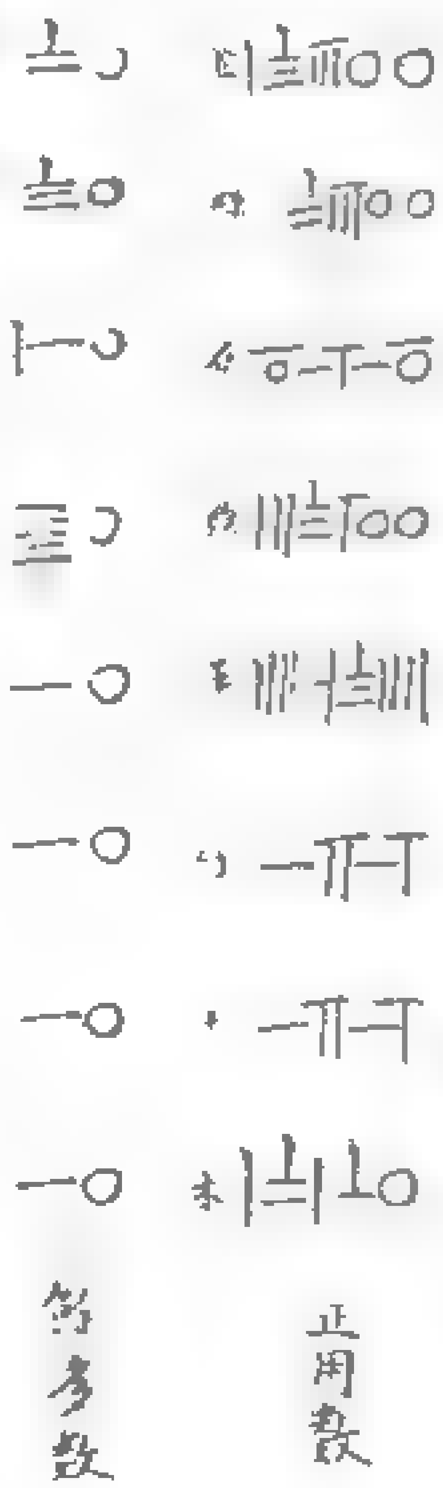
兩行對乘金得一百一十八萬八千絲得一十五萬六千石得一百六十萬八千七百五十匏得八

十五萬八千革得二十萬五千九百二十竹得五萬一千四百八十土亦得五萬一千四百八十木得一十七萬一千六百乃併前八位數共得四百二十九萬一千二百三十分為總滿術母八萬五千八百去之不滿一千二百三十分約之為一丈二尺三寸為基元廣數　乃求其深驗問題大方砌少六寸小方砌少三寸减執長砌少一寸濶砌少一寸厚砌多一寸六門長砌多一寸六門濶砌多一寸厚砌多一寸列為中行次置諸執元數列為左行課减之具圖如后

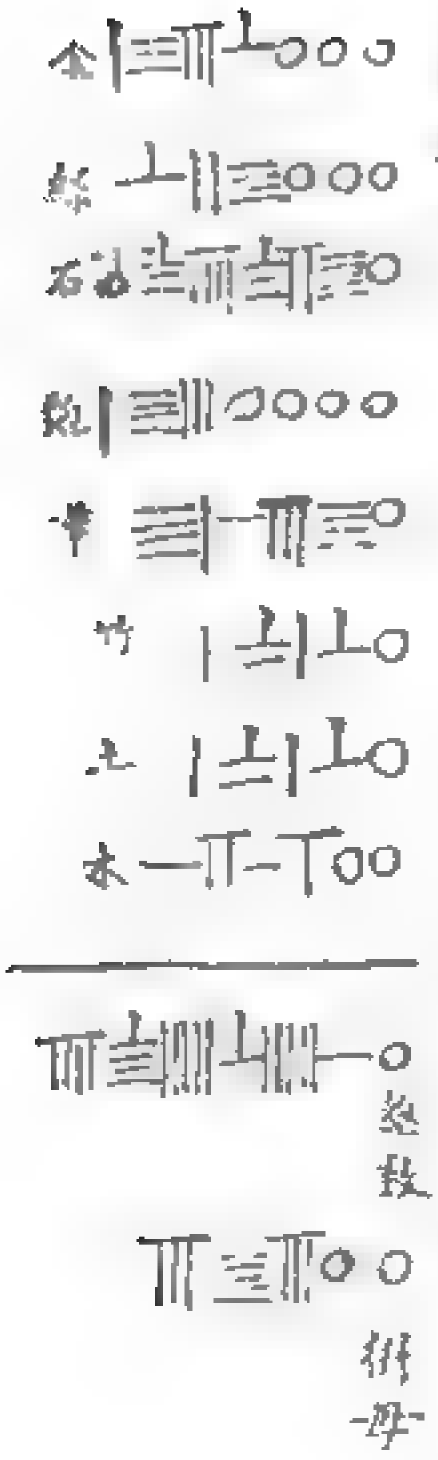


今以中行多者存之少者用减左行存者右行元數去之所减者左行餘數存之金得七十絲得八十石得一百一十匏得五十革得一十竹一十土一十木一十具圖如后

列為左行以對右行定用數具圖如后



以左行多餘數對乘右行用數金得一百三十八萬六千絲得六十二萬四千石得五百八十九萬八千七百五十匏得一百四十三萬革得四十一萬一千八百四十竹得一萬七千一百六十土得一萬七千一百六十木得一十七萬一千六百具圖如后



併入位得九百九十五萬六千五百一十分為總
滿衍母八萬五千八百去之不滿三千七百一十
分展為三丈七尺一寸為基地深

○餘米推數

問有米鋪訴被盜去米一般三蘿皆適滿不記細數
今左壁蘿剩一合中間蘿剩一升四合右壁蘿剩一
合後獲賊係甲乙丙三名甲稱當夜摸得馬杓在左
壁蘿滿舀入布袋乙稱踢著木屐在中蘿舀入袋丙
稱摸得漆椀在右邊蘿舀入袋將歸食用日久不知
數索到三器馬杓滿容一升九合木屐容一升七合
漆椀容一升二合欲知所失米數計贓結斷三盜各
幾何

答曰共失米九石五斗六升三合

甲米三石一斗九升二合

乙米三石一斗七升九合

丙米三石一斗九升二合

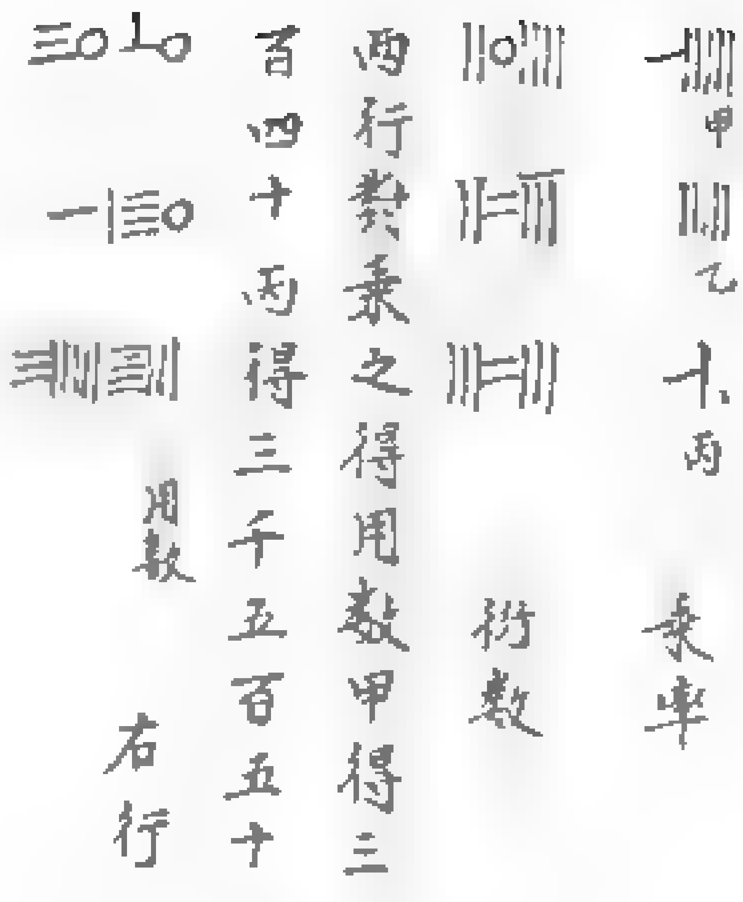
術曰以大衍求之列三器所容為元數連環求等約
為定母以相乘為衍母以定各約衍母得衍數各
滿定毋去之得奇以奇定用大衍求得乘率以乘衍
數得用數次以各剩米乘用併之為總滿衍母去
之不滿為每蘿米各以剩米減之餘為甲乙丙盜
米併之為共失米

草曰列三器所容一升九合一升七合一升二合為
元數連環求等皆得一不約便以元數相乘得三
千八百七十六為衍母以各元數為定母以定約衍
母得衍數甲得二百四乙得二百二十八丙得三
百二十三各為衍數列左行以三定母甲一十九
乙一十七丙一十二列右行具圖如后

各滿定母去衍數得奇數甲得一十四乙得七丙
得一十一

各以時定用大衍求一各得乘率甲得一十五乙
得五丙得一十一各為乘率列右行對寄左行衍

數具圖如右



以兩行對乘之得用數甲得三千六十乙得一千一百四十丙得三千五百五十三列右行具圖如右

既得用數始驗問題三籮剩米列左行對三人所用以兩行對乘之甲得三千六十乙得一萬五千九百六十丙得三千五百五十三

併三數得二萬二千五百七十三為總數滿衍母三千八百七十六去之不滿三千一百九十三合畏為三石一斗九升三合為三籮適滿細數以左籮剩一合減之餘三石一斗九升二合為甲盜米

又為丙盜米以中籮剩米一升四合減之餘石一斗七升九合、乙盜米以合籮剩米一合減之餘三石一斗九升二合為為丙盜米併三人米共得九石五斗六升三合為所失米合問

魯郡 秦九韶

○推氣治曆

問太史測驗天道 慶元四年戊午歲冬至三十九日九十二刻四十五分 紹定三年庚寅歲冬至三十二日九十四刻一十二分欲求中間 嘉泰甲子歲氣骨歲餘斗分各得幾何

答曰氣骨十一日三十八刻二十分八十一秒八十小分歲餘五日二十四刻二十九分三十秒三十小分斗分空曰二十四刻二十九分三十秒三十小分

術曰先距前後年數為法置前測日刻分減後測日刻分餘為率不足減如紀策則以紀策累加之令及天道合用五日以上數為實以法除實得歲餘去全日餘為斗分以所求中間年上距前測年數乘歲餘益入前測日刻分滿紀策去之餘為所求年氣骨

草曰置前測戊午歲距後測庚寅歲得三十三為法置前測戊午歲冬至三十九日日辰癸卯九十二刻四十五分減後 紹定三年庚寅歲冬至三十二日日辰丙申九十四刻一十二分今後測者少不及前測者以減乃加紀法六十日於後測日內得九十二日九十四刻一十二分然後用前測者減之餘五十三日一刻六十七分為率按術當以法三十三除率須使商數必得五日以上乃可令率未得五日乃兩度累加紀法一百二十入率內共得一百七十三日一刻六十七為實實如法除之得五日二十四刻二十九分三十秒三十小分不盡棄之為歲餘乃去全五日得二十四刻二十九分三十秒三十小分為斗分次推 嘉泰甲子上距 慶元戊午歲得六以乘歲餘五日六十四刻二十九分三十秒三十小分得三十一日四十五刻七十五分八十一秒八十小分益入前測戊午歲三十九日九十二刻四十五分得七十一日三十八刻二十分八十一秒八十小分滿紀法六十去之餘一十一日三十八刻二十分八十一秒八十小分為所求甲子年氣骨之數合問

○治曆推閏

問開禧曆以嘉泰四年甲子歲天正冬至為一十一日日辰乙亥四十四刻六十一分五十四秒十一月經朔一日日辰乙丑七十五刻五十五分六十二秒問閏

骨問率各幾何
荅曰閏骨九日六十九刻五分九十一秒不盡一百六十九分秒之一百二十一
閏骨率十六萬三千七百七十一
術曰以日法各通氣朔日刻分秒各為氣骨朔骨分
其氣骨分如約率而一約盡者為可用或收弃餘分在一刻以下者亦可用然後與朔骨分相減餘為閏骨率以日法
之約為閏骨策
草曰置本曆日法一萬六千九百先通冬至一十一
日四十四刻六十一分五十四秒得一十九萬三

千四百四十分二十六小分為實其歷約率係三
千一百二十以約之得六十二可用其實餘小分
二十六乃弃之只用一十九萬三千四百四十為
氣骨分次置朔一日七十五刻五十五分六十二
秒以本歷日法一萬六千九百乘之得二萬九千
六百六十八分九十九秒七十八小分時近一分
故於氣骨內所弃二十六小分借二十二小分以
補朔內收上得二萬九千六百六十九為朔骨然
後以朔骨分減氣骨分餘有一十六萬三千七百
七十一為閏骨率復以日法除之得閏骨策九日

六十九刻五分九十一秒不盡一百二十一算直
命之為一百六十九分秒之一百二十一合問
○治歷演紀
問開禧曆積年七百八十四萬八千一百八十三歲
知推演之原調日法求朔餘朔率斗分歲率歲閏入
元歲入閏朔定骨閏泛骨閏縮紀率氣元率元閏元
數及氣等率因率節率朔等數因數節數朔積年二
十三事各幾何
荅曰日法一萬六千九百　朔餘八千九百六十
七　朔率四十九萬九千六十七　斗分四千

一百八　歲率六百一十七萬二千六百八
歲閏一十八萬三千八百四　入元歲九千一
百八十　入閏四十七萬四千二百六十
朔定骨二萬九千六百六十九
閏泛骨一十六萬三千七百七十一
閏縮一十八萬八千五百七十八
紀率一百一萬四千　氣元率一萬九千五百
元閏三十七萬七千八百七十三
元數四百二　氣等率五十二
因率一百四十四　節率三百二十五

朔等數一　因數四十五萬七千九百九十九
蔀數四十九萬九千六十七　朔積年七百八
十三萬九千　積年七百八十四萬八千一百八十
術曰以曆法求之大衍入之調日法如何承天術用
強弱母子互乘得數併之為朔餘以二十九日通
日法增入朔餘為朔率又以日法乘前曆所剸冬
至氣刻分收弃末位為偶數得斗分與日法用大
衍術入之求等數因率蔀率以紀乘等數為約率
置所求氣定骨如約率而一得數以乘因率蔀
率去之不滿以紀法乘之為入元歲次置歲日以

日法通之併以斗定分為歲率以十二月乘朔率
減歲率餘為歲閏以歲閏乘入元歲滿朔率去之
不滿為入閏與閏骨相減之得差或通足使以入元歲為積年故術丑不用或差在刻分法斗數以下者亦以入元歲為積年必在刻分法斗數
以上都以閏泛骨併朔率得數內減入閏餘與朔
率求閏縮在朔率以下使為閏縮以上用朔率減之亦得以紀法乘日
法為紀率以寄數約之為氣元率以氣元乘歲閏
滿朔率去之不滿為元閏虗置十億減入元歲餘
為實元率除之得乘限乃以元閏與朔率用大衍
入之求得寄數因數以數以寄閏約閏縮得數以

因數乘之滿蔀數去之不滿在乘限以下以乘元
率為朔積年併入元歲為演紀積年又加戊曆年
〇今人相乘演積年其術如調日法求朔餘朔率立
斗分歲餘求氣骨朔骨閏骨及衍等數約率因率
蔀率求入元歲〻閏入閏元率元閏已上皆同此
術但其所以求朔積年之術乃以閏骨減入閏餘
謂之閏贏朒與閏縮朔率列號甲乙丙丁四位除
乘消減謂之方程乃求得元數以乘元率所得謂
之朔積年加入元歲共為演紀歲積年所謂方程
正是大衍術今人如此非特置算繫名初無定法可傳

甚是惑悞後學易失古人之術意故今術不言閏
贏而曰入閏差者蓋本將來可用入元歲便為積
年之意故今止將元閏朔率二項以大衍先求等
數因數蔀數者乃倣前求人元歲之術理假閏骨
如氣骨以等數為約數及求乘數蔀數以等約閏
縮得因乘數滿蔀去之不滿在限下以乘元率便
得朔積年亦加入元歲共為演紀積年此術非惟
止用乘除省便又且於自然中取見積年不惑不
差矣新術敢不用閏贏而求者實如閏贏已存於
入閏之中但求朔積年之奇分與閏縮等則自與

入閏相合必滿朔率數所去故也數理精微不易窺識窮年致志感於憂寐幸而得之謹不敢隱

草曰本曆以何承天術調得一萬六千九百為日法係三百三十九強一十七弱先以強數三百三十九乘強子二十六得八千八百一十四於上次以弱數一十七乘弱子九得一百五十三併上共得八千九百六十七為朔餘次以日法通朔策二十九日得四十九萬一百增入朔餘得四十九萬九千六十七為朔率又以日法求統天曆所測每歲冬至周日下二十四刻三十一分得四千一百八

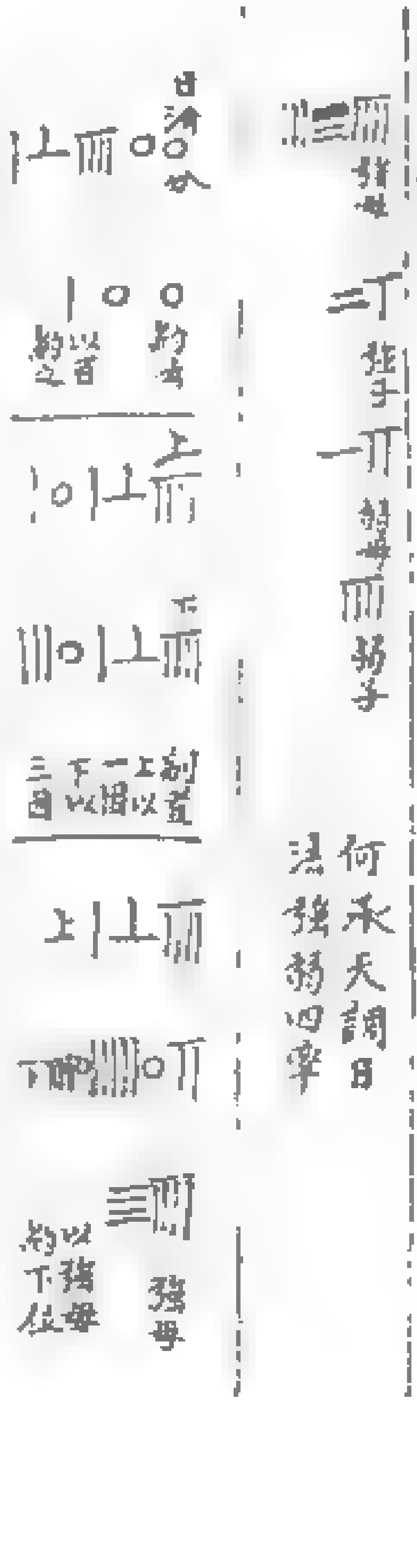
分三十九秒為斗泛分驗八分既偶遂弃三十九秒只以四千一百八分為斗定分與日法以大衍術入之求得五十二為等數一百四十四為因率三百二十五為蔀率以甲子六十為紀法乘等數得三千一百二十為約率郄置本曆上課所用嘉泰甲子歲氣骨一十一日四十四刻六十一分五十四秒以乘日法得一十九萬三千四百四十分二十六秒為氣泛骨欲滿約率三千一百二十而一故就近乃弃微秒只以一十九萬三千四百四十為氣定骨然後以約率三千一百二十除之得六十二以因率一百四十四乘之得八千九百二十八滿蔀率三百二十五去之不滿一百五十三以紀法六十乘之得九千一百八十年為入元歲次置歲日三百六十五以日法通之得六百一十六萬八千五百併斗定分四千一百八得六百一十七萬二千六百八為歲率郄十以二月乘朔率四十九萬九千六百七得五百九十八萬八千八百四減歲率餘一十八萬三千八百四為歲閏以歲閏乘入元歲九千一百八十得一十六億八千七百三十二萬七百二十滿朔率去之不滿四十

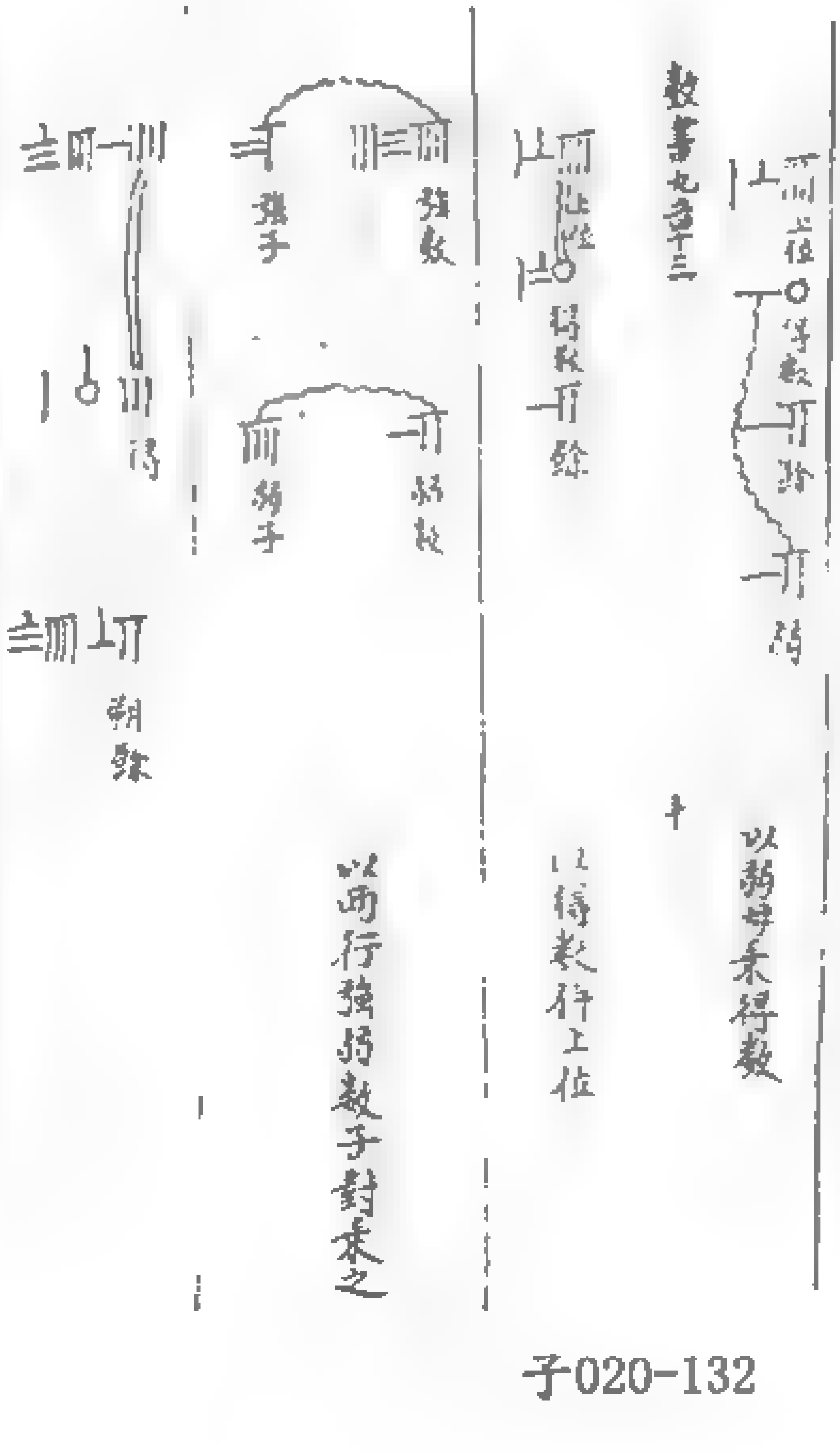
七萬四千二百六十為入閏次置本曆所用嘉泰甲子歲天正月朔一日七十五刻五十五分六十二秒以日法乘之得二萬九千六百六十八分九千九百七十八秒為朔泛骨就近收秒為一分共為二萬九千六百六十九為朔定骨數然後乃以朔定骨減氣定骨一十九萬三千四百四十餘一十六萬三千七百七十一為閏泛骨置日法以二百約之得八十四半為半刻法次以閏泛骨與入閏相課減之餘三十一萬四百八十九此是閏羸為差半刻法以上乃以閏泛骨併朔率共得六十六萬

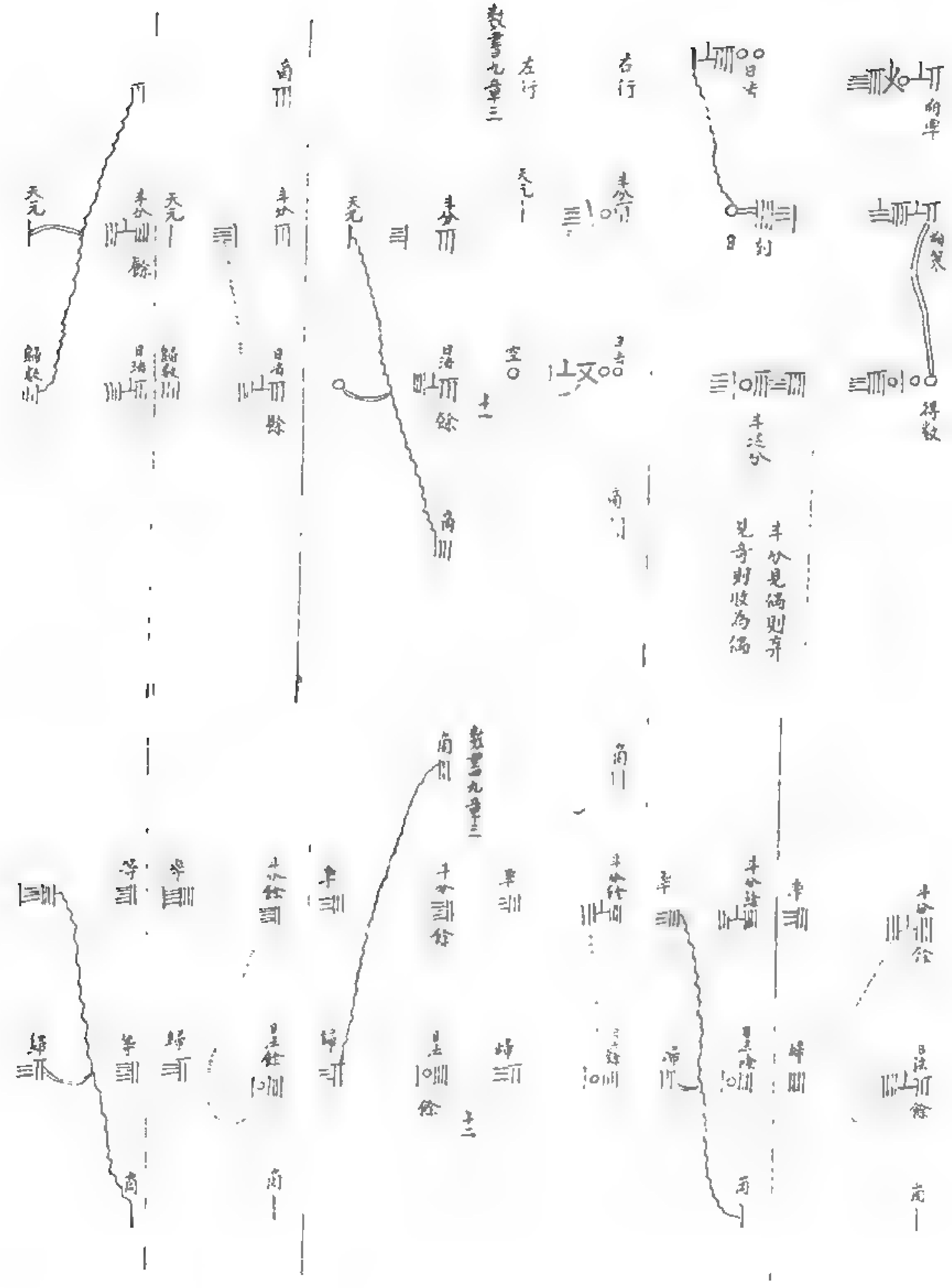
二千八百三十八以入閏四十七萬四千二百六
十減之餘一十八萬八千五百七十八在朔率下
便為閏縮次以紀策六十乘日法得一百一萬四
千為紀率以等數五十二約紀率得一萬九千五
百為氣元率以氣元率以紀率乘歲閏一十八萬三千八百四
得三十五億八千四百一十七萬八千滿朔率去
之不滿三十七萬七千八百七十三為元閏次置
一億以入元歲九千一百八十減之餘九千九百
九十九萬八百二十為實以元率一萬九千五百
為法除之得五千一百二十七為乘元限數乃以

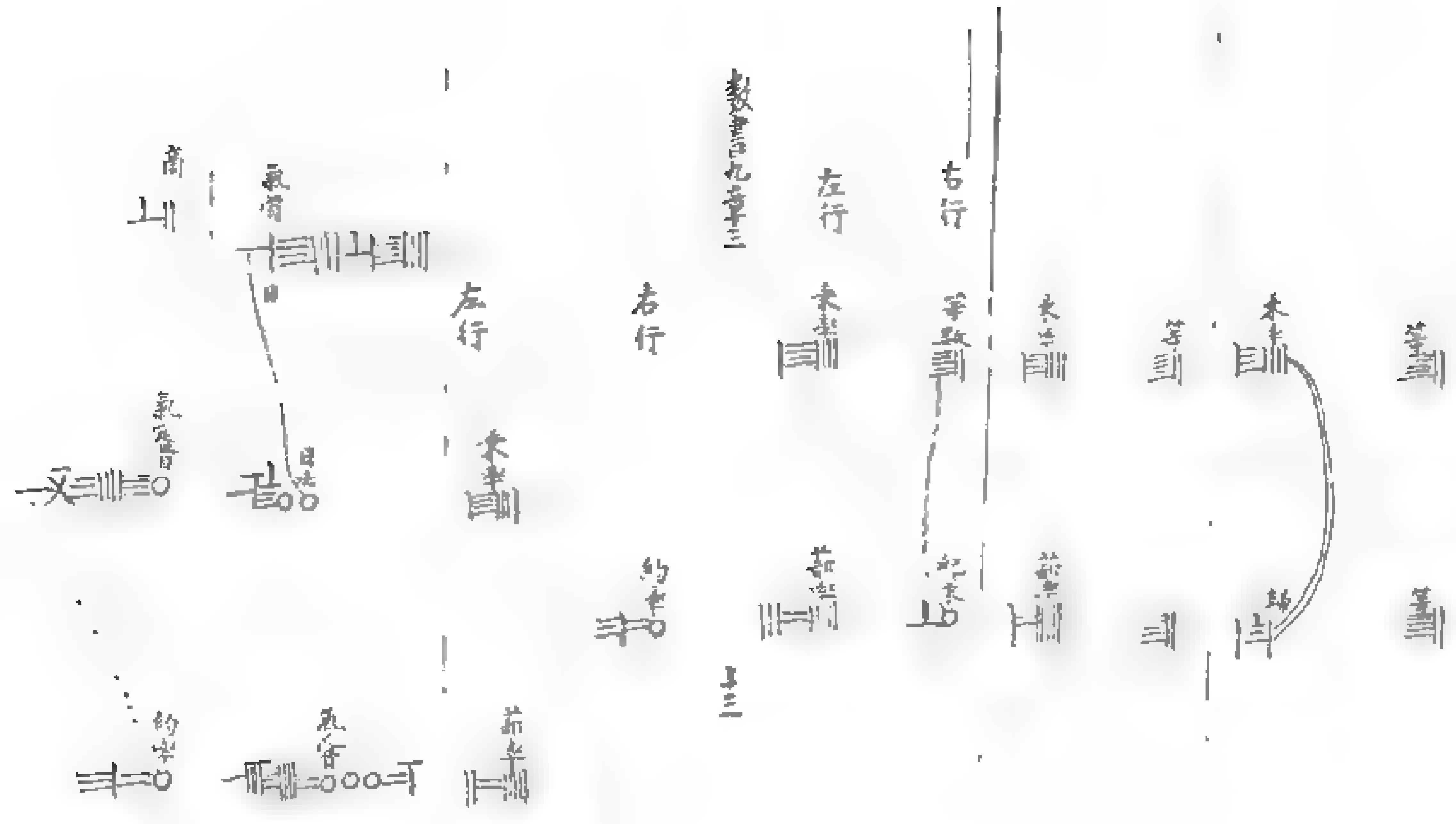
元閏三十七萬七千八百七十三與朔率四千九
萬九千六十七用大衍術求之得等數一因數四
十五萬七千九百九十九蔀數四十九萬九千六
十七然後以等數一約閏縮只得一十八萬八千
五百七十八以因數四十五萬七千九百九十九
乘之得八百六十三億六千八百五十三萬五千
四百二十二滿蔀數四十九萬九千六十二去之
不滿四百二十在乘元限數以下為可用乃以乘元
率一萬九千五百得七百八十三萬九千年為朔
積年併入元歲九千一百八十共得七百八十四

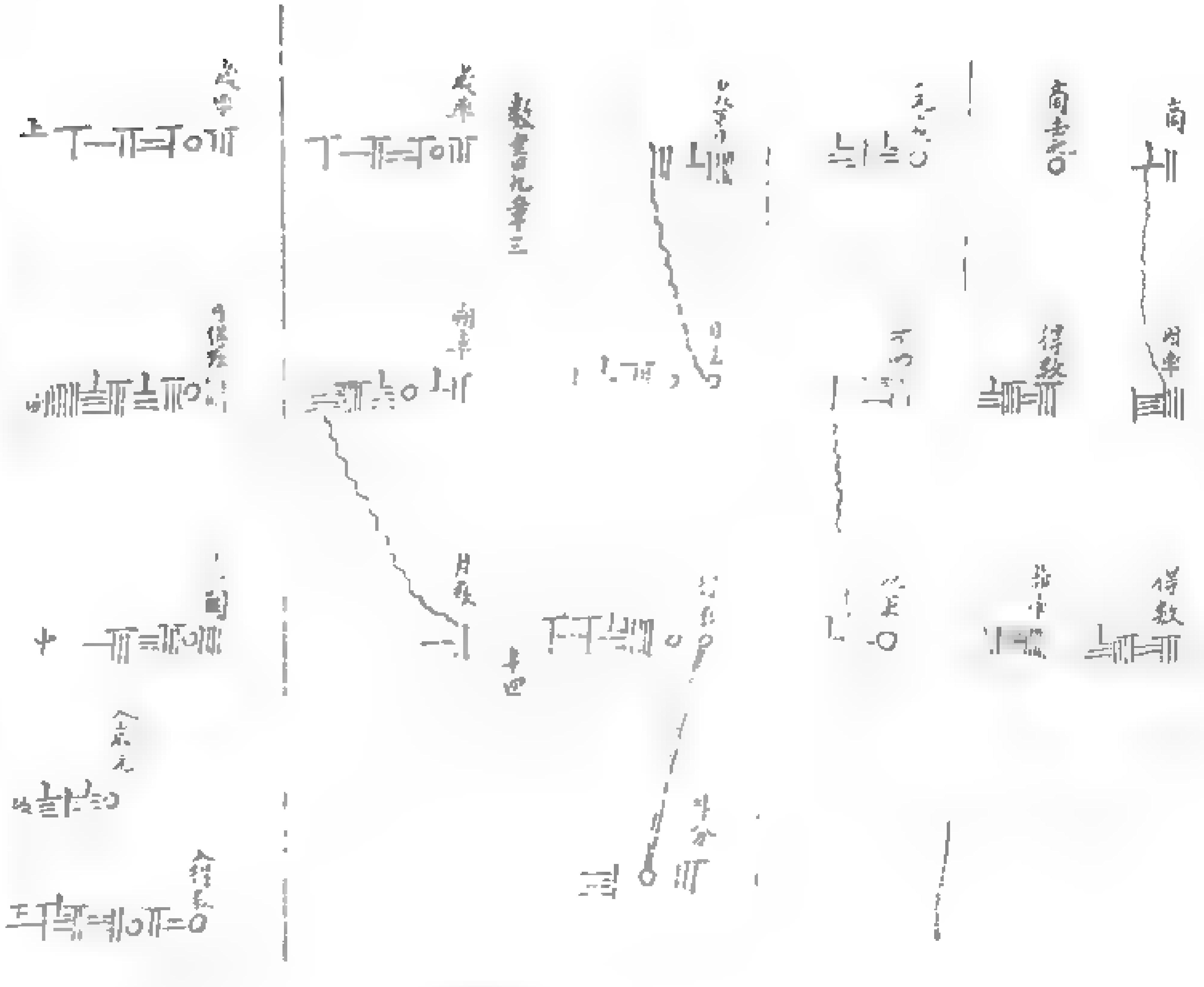
萬八千一百八十為嘉泰四年甲子歲積筭本曆
係於丁卯歲進呈又加丁卯三年共為七百八
十四萬八千一百八十三筭為本曆積年合具筭
圖如后



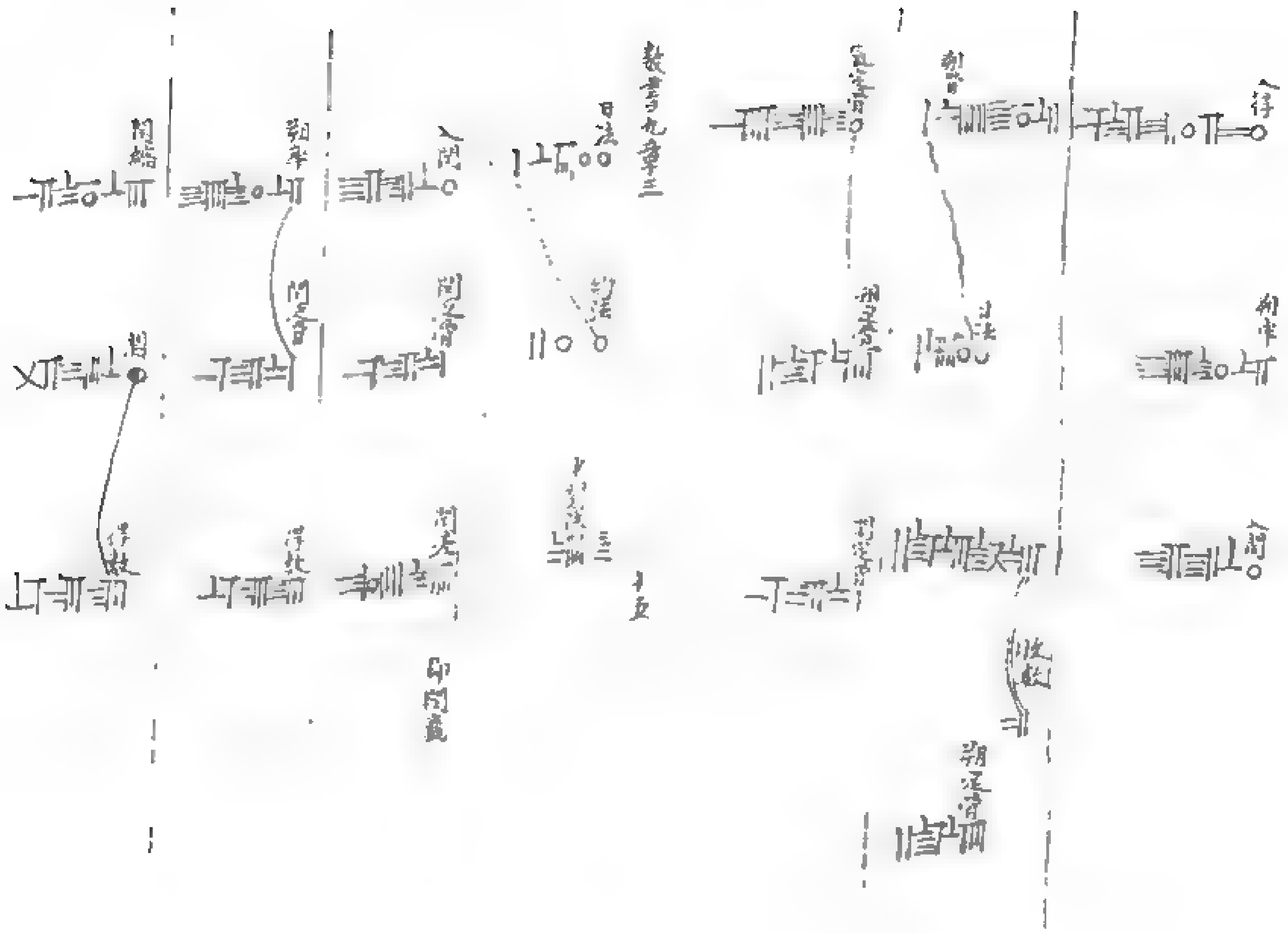


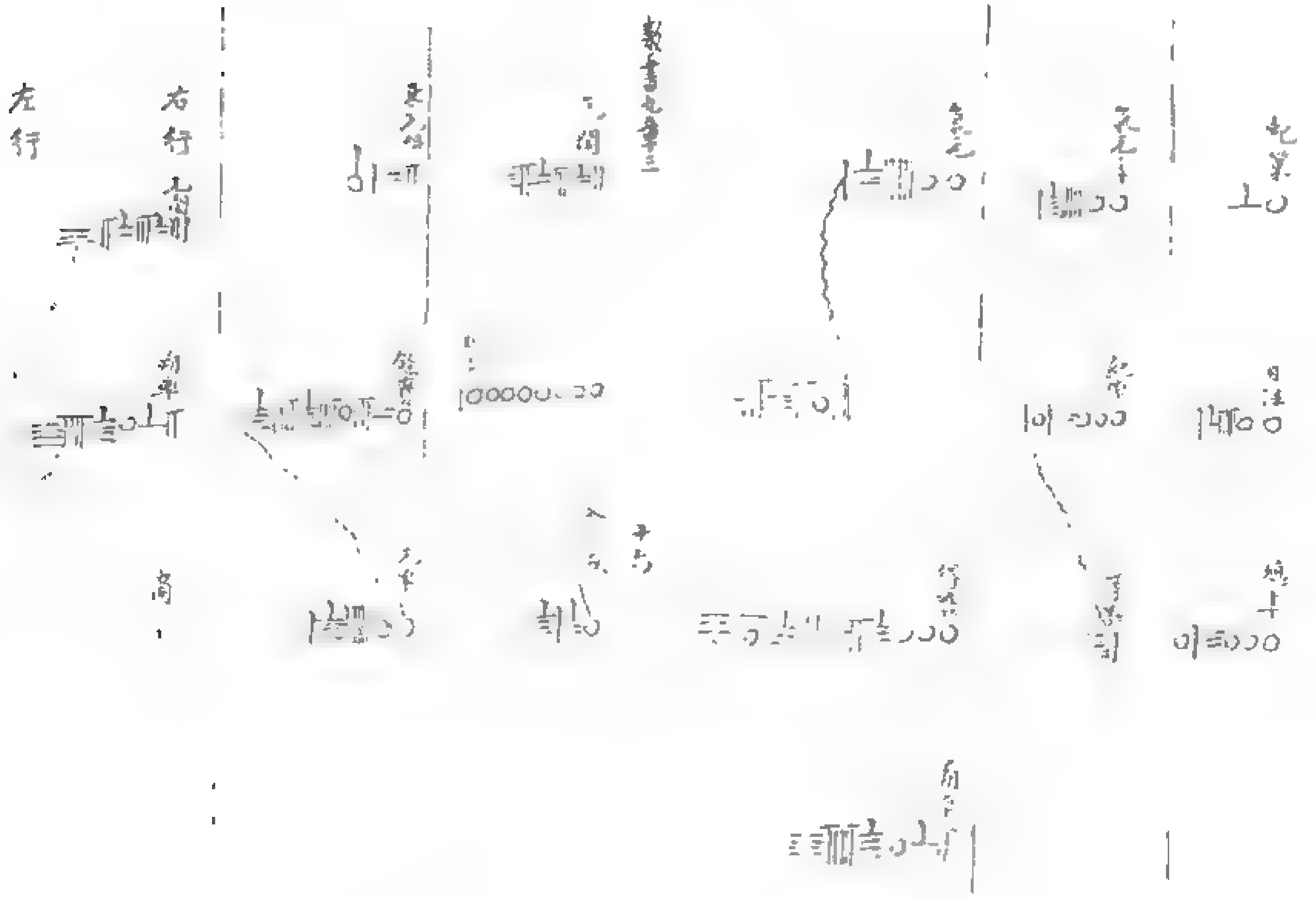
次以日法乘朔策日得數併朔餘為朔率

數書九章三
左行
右行
天元一
本分見偶則弃見奇則收為偶

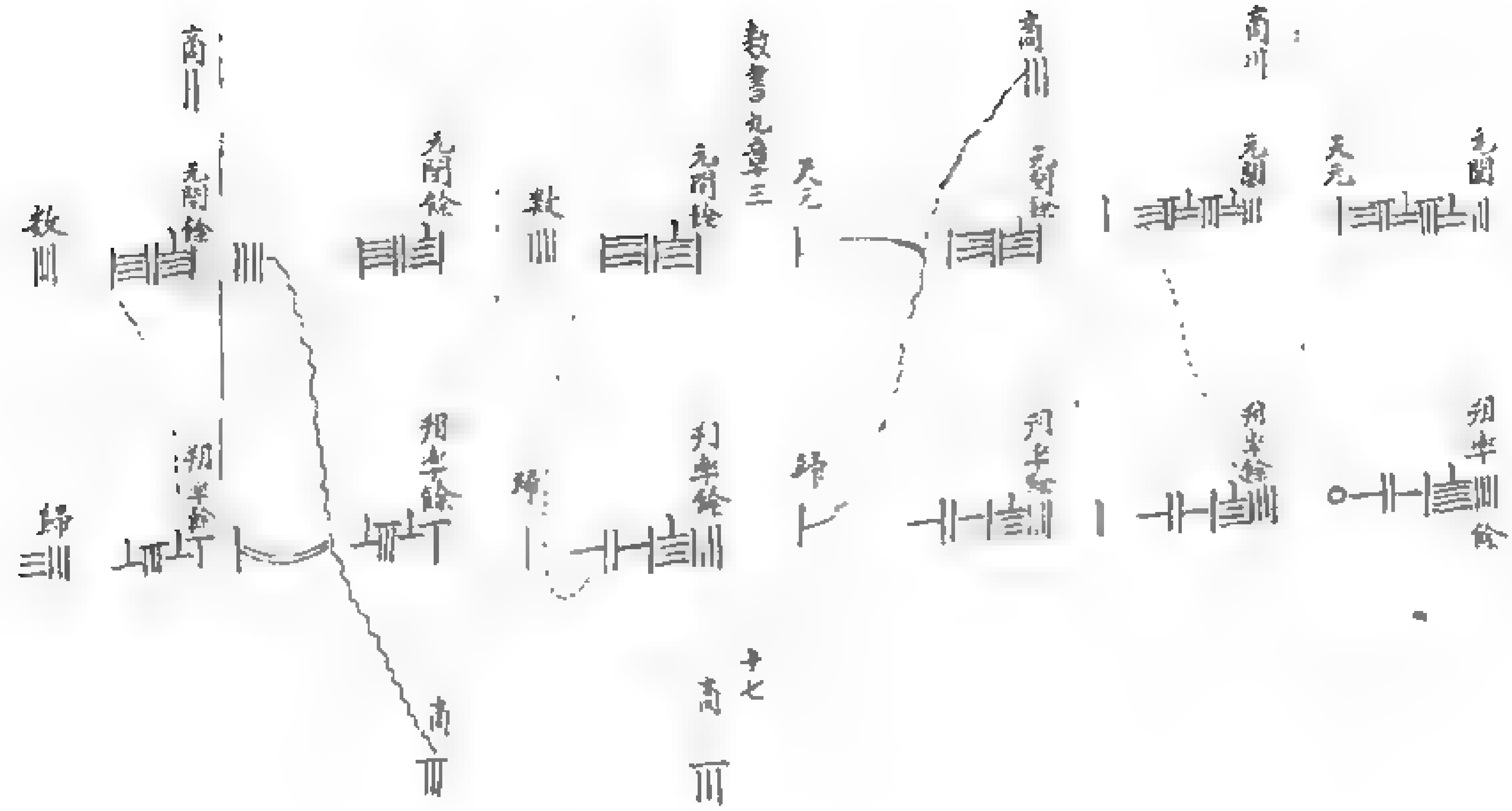


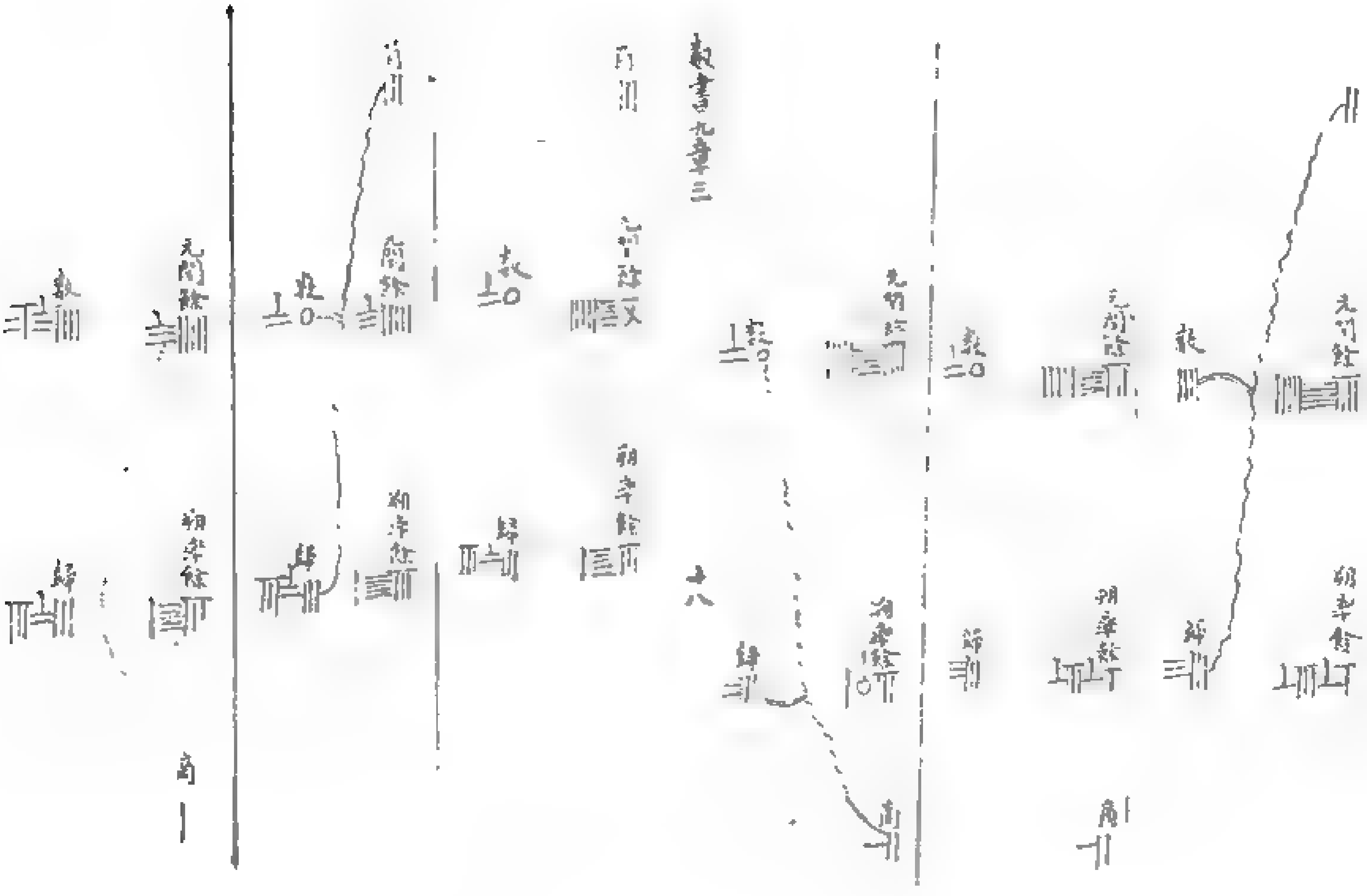


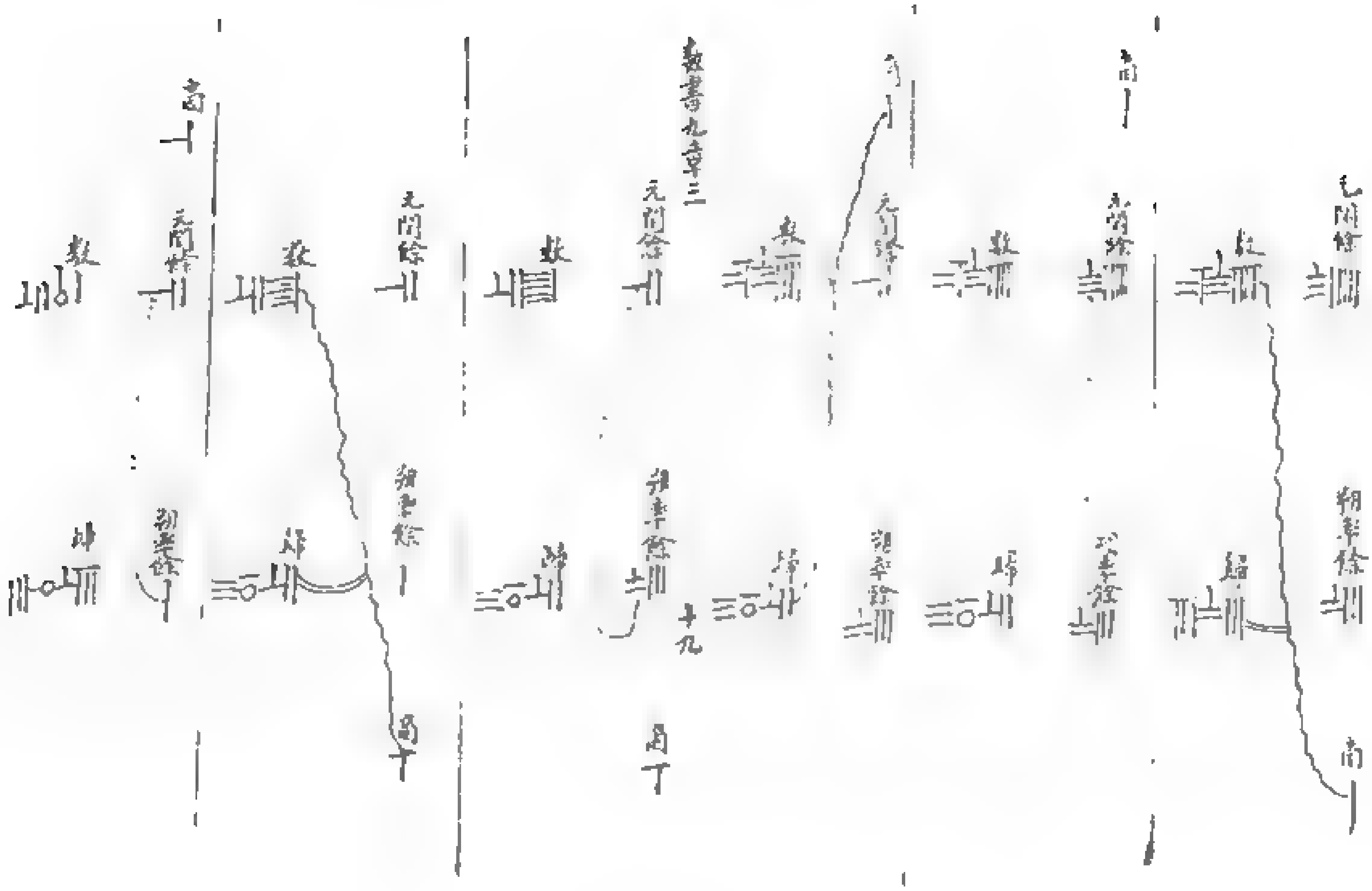
乃以副位得數減上位歲率餘為歲閏
次以次位入元歲乘中位歲閏成下位

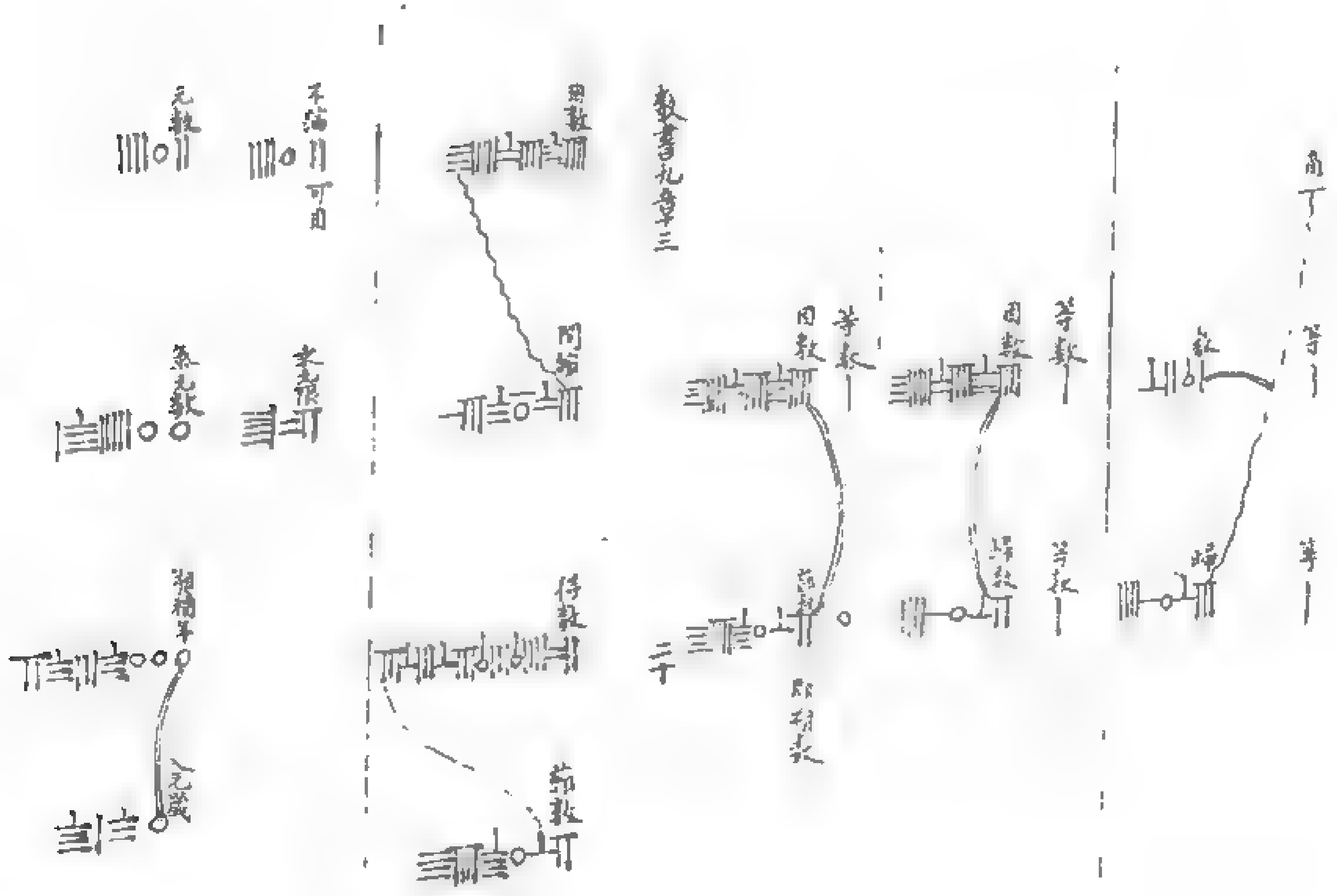

數書九章三

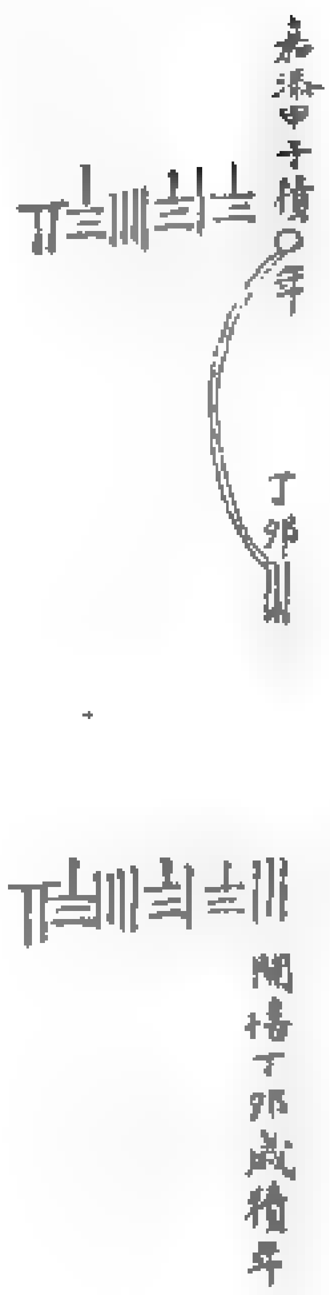

數書九章三
右行
左行


商
數
元閏餘
歸
朔率餘
天元
商


數
元閏餘
歸
朔率餘
商


數書九章三
數
元閏餘
朔率餘
歸
南
十九


數書九章三
元數
不滿
可用
氣元數
問數
得數
因數
等數
歸數
入元歲
二十



○綴術推星

問歲星合伏經一十六日九十分行三度九十分去日一十三度乃見後順行一百一十三日行一十七度八十三分乃留欲知合伏段晨疾初段常度初行率末行率平行率各幾何

答曰合伏一十六日九十分　常度三度九十分

初行率二十三分九十七杪　末行率二十二分七杪

平行率二十三分二杪

晨疾初三十日

常度六度一十三分　初行率二十一分九十六杪　平行率二十分三十三杪

末行率一十八分七十九杪

術曰以方程法求之置見日減一餘半之爲見率以伏日併見日爲初行法以法半之加見率共爲伏率以伏日乘伏率爲伏差以見日乘見率爲見差以伏日乘見差於上以見日乘伏差減上餘爲法以見日乘伏度爲泛以伏日乘見度減泛餘爲實實滿法而一爲度不滿退除爲分杪即日得差

求初行率置初行法減一餘乘日差爲寄以半初行法乘寄得數又加伏見度共爲初行實以法退除之得合伏日初行率

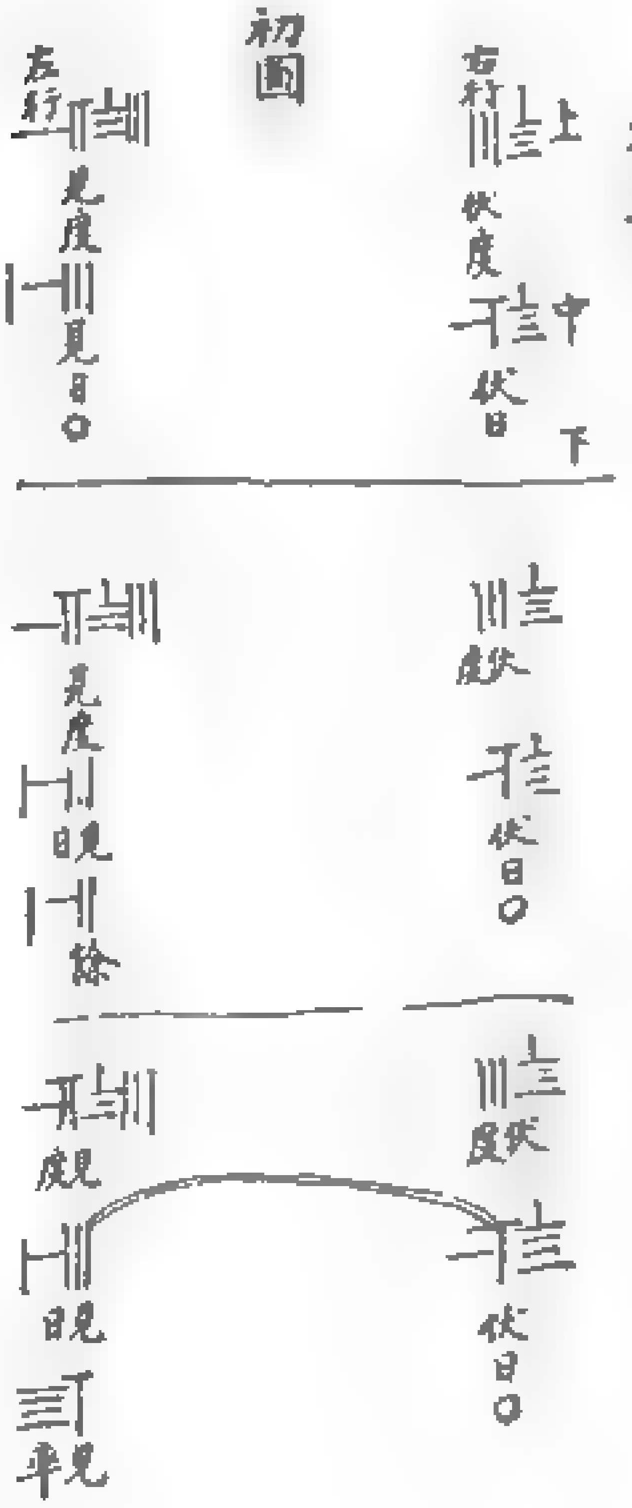
求末行率以段日乘日差減初行率爲餘末行率

求平行率以初行率併末行率而半之爲平行率

求交段差以各段常日下分數減全日一百分餘乘末日行率爲交段差累減前段積度以益後段積度各爲常度

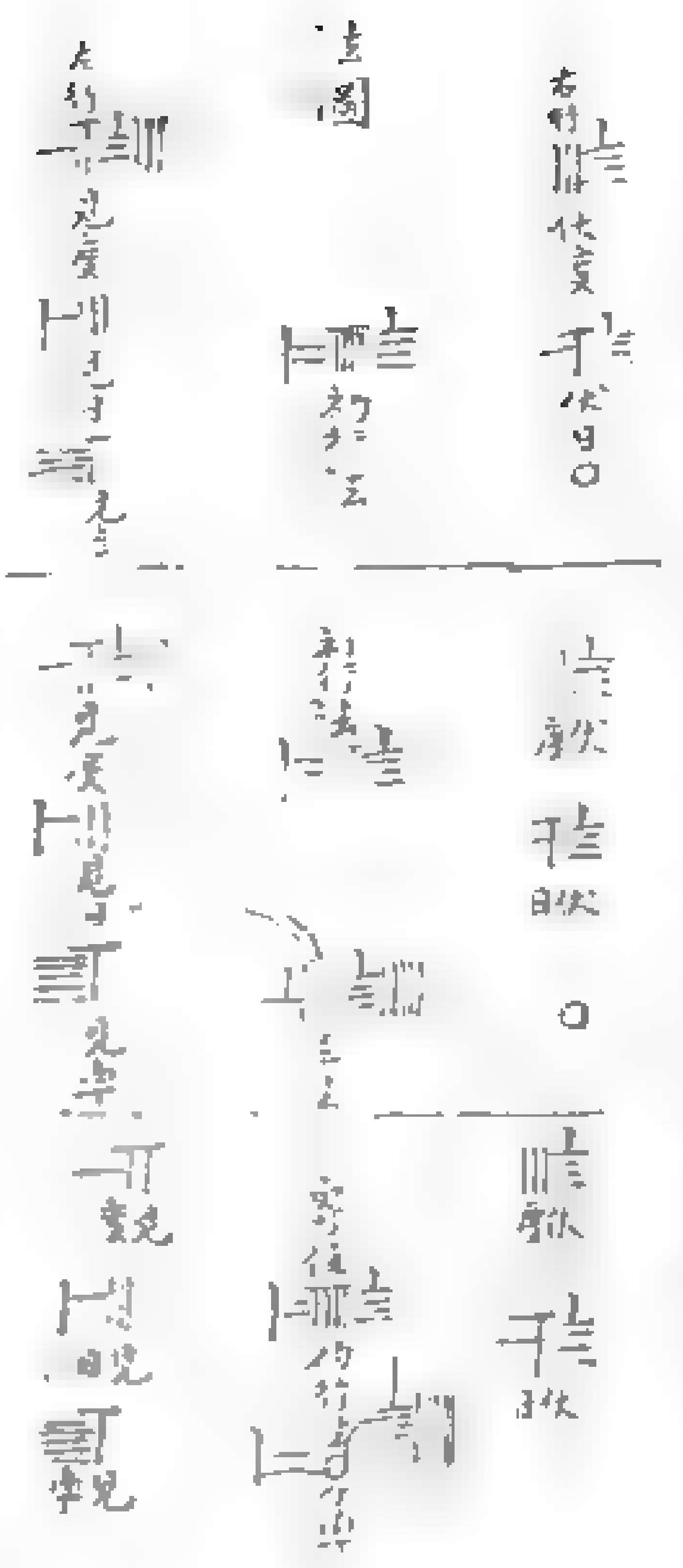
草曰[illegible]以伏日隨伏度爲右行以見日隨見度爲左行以度對度日對日其度於上日於中空其下列之

初圖



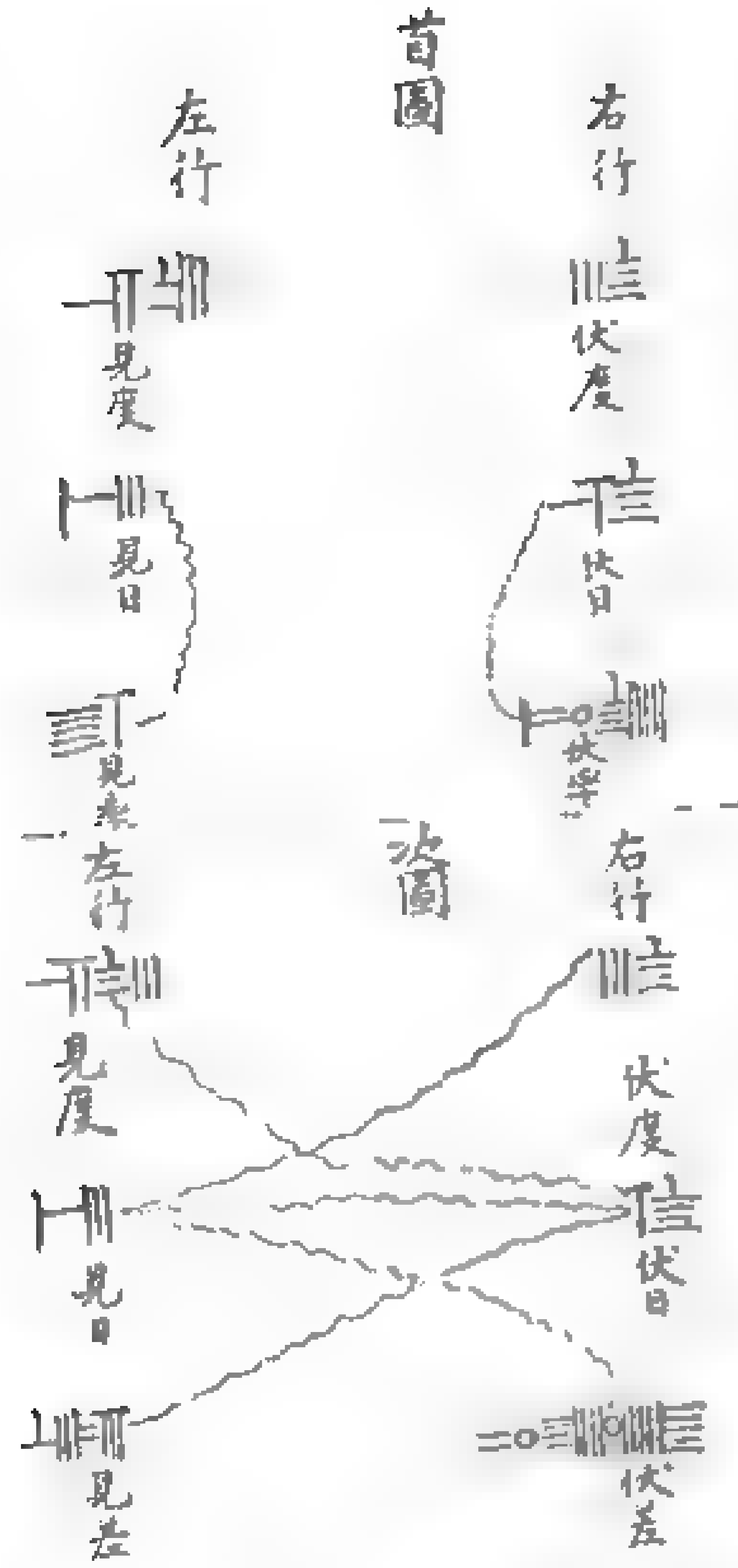
置日一百一十三減一餘一百一十二以半之得五

十六為見率以伏日一十六日九十分併見日一百一十三得一百二十九日九十分為初行法



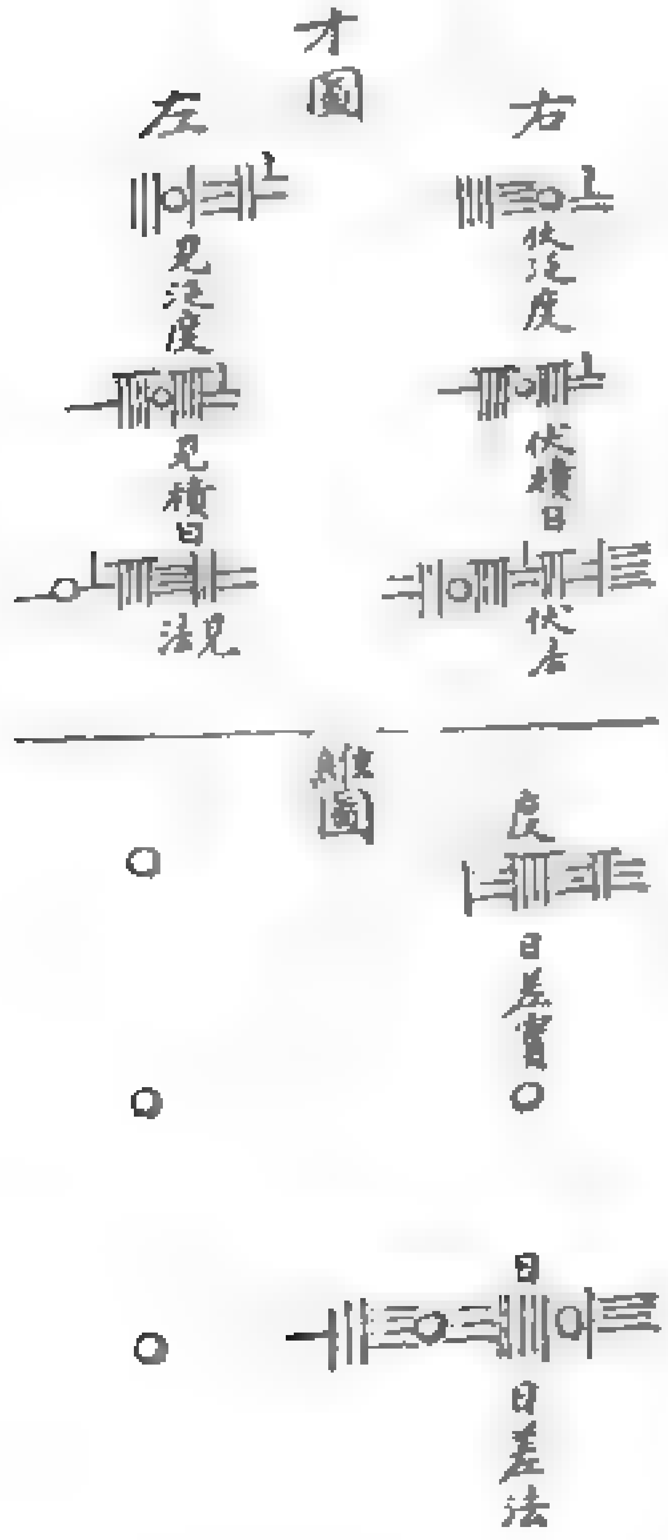
以初行法乘之得六十四日九十五分併見率五

十六日得一百二十日九十五分為伏率以初行法寄之以伏率歸右下以對見率仍分左右兩行為首圖

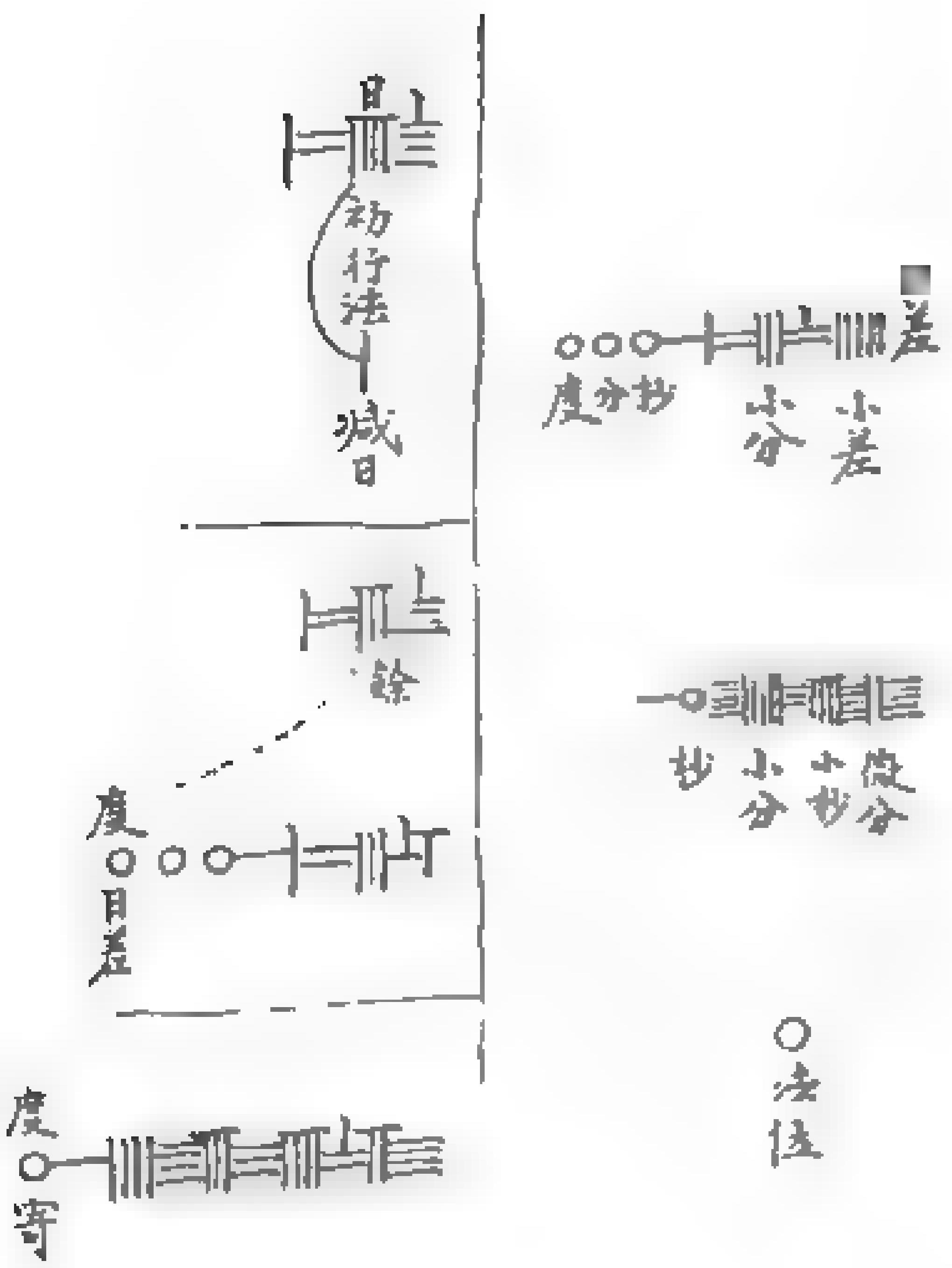


以首圖伏日一十六日九十分乘伏率一百二十日九十五分二千四十四日五分五十秒為伏差於右下以首圖見日一百一十三乘見率五十六日得六千三百二十八日為見差於左下乃成次圖凡方程之術先欲得者存之以未欲得者互徧乘兩行諸數今驗次圖先欲得日差故存其左右之二下以左右之中伏見日數互徧乘兩行乃以次圖右中伏日一十六日九十分先徧乘左行畢左上得三百一度三十二分七十秒左中得一千九百九日七十分左下得一十萬六千九百四十三

日二十分又以次圖左中見日一百一十三徧乘右行畢右上得四百四十日七十分右中亦得一千九百九日七十分右下得二十三萬九百七十八日二十一分五十秒

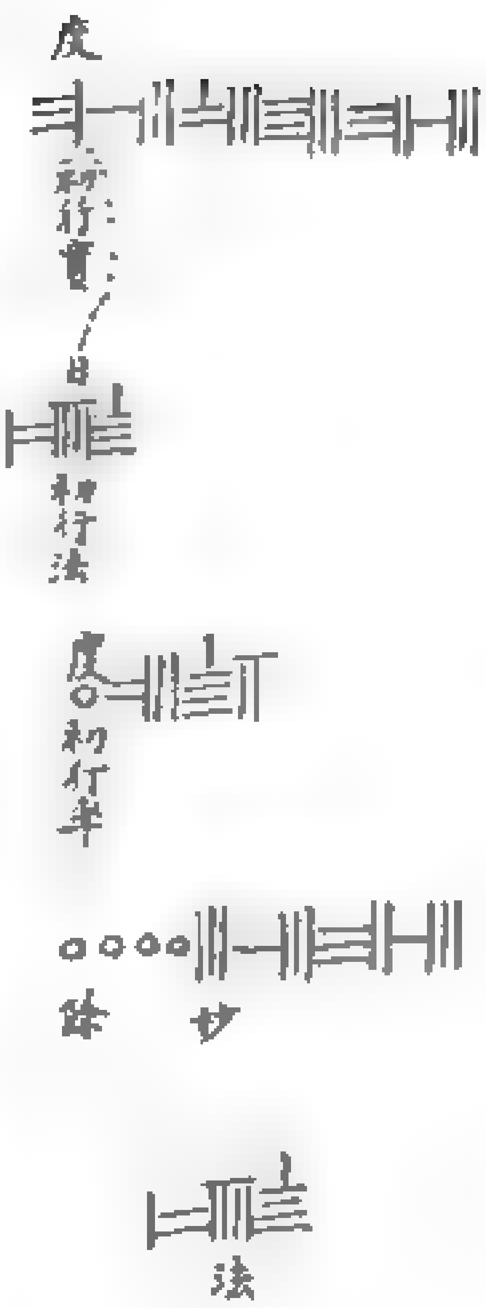


故以兩行所得變名泛積法而成才畾乃驗才畾左上下宜少用減右行畢右上餘一百三十九度三十七分三十秒為日差實右中空右下得一十二萬四千三十五日一分五十秒為日差法今維圖法多實少除得空度空分十一秒二十三小分六十五小秒不盡十秒五十五小分三十九小秒五十二微分五十微秒收為一小秒為日定差一十一秒二十三小分六十六小秒

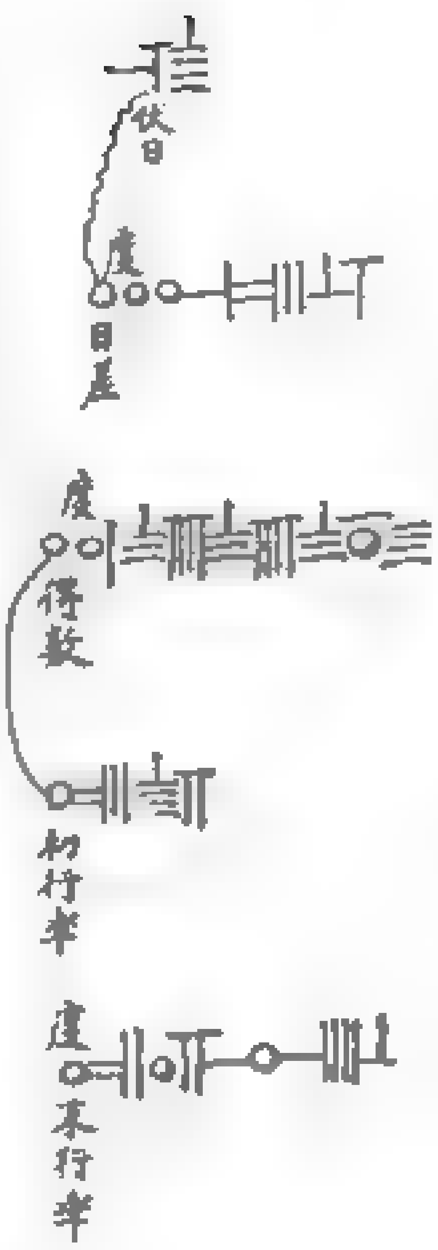


既得日差乃求初行率置法圖內初行法一百二十九日九十分內減去一日餘一百二十八日九十分乘日差一十一秒二十三小分六十六小秒得空度一十四分四十八秒三十九小分七十七小秒四十微分為寄次置初行法一百二十九日九十分半之得六十四日九十五分乘寄得九度四十分七十三秒四十三小分三十二小秒一十三微分為得數

以得數加伏度三度九十分見度一十七度八十三分共得三十一度一十三分七十三秒四十三小分三十二小秒一十三小微分為初行實如初行法一百二十九日九十分而一



乃得空度二十三分九十七秒為伏合初日行率
餘三秒一十三小分三十二小秒一十三纖分弃之
求末行率置合伏段日數一十六日九十分乘日
差一十一秒二十三小分六十六小秒得一分八
十九秒八十九小分八十五小秒四十從分為得數

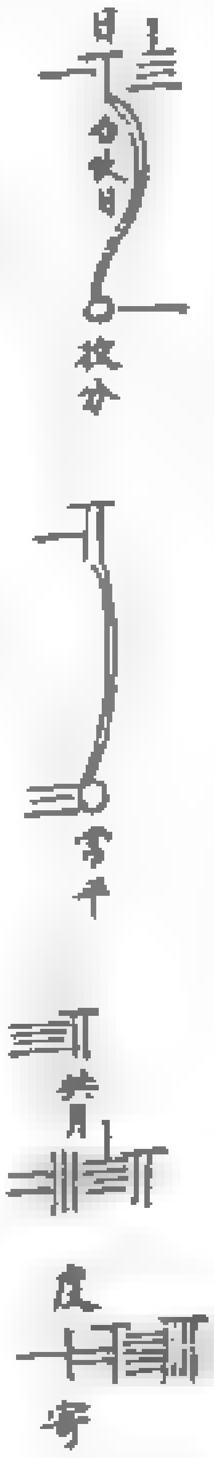


乃以得數減初行率二十三分九十七秒餘二十
二分七秒一十小分一十四小秒六十纖分為合
伏末日行率但注曆收弃小分以下數餘為定
求平行率置初行率二十三分九十七秒併末行
率二十二分七秒得四十六分四秒以半之得二
十三分二秒為平行率

求交段差置合伏日下減全日一百分餘一十分
乘末行率二十二分七秒得二分二十秒七十小
分為交段差

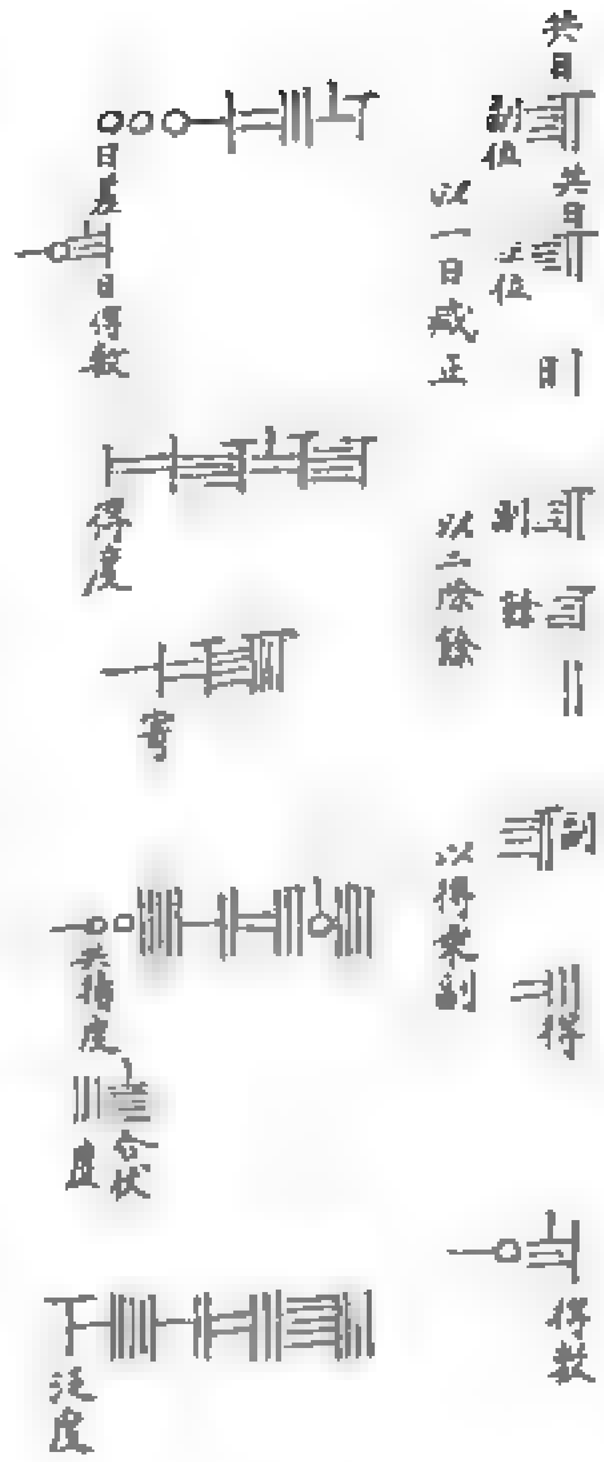
求晨疾初段常度置合伏日一十六日九十分乃
收九十分作一日通為一十七日併舊曆所注晨
疾段常日三十得四十七為共日乘合伏初行率

二十三分九十七秒得一十一度二十六分五十
九秒為寄上



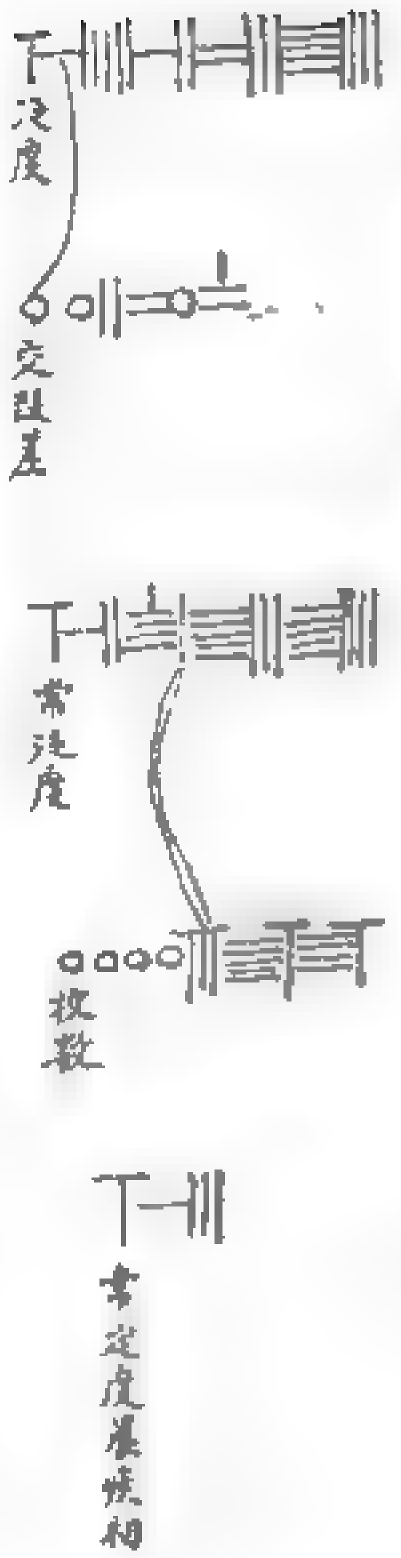
乃副置共日四十七減一餘四十六以半之得二
十三以乘副四十七得一千八十一以乘日差一
十一秒二十三小分六十六小秒得一度二十一
分四十六秒七十六小分四十六小秒以減上寄
一十一度二十六分五十九秒餘一十度五分一
十二秒二十三小分五十四小秒為合伏晨疾初

兩段共積度

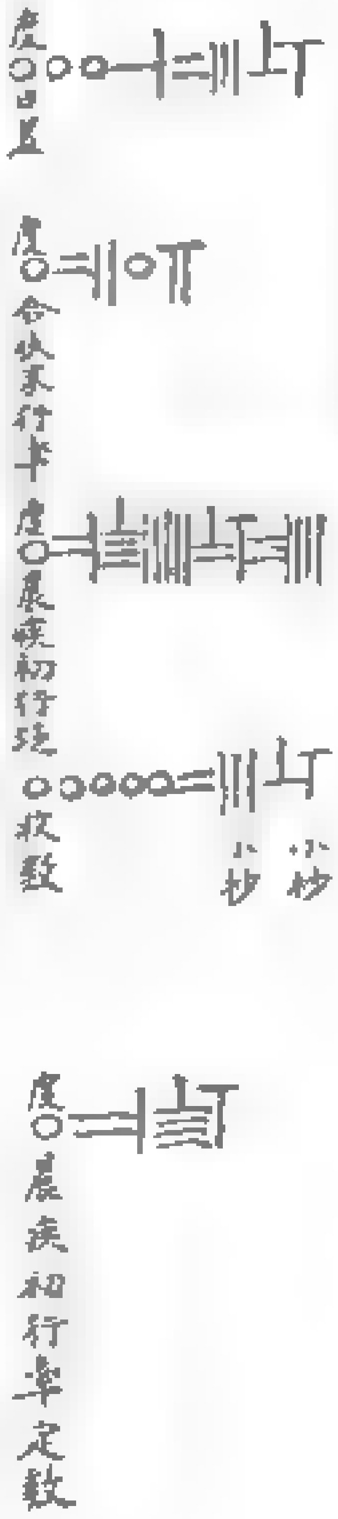


置共積內減合伏三度九十分餘六度一十五分一十二秒二十三小分五十四小杪為泛次以交段差二分二十秒七十小分減泛餘六度一十二

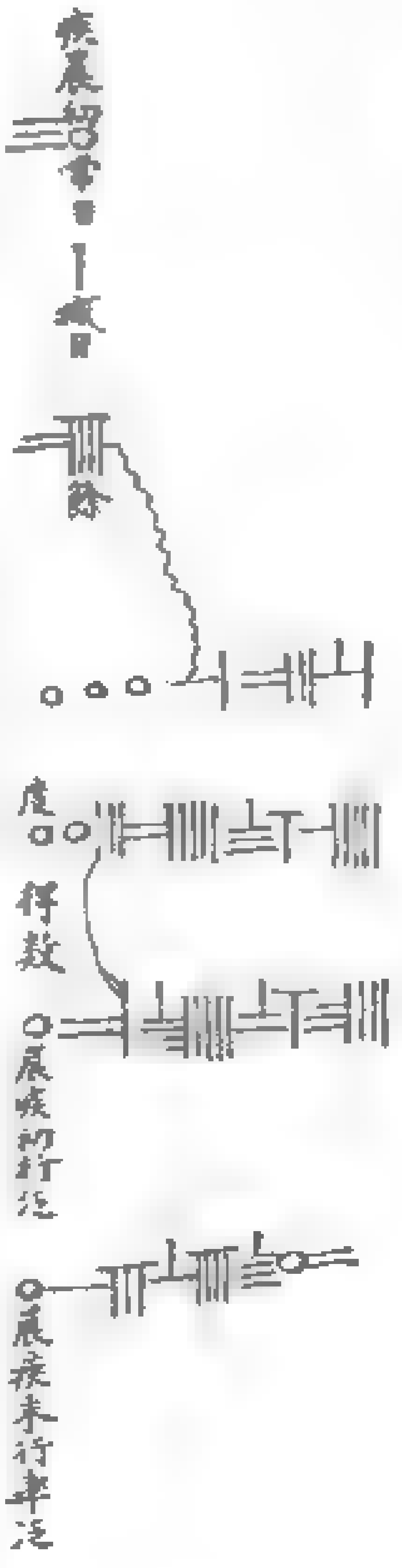
分九十一秒五十三小分五十四小杪為晨疾初段常度注曆乃收八秒五十六小分四十六小杪為全分常定度



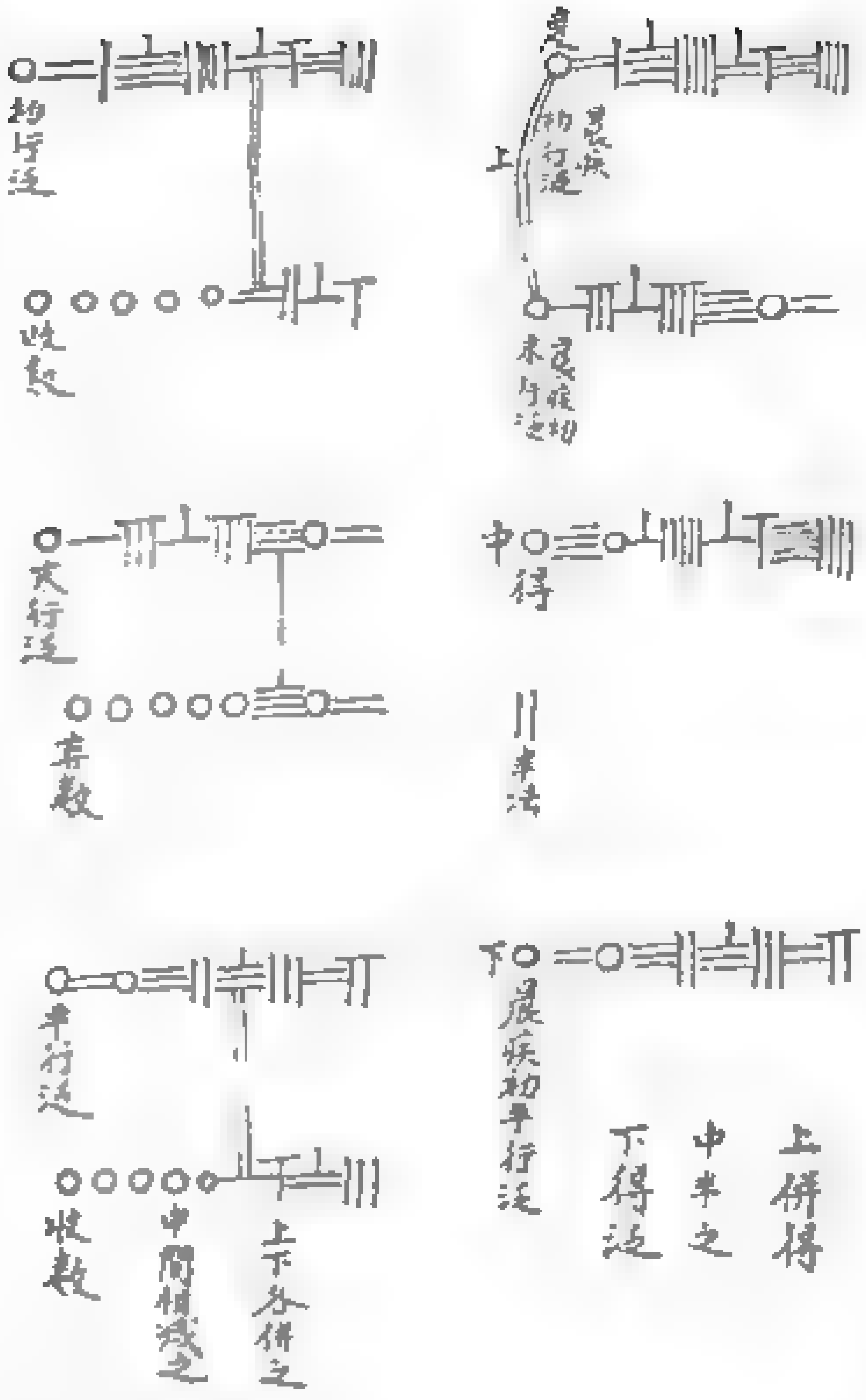
求晨疾初段初行率以日差一十一秒二十三小分六十六小杪減合伏末行率二十二分七秒餘二十一分九十六秒為晨疾初段初行率得泛收之為定者也



求晨疾初末行率置晨疾初常日三十減一餘二十九日乘日差一十一秒二十三小分六十六小杪得三分二十五秒八十六小分一十四小杪以減晨疾初段初行率泛二十一分九十五秒七十六小分三十四小杪餘一十八分六十九秒九十小分二十小杪為晨疾初末行率



求平行率以晨疾初初行泛二十一分九十五秒七十六小分三十四小杪併晨疾初末行泛一十八分六十九秒九十小分二十小杪得四十分六十五秒六十六小分五十四小杪以半之得二十分三十二秒八十三小分二十七小杪為晨疾初平行泛乃以三泛收弃之為定



數書卷四

魯郡 秦九韶

二 揆日究微

問歷代測景惟唐大衍曆最密
本朝崇天曆湯城冬至景一丈二尺七寸一分五十
秒夏至景一尺四寸七分七十五秒惟與大衍曆同
今 問據曆陽府安定冬至景一丈八寸二分二十五
秒夏至景九寸一分八十秒安定夏至後差幾日而
景與湯城夏至同等 設以大衍曆數景折差尺寸各
幾何

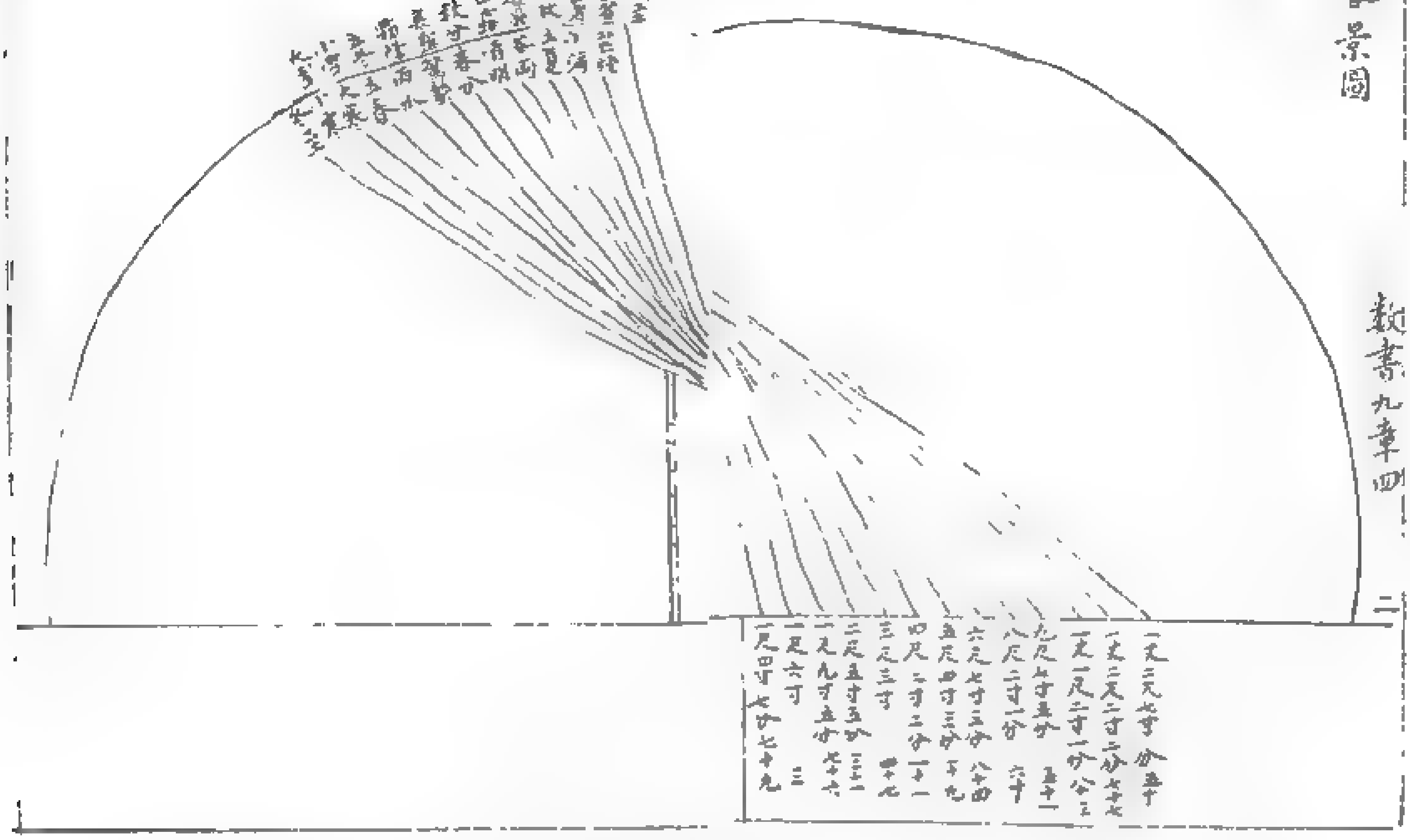
答曰大暑後五日午中景長一尺四寸八分八十
五秒

子020-143

此圖依本畫但其物皆可也

陽城晷景圖

崇天曆



數書九章四

二

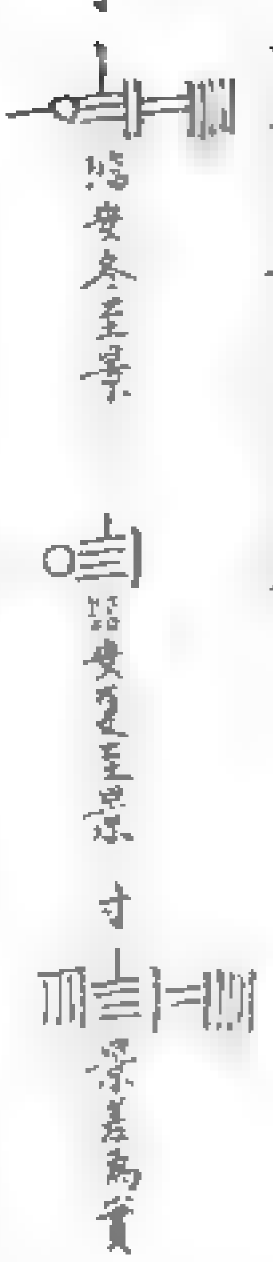
臨安府晷景圖

開禧曆

數書九章四

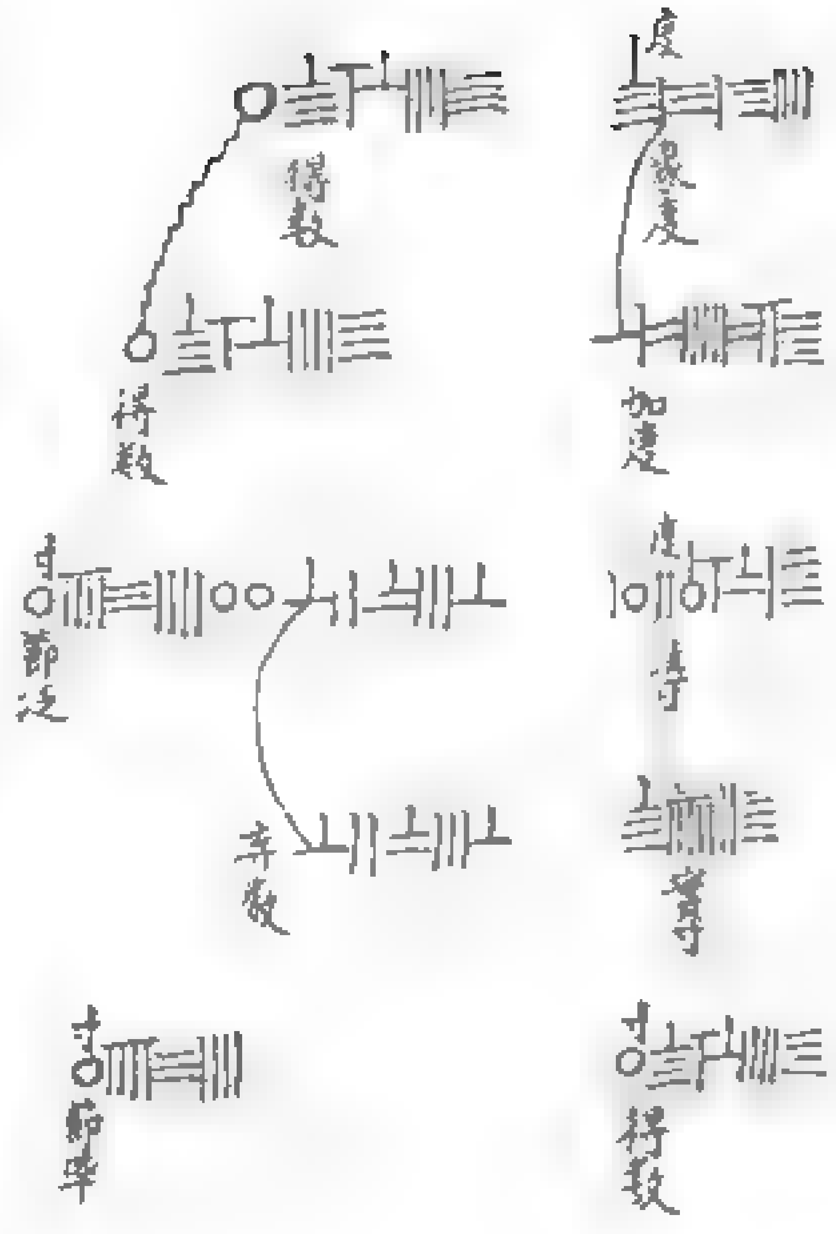
三

置臨安府所測冬至景一丈八寸二分二十五秒
以夏至景九寸一分減之餘九尺九寸一分二十
五秒為景差以為實

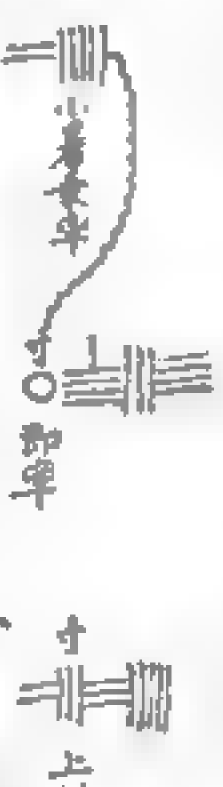


置象限實九十一度三十一分四十四秒加一十
一度二十五分二十七秒五十小分命度為寸得
一百二寸五千六百七十一分五十秒為法以除
前差實得空寸九千六百六十四分四十秒不盡

棄之

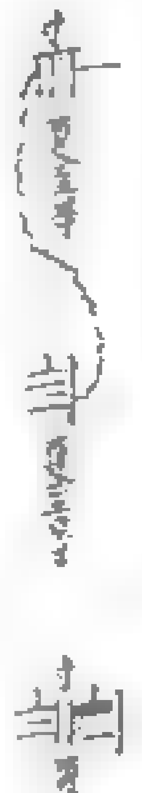


先以小暑節乘率二十五乘節率九千三百四十
分得二十三寸三千五百分於上



節率圖

次以臨安夏至九寸一分自乘得八十二寸八千
一百分為夏至晷幕



夏至晷幕圖

乃以夏至幕加上得一百六十寸一千六百分為小

暑幕以為實以一寸為隅開平方得一尺三分為
臨安小暑節景不盡七百分即寸下七毫棄之

又以大暑乘率一百九乘節率九千三百四十分
得一百一寸八千六百十分於上位

仍以夏至幕八十二寸八千一百分加上位一百

一寸八千六十分得一百八十四寸六千一百六十分為大暑衆以爲實以一寸為隅開平方得一尺三寸五分八十七秒為大暑不盡棄之

又置立秋六千二百八十九分乘卯率九千三百四十分得二百六十九[illegible]二百六十二分於上位

數書九章曰

仍置夏至景八十二寸八千一百分加上位二百六十九寸九千二百六十分得三百五十二寸七十三百六十分為立秋衆

置立秋衆為實以一寸為隅開平方得一尺八寸七分八十一秒為立秋景不盡棄之

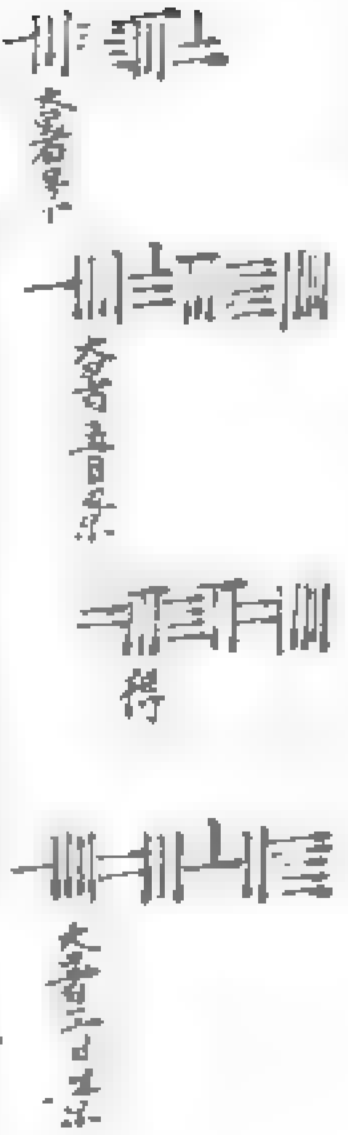
乃驗揭於夏至景一尺四寸七分七十九秒在大暑後立秋前與大暑一尺三寸五分八十七秒得立秋景一尺八寸七分八十一秒得三尺二寸三分六十八秒以半之得一尺六寸一分八十四秒為大暑後九日景　又以九日景併大暑景得

數書九章曰

一尺九寸七分七十一秒以半之得一尺四寸八分八十五秒半為大暑後五日景

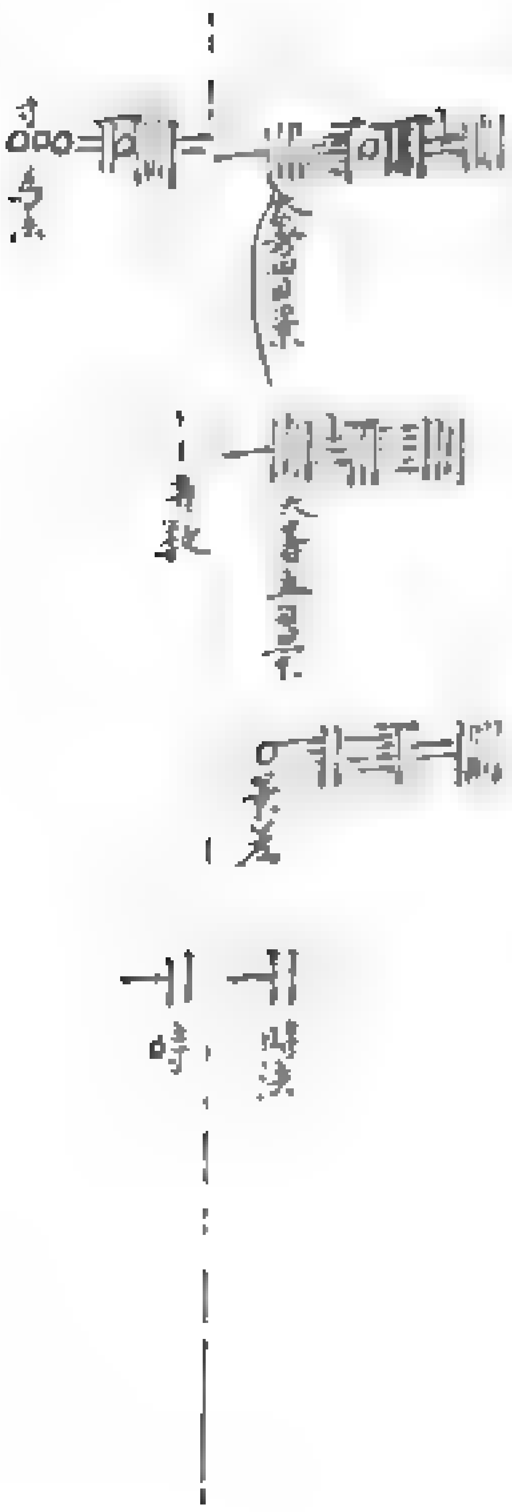
又以大暑景併五日景得二尺八寸四分七十二秒半以半之得一尺四寸二分三十六秒少為大

暑後三日景

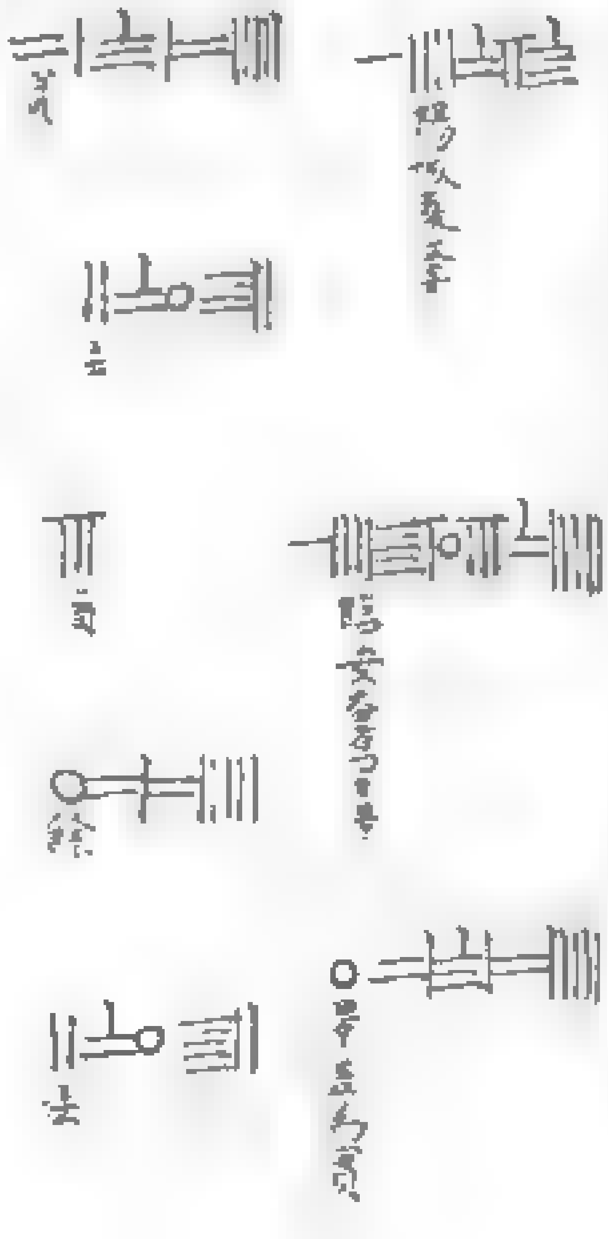


又以五日景併三日景得二尺九寸一分二十一秒太以半之得一尺四寸五分六十秒八十七小分為大暑後四日景

今驗陽城夏至景一尺四寸七分七十九秒為入臨安府大暑後四日景一尺四寸五分六十秒太強乃以四日景減五日景餘三分二十四秒太弱為景差以十二時除之得二十七秒五小分二十小秒為法

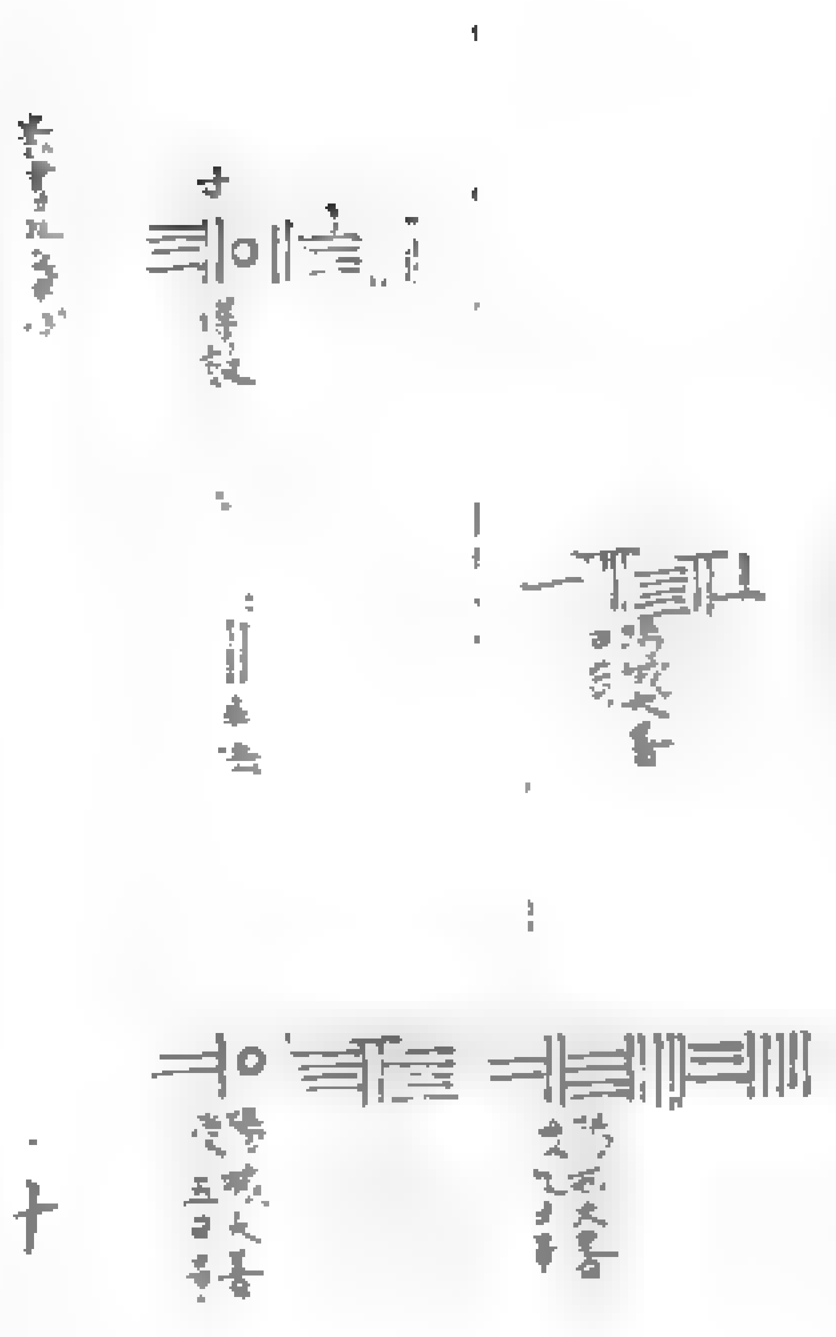


乃置陽城夏至景一尺四寸七分四十九秒減臨安大暑後四日景一尺四寸五分六十秒八小分七十五小秒餘二分一十八秒一十二小分五十小秒為實後以法二十七秒五小分二十小秒除之

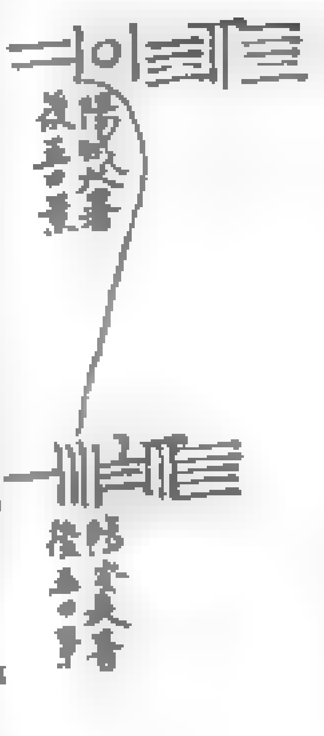


實如法而一得商數八有餘命大暑四日午後數八辰得大暑五日寅時景與陽城夏至之日午景求較以大衍曆晷景所差乃置陽城大暑景長一尺九寸五分七十六秒併陽城立秋景二尺五寸三分三十一秒得四尺四寸九分七秒以半之得二尺二寸四分五十三秒半為大暑後九日午中景

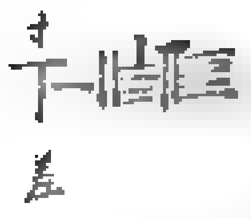
置九日景後併大暑景一尺九寸五分七十九六秒得四尺二寸二十九秒半以之得二尺一寸一十四秒太為大暑後五日



今驗開禧曆所推臨安府大暑後五日午中景一尺四寸八分八十五秒與陽城大暑後五日午中景二尺一寸一十四秒太課之



乃以臨安府五日景減陽城五日景差六寸一分二十九秒太



草曰置臨安府所測冬至景一丈八寸二分二十五秒以夏至景九寸一分減之餘九尺九寸一分二十五秒為景差以為實置象度九十一度三十一分四十四秒加一十一度二十五分二十七秒半命度為寸得一百二寸五千六百七十一分半為法除差日得空寸九千六百六十四分四十秒以自乘之得空寸九千三百四十分為節率先以小暑為乘率二十五乘之得二十三寸三千五百分於上次以臨安夏至景九寸一分自乘得八十二寸八千一百分為夏至景冪以加上得一百六寸一千六百分為小暑冪開平方以一寸為隅開之得一尺三分為小暑景又以大景乘率一百九乘節率九千三百四十分得一百一寸八千六十分於上仍加夏至冪八十二寸八千一百分得一百八十四寸六千一百六十分為大暑冪以為實以一寸為隅開平方得一尺三寸五分八十七秒為大暑景又置立秋乘率二百八十九乘節率九千三百四十分得二百六十九寸九千二百六十分於上仍加夏至冪八十二寸八千一百分共得五百五十二寸七千三百六十分為立秋冪以為實以

一寸為隅開平方得一尺八寸七分八十一秒為立秋景乃驗陽城夏至景一尺四寸七分七十九秒在大暑後立秋前乃併大暑立秋二景半之得一尺六寸一分八十四秒為大暑後九日景又併大暑景半之得一尺四寸八分八十五秒半為大暑後五日午中景又併大暑景得數半之得一尺四寸二分三十六秒少為大暑後三日景又併五日景一尺四寸八分八十五秒半得數半之得一尺四十五分六十秒為大暑後四日景驗得陽城至景入臨安大暑後四日乃以四日景減五日景

餘三分二十四秒太弱為差以十二時除之得二十七秒五小分二十小秒為法復除陽城景與本日景差二分一十九秒得八命外為在初五日實時景等

求較以大衍曆晷景所差乃置陽城大暑景長一尺九寸五分七十六秒併陽城立秋景二尺五寸三分三十一秒得四尺四寸九分七秒以半之得二尺二寸四分五十三秒半為大暑後九日午中景復併大暑一尺九寸五分七十九秒得四尺二寸二十九秒半以半之得二尺一寸一十四秒太為大暑後五日景以較今開禧曆當日景一尺四寸八分八十五秒差少六寸一分二十九秒太強

○天池測雨

問今州郡多有天池盆以測雨水但知以盆中之水為得雨之數不知器形不同則受雨多少亦異未可以所測便為平地得雨之數假令盆口徑二尺八寸底徑一尺二寸深一尺八寸接雨水深九寸欲求平地雨降幾何

答曰平地雨降三寸

術曰盆深乘底徑為底率二徑差乘水深併底率為面率以盆深為法除面率得面徑以二率相乘又各自乘三位併之乘水深為實盆深乘口徑以自之又三因為法除之得平地雨深

草曰以盆深及徑皆通為寸盆深得一十八寸底徑得一十二寸相乘得二百十六寸為底率置口徑二十八寸減底徑一十二寸餘一十六寸為差以乘水深九寸得一百四十四水併底率二百一十六寸得三百六十寸為面率以盆深一十八寸為法除面率得二十寸展為二尺為水面徑以底率二百一十六寸乘面率三百六十寸得七萬七千

七百六十寸於上以底率二百一十六寸自乘得四萬六千六百五十六寸加上又以面率三百六十自乘得一十一萬九千六百併上共得二十五萬四千一十六以乘水深九寸得二百二十八萬六千一百四十四寸爲實以盆深一十八寸乘口徑二十八寸得五百四寸自乘得二十五萬四千一十六寸又三因得七十六萬二千四十八寸爲法除實得三寸爲平地雨深合問

○圓罌測雨

問以圓罌接雨口徑一尺五分腹徑二尺四寸底徑八寸深一尺六寸並裏明接得雨一尺二寸圓法用密率問平地雨水深幾何

答曰平地水深一尺八寸〔七萬四千八十八分寸之六萬四十四百八十三〕

術曰底徑與腹徑相乘又各自乘併之乘半罌深以一十一乘之爲下率以四十二爲下法〔除得下積〕以半罌深併兩深減元罌深餘爲上深以口徑減腹徑餘乘上深爲次以半盆深乘口徑加次爲面率〔以半深除面率得水面徑〕以半深乘腹徑爲腹率置面率與腹率相乘又各自乘併之以一十一乘之爲上率以半深自乘爲冪以乘下法爲上法〔上法除上率得上積〕半深冪乘下率併上率爲總實口徑冪乘上法爲總法除實得平地雨高

草曰置底徑八寸與腹徑二十四寸相乘得一百九十二寸於上又底徑八寸自乘得六十四寸加上又腹徑二十四寸自乘得五百七十六寸併上共得八百三十二寸以乘半盆深八寸得六千六百五十六寸又以一十一乘之得七萬三千二百一十六寸爲下率置密率法一十四以所併三因之得四十二爲下法以半深八寸併兩深一十二寸得二十寸以減元深一十六寸餘四寸爲上深以口徑一十寸五分減腹徑二十四寸餘一十三寸五分以乘上深四寸得五十四寸爲次以半盆深八寸乘口徑一十寸五分得八十四寸加次共得一百三十八寸爲面率以半深八寸乘腹徑二十四寸得一百九十二寸爲腹率置面率一百三十八寸與腹率一百九十二寸相乘得二萬六千四百九十六寸於上又以面率一百三十八寸自乘得一萬九千四十四加上又以腹率一百九十二寸自乘得三萬六千八百六十四併上共得八萬二千四百四寸以一十一乘之得九十萬六千四

百四十四寸為上率以半深八寸自乘得六十四
寸為半深冪以乘下法四十二得二千六百八十
八為上法以半深冪六十四寸乘下率七萬三千
二百一十六寸得四百六十八萬五千八百二十
四寸併上率九十萬六千四百四十四共得五百
五十九萬二千六百六十八寸為總實以口徑一
十寸五分自乘得一百一十寸二分五厘以乘上
法三千六百八十八寸得二十九萬六千三百五
十二寸為總法除實得一尺八寸不盡二十五萬
七千九百三十二與法求等得四俱約之為一尺

八寸七萬四千八十八分寸之六萬四千四百八
十二為平地雨深合問

○峻積驗雪

問驗雪占年墻高一丈二尺倚木去址五尺梢與墻
齊木身積雪厚四寸峻積薄平積厚欲知平地雪厚
幾何

答曰平地雪厚一尺四分

術曰以少廣求之連枝入之以去址自乘為隅以墻
高自乘併隅於上以雪厚自之乘上為實（可約者約而開之）
開連枝平方得地上雪厚

草曰以問數皆通為寸置去址五十寸自乘得二千
五百為隅以墻高一百二十寸自乘得一萬四千
四百寸併隅得一萬六千九百寸於上以雪厚四
寸自之得一十六乘上得二十七萬四百寸為實
開連枝平方令隅實可求等得一百俱約之得二
千七百四為實得二十五為隅開平方得一十寸
四分展為一尺四分為平地雪厚合問

○竹器驗雪

問以圓竹籮驗雪籮口徑一尺六寸深一尺七寸底
徑一尺二寸雪降其中高一尺籮體通風受雪多則

平地少欲知平地雪高幾何

答曰平地雪厚九寸（三千四百三十九分寸之七百六十四）

術曰口徑減底徑餘乘雪深半之自乘為隅以籮深
冪乘雪深冪併隅又乘雪深冪為實（隅實可約約之）開連
枝三乘方得平地雪厚

草曰列問數各通為寸置口徑一十六寸減底徑一
十二寸餘四寸乘雪深一十寸得四十寸以半之
得二十寸自乘得四百寸為隅以籮深一十七寸
深乘得二百八十九寸為籮深冪次置雪深一十
寸自乘得一百寸為雪深冪以乘籮深冪數（又加乘隅）

深羃得二百九十三萬寸為實隅實求等得四百供約之得七千三百二十五為實得一為隅開三乘方步法不可超乃約實置商九寸與隅一相生得九為下廉又與商相生得八十一寸為上廉又與商相生得七百二十九為從方乃命上商除實不盡七百六十四已而復以商生隅入二廉至方陸續又生畢以方廉隅共併之得三千四百三十九分寸之七百六十四為平地雪厚九寸三千四百三十九分寸之七百六十四合問列問数各通為寸口徑得一十六寸深一十七寸底徑一十二寸

籮中雪高一十寸

籮口徑 籮底徑 籮深 籮中雪高

乃以底徑減口徑餘四寸乘雪深一十寸得四十寸

餘 籮中雪高 得 得 隅

以半得數二十寸自乘得四百寸為隅以籮深一十七寸自乘得二百八十九寸為籮深羃

籮深 籮深 籮深羃

次置雪深一十寸自乘得一百為雪深羃

雪深 雪深 雪深羃

以雪深羃一百寸乘籮深羃二百八十九寸得二萬八千九百寸併隅四百寸得二萬九千三百寸為上

雪深羃 籮深羃 得數 隅 隅

置上位数二萬九千三百寸又乘雪深羃一百寸得二百九十三萬寸為實開三乘方

上位 雪深羃 實 方 上廉 下廉 隅

以隅實求等得四百供為約之得七千三百二十五為實一為隅開之

實 方 上廉 下廉 隅

步法不可超乃約實置商九寸與隅相生得九下廉

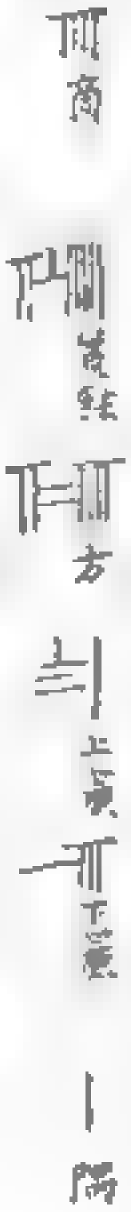
商 實 方 上廉 下廉 隅

下廉九又與商九相生得八十一為上廉

商 實 方 上廉 下廉 隅

上廉又與商相生得七百二十九為從方

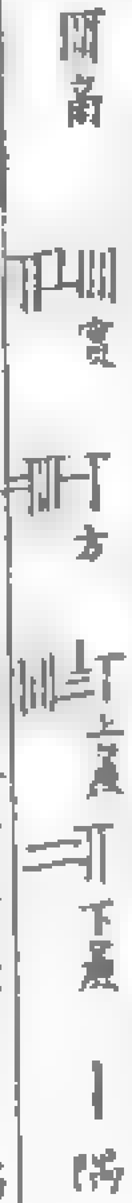
乃以從方七百二十九命上商九除實七千三百二
十五訖實餘七百六十四既而後以商生隅入下廉



下廉得一十八又與商九相生入上廉

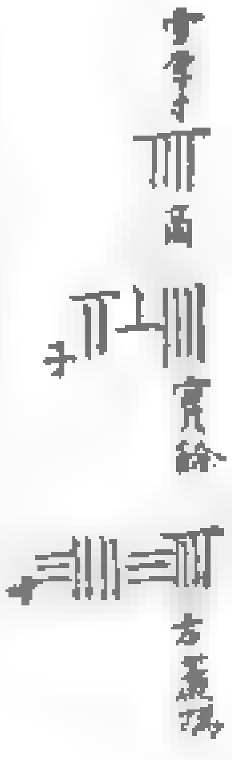
上廉得二百四十三又以商相生入方得二千九
百一十六

又以商九生隅一入下廉一十八內得二十七



末圖

又以商九生下廉二十七入上廉二百四十三內
得四百六十八又以商生隅入下廉二十七內得
三十六為末圖乃以末圖方廉隅四者併之得三
千四百三十九為母以實餘七百六十四為子



命為平地埊厚九寸三千四百三十九分寸之七
百六十四合問

數書九章卷四終

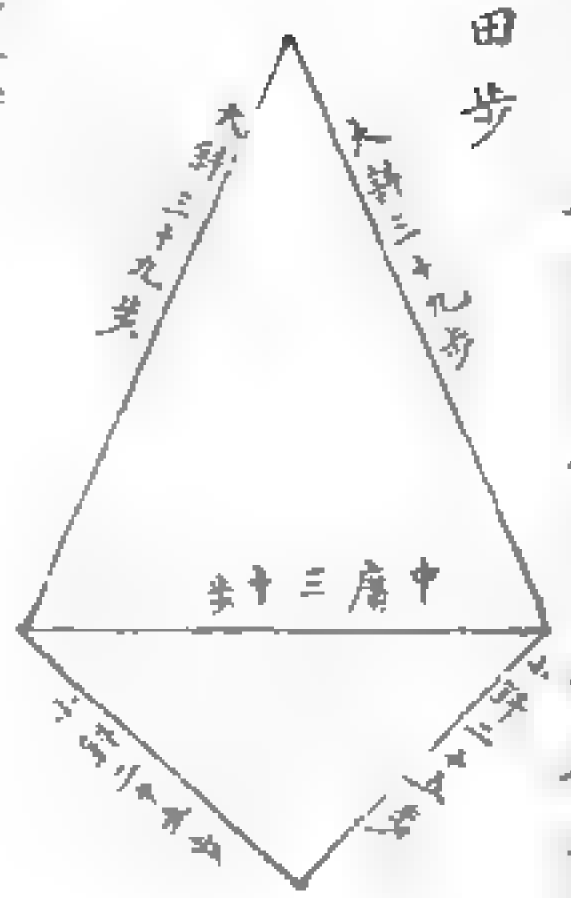
田域類

魯郡　秦九韶

○尖田求積

問有兩尖田一段其尖長不等兩大斜三十九步兩小斜二十五步中廣三十步欲知其積幾何

尖田步



荅曰田積八百四十步

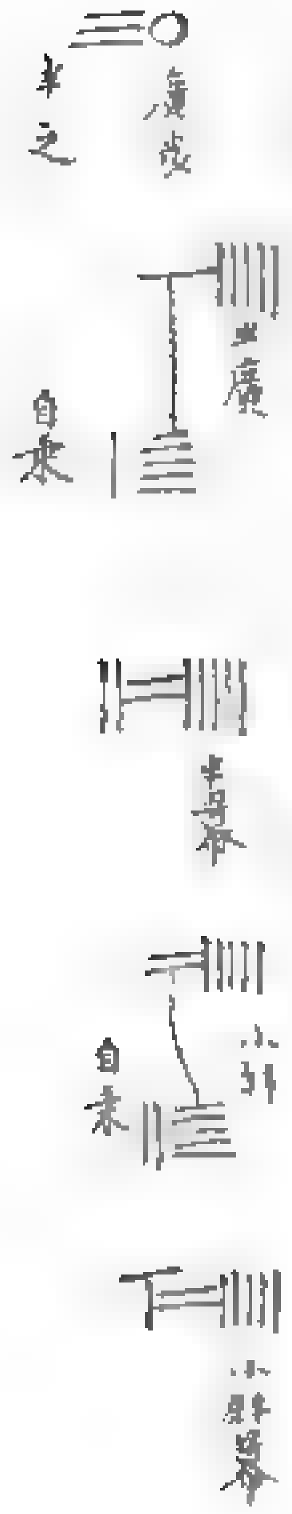
術曰以少廣求之翻法入之置半廣自乘為半冪與小斜冪相減相乘為小率以半冪與大斜冪相減相乘為大率以二率相減餘自乘為實併二率倍之為從上廉以一為益隅開翻法三乘方得積一位

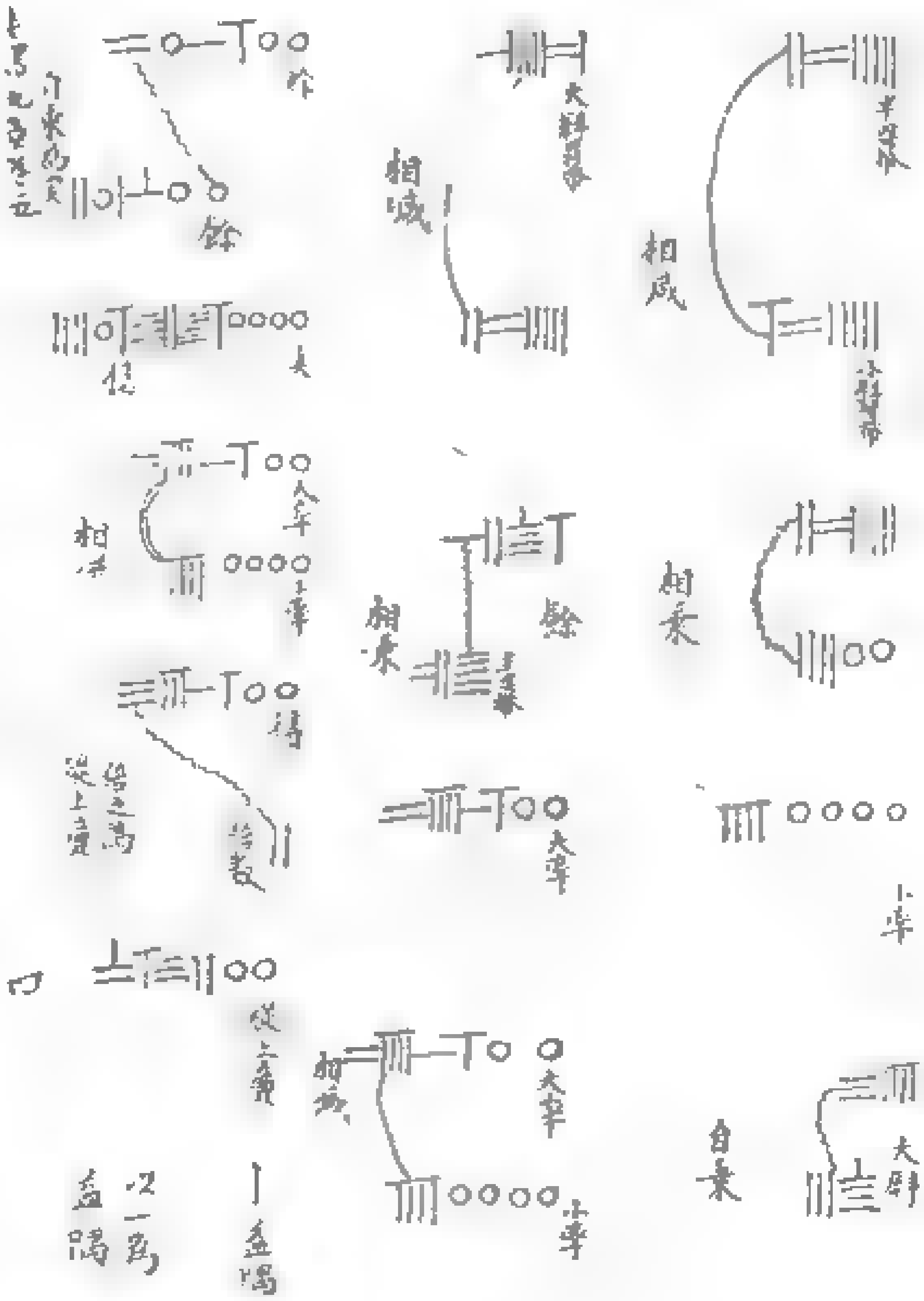
草曰置廣三十步以半之得一十五以自乘得二百（開益者不用翻法）二十五為半冪以小斜二十五步自乘得六百二十五為小斜冪與半冪相減餘四百與半冪二百二十五相乘得九萬為步為小率置大斜三十九步自乘得一千五百二十一為大斜冪與半冪二百二十五相減餘一千二百九十六為半冪二百二十五相乘得二十九萬一千六百為大率以小率九萬減大率餘二十萬一千六百自乘得四百六億四千二百五十六萬為實以小率九萬併大率二十九萬一千六百得三十八萬一千六百倍之得七十六萬三千二百為從上廉以一為益隅開玲瓏翻法三乘方步法乃以從廉超一位益隅超三位約商得十今乃超進乃商置百其從上廉為七十六億三千二百萬其益隅為一億約實置商

八百為定商以商生益隅得八億為益下廉又以商生下廉得六十四億為益上廉與從上廉七十六億三千二百萬相消從上廉餘十二億三千二百萬又與商相生得九十八億四千六百萬為從方又與商相生得七百八十八億四千八百萬為正積與元實四百六億四千二百五十萬相消正積餘三百八十二億五百四十四萬為正實又以益隅一億與商相生得八億增入益下廉為一十六益又以益下廉與商相生得一百二十八億為益上廉乃以益上廉與從上廉一十二億三千二

百萬相消餘一百一十五億六千八百萬為益上廉又與商相生得九百二十五億四千四百萬為益方與從方九十八億五千六百萬相消益方餘八百二十六億八千八百萬為益方又以商生益隅一億得八億增入益下廉得二十四億又以商相生得一百九十二億入益上廉得三百七億六千八百萬為益上廉又以商生益隅一億得八億入益下廉得三十二億畢其益方一退為八十二億六百千八八十萬益上廉再退得三億七百六十八萬益下廉三退得三百二十萬益隅四退為

一萬畢乃約正實續置商四十步與益隅一萬相生得四萬入益下廉為三百二十四萬又與商相生得一千二百九十六萬入益上廉內為三億二千六十四萬又與商相生得一十二億八千二百五十六萬入從方內為九十五億五千一百三十六萬乃命上續商四十除實適盡所得八百四十步為田積今列求率開方圖于后





正負開三乘方圖 朱書用白算為正 黑書用黑算為負

術曰商常為正 實常為負 從常為正 益常為負

商

實

方

上廉

下廉

益隅

上商八百為定以商生隅入益下廉

實

方

從上廉

益上廉

下廉

益隅

以商生下廉消從上廉

實

方

上廉

下廉

益隅

以商生上廉入方

實

方

上廉

下廉

益隅

以商生方得正積乃與實相消

商

負實

正積

方

上廉

下廉

益隅

以負實消正積其積乃有餘為正實謂之換骨

商

正實

方

上廉

下廉

益隅

以商生隅入下廉

商

方

上廉

下廉

益隅

以商生下廉入上廉內相消

實

商

實

方

上廉正

上廉負

下廉

益隅

以正負上廉相消

數書九章卷五 七

商
實
方
上廉
下廉
益隅
以商生上廉入方内相消

商
實
正方
負方
上廉
下廉
益隅
以正負方相消

商
實
方
上廉
下廉
益隅
以商生隅入下廉

商
實
方
上廉
下廉
益隅
以商生下廉入上廉

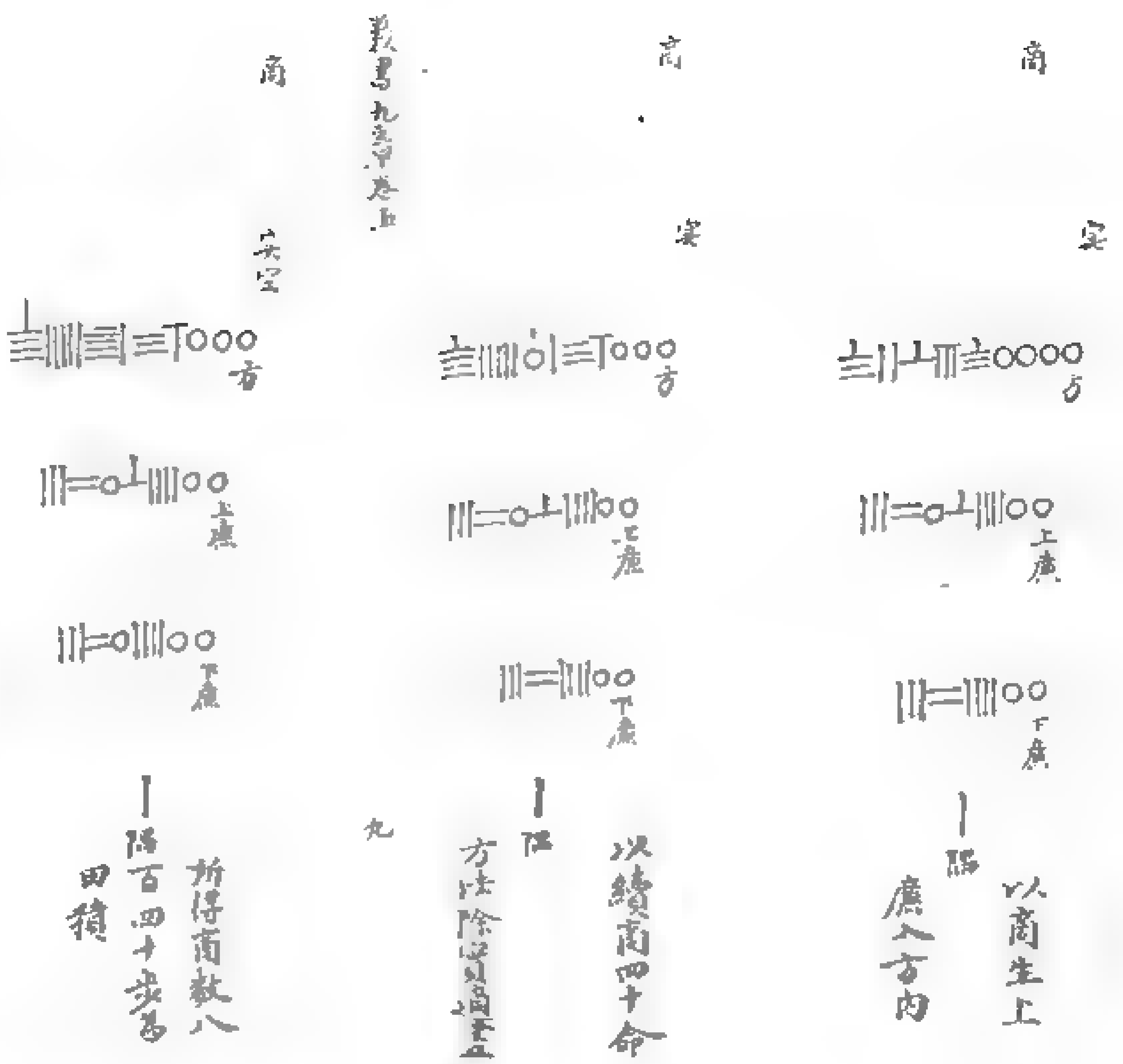
數書九章卷五 八

商
實
方
上廉
下廉
益隅
以廿一隅入下廉

商
實
方
上廉
下廉
隅
方一退上廉二退下廉三退隅四退商續置

約商
實
方
上廉
下廉
隅
約置續商置四十生隅入下廉内

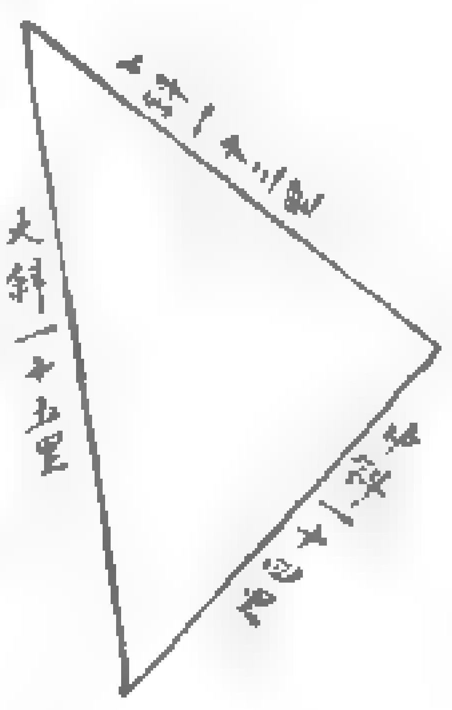
商
實
方
上廉
下廉
隅
以商生下廉入上廉内



已上係開三乘方翻法圖後篇致此

〇三斜求積

問沙田一段有三斜其小斜一十三里中斜一十四里大斜一十五里里法三百步欲知為田幾何



答曰田積三百一十五頃

術曰以少廣求之以小斜冪併大斜冪減中斜冪餘半之自乘於上以小斜冪乘大斜冪減上餘四約之為實一為從隅開平方得積

草曰以小斜一十三里自乘得一百六十九里為小斜冪以大斜一十五里自乘得二百二十五里為

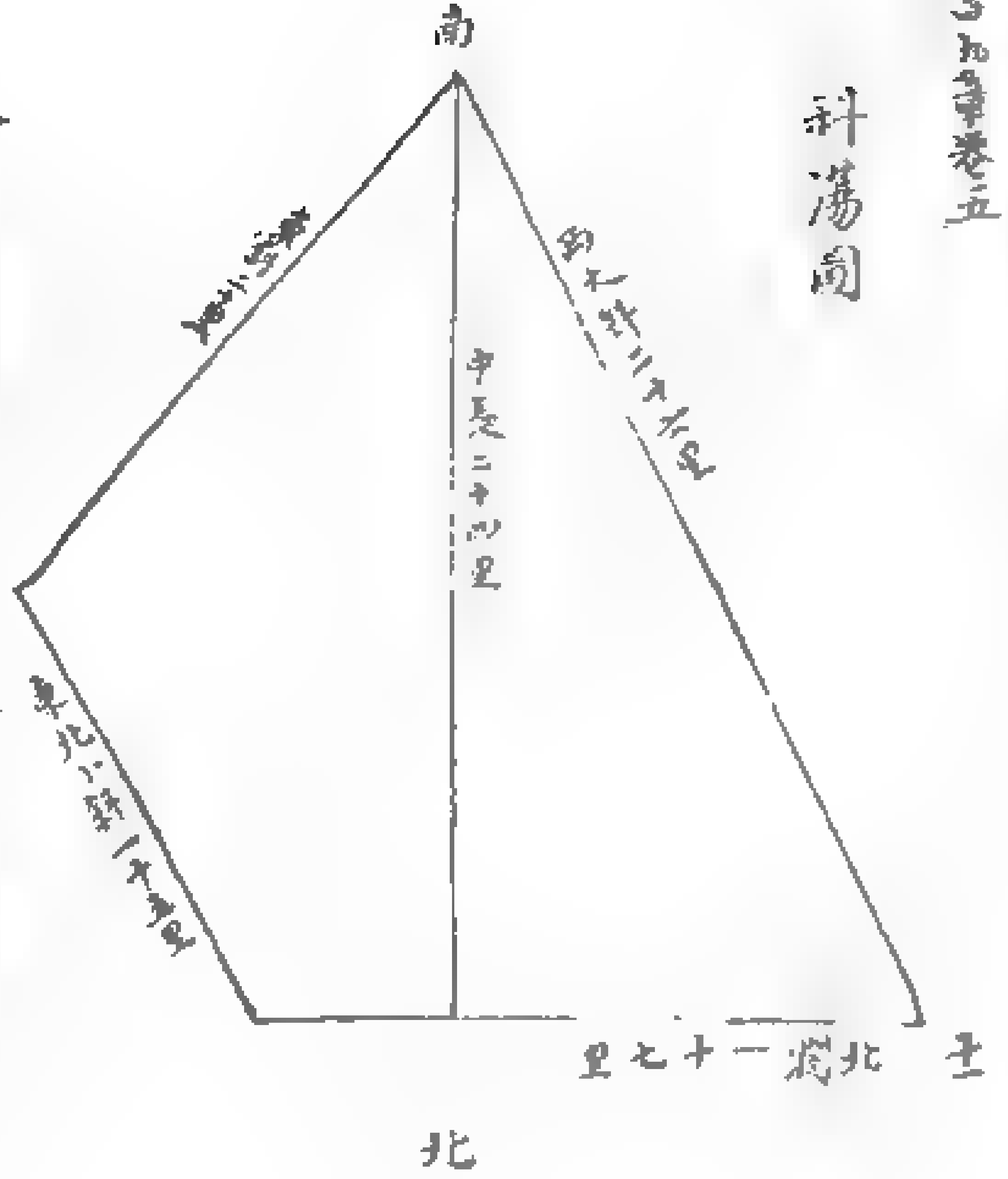
大斜冪併小斜冪得三百九十四里於上以中斜一十四里自乘得一百九十六里為中斜冪減上餘一百九十八里以半之得一百九十九里自乘得九千八百一里於上以小斜冪一百六十九乘大斜冪二百二十五得三萬八千二十五減上餘二萬八千二百二十四以四約之得七千五十六里為實以一為隅開平方以隅超步為一百乃於實上商置八十以商生隅得八百為從方乃命上商除實餘六百五十六又以商生隅入方得數退一位為一百六十隅退二位為一乃於實上續商

四里生隅入從方內得一百六十四乃命積商除
置適尽所得八十四里為田積其形長八十四里
廣一里以里法三百步自乘得九萬步八十四里
得七百五十六萬步以畝法二百四十除之得三
万一千五百畝又以頃法一百畝約之得三百一
十五頃

○斜蕩求積

問有蕩一所正北闊一十七里自南尖穿徑中長二
十四里東斜二十里東北斜一十五里西斜二十六
里欲知畝積幾何

斜蕩圖



答曰蕩積一千九百一十一頃六十畝

術曰以少廣求之置中長乘北闊半之為寄以中長
冪減西斜冪餘為實以為一隅開平方得數減北
闊餘自乘併中長冪共為內率以小斜冪併率減
中斜冪餘半之自乘於上以小斜冪乘率減上餘
四約之為實以一為隅開平方得數加寄共為蕩積

草曰以中長二十四里乘北闊一十七里得四百八
乃半之得二百四里為寄以中長自乘得五百七
十六為長冪以西斜二十六里自乘得六百七十
六為大冪以減長冪餘一百里為實開平方得一
十里以減北闊數一十七里餘七里自乘得四十

九併長冪五百七十六得六百二十五為內率次
置東小斜一十五里自乘得二百二十五為小斜
冪又置東南中斜二十里自乘得四百為中冪却
以小斜冪併率得八百五十以減中冪四百餘四
百五十乃半之得二百二十五自乘得五万六
百二十五里於上又以小斜冪二百二十五乘率
六百二十五得一十四万六百二十五減上餘九
萬里以四約得二万二千五百為實開平方得一
百五十併寄二百四里得三百五十四里為泛以
里法三百六十自乘得一十二万九千六百步乘

之得四千五百八十七萬八千四步以畝法二百
四十步約之得一千九百一十一頃六千畝為積
○計地容民
問沙洲一段形如棹刀廣一千九百二十步縱三千
六百步大斜二千五百步小斜一千八百二十步以
安集流民每戶給一十五畝欲知地積容民幾何

答曰地積一百四十九頃九十五畝
容民九百九十九戶餘地一十畝
術曰以少廣求之置廣乘長半之為寄以廣冪併縱
冪為中冪以小斜冪併中冪減大斜冪餘半之自
乘於上以小斜冪乘中冪減上餘以四約之為實
以一為隅開平方得數加寄共為積以每戶給數
除積得容民戶數
草曰置廣一千九百二十步乘縱三千六百步得六
百九十一万二千步乃半之得三百四十五万六
千步為寄以廣自乘得三百六十八万六千四百
步為廣冪又以縱自乘得一千二百九十六万步
為縱冪併廣冪得一千六百六十四万六千四百
步為中冪次以小斜一千八百二十步自乘得三
百三十一万二千四百步為小斜冪又以大斜二
千五百步自乘得六百二十五萬步為大斜冪却
以小斜冪併中冪得一千九百九十五万八千八
百步以大斜冪減之餘一千三百七十万八千八
百步乃半之得六百八十五万四千四百步自乘
得四十六萬九千八百二十七億九千九百三十
六万步於上次以小斜冪乘中冪得五十五万一

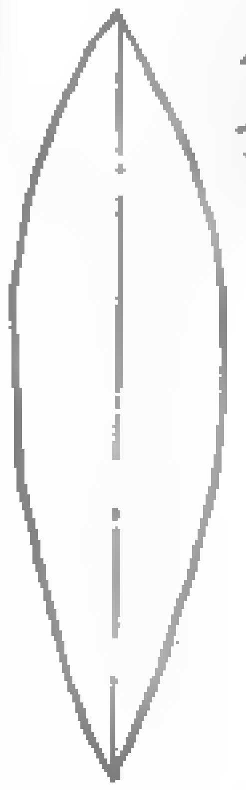
千三百九十五億三千五百三十六万步減上餘
八萬一千五百六十七億三千六百萬實以四約
之得二萬三千九十一億八千四百万為實以一
為隅開平方得一十四萬二千八百步併寄三百
四十五萬六千步共得三百五十九万八千八百
步以畝法二百四十步除之得一萬四千九百九
十五畝次以頃法一百畝約之為一百四十九頃
九十五畝為地積又為實以每戶所給一十五畝
為法除實得九百九十九戶不盡一十畝不及一戶
所給數以為餘地一十畝

○蕉田求積

問蕉葉田一段中長五百七十六步中廣三十四步不知其田求積畝合幾何

答曰田積四十五畝一角十一步六萬三千七十分步之五千二百一十三

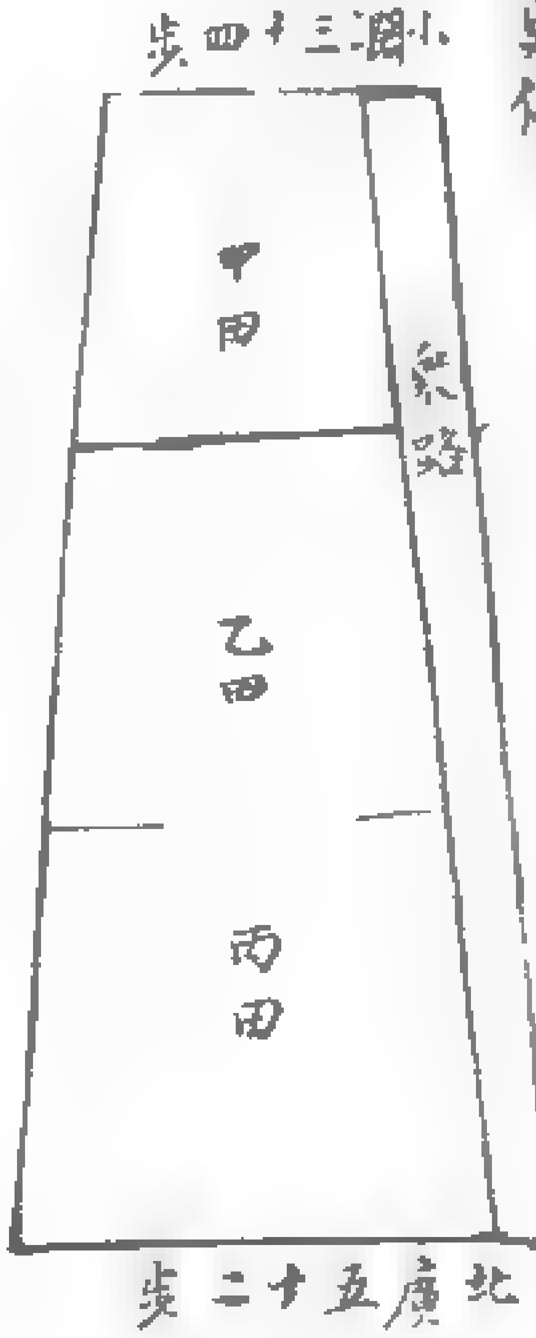
術曰以長併廣半之乃再自乘又十乘之爲實半廣半長各自乘所得相減餘爲從方一爲從隅開平方半之得積



草曰以長五百七十六步併廣三十四步得六百一十以半之得三百五以兩度自乘得二億二千六百九十八萬一千步進一位即是以十乘之得二十二億六千九百八十一萬步定得此數以爲實置長五百七十六以半之得二百八十八自乘得八萬二千九百四十四於上又置廣三十四步以半之得一十七自乘得二百八十九減上餘八萬二千六百五十五爲從方以一爲從隅開平方得二萬一千七百四十二步不盡一萬四百二十六步以商生隅入方又併隅算共得一十二萬六十一百四十爲母與不盡不及開方田積數皆半之田積之得一萬八百七十一步六萬三千七十分步之五千二百一十三以畝法二百四十約之得四十五畝一角一十一步六萬三千七十分步之五千二百一十三

○均分梯田

問戶業田一段若梯之狀南廣小三十四步北廣大五十二步正長一百五十步合係兄弟三人均分其田遞道各從出入其地難分經官乞分定南甲乙北丙欲知其田共積各人合得田數及各段正長大小廣幾何



答曰田共積二十六畝二百一十步

甲得八畝三角五十步

小廣三十四步南係元廣

大廣四十步五萬八千七百九分步之五萬二千二百八十四七絲百分步六八

十九分

正長五十七步二千四十五分步之八百五十三大約一百分步之四十一分

乙得八畝三角五十步

小廣同甲大廣

大廣四十六步八為四千八百二十六億八千九百五十七萬二千六百五千

一分步之六萬五千八百七十四億五十四百八十二萬五千二百八十三計大率約百

分步之七十七分半餘

正長四十九步四億一千二百四十萬六千三百九分步之二千二十七萬六

千三百一十九大約百分步之四十分九釐

丙得八畝三角五十步

小廣同乙大廣

大廣五十二步係元北廣

百八十八億八千六百二萬七四十六大約百分步之五十三分衍

正長四十三步八千四百三十三億七千九十萬一千九百五十分步之四千四

術以步廣及從法求之併兩廣乘長得數以分田人數約之為通率半之為各積以長乘各積為共實以長乘南廣為甲從方二廣差半之為共隅開連枝平方得甲長截以甲長除通率得數減小廣餘為甲廣即為乙小廣以元長乘乙小廣為乙從方置共隅共實開連枝平方得乙截長以乙長除通率得數減乙小廣餘為乙大廣即為丙小廣併甲

乙長減元長餘為丙長以元大廣為丙大廣各有分者通之

草曰置小廣三十四併大廣五十二得八十六乘長一百五十得一萬二千九百為實以元弟三人約之得四千三百為通率半之得二千一百五十為各積以畝法二百四十步約之得八畝不盡二百三十步以角法六十步約之得三角五十步是三人各得八畝三角五十步以元長一百五十步乘各積二千一百五十得三十二万二千五百為共實以長一百五十乘小廣三十四得五千一百為甲從方以小廣減大廣餘一十八乃半之得九為共隅開連枝平方開方草更不繁其得五十七步不盡三約為二千四十五分步之八百五十三為甲截長乃以分母二千四十五通全步內子共得一十一万七千四百一十八為法又以分母乘通率四千三百得八百七十九万三千五百為實以法除之得七十四步不盡一十万四千五百六十八與法求等得二俱約之為五万八千七百九分步五萬二千二百八十四乃以小廣三十四步於所得全步七十四步內減之餘四十步五万八千七百九分

步之五萬二千二百八十四為甲大廣即為乙小
廣今次求乙長乃以分母五万八千七百九通乙
小廣四十步得二百三十四万八千三百六十内
子五万二千二百八十四得二百四十萬六百四
十四又元長一百五十乘之得三億六千九萬六
千六百為乙從方又以分母五万八千七百九通
共實三十二萬二千五百得一百八十九億三千
三百六十五萬二千五百為乙實又以分母通共
隅九得五十二萬八千三百八十一為乙從隅開
連枝平方除不五乘得四十九步不盡二千二十七万

六千三百九隅得方共得四億一千二百四十萬
六千三百九為母與不盡求等單一不可約乃定
為四十九步四億一千四百四十萬六千三百九
分步之二千二十七萬六千三百一十九為乙截
長以乙長母通全步内子得二百二億二千八百
一十八萬五千四百六十為法以乙長步下母四
億一千二百四十萬六千三百九乘通率四千三
百得一萬七千七百三十三億四千七百一十二
萬八千七百為實以法除之得八十七步不盡一
百三十四億九千四百九十九萬三千六百八十

與法求等得一百四俱約之為八十七步一億四
千四百四十八萬七千三十九分步之九千六百
三十九萬二千八百一十二為得數乃以乙小廣
母五萬八千七百九乘得數子九千六百三十九
萬二千八百一十二得五萬六千五百九十一億
二千五百五十九萬九千七百八為泛都以得數
母一億四千四百四十八萬七千三十九分乘乙
小廣子五萬二千二百八十四得七万五千五百
四十三億六千三十四萬七千七十六以為奇數
於上乃以小廣母五萬八千七百九乘得數母一

億四千四百四十八萬七千三十九得八萬四千
八百二十六億八千九百五十七萬二千六百五
十一以奇减泛今不及減乃破今步一為分併泛
得八十六步十四万一千四百一十八億一千五
百一十七萬二千三百五十九減去小廣四十步
及分餘四十六步八萬四千八百二十六億八千
九百五十七萬二千六百五十一分步之六萬五
千八百七十四億五千四百八十二萬五千二百
八十三為乙大廣亦丙小廣求丙長置甲長五十
七步二千四十五分步之八百五十六乙長四十

九步四億一千二百四十万六千三百九分步之
二千二十七萬六千三百一十九以甲乙分母互
乘于甲子分母相乘得甲正長五十七步八千四
百三十三億七千九十萬一千九百五分步之三
千五百三十億一千九百八十萬五百四億正長
四十九步八千四百三十三億七千九十万一千
九百五分步之四百一十四億六千五百七万二
千三百五十五併甲乙長及分共長一百六步三
千九百四十四億八千四百八十七萬二千八百
五十九分用減元長一百五十步先破一步通分

母作八千四百三十三億七千九十萬一千九百
五減去甲乙共長餘四十三步八千四百三十三
億七千九十萬一千九百五分步之四千四百八
十八億八千六百二萬九千四十六為丙正長

數書九章卷之五

數書卷六

魯郡 秦九韶

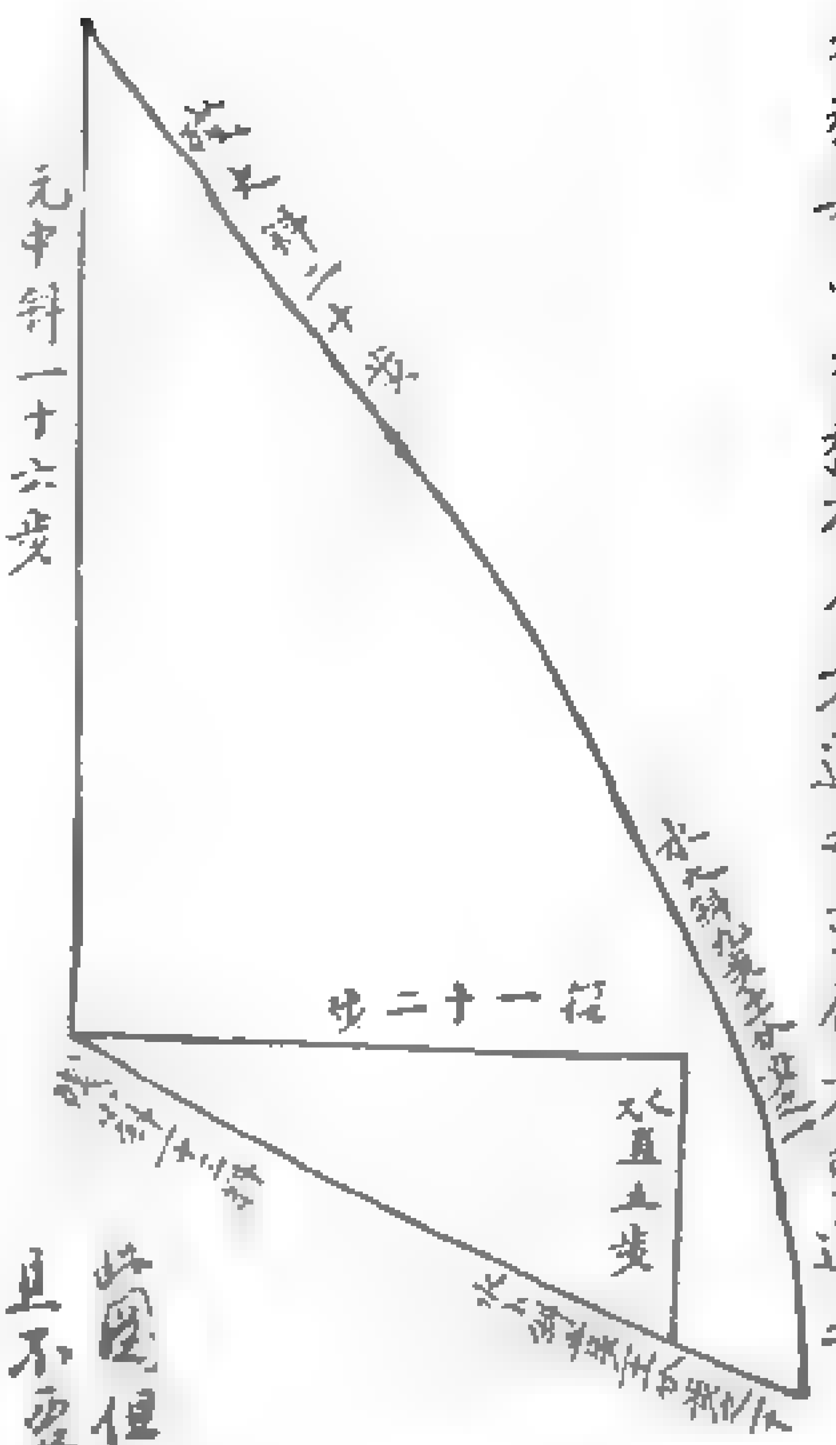
○漂田推積

問三斜田被水衝去一隅而成四不等直田之狀元
中斜一十六步如多長水直五步如少濶殘小斜一
十三步如弦殘大斜二十步如元中斜之弦橫量徑
一十二步如殘田之廣又如元中斜之句亦是水直
之股欲求元積殘積水積元大斜元中斜二水斜各
幾何

答曰元積一百三十八步一十一分步之八
水積一十二步一十一分步之八殘積一百二十六步
大元斜二十九步一十一分步之一元小斜一十八步一十一分步之十
水大斜九步一十一分步之一水小斜五步一十一分步之一

術曰以少廣求之連枝入之又句股入之置水直減
中斜餘為法以中斜乘大殘為大斜實以法除實
得元大殘以殘大斜減之餘為水大斜以法乘徑
又自之為小斜隔以水直冪併徑冪為弦冪又乘
徑冪又乘中斜冪為小斜實與隔可約約之開連枝平方
得元小斜以殘小斜減之餘為水小斜以水直乘
之為水實倍水小母為法除之得水積以水直併

中斜乘徑為實以二為法除之得殘積以殘積併水積共為元積有分者通之重有者重通之



草曰以水直五減中斜一十六餘一十一為法以中斜一十六乘大殘二十得三百二十為大斜實以法除之得二十九步一十一分步之一為元大斜內減殘大斜二十步餘九步一十一分步之一為水大斜以法一十一乘徑一十二得一百三十二自之得一萬七千四百二十四為小斜偶以水直之五自乘得二十五為水直冪以徑一十二自之得一百四十四為徑冪併水直冪得一百六十九為弦冪以乘徑冪一百四十四得二萬四千三百三十六於上又以中斜一十六自乘得二百五十六

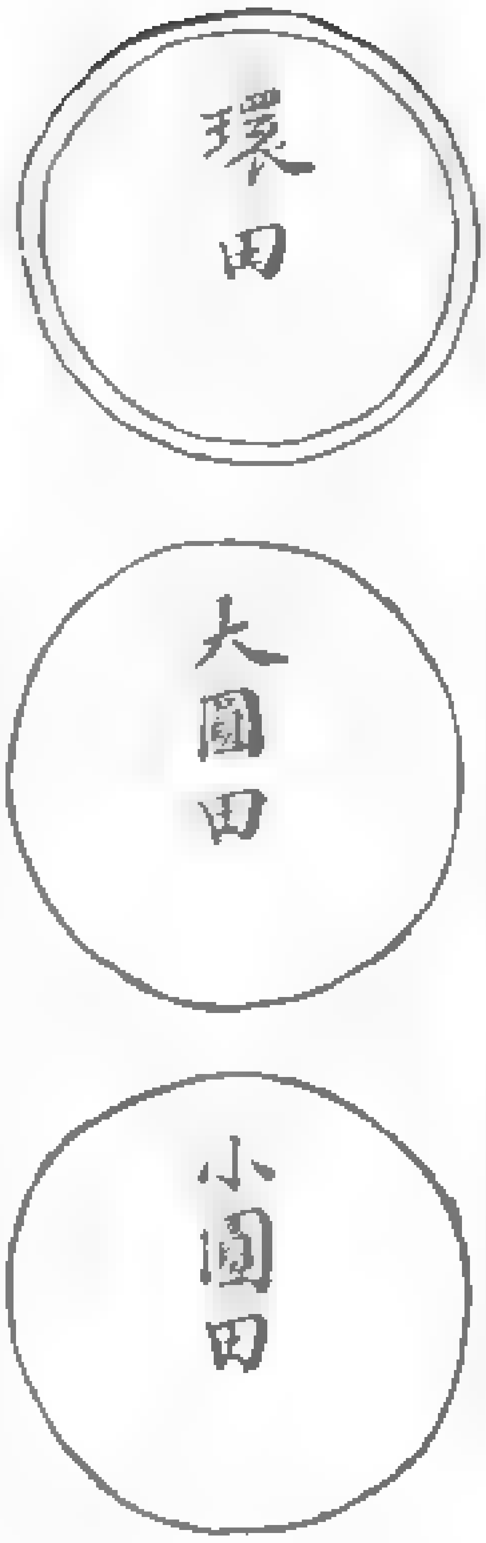
為中斜冪以乘上得六百二十三万一千一十六為小斜實開平方與隅求等得一百四十四俱約之實得四萬三千二百六十四隅得一百二十一開方不盡以連枝術入之用隅一百二十一乘實四万三千二百六十四得五百二十三万四千九百四十四為定實以一為定隅開平方得二千二百八十八為實以約隅一百二十一除之得一十八步不尽一百一十與法一百二十一俱以一十一約之得一十一分步之十為元小斜減殘小斜一十三步餘五步一十一分步之一為水小斜置水小

斜通步內子得五十六以水直五步乘之得二百八十為水實倍水小毋一十一得二十二為法除之得一十二步不盡一十六與法俱以二約之為一十二步一十一分步之八水積置中斜一十六併水直五得二十一乘徑一十二得二百五十二以半之得一百二十六為殘積以併水積共得一百三十八步一十一分步之八為積

○環田三積

問環田大小環田共三段環田外周三十步虛徑八步大圓田徑一十步小圓田周三十步欲知三田積

及環內周通貫徑大圓周小圓徑各幾何



答曰環田積二十步二百三十六万二千二百五十六分步之一百二十九万八千二十五

通徑九步一十九分步之九　實徑一步一十九分步之九

內周二十五步一十七分步之五

大圓田積七十九步五十三分步之三　周三十一步二十一分步之十三

小圓田積七十一步二百八十六分步之四十三　徑九步一十九分步之九

術曰以方田及少廣率變求之各置環圓徑自乘為冪進位為實以一為隅開平方得周各置環圓周自乘為冪退位為實以一為隅開平方得徑以周冪或徑冪乘於實以一十六約之為實以一為隅開平方得圓積置環周冪乘徑實十六約之為大率置虛徑冪乘內周實十六約之為小率以二率相減之餘以自乘為實併二率倍之為從上廉一為益隅開三乘方得環積置環周自乘退位為實一為隅開平方得通徑以虛徑減通徑餘為實徑

其有開不盡者約而命之

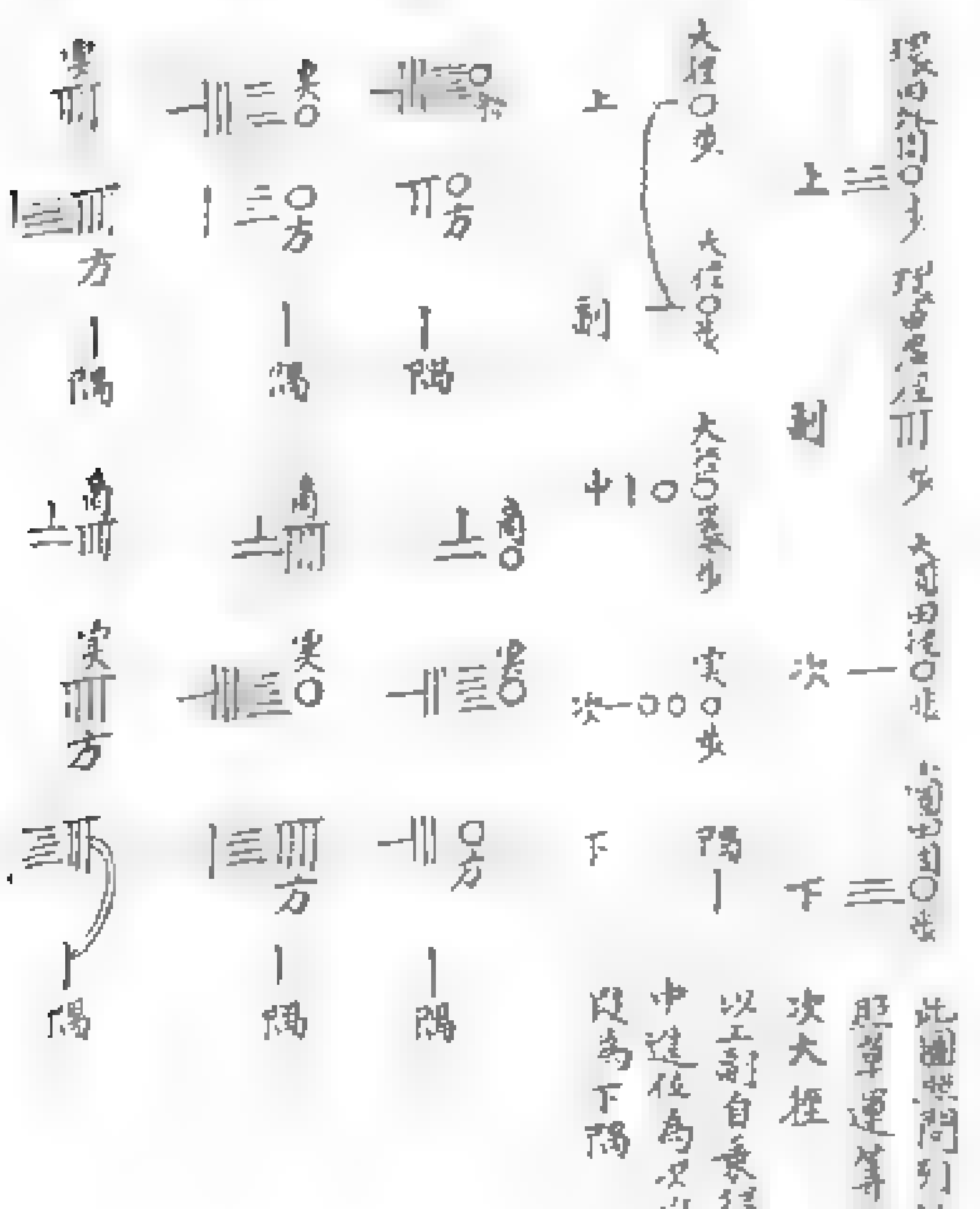
草曰置大圓徑一十步自乘得一百為徑冪進位得一千為實以一為隅開平方得三十一步不盡三十九為分子乃以隅生方又益隅共得六十三為分母以分子與母求等得三俱以三約之母子得二十一分步之一十三為大圓周三十一步二十一分步之一十三次以徑冪一百乘前實一千得一十萬以十六約之得六千二百五十為實以一為隅開平方得七十九步不盡九為分子乃以隅生方又增隅得一百五十九為分母以分子母求等得三俱以三約母子得五十三分步之三為大圓積七十九步五十三分步之三次置小圓田周三十步以自乘得九百周為冪退位得九十為徑實以一為隅開平方得九步不盡九以隅生方又益隅得一十九步之九為小圓徑九步一十九分步之九次以周冪九百乘前實九十得八万一千以十六約之得五千六十二步五分為實以一為隅開平方得七十一步有不盡數二十一步五分為分子以隅生方又益隅得一百四十三為分母以分子母求等得五分為約之得二百八十六分步

之四十三為積次置環田周三十步自乘得九百為周冪退位得九十為實以一為隅開平方得九步不盡九為分子以隅共方併隅得一十九為分母命之為環田通徑九步一十九分步之九次以環周冪九百乘環實九十得八萬一千以十六約之得五千六十二步五分為大率次置環田虛徑八步自乘得六十四為虛冪進位得六百四十為實以一為隅開平方得二十五步不盡一十五為分子以隅生方又併隅得五十一為分母與子求等得三俱約之得一十七分步之五為環田內

周二十五步一十七分步之五次以虛冪六十四乘周冪六百四十得四万九百六十以十六約之得二千五百六十為小率以小率減大率餘二千五百二步五分自乘得六百二十六万二千五百六步二分五厘為實以小大二率併之得七千六百二十二步五分倍之得一萬五千二百四十五為從上廉以一為益隅開玲瓏三乘方得二十步不盡三十二万四千五百六步二分五厘為分子續商無數乃以益隅一益下廉八十併之得八十一為減母次以從上廉一萬二千八百四十五併

從方五十七萬七千八百得五十九万六百四十五以減母八十一減之餘五十九万五百六十四為分母以分子求等得二分五厘俱約之得二百三十六万二千二百五十六分步之一百二十九萬八千二十五為環田積二十步二百三十六万二千二百五十六分步之一百二十九万八千二十五次置環田通徑九步一十九分步之九以虛徑八步減之餘一步一十九分步之九為環田實徑合問

問數圖



此圖從問列位以後照草運算乃先置次大徑以上副自乘得中以中進位為實以一段為下隅

商 實 余 母 ○ 商 余 母 等

大圓徑 步 子 母 ○

凡十一變至此得大圓積 次求小圓徑

小元周 步 自乘 小周 步 小周冪 徑○商 徑○實 ○方 隅

商 實 方 隅 商 實 方 隅

商 余 方 隅 商 余 方 隅

小圓徑 子 母

凡七變至此得小圓徑 次求小圓積

商冪 小徑 實 法 實 隅 大平面

商 實 方 隅 商 實 方 隅

商 實 余 方 隅 商 實 方 隅

商 實 方 隅 商 實 方 隅

商 實 余 方 隅 商 實 方 隅

商 實 余 母 等

小元積 步 子 母

一十變得小元積 次求環田通徑

當求環田通徑蓋環之外周三十步與小圓田外周同則不過與前七變諸圖一理茲不復繁乃求

常徑

大平 虛徑 虛徑 虛冪 實 隅

商 實 方 隅 商 實 方 隅

商 實 方 隅 商 實 方 隅

商 實 方 隅 商 實 方 隅

商 實 方 隅 商 實 方 母 等

商 方 母

凡九變得環田內周 次求環積

小率 實 同實 實 法 小率

只求與小率與前大率四者求實徑

大率 小率 餘 餘

二率相乘減得餘以餘自乘得後實

大率 小率 實

倍數

併二率為得數倍得數為從上廉以一為益隅

商 實 方 從上廉 下廉 益隅

從上廉超益隅二位益隅超三位

商 實 方 上廉 下廉 益隅

乃商置二十步

數書九章卷六

商 實 方 上廉 下廉 益隅

以商生隅入下廉

商 實 方 負廉 下廉 益隅

以下廉生負廉

商 實 方 上廉 負廉 下廉 益隅

以負廉與正廉相消得正上廉

商 實 方 上廉 下廉 益隅

以商與上廉生方

以方法命商除實

又以商生隅入下廉

以上廉與商生負上廉得益隅數

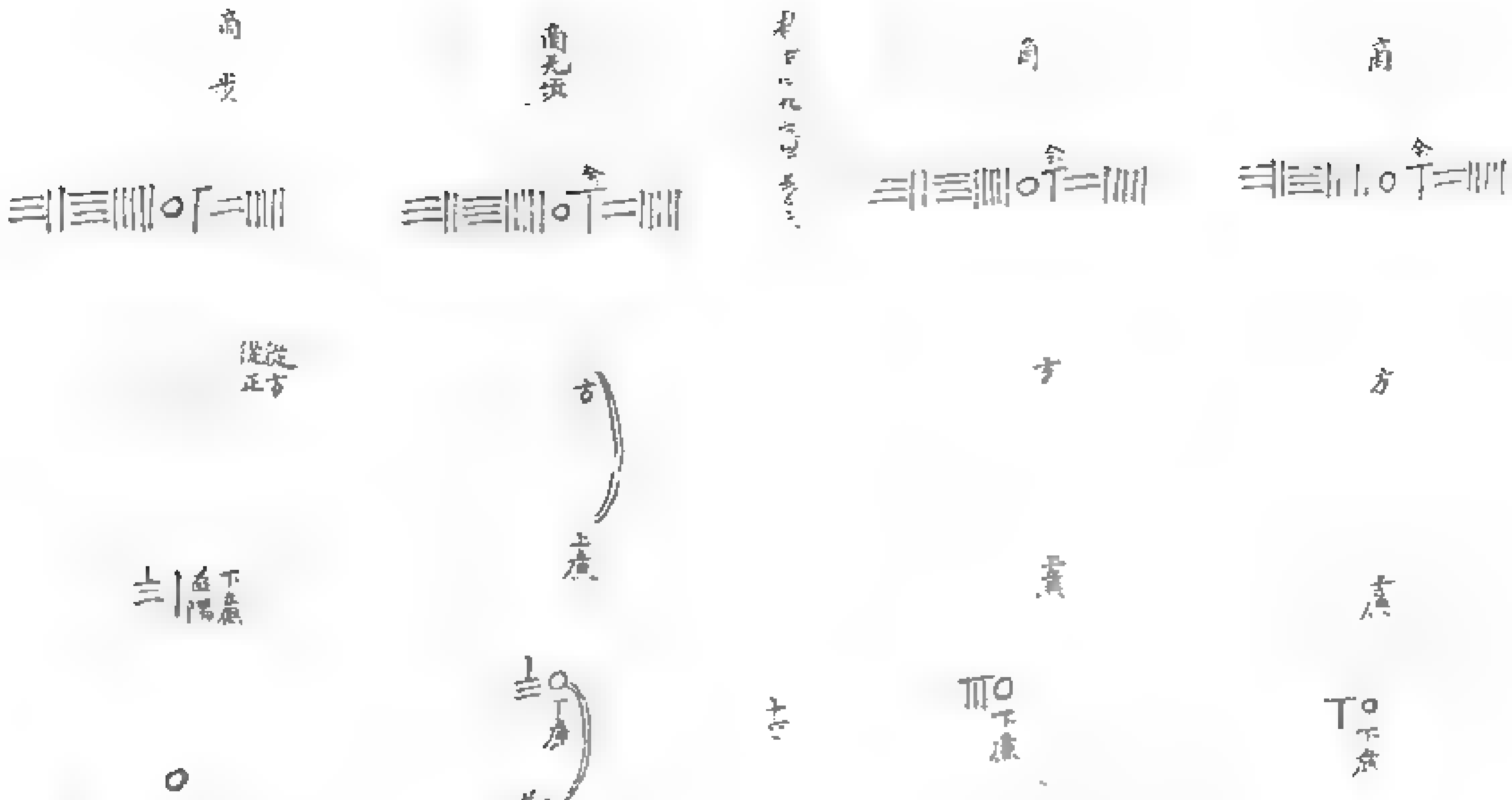
負上廉與正廉相消

商與正廉生方

商隅又相生入下廉

商又與下廉生負廉

負廉與正廉相消

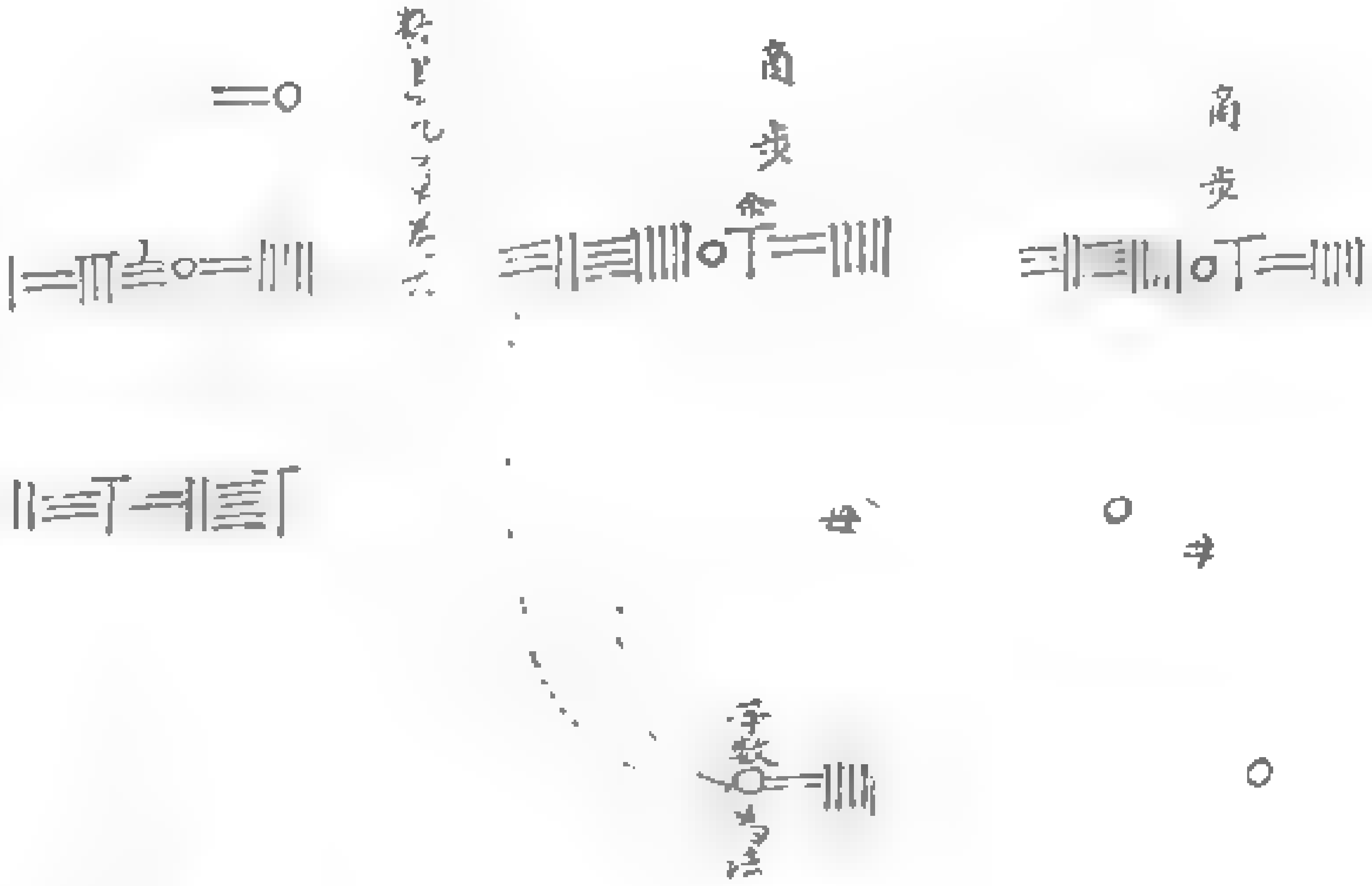


商又與隅生入下廉

方退一上廉再退下廉三退隅四退

與商以上廉併入方隅併下廉

益隅併負廉○與正方廉相消餘為母



求等約之

得數

開三乘方凡二十變至此得環田積數

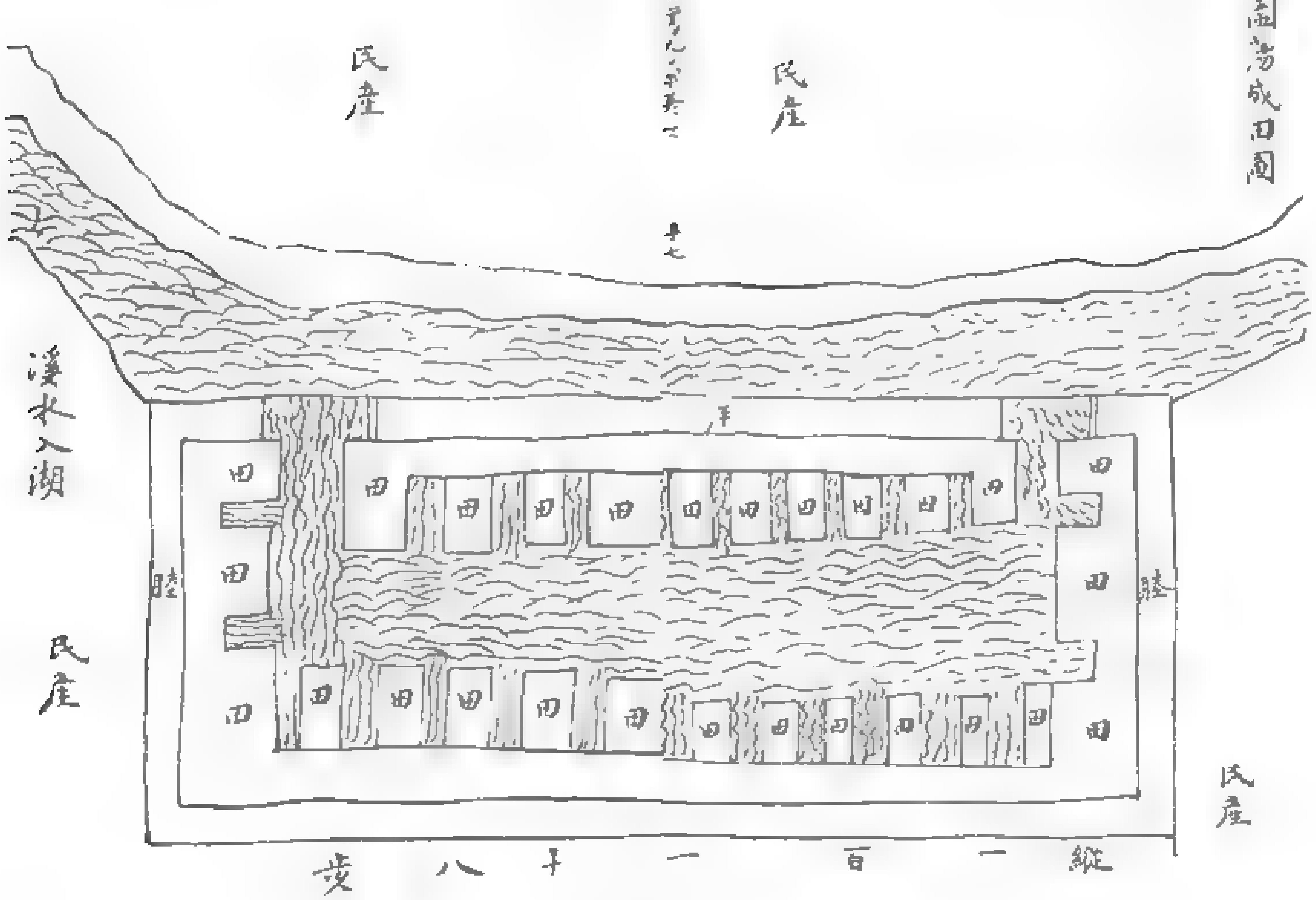
所足求置徑者但以虛徑減通徑之餘一步一十九分步之為環田實徑

○圓田先計

問有草蕩一所廣三里縱百十八里夏日水深二尺五寸與溪面等平溪闊一十三丈流長一百三十五里入湖冬日水深一尺欲趁此時圍衆成田於蕩中

問縱開大港一條磬折通溪順廣開小港二十四條其深同其小港闊比大港六分之一大港深比大港面三分之一七小港底各不及面一尺取土為埂高一丈上廣六尺下廣一丈二尺橫縱當港其岸高廣倍其埂敷上下流各立斗門一所通今田內止容水八寸遇餘水從溪入湖里法三百六十步步法五尺欲知田積埂土積大小港底面深闊冬夏積水田港容水遇水溪面近高各幾何

圍田成田圖



答曰田積一千八百六十六頃八畝二十四步
堤上積九千六十五億五千二百萬五方寸
大港
面闊六丈一尺七寸
底闊六丈七寸
深六寸八寸
小港
面闊一丈二寸六分寸之五
底闊九尺二寸六分寸之五
深六尺八寸

夏積水二万八千六百七十四万億五方寸
冬積水一万一千四百六十九億六千万五方寸
田容水九千七十二億六千九百七十二万五方寸
港容水九百六十五億五千二百萬五方寸港上者合田四
退出水一百八千六百三十五億七千八百八十
八百五方寸溪面泛高一尺三寸一十三万六千六百二十五分
一万四千四百一十一
術曰以商功求之步里法皆先化寸各通廣縱為率
二率相併為和二率相乘為寄三因縱率於上倍
和加上為段併堤二廣乘半堤高又乘段為土積
亦為港容水以潤毋乘上積為實以潤于乘小港
數又乘廣率為泛潤毋乘縱率併泛共為隅闊平
方所得堅寸收之為堅以深于乘堞為實以深毋除之
為大小港等深以深毋因堞為實以深于除之為
中以才不及加中為大港面以潤毋除之為小港
面二面各減不及為底以堤下廣乘段為址以大
港面乘隅為實以潤毋除之為港平以港平併址
減寄餘為田積以址減寄餘乘容水為田容水以
夏冬水深乘寄得夏冬積水以田容水併港容水
減夏積水餘為退出水以八節乘之為實以溪闊

乘流長又乘歲日為法除之得溪面泛高
草曰先通步法為五十寸通三百六十步得一万八
千寸為里法以里法通溪廣三里得五萬四千為
廣率又通溪縱一百一十八里得二百一十二万
四千為縱率以縱率併廣率得二百一十七万八
千為和以縱率乘廣率得一千一百四十六億九
千六百万為寄三因縱率二百一十二万四千得
六百三十七万二千於上倍和二百一十七万八
千得四百三十五万六千加上得一千七十二万
八千為段次以堤上廣六尺併下廣一丈二尺得

一十八尺乘半埂高五十寸得九千寸又乘段一
千七十二万八千得九百六十五億五千二百万
為土積亦為港容水以港潤毋六因土積得五千
七百九十三億一千二百万為實以潤子一乘小
港二十四條又乘廣率五万四千得一百二十九
万六千為法以潤毋六因縱率二百一十二万四
千得一千二百七十四万四千併法得一千四百
四万為隅開平方得二百三寸不盡七百三十七
百六千四百收為所得一寸乃得二百四寸為壖
以深子一乘之以深毋三除之得六尺八寸為大

小港等深次以深毋三因壖二百四寸得六百一
十二寸為實如深子一而一得六丈一尺二寸為
中以不及一尺半之得五寸加中得六丈一尺七
寸為大港面潤如毋六而一得一丈二寸六分寸
之五為小港面以不及一尺各減大小港面得六
丈七寸為大港底得九尺二寸六分寸之五為小
港底次以埂下廣一丈二尺乘段一千七十二万
八千寸得一十二億八千七百三十六万為址以
大港面六丈一尺七寸乘隅一千四百四万得八
十六億六千二百六十八万為實以潤毋六除之

得一十四億四千三百七十八万為港平以併址
一十二億八千七百三十六万得二十七億三千
一百一十四萬減寄一千一百四十六億九千六
百万餘一千一百一十九億六千四百八十六万
為田積寸以步法五十寸自乘得二千五百除積
寸得四千四百七十八万五千九百四十四步為
田積步以畝法二百四十步約之得一千八百六
十六頃八畝不盡二十四步為田積以址一十二
億八千七百三十六万減寄一千一百四十六億
九千六百万餘一千一百三十四億八百六十四

万乘今容水八寸得九千七十二億六千九百一
十二万為田容水次以夏水深二尺五寸乘寄一
千一百四十六億九千六百万得二万八千六百
七十四億萬寸為夏積水次以冬水深一尺乘寄
得一万一千四百六十九億六千万寸為冬積水
乃以田容水九千七十二億六千九百一十二万
併港容水九百六十五億五千二百万得一万三
十八億二千一百一十二万減夏積水二万八千
六百七十四億万寸餘一万八千六百三十五億
七千八百八十八万為過出水當以八節乘之歲

日三百六十除之為實令從省先以八節約歲日
三百六十得四十五為除率次以里法一万八千
寸通流長一百三十五里得二百四十三万又乘
溪澗一十三丈得三十一億五千九百万以乘除
率四十五得一千四百二十一億五千五百万為
法除浸出水一万八千六百三十五億七千八百
八十八万得一尺三寸為溪面泛高不盡一百五
十五億六千三百八十八万與法一千四百二十
一億五十五百万求等得一百八万俱以約之為
一十三万一千六百二十五分寸之一萬四千四

百一十一為泛高寸下分母之數合問

數書九章卷之六

數書卷七

魯郡　秦九韶

○望山高遠

問名山去城不知高遠城外平地有木一株高二丈三尺假為前表乃立後表與木齊高相去一百八十四步先退前表二丈九寸次退後表二丈一尺三寸斜望山峯各與其表之端參合人目高五尺里法三百六十步、法五尺欲知山高及遠各幾何

答曰高二十里半零三步五分步之三

遠二十七里三百二十八步五百七十七分步之六十七

術曰以句股求之重差入之置二退表相減餘為高法通表間併法於上以目高減表高餘乘上為高實實如法而一得山高以法乘表高為遠法以退為後表乘高實為遠實、如法而一得山去

草曰置後退表二丈一尺三寸減前退表二丈九寸餘四寸為高法置表去木一百八十四步以步法五十寸通得九千二百寸為表間併法四寸得九千二百四寸於上以目高五尺減表高二丈三尺餘通之為一百八十寸乘上得一百四十七万六千七百二十寸為高實、如高法四寸而一得三

十六万九千一百八十寸為積寸次以步法五十寸約之得七千三百八十三步五寸步之三寸以里法三百六十步約之得二十里一百八十三步五分步之三為山高次〻法四寸乘表高二丈三尺得九百二十為遠法以退後表二丈一尺三寸乘高実一百四十七万六千七百二十寸得四億六千二百二十一万三千三百六十寸為遠実〻如遠法九百二十寸而一得五十万二千四百五寸二十三分寸之一十九為積寸乃以步法五十寸乘遠法九百二十得四万六千寸為法㪅除遠

実得一万四十八步不盡五千三百六十與法求等得八十俱以約之為五百七十五分步之六十七人以里法三百六十步約得二十七里三百二十八步五百七十五分步之六十七為山後表人立望處筭圖如後

以上減中餘下為法

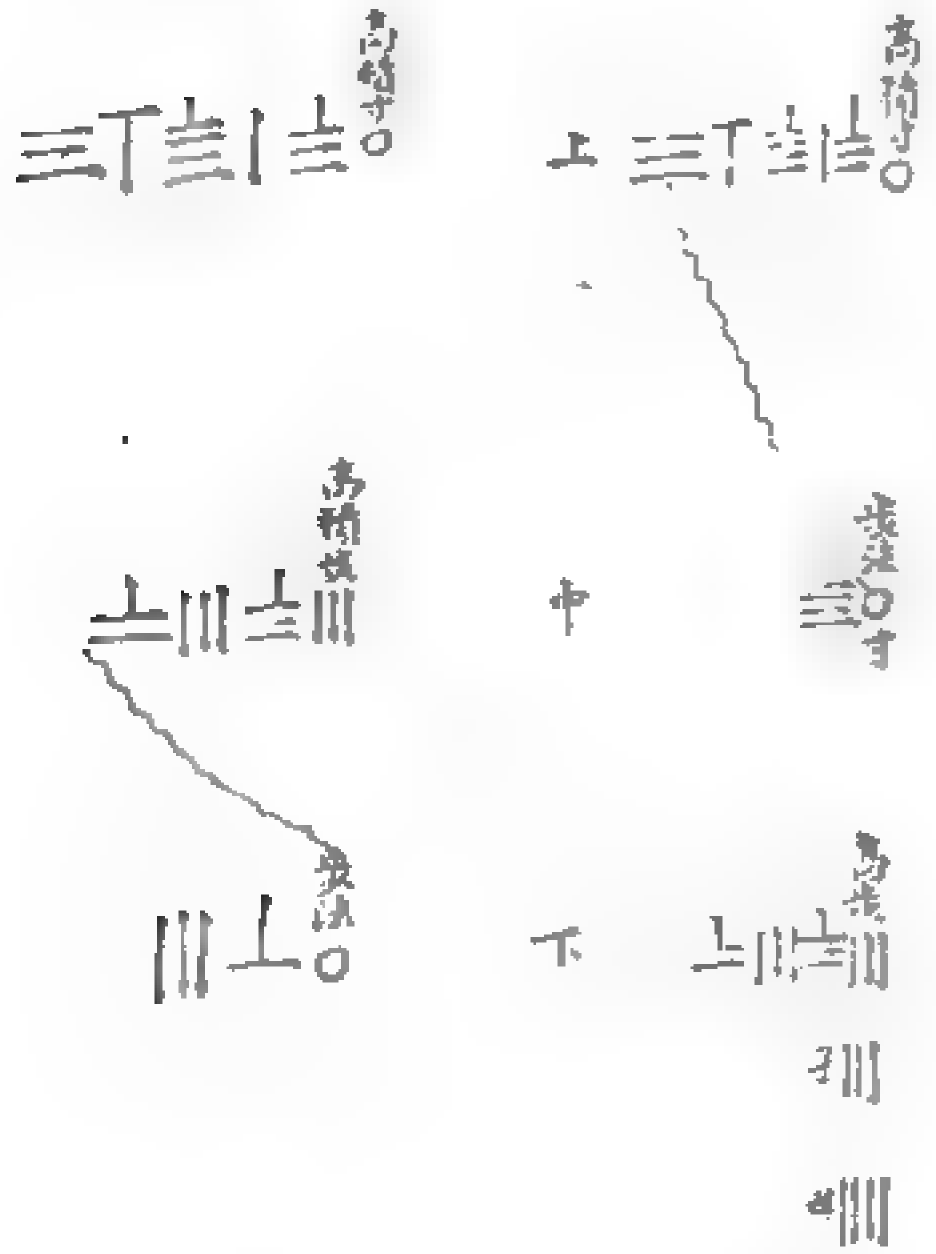
以上乘中得下數

以法併表間得上

以中減下得後圖中

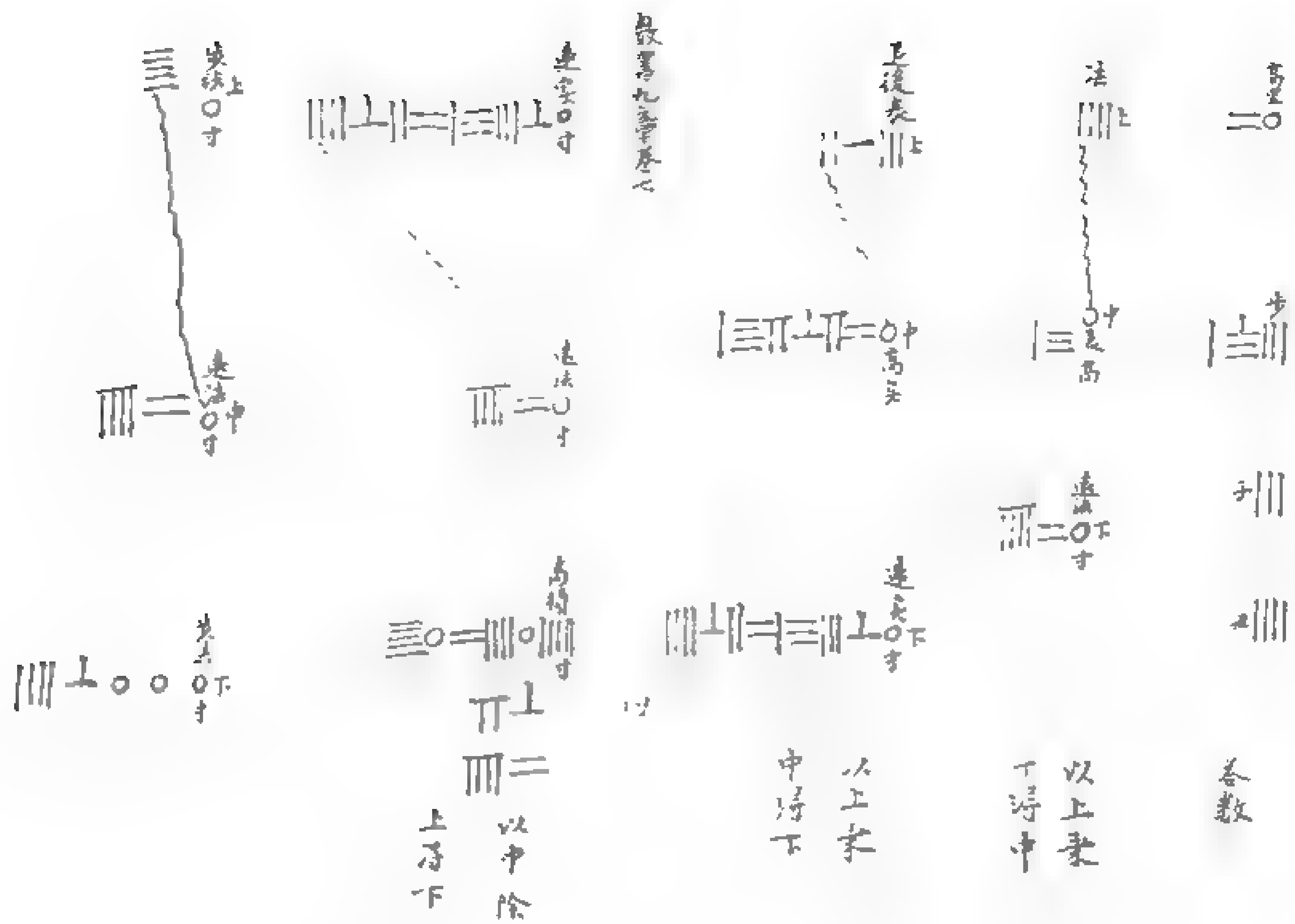
乃以上位九千二百四寸乘中一百八十寸得一百四十七万六千七百二十寸為高実

以下除得中後圖上位數

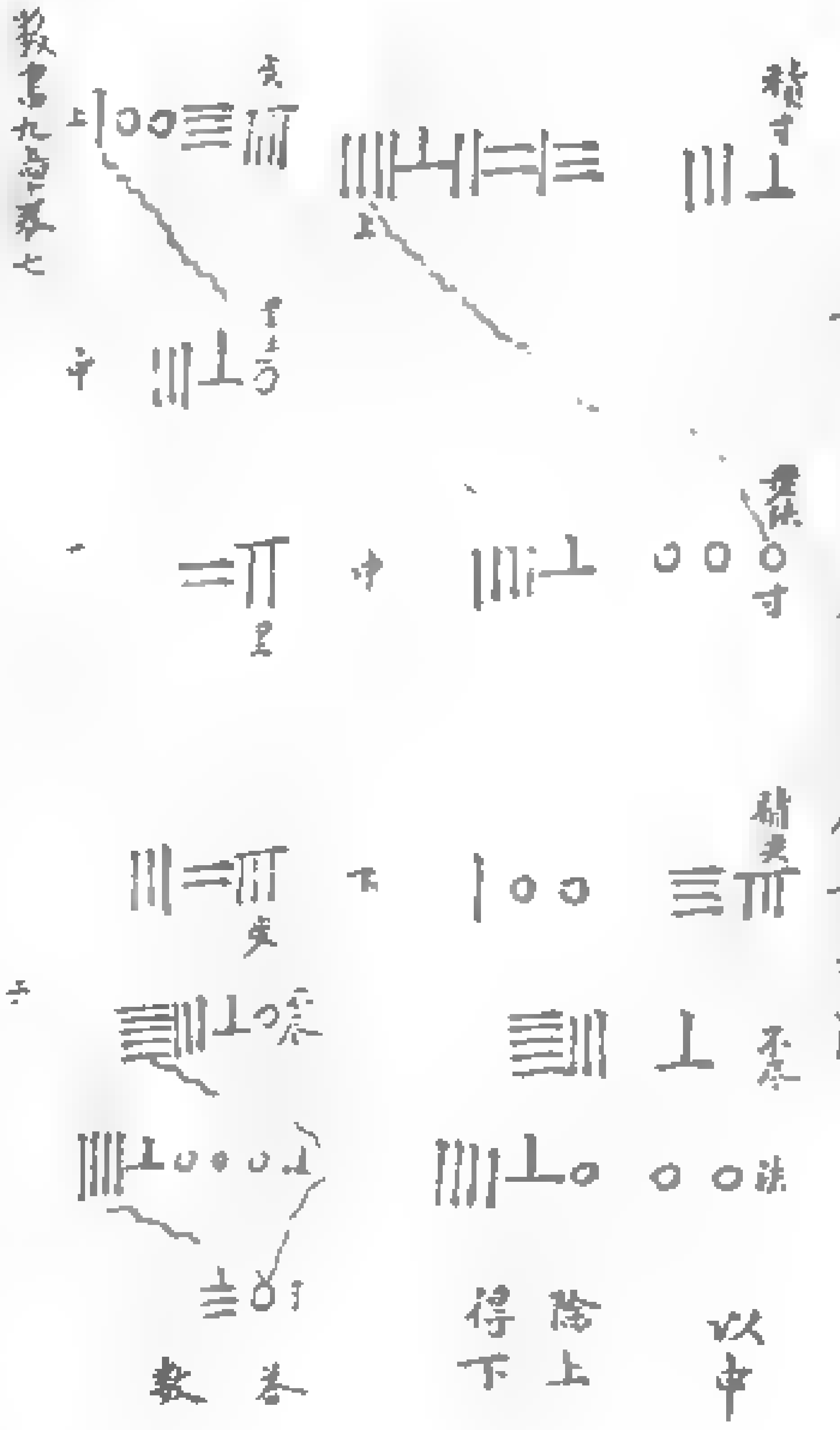


以中除上得下

以下除中得上



乃以步法五十寸乘中位遠法九百二十寸得下位四万六千寸為後圖中位步寸法

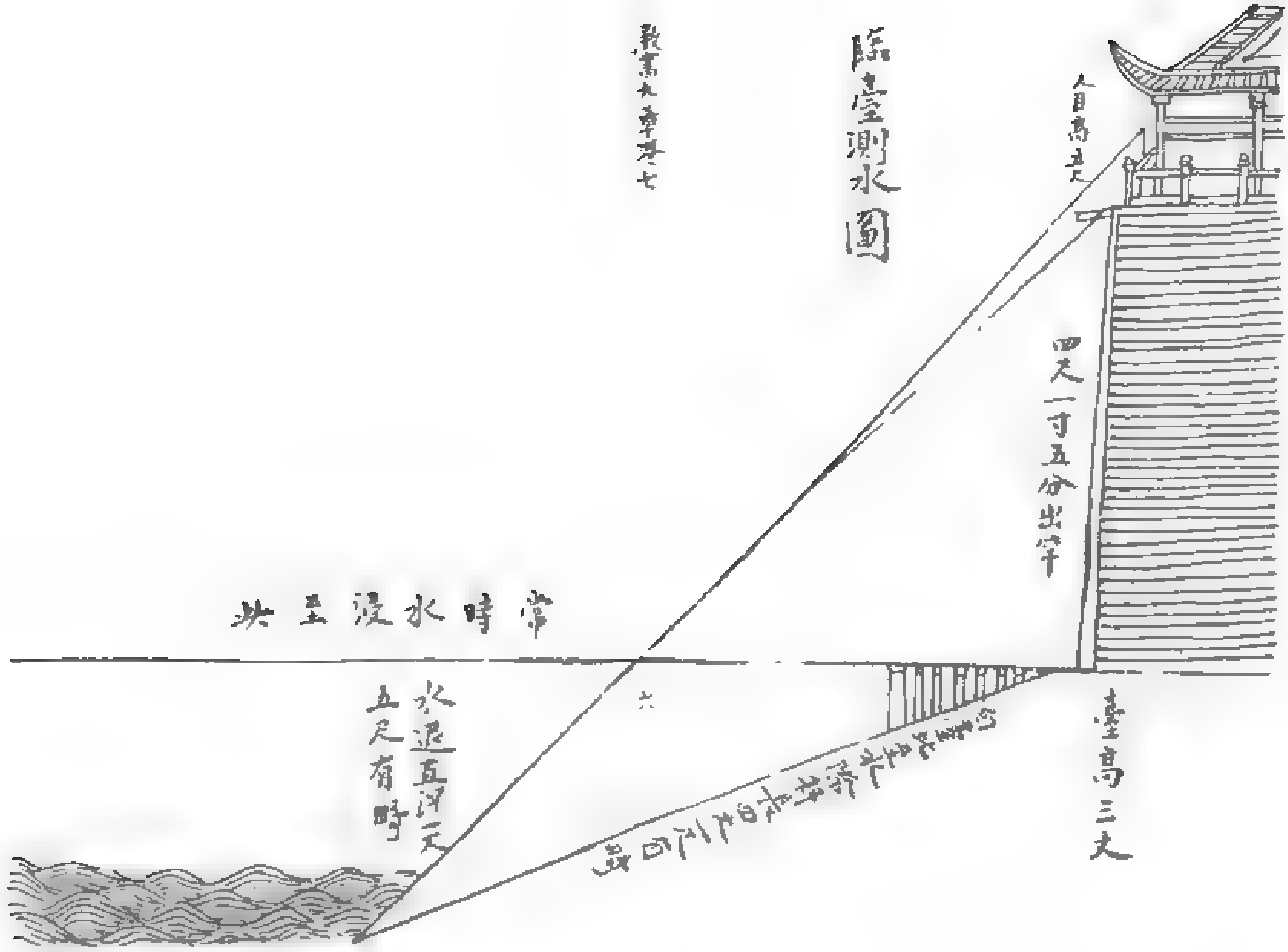


乃以中除上得下位里法及零步其不尽寸与法求得八十俱約之為步分母子之數

○臨臺測水

問臨水城臺立高三丈其上架樓其下址側脚濶二尺護下排沙下椿去址一丈二尺外椿露土高五尺與址下平遇水漲時浸至址今水退不知多少人從樓上欄杆腰串間虛駕一竿出外斜望水際得四尺一寸五分乃与竿端参合人目高五尺欲知水退立深同岸斜長自臺址至水際各幾何

答曰水退立深　一丈五尺一百五十七分尺之一百三十五



涸岸自臺址至水際斜長　四丈一尺一百五十七分尺之三十七

術曰以句股夾法無少廣求之　求涸岸斜長置出竿乘臺高為段以去基乘段為閒泛以岸高乘段為淺泛以目高為乘去基為夾泛三泛可約者約之為定率不可約徑為率以涸率自乘為涸冪以淺率自乘為淺冪併閒淺為二冪共為峻冪復乘涸冪於上以臺高數乘涸率又乘約率得數內減寄餘自乘為峻隅驗峻實峻隅兩者可約求等約之為峻定實峻定隅閒同体連技平方得峻岸斜長同体於先以隅閒平方得數名同隅以同隅乘定實開之得數為實以同隅為法之得峻斜

求水退深置岸高冪乘峻定實為深實以去岸冪併岸高冪為峻定隅為深隅其實深隅可約之仍以同体格入之閒連技平方得水退深

草曰以出竿四尺一寸五分乘臺高三十尺得一百
二十四尺五寸為陡以去址一十二尺乘陡得一
千四百九十四尺為潤泛以護岸高五尺乘陡得一
百二十四尺五寸得六百二十二尺五寸為淺泛
以丁高五尺乘去址一十二尺得六十尺為約泛以
潤泛淺泛約泛三者求等得一尺五寸皆以約之
其潤泛得九百九十六尺為潤率其淺泛得四百
一十五尺為淺率其約泛得四十尺為約率以潤
率九百九十六自乘得九十九万二千一十六尺
為潤冪以淺率四百一十五自乘得一十七万二

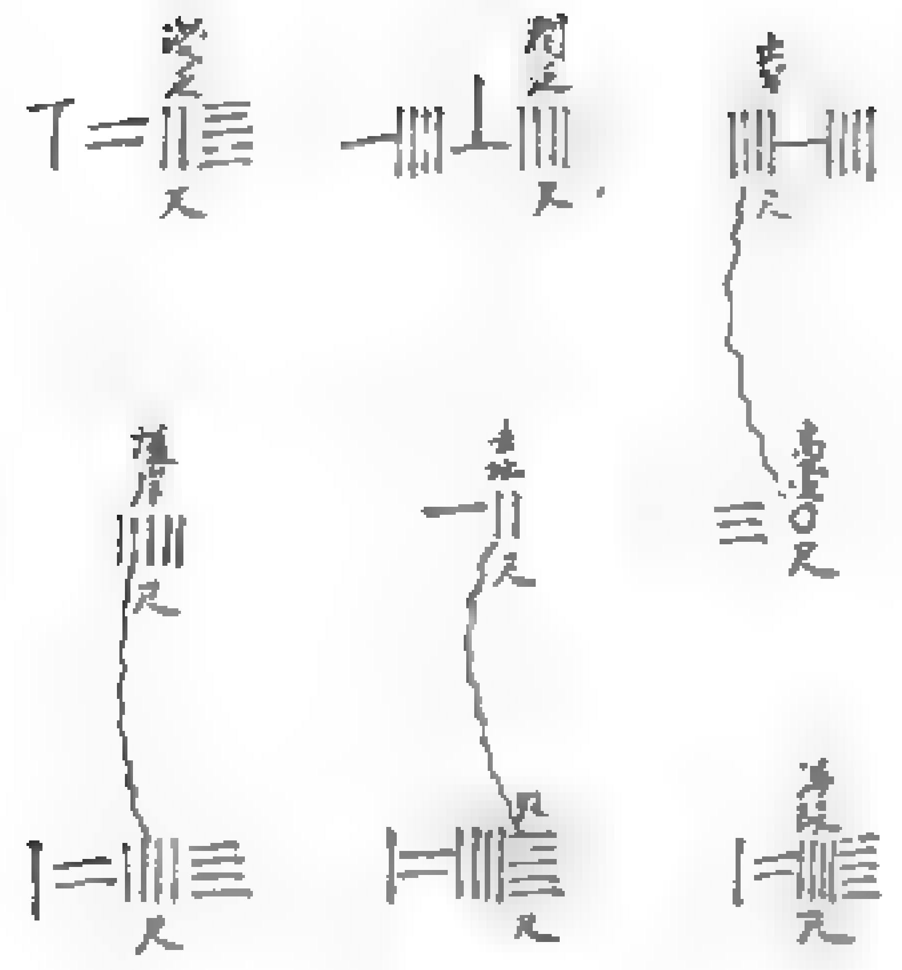
千二百二十五尺為淺冪併潤淺二冪得一百一
十六万四千二百四十一為峻冪以潤冪九十九
万二百一十六乘峻冪得一万一千五百四十九
億四千五百六十九万九千八百五十六尺於上
又以臺高三十尺自乘得九百為臺高冪乘上得
一千三十九万四千五百一十一億二千九百八
十七万四百尺為峻實次以潤率九百九十六乘
淺率四百一十五得四十一万三千三百四十為
寄以臺高三十乘潤率九百九十六得二万九千
八百八十又乘約率四十得一百一十九万五千

二百內減寄餘七十八万一千八百六十尺自乘
得六千一百一十三億五百五万九千六百尺為
隅以隅身峻實求等得二千四百八十万四百俱
以約之得四千一百九十一万二千六百七十六
尺為峻定實得二万四千六百四十九為峻定隅
開同体建垜平方得峻岸至水際斜長驗同躰格
乃以定隅二万四千六百四十九為實先以一為
隅開平方得一百五十七為同体法次以峻定實
四千一百九十一万二千六百七十六尺為實亦
以一為隅開平方得六千四百七十四尺為同体

實、如同体法一百五十七而一得四十一丈不
盡三十七與法一百五十七求等得一俱以一各
約之其法與餘只得此數乃直命之得四丈一尺
一百五十七分尺之三十七為潤岸斜長至水際
求逅水深置岸高五尺自乘得二十五為岸高冪
乘峻定實四千一百九十一万二千六百七十六
尺得一十億四千七百八十一万六千九百為深
泛以去岸一十二尺自乘得一百四十四尺為去
岸冪併岸高冪二十五得一百六十九以乘峻定
隅二万四千六百四十九得四百一十六万五千

六百八十一為隅泛置二泛求步得一百六十九併約二泛得六百二十万一百定实得二万四千六百四十九深足隅開連枝平方得水退立深驗同体格乃以深足隅二万四千六百四十九為实先以一為隅開平方得一百五十七為同体法次以深足实六百二十万一百為实亦以一為隅開平方得二千四百九十為同体实〻如法一百五十七而得一十五尺不尽一百三十五與法求等得一俱以一各約法餘只得此數乃直命之得一丈五尺一百五十七分尺之一百三十五為水退

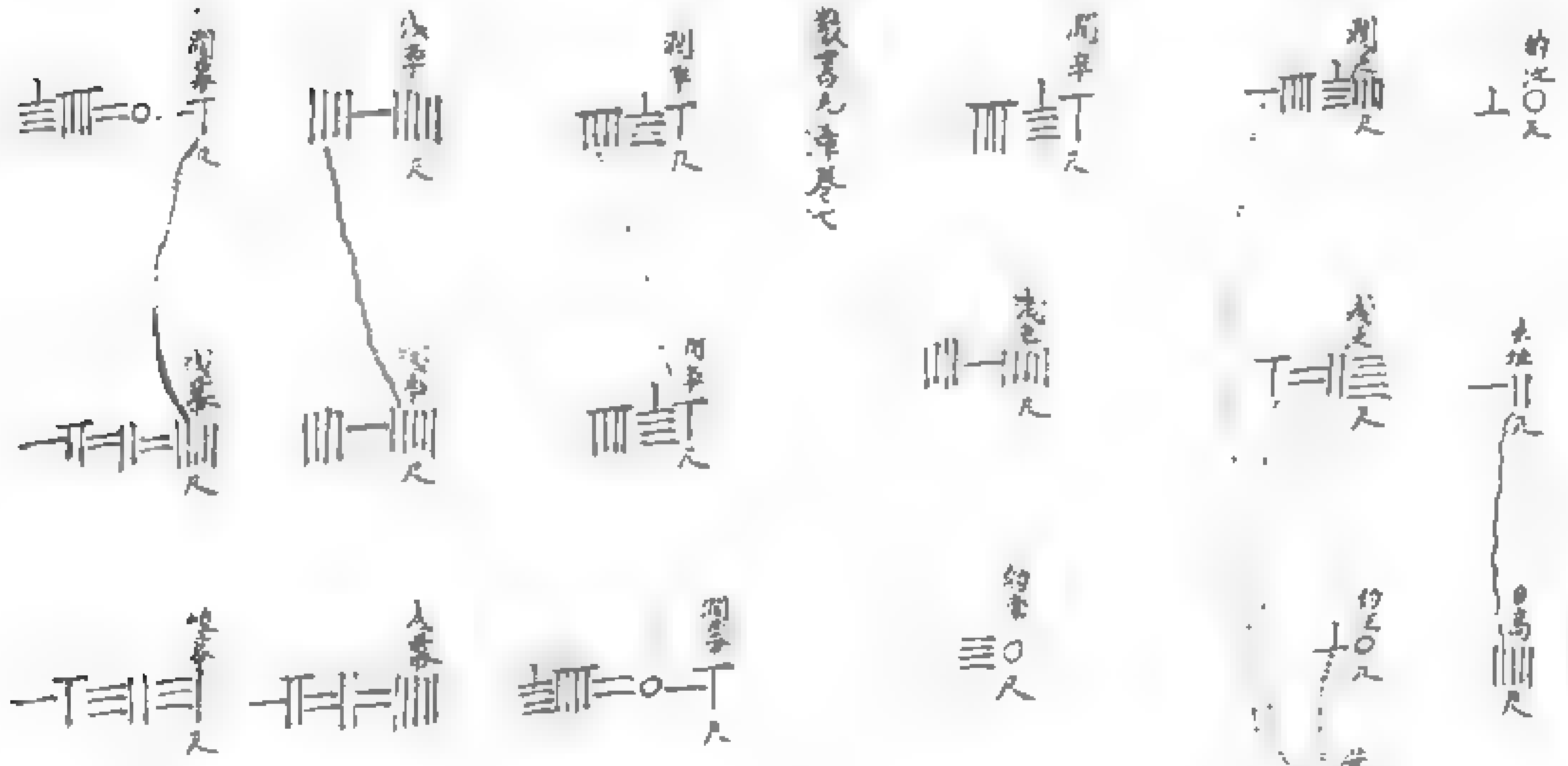
立深



以出平乘臺高得段

以去址乘段得潤泛

以護岸乘段得淺泛



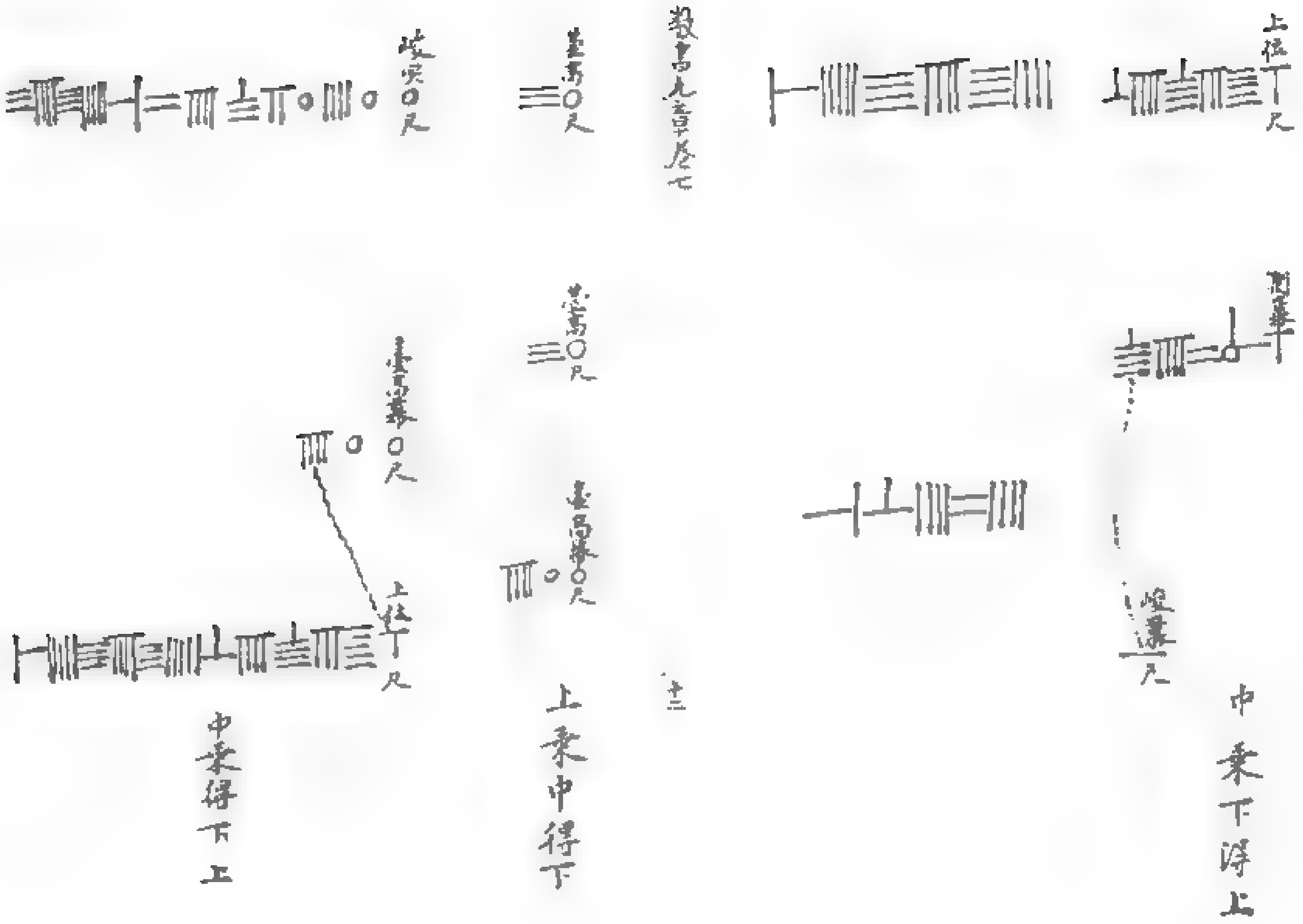
日高乘法址得約泛

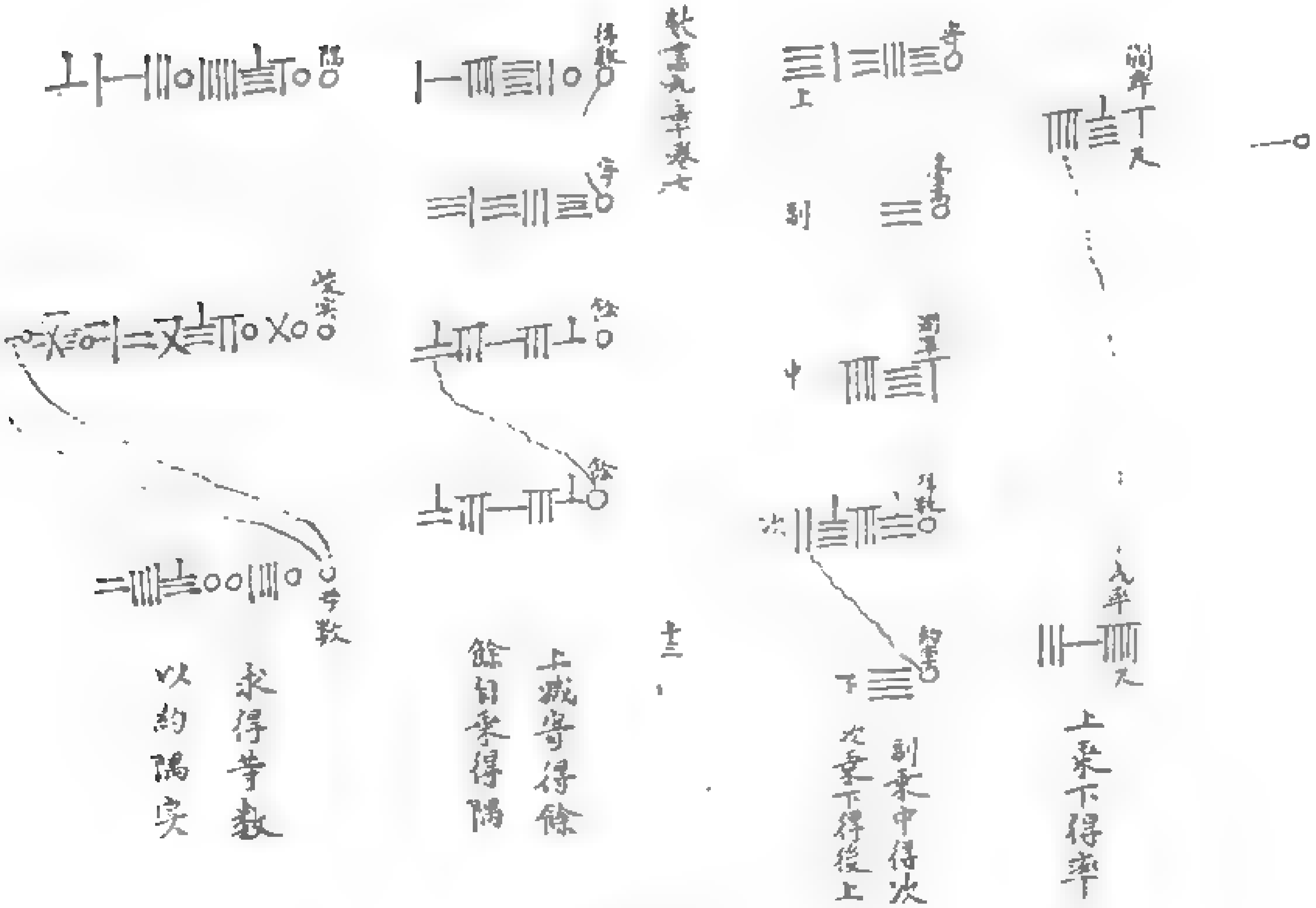
求步

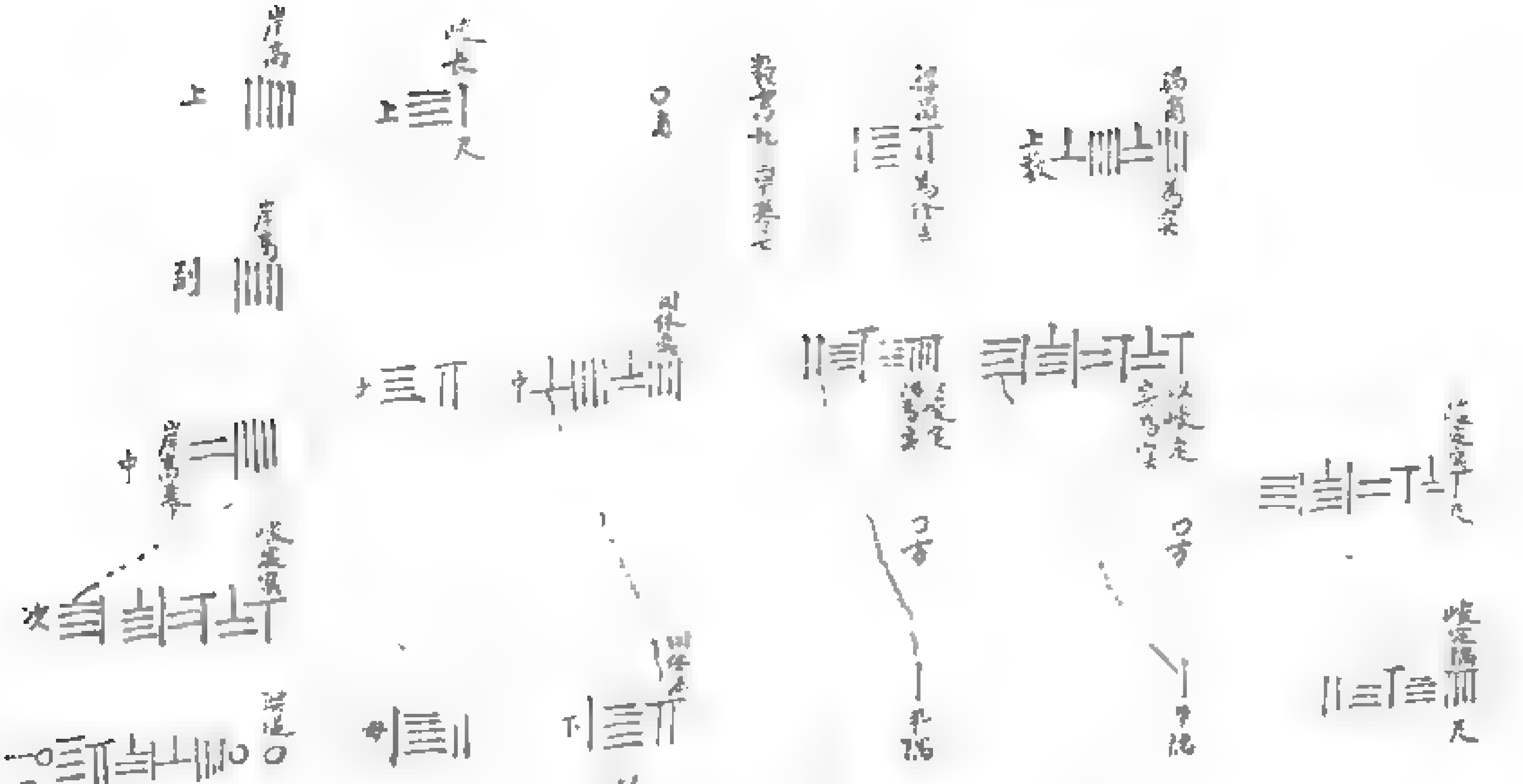
上乘中得下

上乘中得下

上併中得下


數書九章卷七
十二
中乘下得上
上乘中得下
中乘得下上


數書九章卷七
十三
上乘下得率
副乘中得次
次乘下得後上
上減寄得餘
餘自乘得隅
求得寄數
以約隅實



同体格各以一為陽關平方得数除之

以陽関実得上数仍為実

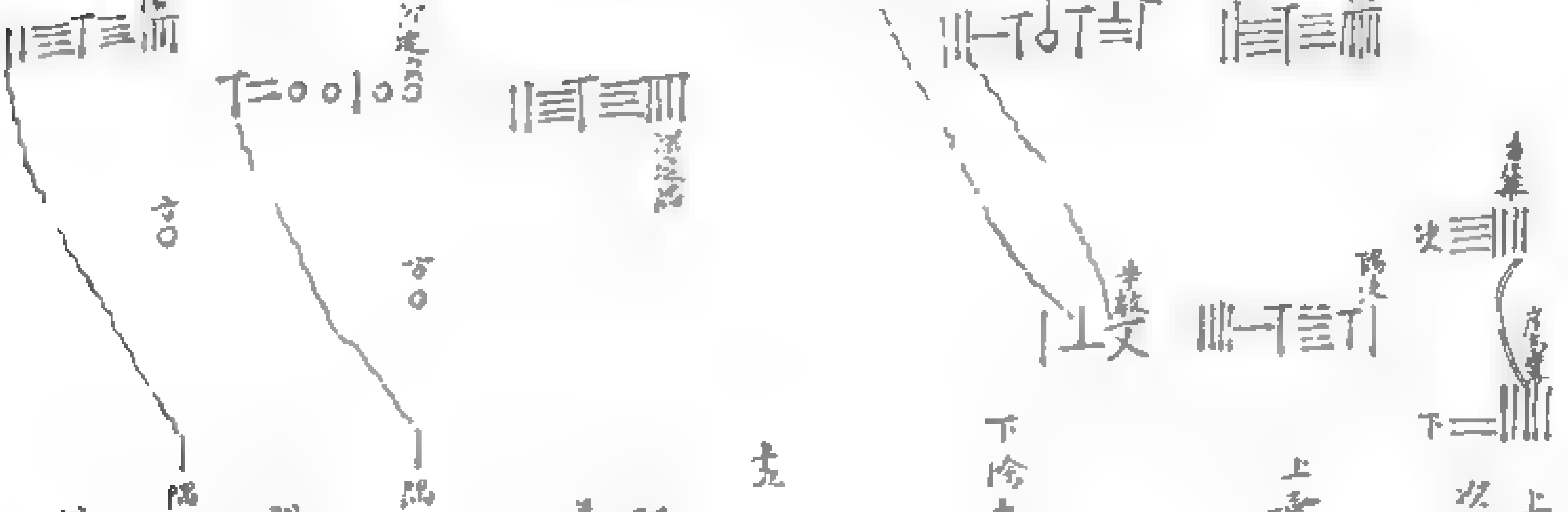
以陽関実得上数仍為法以除同体実

以除中得上

不尽為子法為母

上乘次得中

中乘次得下



上乘副得次

次併下得後上

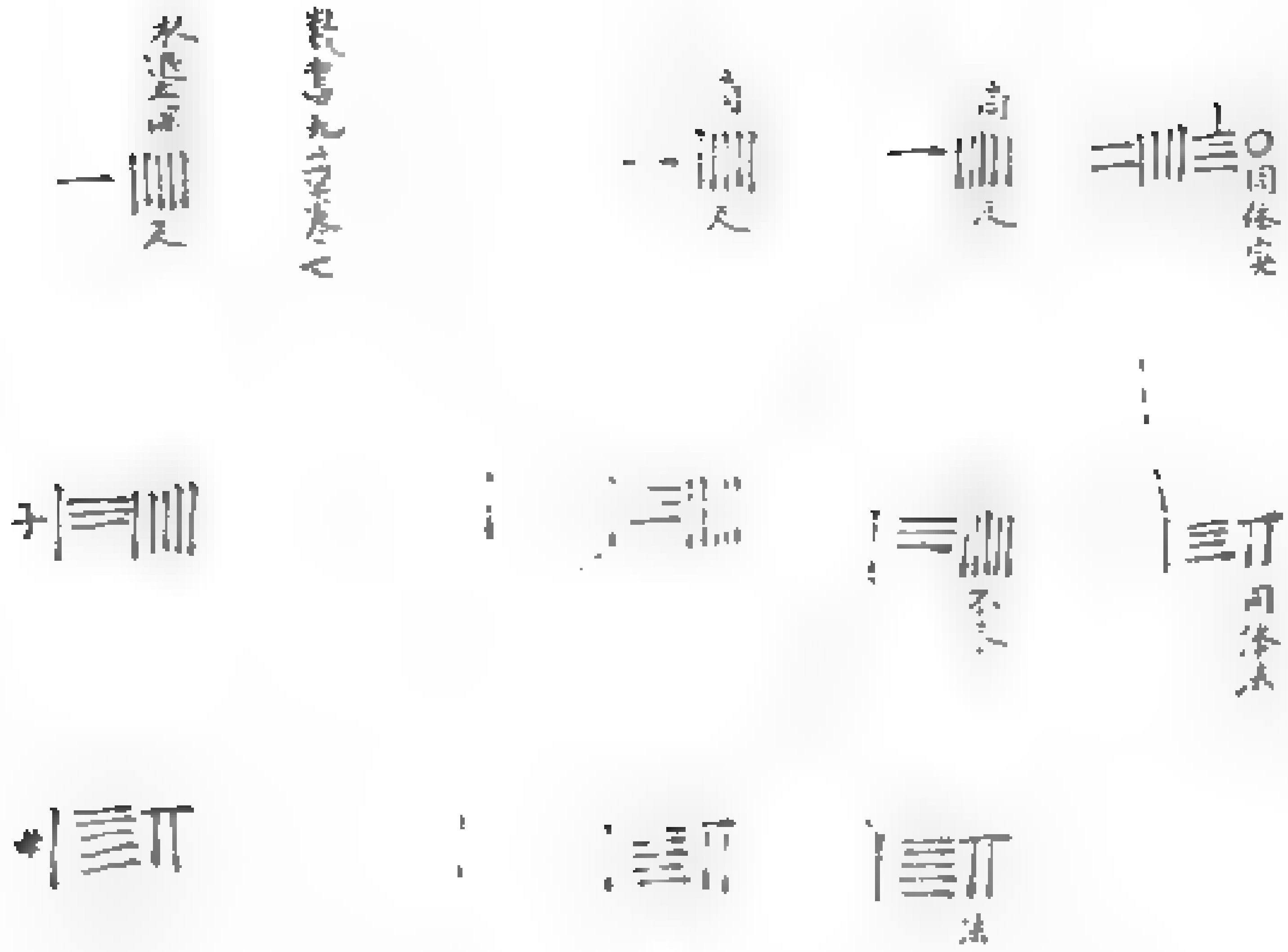
上乘中得下

下除中上得隔実

隔実各以一為隔関平方

開得商為実

開得商為法



以法除实得後上
奇約不尽為子
奇約法数為母

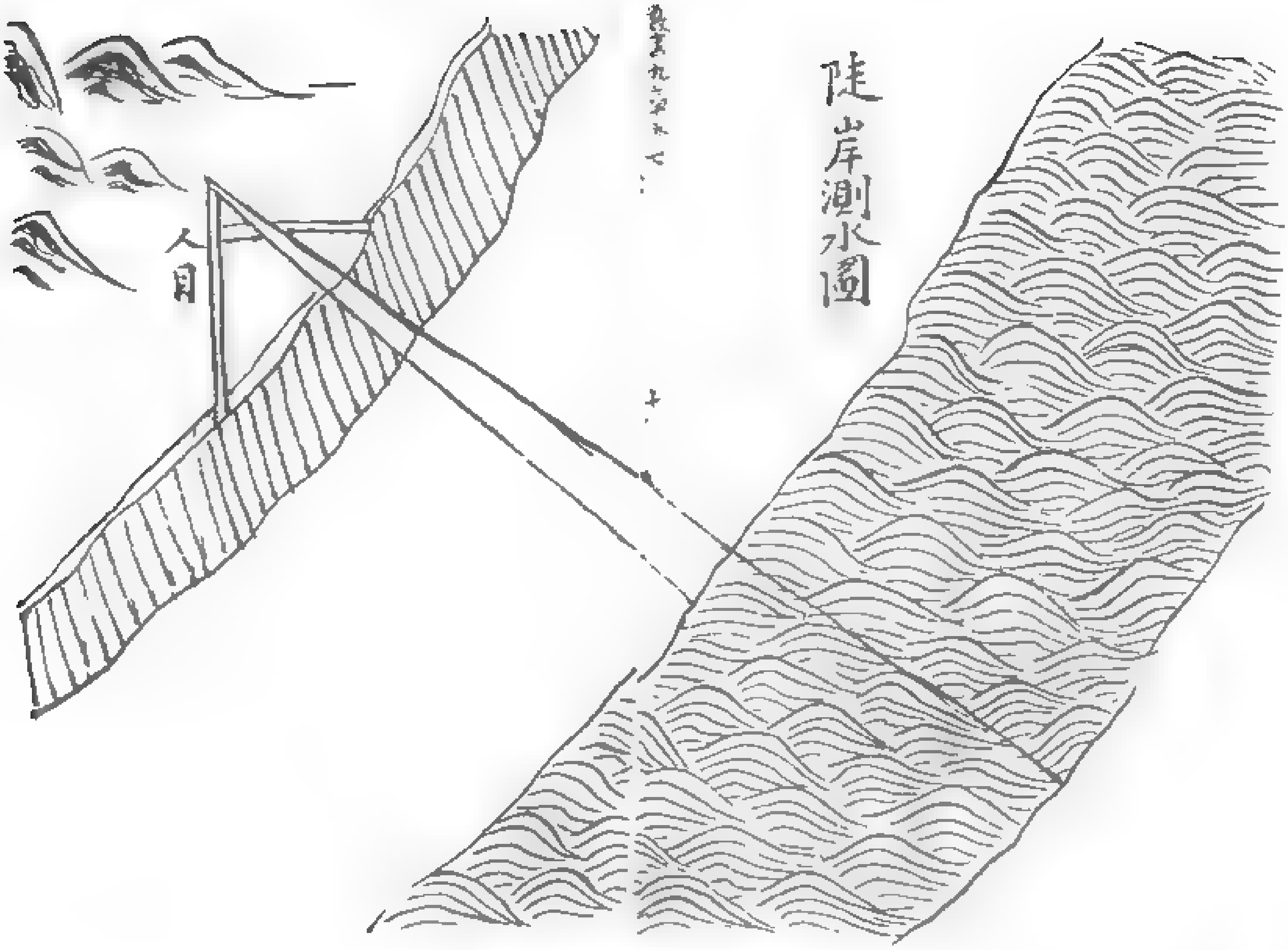
○陡岸測水

問行師遇水須計筏纜搭造浮橋今來絕量陡岸高一丈人立其上欲測水面之濶以六尺竿為矩平持去目下五寸令矩本抵眼遙望水彼岸與矩端參相合又望水此岸沙際入矩端三尺四寸人目高五尺其水面濶幾何

答曰水濶二十三丈四尺八寸

術曰以句股重差求之置矩去下寸為法以人目併岸高減去法餘乘入矩端為實如法而一得水濶

草曰置矩本去目下五寸為法以人目高五尺併岸高三丈得三丈五尺通為寸得三百五十寸減法五寸餘三百四十五寸乘沙際入矩端三十四寸得万一千七百三十寸為實如法五寸而一得一千三百四十八寸展為尺十二三丈四尺八寸為水濶合問



數書卷八

魯郡　秦九韶

○表望方城

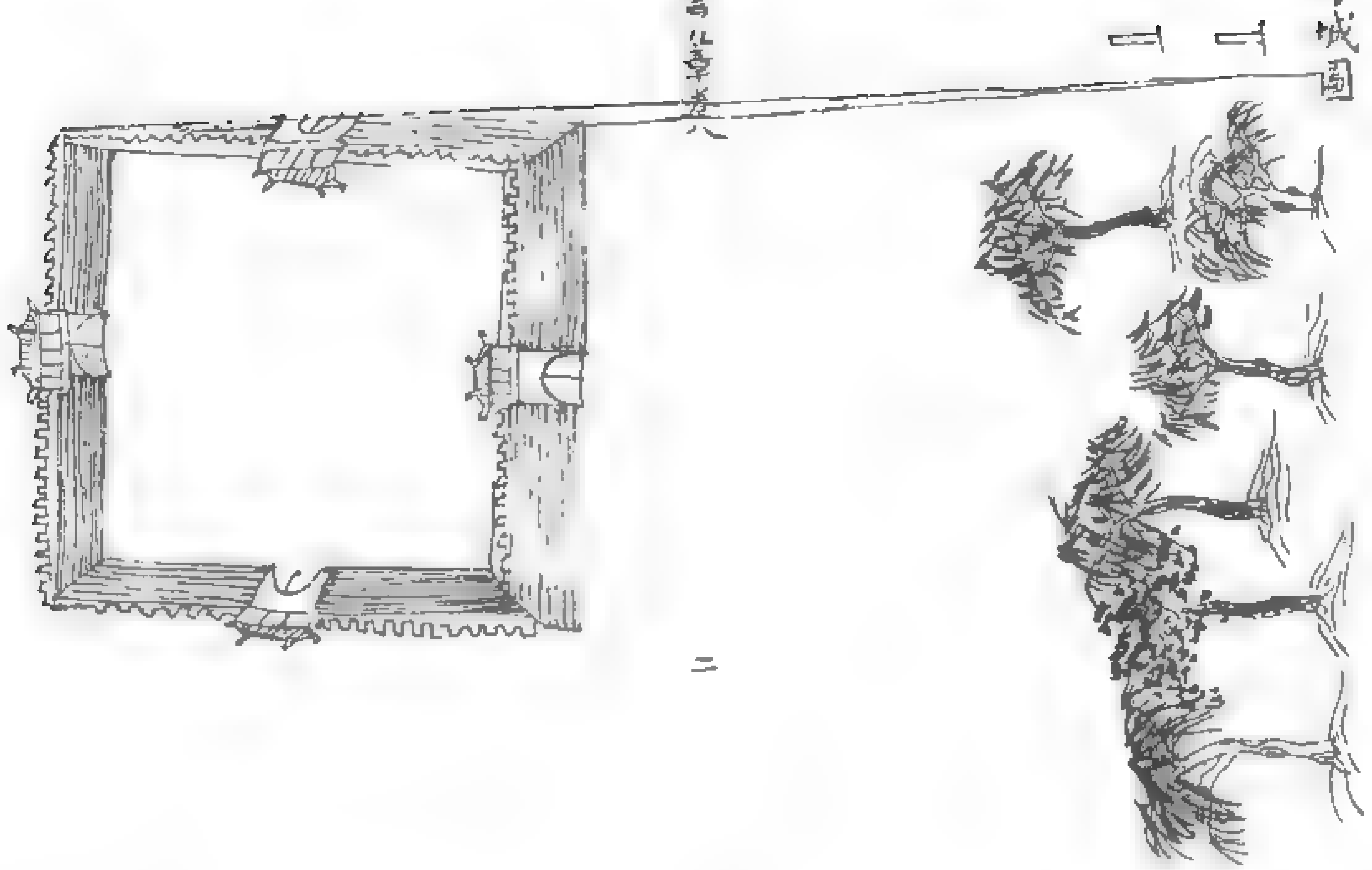
問敵城不知廣遠傍城南山原林間望之林際有木二株南北相去一百六十步遥與城東方面參相直於二木之東相對立表表間與木四方平八目以繩維之人目東後表向西行一十步望城東北隅入東前表一十五步又望城東南隅入東前表四十八步絃半步里法三百六十步欲知其方廣及相去幾何

答曰城方廣各一十二里三百二十步

城去木九里三百二十步

圖具于后

表望方城圖



術曰以勾股重差求之置城東南隅景入表減表間餘乘表間為城去木實以西行步減城東北隅景入表餘為法得城去木數以城東北隅景入表減表間餘乘表間為廣實、如前法而一得城廣數

草曰以西行一十步減東北隅入表一十五步餘五步為法以城東南隅景入表四十八步七分半減表間一百六十步餘一百一十一步二分半乘表間一百六十步得一万七千八百為城去木實以法五步除之得三千五百六十步以里法三百六十約之得九里三百二十步為城去北株木里及步

數　次置城東北隅景入表一十五步減表間一百六十餘一百四十五步乘表間一百六十得二万三千二百為城廣實以前法五步除之得四千六百四十步以里法三百六十約之為一十二里三百二十步即城方廣里數及步數合同

○遥度圓城

問有圓城不知周徑四門中開北外三里有橋木出南門便折東行九里乃見木欲知城周徑各幾何（周用古法）

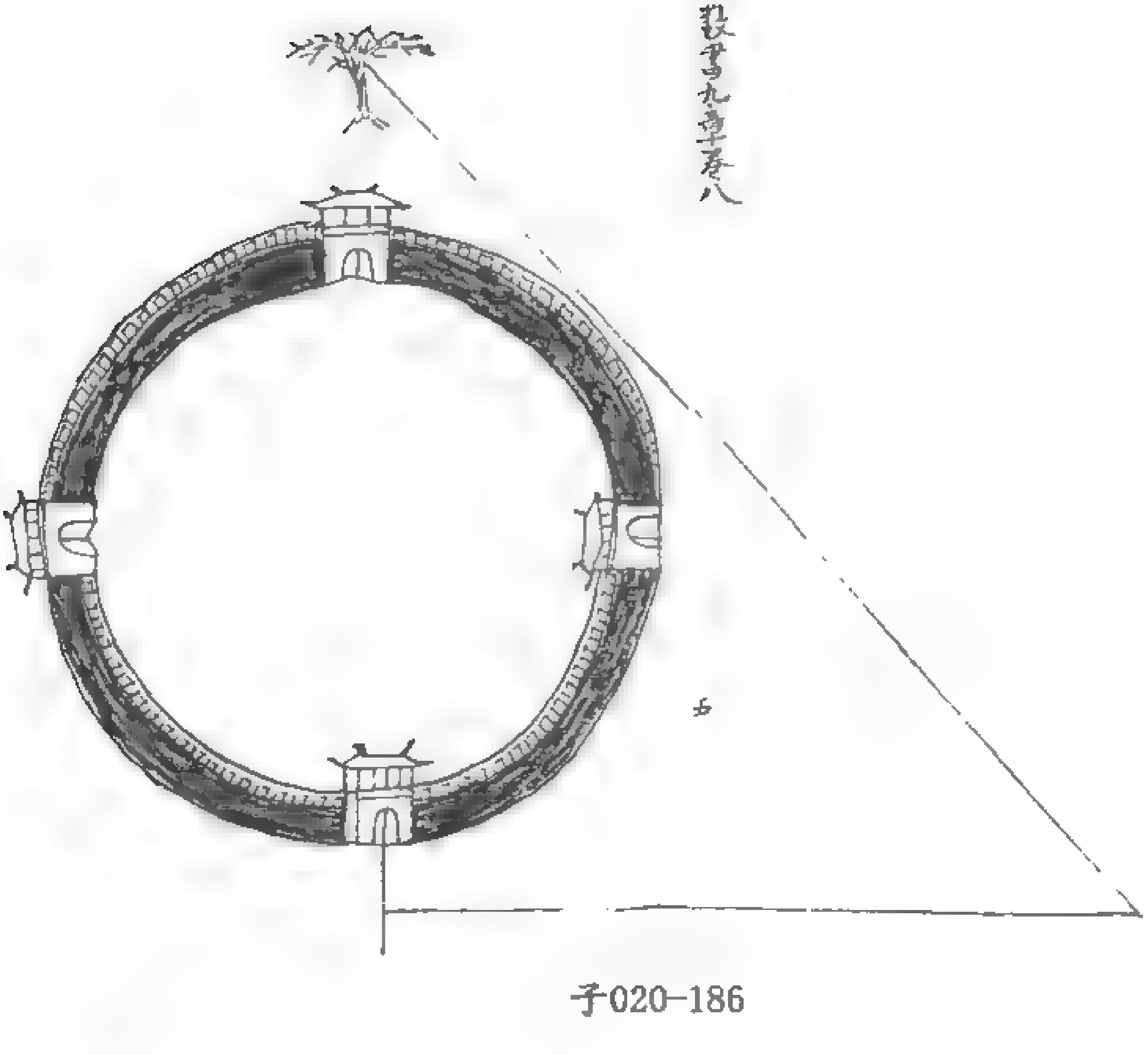
答曰徑九里　周二十七里

術曰以勾股差率求之一為從隅伍因北外里為從

七廉置北里幂八因爲從五廉以北里幂爲正率以東行幂爲負率二率差四因乘北里爲益從三廉倍負率乘五廉爲益上廉以北里乘上廉爲實開玲瓏九乘方得數自乘爲徑以三因徑得周

邅度圓城圖具于后

邅度圓城圖



上 次 下

以副乘次得下

以上乘副得次
以次乘下得從上

以副乘次得下

以上乘副得次
以次乘下得從上

以上乘副得次

以上乘副得次
以次乘下得從上

以上乘副得次實

已上係長率圖
以從保開方圖

實与益皆負畫黑
商与從皆正無朱

約實

商量

以商生隅
得下廉
以商生下
廉得星廉

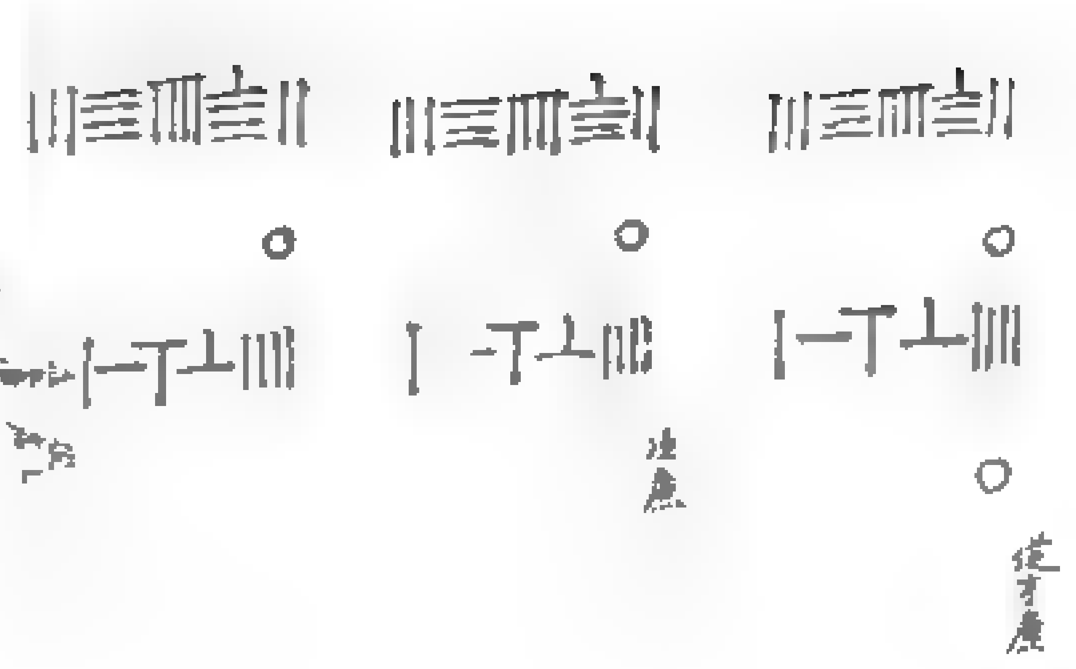
以商生星
廉得交廉

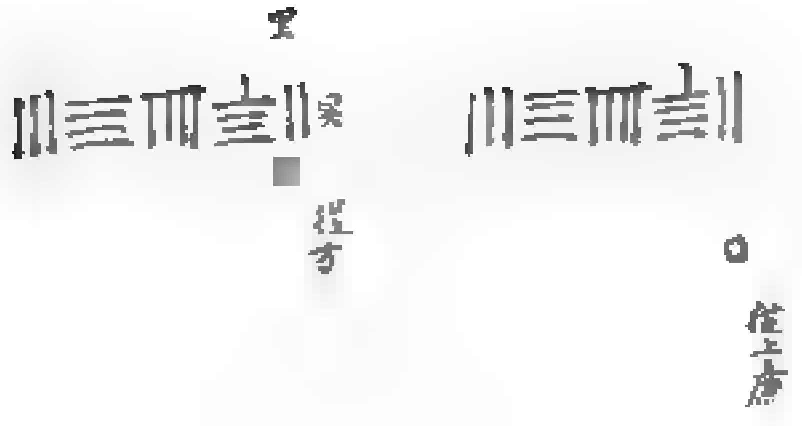
以商生交廉
入行廉

以商生行廉
得維廉

以商生維廉
得才廉

以益才廉消
從才廉
餘是從才廉





以商生方廉得次廉

以商生次廉得從上廉

以益上廉消從上廉餘是從上廉

草曰以為從隅以五因北三里得一十五里為從七廉以北三里自乘得九里為正率以八因率得七十二為從五廉以西行九里自乘得八十一為負率以正率九減負率餘七十二為負差以四因之得二百八十八以乘北三里得八百六十四係負差所乘者為益三廉借負率八十一得一百六十二乘五廉七十二得一萬一千六百六十四為益上廉以北三里乘上廉得三万四千九百九十二為實各置實廉隅玲瓏空耦位方廉以約實衆法不可起進乃於實上定商三里其隅與商相生得

以商生從上廉得從方

乃以從方命上商除實適尽得三里

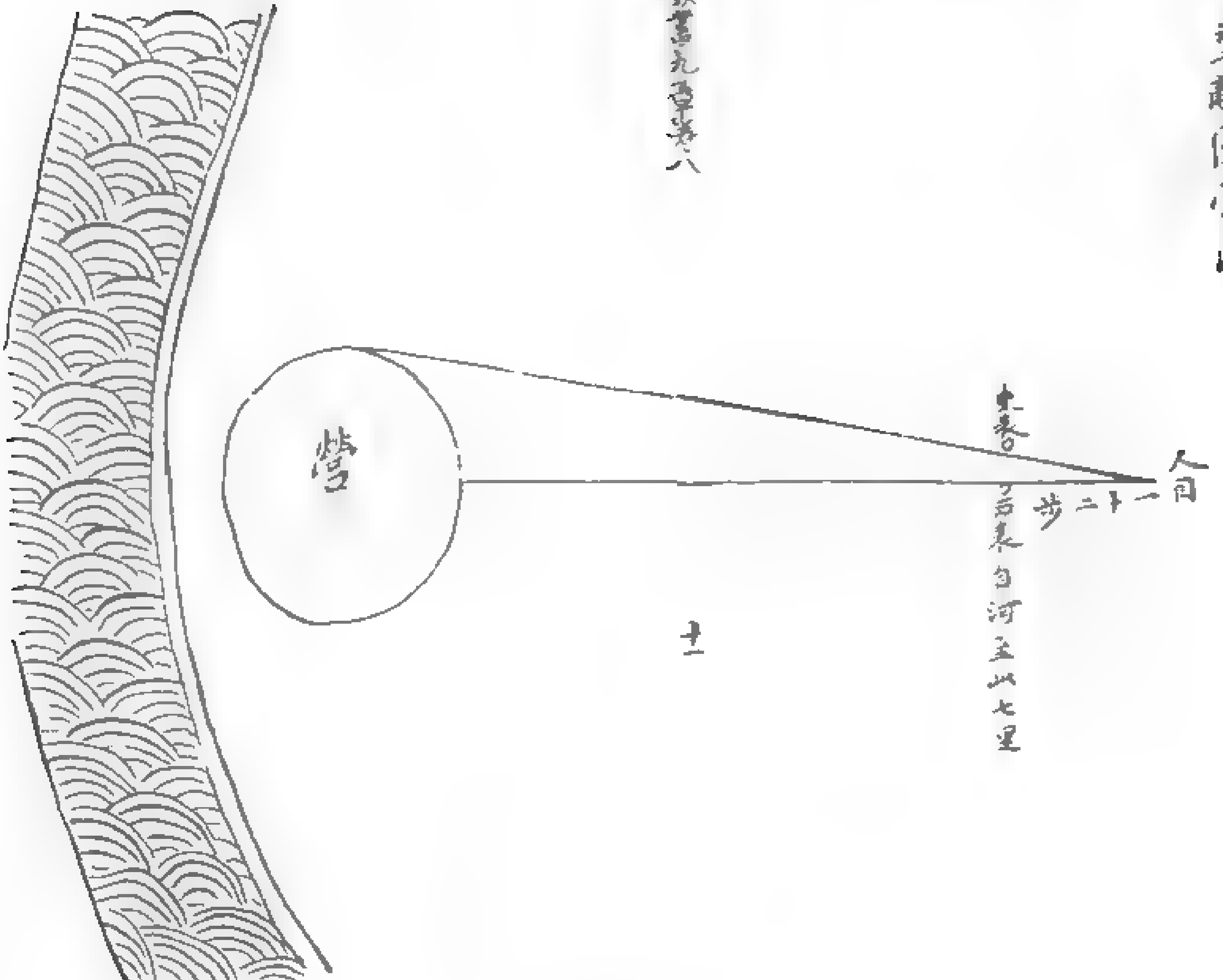
三為從下廉又與商相生入從七廉共得二十四又与商相生七十二為從六廉又與商相生入五廉内共得二百八十八又与商相生得八百六十四為從四廉又与商相生得二千五百九十二為正三廉内消益三廉八百六十四訖餘一千七百二十八為從三廉又與商相生得五千一百八十四為從二廉又与商相生得一万五千五百五十二為正上廉内消益上廉一万一千六百六十四訖餘三千八百八十八為從上廉又与商相生得一万一千六百六十四為從方乃命上商三里除

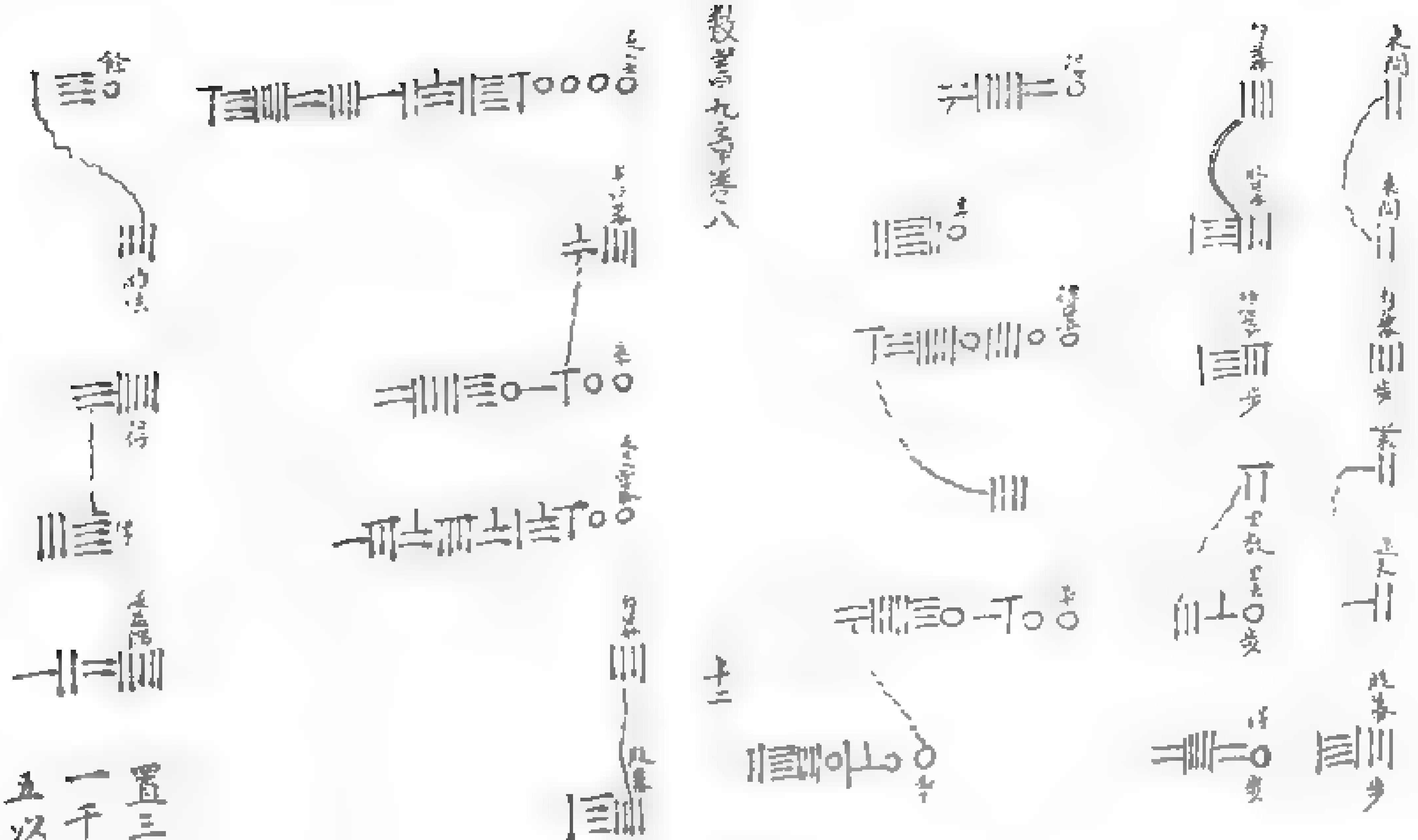
實適盡所三里以自乘之得九里為城圓徑之里
數又以古法圓率三因之得二十七為城周

○望敵圓營

問敵臨河為圓營不知大小自河南岸至地杲七里於其地立兩表相去二步其西表与敵營南北相直人退西表一十二步遥望東表適与敵營圓邊參合圓法用密率里法三百步欲知其營周及徑各幾何

望敵圓營圖





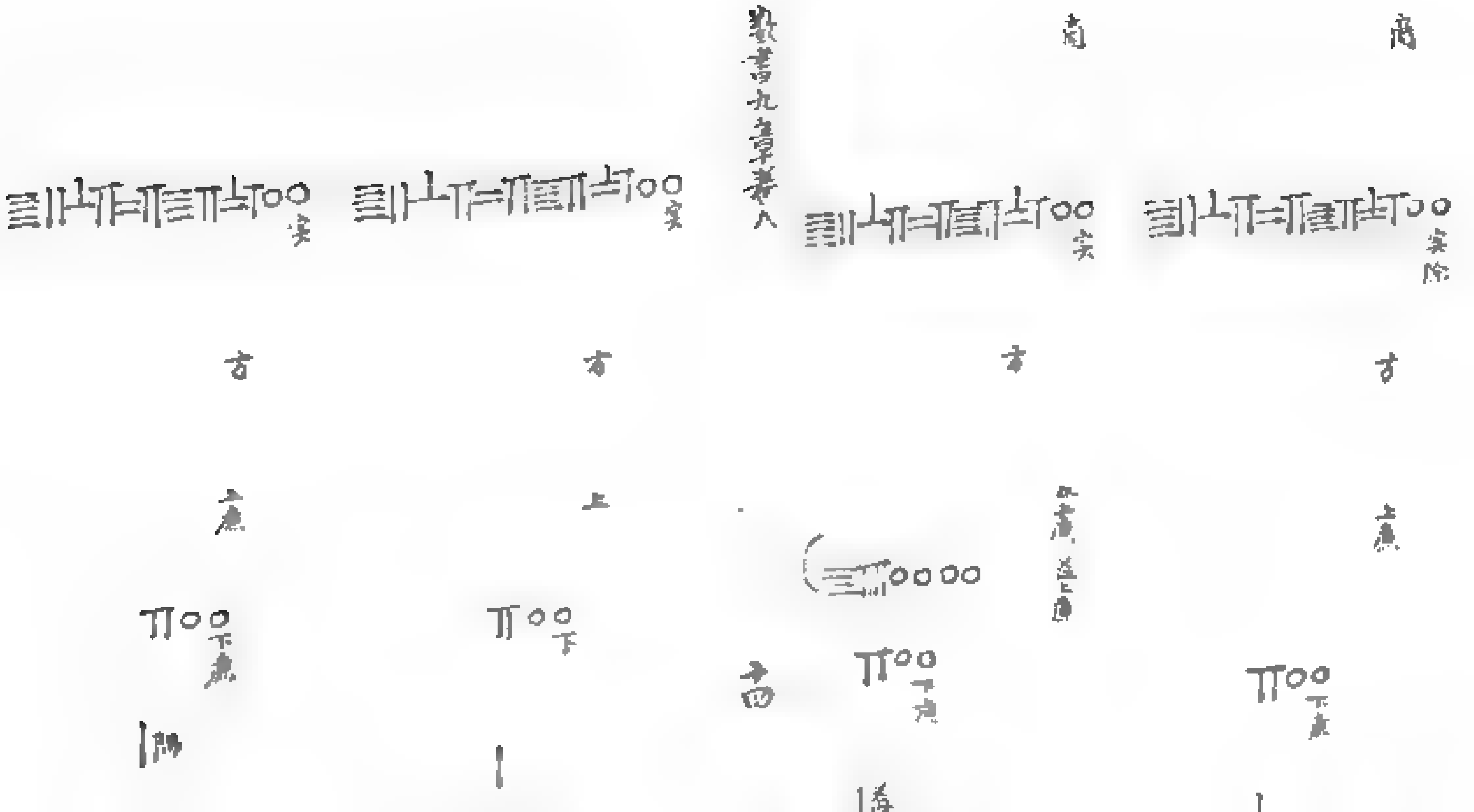
置三泛求等得一千二百二十五以約三泛數

以等約三泛

空方一進
從上廉二進
空下廉三進
益隅四進

同前各進

約實置商七百步生隅得下廉



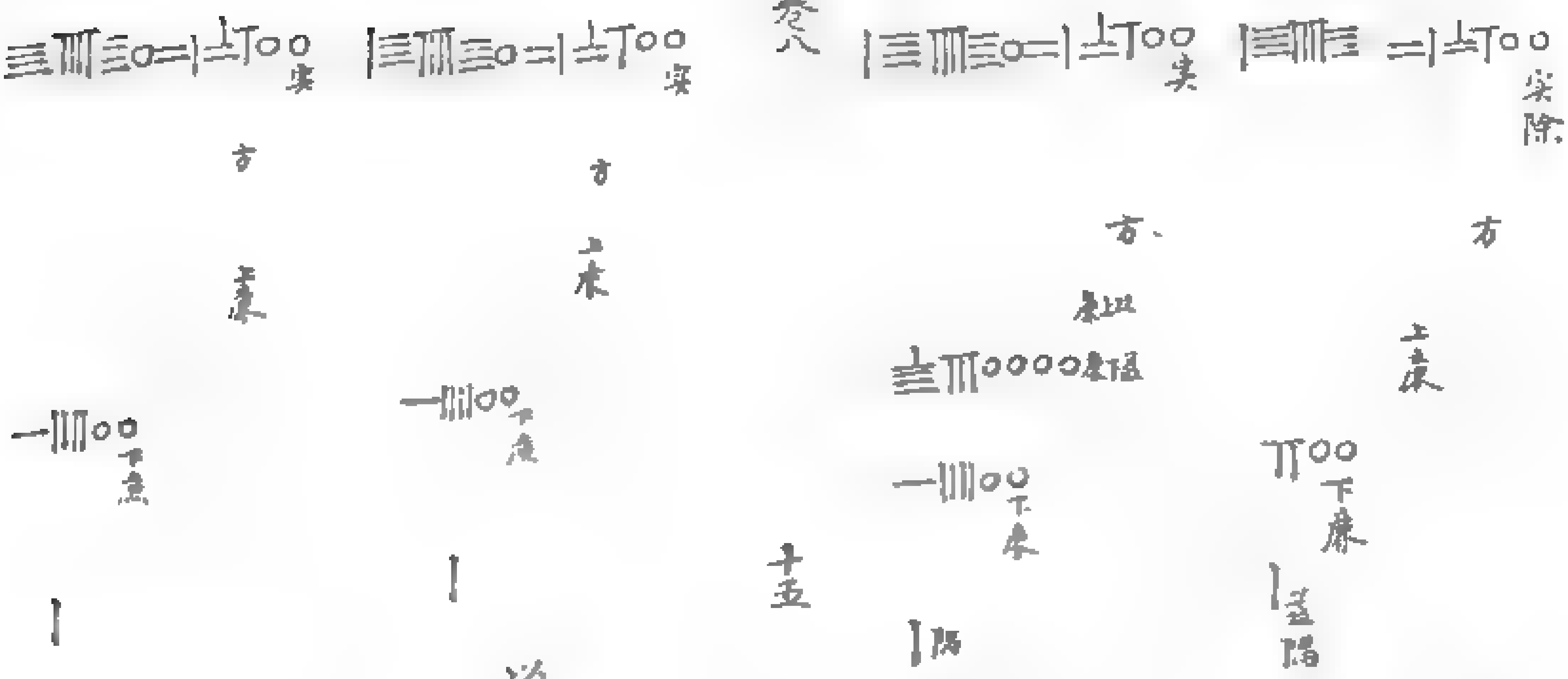
以商生下廉得益上廉

以益上廉消從上廉餘之從上廉

以商生上廉得從方

乃以從方命上商除實

數書九章卷八



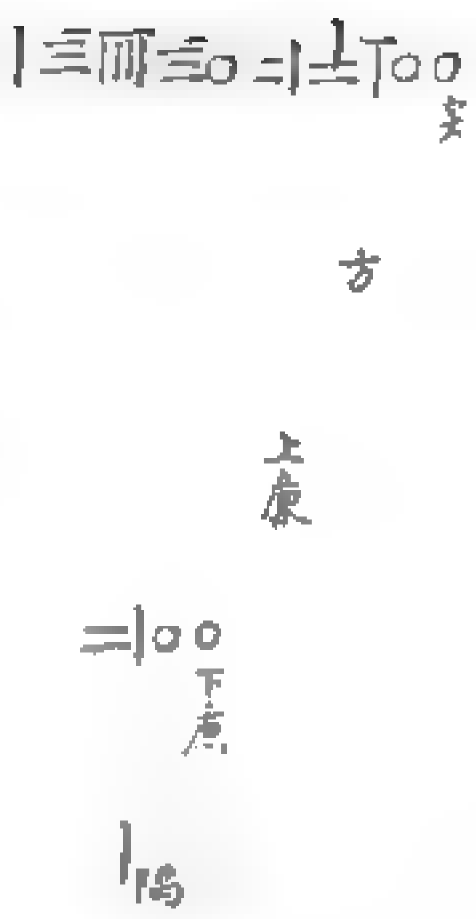
復以商生隅入下廉

以商生下廉得益上廉相消

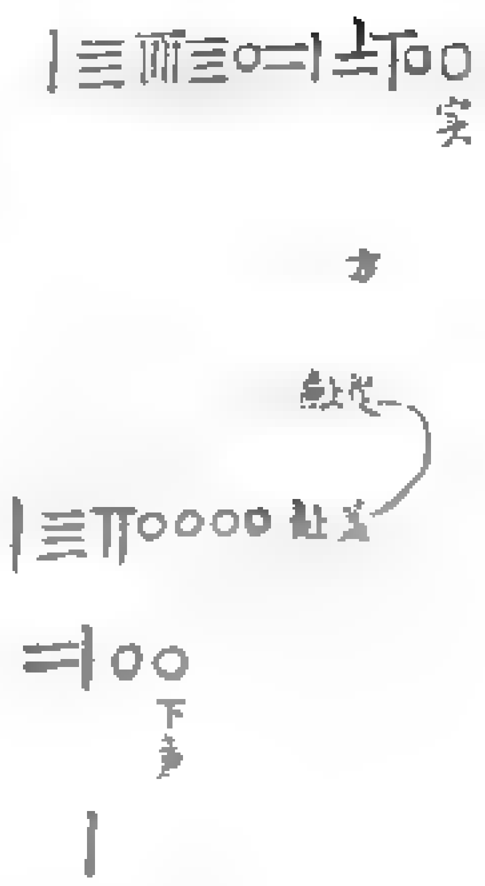
以商生上廉入方

仍以商復生隅入下廉

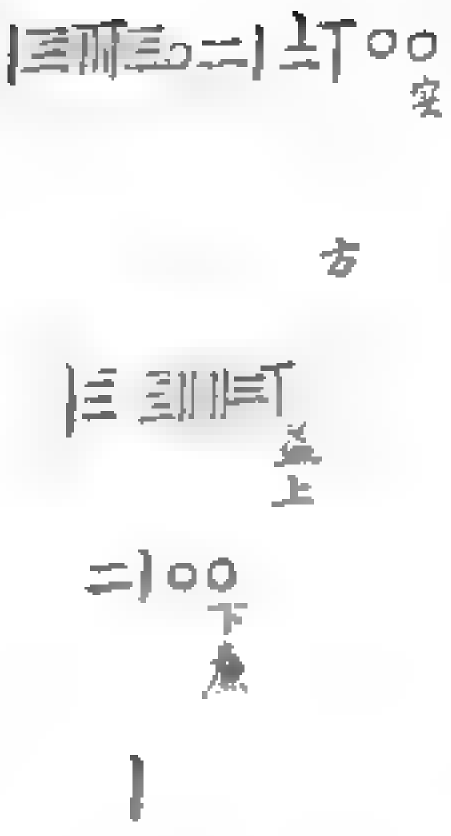
商



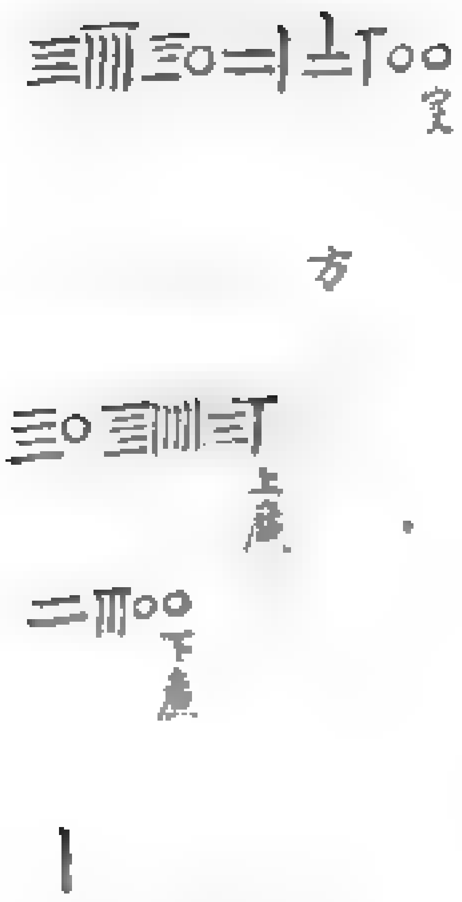
又以商生下廉
待益上廉



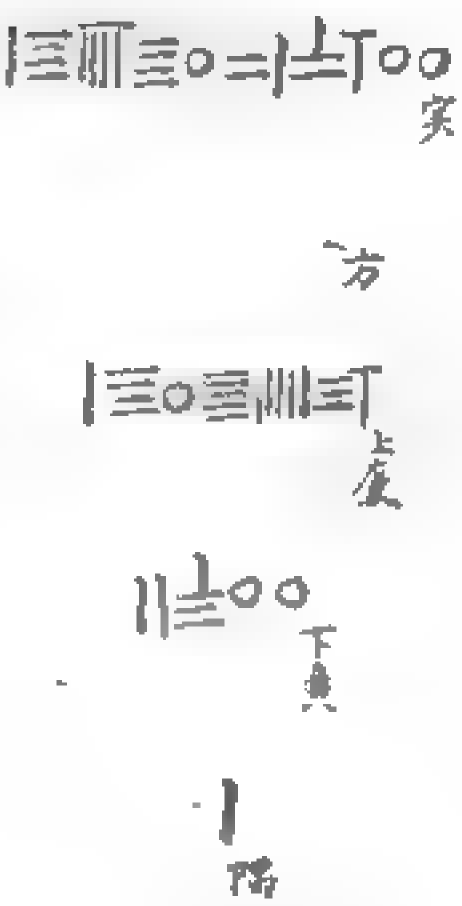
上廉益從相消



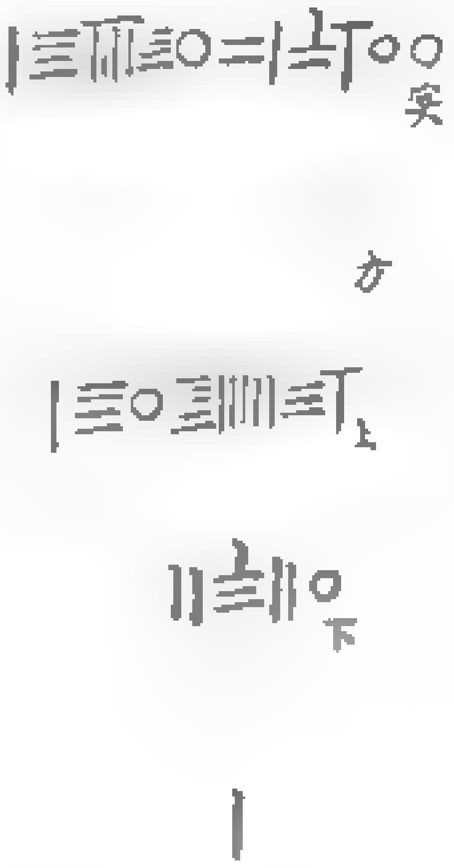
還以商生隅
入下廉



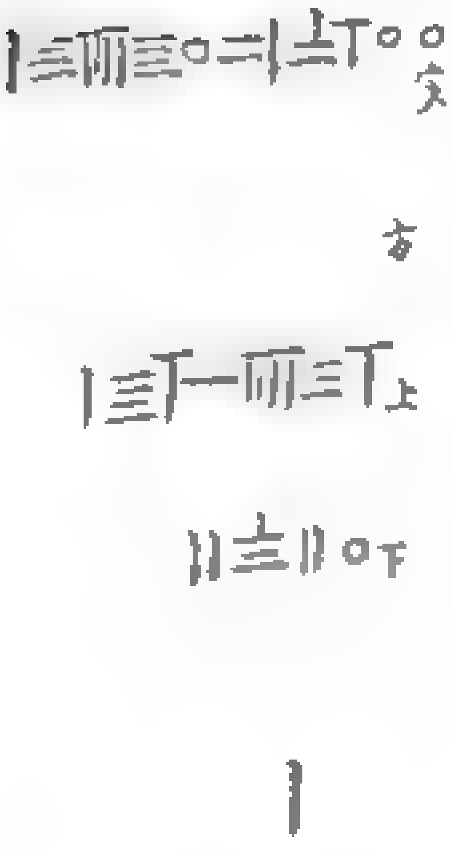
從方一退
上廉再退
下廉三退
益隅四退



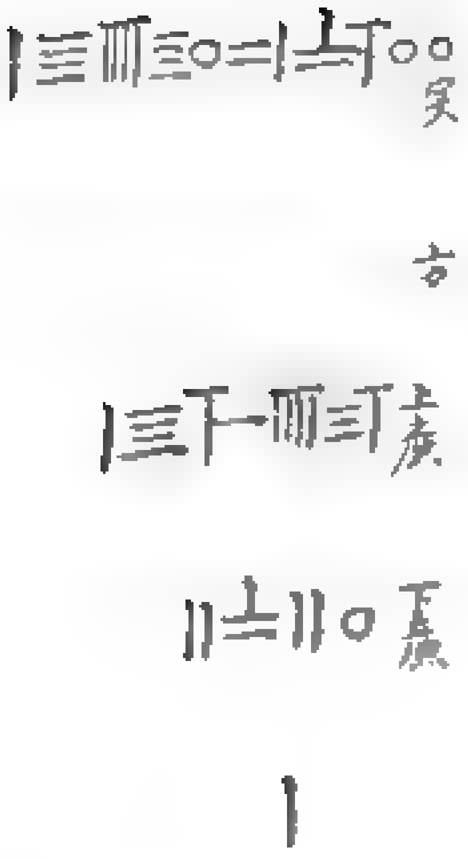
續以商生隅
入下廉



又以商生下廉
入上廉



再以商生上廉
消從方



乃以從方命上
續商除实適尽

答曰營周六里一百二步之大
徑二里

術曰以句股夕桀求之置表間自乘為句冪以退表自乘為股冪併二冪為弦冪置里通步自之乘句冪為率自為泛實半弦冪乘率為泛從上廉以句冪減股冪餘四約之自乘為泛益隅三次可約約之為定閏運技三乘玲瓏方得營徑以密率二十二乘七除為周

草曰置表間二步自乘得四為句冪以退表一十二步自乘得一百四十四為股冪以句股二冪併之得一百四十八為弦冪置七里以里法三百六十步通之得二千五百二十步自乘得六百三十五万四百乘句冪四得二千五百四十万一千六百為率以率自乘得六百四十五万二千四百一十二億八千二百五十六万為泛實乃半弦冪得七十四乘率二千五百四十万一千六百得一十八億七千九百七十一万八千六百為泛從上廉以句冪四減股冪一百四十四餘一百四十以四約之得三十五以自乘得一千二百二十五為泛益隅置三泛求等得一千二百二十五俱以約之得五

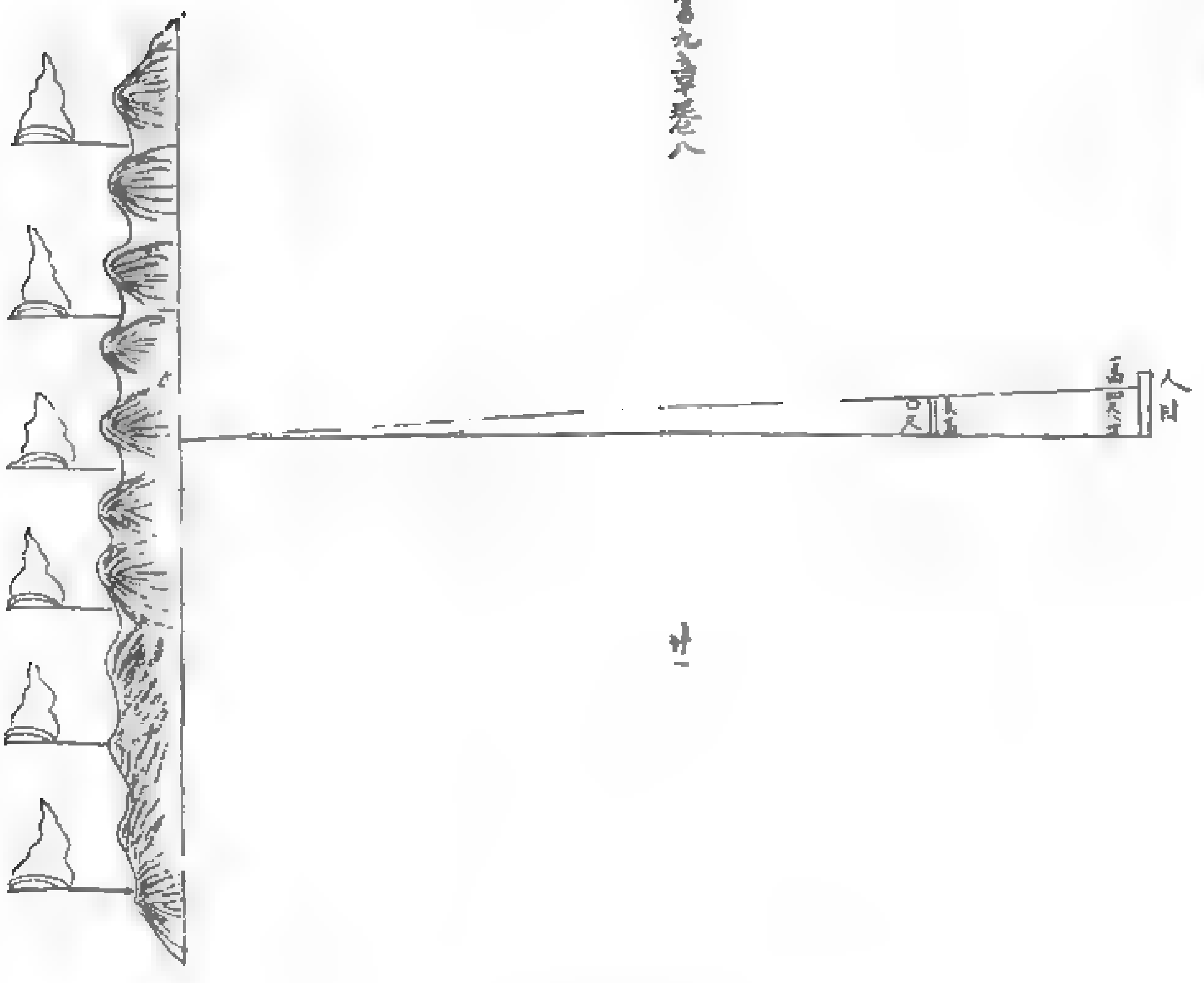
千二百六十七億二千七百五十七万七千六百為定實一百五十三億四千四百六十四為從上廉一為定益隅開玲瓏三乘方乃以廉隅超二度約商置七百上廉為一百五十三億益隅為一億乃以上商生隅得七億為益下廉又以上商生益廉減從廉餘一百四億四千四百六十四万又以上商生從廉得七百三十一億一千二百四十八万為從方乃命上商除實：餘一百四十九億四千二十一万七千六百又以上商生益隅入下廉得一十四億又以上商生益廉減從廉餘六億四千四百六十四万又以上商生從廉入方得七百七十六億二千四百七十六万又以上商生益隅入下廉得二十一億又以上商生益廉減從廉餘餘一百四十億五千五百三十六万為益上廉又以上商生益隅入下廉得二十八億諸法皆退方一退為七十七億六千二百四十九万六千益上廉再退為一億四千五十五万三千六百益下廉三退為二百八十万益隅四退為一万乃上於商之次續商置二十步以續商生隅入下廉為二百八十二万又以續商生下廉入上廉為一億四千

六百一十九万三千六百又以績角生上廉減徑方餘七十四億七千一十万八千八百乃命績商除實適盡所得七百二十步以里法約之得二里為營徑次以密率二十二乘七百二十得一万五千八百四十為實以七除之得二千二百六十二步七分步之六以里法約得六里一百二十二步七分步之六為營周

○望敵遠近

問敵軍處北山下原不知相去遠近乃於平地立一表高四尺人退表北一百步寸之五尺遙望山原適與表端參合人目高四尺八寸欲知敵軍相去幾何圖具于后

望敵遠近圖



答曰一十二里半
術曰以句股求之重差入之置人目高以表高減之餘為法置退表乘表高為實，如法而一
草曰置人目高四尺八寸減表高四尺餘八寸為法置退表九百步以步法五十寸通之得四万五千寸乘表高四十寸得一百八十万寸為实如法八寸而一得二十二万五千寸以步法五十寸約之得四千五百步為相去步以里法三百六十步約之得一十二里半為駁去表所今問

○古池推元

問有方中圓古池堙圯止餘一角從外方隅斜至内圓边七尺六寸欲就古跡修之欲求圓方圓斜各幾何

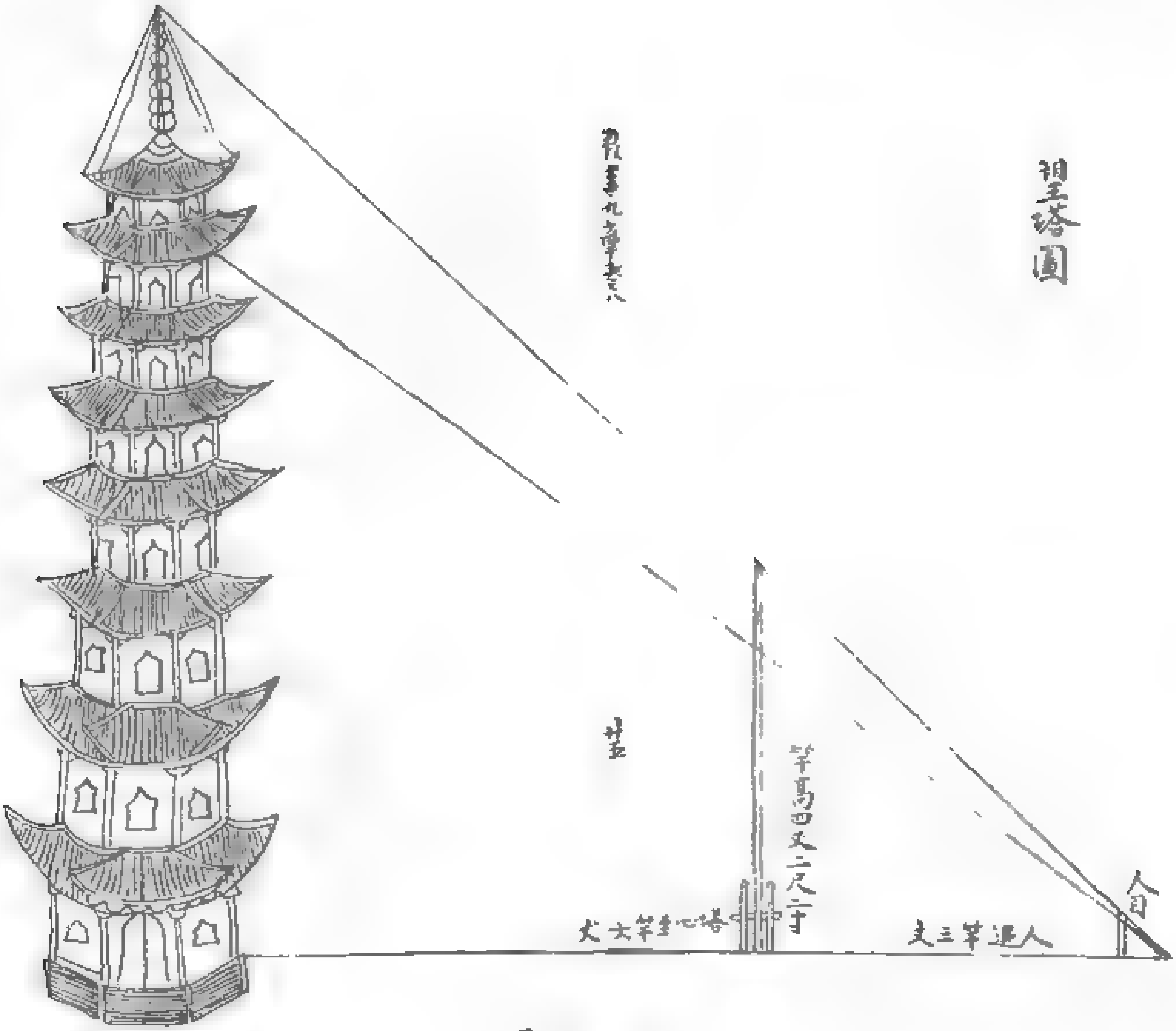
答曰池圓徑三丈六尺六寸四百二十九分寸之四百一十二
方面三丈六尺六寸四百二十九分寸之四百一十二
方斜五丈一尺八寸四百二十九分寸之四百一十二

術曰以少廣求之投胎術入之斜自乘之倍為实倍斜為益方以半為從隅開投胎平方得徑又為方面以隅併之共為方斜

草曰以斜七十六寸自乘得五千七百七十六倍之得一万一千五百五十二寸為实倍斜七十六寸得一百五十二為益方以半寸為從隅開平方置實一萬一千五百五十二於上益方一百五十二於中從隅五分於下超步約得百乃於实上商置三百寸方再進為一萬五千二百隅四進為五千以商隅生相得一万五千為正方以消益方一万五千二百其益方餘二百以与商相生得六百投入实得一万二千一百五十二又商隅相生又得正方一万五千四百消了方二万訖餘一万四千八百為從方一退為一千四百八十以隅再退為五千乃於上商之次續商置六十寸與隅相生增入正方得一千七百八十乃命除續商除实訖实餘一千四百七十二次以商生隅增入正方為二千八十方一退為二百八隅再退為五分乃於續商之次又商置六寸與隅相生增入正方為二万一十一万命商除實訖实不尽二万六寸不開為分子乃以商生隅增入正方又併隅共得二百一十四寸五分為分母以分母分子求等得五分為等數皆以五分約其分子分母之數為四百二十九

分寸之四百一十二通命之得池圓徑及方面皆三丈六尺六寸四百二十九分寸之四百一十二丈倍隅斜七尺六寸得一丈五尺二寸併徑三丈六尺六寸共得五丈一尺八寸四百二十九分寸之四百一十二為方斜

望塔圖



○表望浮圖

問有浮圖歌側欲換塔心木不知其高去塔六丈有剎竿亦不知其高竿本去地九尺二寸始釘鐶〻一十四枚〻長五寸每鐶下𣎴相去二尺五寸就竿為表人退竿三丈遥望浮圖尖適與竿端斜合又望相輪之本其景入鐶第七枚上眼入目去地四尺八寸心木放三尺為楯卯剪截欲求塔高輪高合用塔心木長各幾何

答曰塔高一十一丈七尺　　相輪高三尺

塔身高八丈七尺　　竿高四丈二尺二寸

塔心木九丈內三尺為楯卯

術曰以句股求之重差入之置鐶數減一餘乘鐶相去數併一枚長數加竿本共為表竿高以退表為法以人目高減表竿高餘乘竿去塔為實〻如法而一得數加表竿高共為塔高置相輪本之鐶數減一餘乘鐶相去又乘竿去塔為實〻如法而得相輪高以減塔高餘為塔身高以益楯卯尺數為塔心木長

草曰置鐶一十四枚減一餘一十三以乘鐶相去二尺五寸得三百二十五寸併取上鐶一枚長五寸

得三百五十寸又加竿本九尺二寸共得四百二十二寸為表竿高以人退表三丈通為三百寸為法次以人目高四尺八寸減表竿高四百二十二寸餘三百七十四寸以乘竿去塔六丈得二十二万四千四百寸為實〻如法三百而一得七百四十八寸加表竿高四百二十二寸得一千一百七十寸以十約之為一十一丈七尺為塔高至相輪本置入第七鐶減一餘六以乘鐶相去二尺五寸得一百五十寸又乘竿去塔六丈得九万寸為實實如前法三百寸而一得三百寸約三丈得相輪高以相輪高三丈減塔高一十一丈七尺餘八丈七尺為塔身高益三尺為剪截楯卯共得九丈為塔心木長合問

數書卷九

賦役類

魯郡　秦九韶

○復邑修賦

問有海壖縣地今已復漲歲久鄉井再成申請翔邑

甲鄉五等乃科目以下復興隨行故例

科上排到六鄉以附郭為甲最遠為己各有田九等

具下項甲鄉共計田一十四萬一百九十三畝三

角一十二步

上等上田五千六百七十八畝一角四十八步

中田四千八百九十二畝三十步

下田六千六百二十一畝五十四步

中等上田八千二百二十五畝二十四步

中田一万三十五畝六步

下田一万六千五百二十畝

下等上田二万一千九十畝二十四步

中田三万二千六十畝三步

下田三万五千六十一畝三角三步

乙鄉田共計八万四千一十畝二角三步

上等上田六千七百八十九畝一角三十六步

中田五千七百八十七畝二角

下田八千一十畝三角三步

中等上田七千五百四十一畝

中田九千一百二十一畝二角一十二步

下田一万九千六十六畝七步

下等上田一万八千三十七畝一角六步

中田九千四百五十六畝三角五十九步

下田無

丙鄉田共計九万三千一百八十畝口十二步

上等上田四千八百六十八畝二角三步

中田五千九百七十九畝三角六步

下田六千八百八十八畝二角六步

中等上田七千九百四十畝一角

中田一万四千五十六畝一十二步

下田二万三千三百三十三畝一十二步

下等上田無

中田無

下田三万七十畝三步

丁鄉田共計八萬八千九百九十四畝二角二步

上等上田一萬一千一百二畝一步

中田九千八百七十六畝一角

中等上田七千四百六十七畝二角三十四步

中田無
下田一万二千九百八十七畝四十二步
下等上田無
中田五千四百三十二畝一角六步
下田三万三千三百六十三畝三角九步
戊鄉田共計二十万七千八百五畝三角五十三步
上等上田二万四千六百三十二畝三十九步
中田一万三千五百二十畝二十七步
下田九千九百九十八畝二角三步
中等上田八千八百七十七畝五十六步

中田一万一千三百三十三畝三角
下田二万七千六十七畝
下等上田一万九千八百七十六畝三角六步
中田八万二千四百六十九畝一角三步
下田一万四十畝三十九步
己鄉田共計一十五万九千五百六十畝二角一十
九步
上等上田無
中田七千七百八十八畝三角五十一步
下田無

中等上田九千九百九十九畝一角六十三步
中田一萬九百三十六畝五十六步
下田無
下等上田三萬二千五百八十九畝一角四十六步
中田四萬三千六百七十八畝二角五十七步
下田五萬四千五百六十七畝三角四十六步
照得昨來本縣元科苗米一十万三千五百六十七
石八斗四升四合二勺和買一万三千四百九十八
疋一丈七尺三寸七分五厘夏稅九千八百七十六疋
三丈二尺六寸五分六厘其六鄉田係三色甲為上

乙丙為次丁戊己又為次先令官物為三差使上比
中中比下皆十分外差一次今各鄉九等皆於十分
內差一拋科用合租額其乙鄉田最肥次丁次甲次
丙次己次戊欲知三色等每畝等則及共科數各鄉
幾何
荅曰甲鄉上等上田苗三斗二升三合二勺
和一尺六寸九分　稅一尺二寸三分
中田苗二斗九升九勺
和一尺五寸二分　稅一尺一寸一分
下田苗二斗五升八合六勺

和一尺三寸五分　稅九寸九分
中等上田苗二斗二升六合三勺
和一尺一寸八分　稅八寸六分
中田苗一斗九升三合五勺
和一尺一寸　稅七寸四分
下田苗一斗六升一合六勺
和八寸四分　稅六寸二分
下等上田苗一斗二升九合三勺
和六寸七分　稅四寸九分
中田苗九升七合

和五寸一分　稅三寸七分
下田苗六升四合
和三寸四分　稅二寸五分
乙鄉上等上田苗三斗六升三合
和一尺八寸九分　稅一尺三寸九分
中田苗三斗二升七合
和一尺七寸　稅一尺二寸五分
下田苗二斗九升六勺
和一尺五寸二分　稅一尺一寸一分
中等上田苗二斗五升四合三勺

和一尺三寸三分　稅九寸七分
中田苗二斗一升八合
和一尺一寸四分　稅八寸三分
下田苗一斗八升一合六勺
和九寸五分　稅六寸九分
下等上田苗一斗四升五合三勺
和七寸六分　稅五寸五分
中田苗一斗九合
和五寸六分　稅四寸二分
下田苗七升二合七勺

和三寸八分　稅二寸八分
丙鄉上等上田苗三斗三合五勺
和一尺五寸八分　稅一尺一寸六分
中田苗二斗七升三合一勺
和一尺四寸二分　稅一尺四分
下田苗二斗四升
和一尺二寸七分　稅九寸三分
中等上田苗二斗一升二合四勺
和一尺一寸一分　稅八寸一分
中田苗一斗八升三合

和九寸五分　稅六寸九分
下田苗一斗五升一合七勺
和七寸九分　稅五寸八分
下等上田苗一斗一升一合四勺
和六寸三分　稅四寸六分
中田苗九升一合
和四寸七分　稅三寸四分
下田苗六升七合
和三寸二分　稅二寸三分
丁鄉上等上田苗三斗四升三合二勺

和一尺七寸九分　稅一尺三寸一分
中田苗三斗八合九勺
和一尺六寸一分　稅一尺一寸八分
下田苗二斗七升四合六勺
和一尺四寸三分　稅一尺五分
中等上田苗二斗四升二勺
和一尺二寸五分　稅九寸二分
中田苗二斗五合九勺
和一尺七分　稅七寸九分
下田苗一斗七升一合七勺

和八寸九分　稅六寸五分
下等上田苗一斗三升七合三勺
和七寸二分　稅九寸二分
中田苗一斗三合
和五寸四分　稅三寸九分
下田苗六升八合六勺
和三寸六分　稅二寸六分
戊鄉上等上田苗一斗五升三合八勺
和八寸　稅五寸九分
中田苗一斗三升八合四勺

和七寸二分　稅五寸三分
下田苗一斗二升三合
和六寸四分　稅四寸七分
中等上田苗一斗七合七勺
和五寸六分　稅四寸一分
中田苗九升二合三勺
和四寸八分　稅三寸五分
下田苗七升六合九勺
和四寸　稅二寸九分
下等上田苗六升一合五勺

和三寸二分　税二寸三分
中田苗四升六合一勺
和二寸四分　税一寸八分
下田苗三升八勺
和一寸六分　税一寸二分
已鄉上等上田苗二斗八升二合一勺
和一尺四寸九分　税一尺八分
中田苗二斗五升三合九勺
和一尺三寸四分　税九寸七分
下田苗二斗二升五合七勺

和一尺一寸九分　税八寸六分
中等上田苗一斗九升七合六勺
和一尺四分　税七寸五分
中田苗一斗六升九合三勺
和八寸九分　税六寸五分
下田苗一斗四升一合一勺
和七寸四分　税五寸四分
下等上田苗一斗一升二合九勺
和六寸　税四寸三分
中田苗八升四合六勺

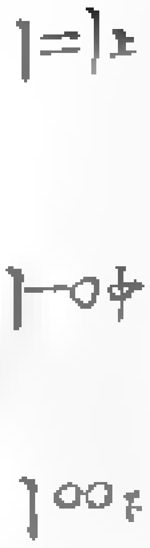
和四寸五分　税三寸二分
下田苗五升六合四勺
和三寸　税二寸二分
甲鄉苗米一万九千五百五十石二斗四升八合三勺
和買一万一百九十二丈二尺六寸五分六釐
夏税七千四百五十七丈六尺八寸九分八釐
乙鄉苗米七千七百七十二石九斗五升三合
和買九千二百六十五丈六尺九寸六分
夏税六千七百七十九丈七尺一寸八分

丙鄉苗米一万七千七百七十二石九斗五升三合
和買九千二百六十五丈六尺九寸六分
夏税六千七百七十九丈七尺一寸八分
丁鄉苗米一万六千一百五十七石二斗三升
和買八千四百二十三丈三尺六寸
夏税六千一百六十三丈三尺八寸
戊鄉苗米一万六千一百五十七石二斗三升
和買八千四百二十三丈三尺六寸
夏税六千一百六十三丈三尺八寸
已鄉苗米一万六千一百五十七石二斗三升

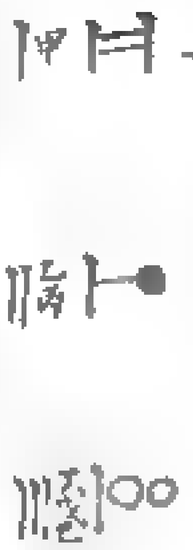
子020-202

和買八千四百二十三丈三尺六寸
夏稅六千一百六十三丈三尺八寸
術以衰分求之先列本縣色依自下雖行列之又以鄉數對列而乘之副併為法以除諸官物數得一分之率以率數乘未併者各得諸鄉之數次列各鄉等依自上等置十分每以內分雖行九折之至九等之又各以亂步乘之副併為鄉法以除諸各鄉所得官物數所得為一分之率以乘未併者各得每畝稅色

草曰列本縣色依三目下色列十分中十一分上比中身外加一上得一百二十一中得一百一十下得一百為上中下三率列之右行


右行

乃列甲一對上率乙丙共二對中率丁戊己共三對下率列左行


右行 率數
左行 率數

乃以左行率數各相對乘右行率數其上得一百二十一其中得二百二十其下得三百乃副置而併之得六百四十一為法置元科苗米一十万三千五百六十七石八斗四升四合二勺為實以法除之得一百六十一石五斗七升二合三勺為一分之率以未併下率一百乘率得一万六千一百五十七石二斗三升為丁戊己三鄉各科數以於身下加一得一万七千七百七十二石九斗五升三合為乙丙二鄉各科數又於身下加一得一万九千五百五十石二斗四升八合三勺為甲鄉科合數
求和買亦用六百四十一為法置元科和買一万三千四百九十八疋以疋法四丈通之得五万三千

九百九十二丈內零一丈七尺三寸七分五厘得五万三千九百九十三丈七尺三寸七分五厘為實以法除之得八十四丈二尺三寸三分六厘為一分之率亦以未併下率一百乘之得八千四百二十三丈三尺六寸為丁戊己三鄉各科數次於身下加一得九千二百六十五丈六尺九寸六分為乙丙二鄉各科數又於身下加一得一萬一百九十二丈二尺六寸五分六厘為甲鄉合科數
求夏稅亦置六百四十一為法置元科夏稅九千八百七十六疋以疋法四丈通之得三万九千五百

四丈內零三丈二尺六寸五分六厘得三万九千
五百七丈二尺六寸五分六厘為實以法除之得
六十一丈六尺三寸三分八厘為一分率亦以未
併下率一百乘之得六千一百六十三丈三尺八
寸為丁戊己三鄉各科數次於身下加一得六千
七百七十九丈七尺一寸八分為乙丙二鄉各科
數又於身下加一得七千四百五十七丈六尺八
寸九分八厘為甲鄉數次列九等上以十次九八
七六五四三二各對乘六鄉九等田畝其田畝下
用步以畝法除之得分厘毫絲忽接於畝下對乘

之各得率
甲上等上田率五万六千七百八十四分五厘
中田率四万四千二十九分一厘二毫五絲
下田率五万二千九百六十九分八厘
中等上田五万七千五百七十五分七厘
中田率六万二百一十五分一厘五毫
下田率八万二千六百三十分
下等上田率八万四千三百六十分四厘
中田率九万六千一百八十分三厘七絲五忽
下田率七万一百二十三分五厘二毫五絲

乙上等上田率六万七千八百九十四分
中田率五万三千八百八十七分五厘
下田率六万四千八十六分五厘
中等上田率五万二千七百八十七分
中田率五万四千七百二十九分三厘
下田率九万五千三百三十分一厘二毫五絲
下等上田率七万二千一百四十九分一厘
中田率二万八千三百七十分九厘八毫八絲
下田無
丙上等上田率四万八千六百八十五分一厘三毫

五絲
中田率五萬三千八百一十七分九厘七毫五絲
下田率五萬五千一百八分二厘
中等上田率五萬五千八百八十九分七厘五毫
中田率八萬四千三百三十六分三厘
下田率一十一萬六千六百六十五分二厘五毫
下等上田無
中田無
下田率六万一百四十分二厘五毫
丁上等上田率一十一万一千二十分五厘

中田率八萬八千八百八十六分二厘五毫
下田率七萬一百二十三分
中等上田率五万二千七百七十三分四厘八毫
二絲五忽
中田無
下田率六万四千九百三十五分八厘七毫絲五
下等上田無
中田率一万六千二百九十六分八厘二毫絲五
下田率七万六千七百二十七分五厘七毫絲五
戊上等上田率二十四万六千三百二十一分六厘

二毫五絲
中田率一十二萬一千六百九十分一毫二絲忽五
下田率七萬九千九百一十分一厘
中等上田率六萬二千一百四十分六厘四毫絲五
中田率六萬八千二分五厘
下田率一十三萬五千三百三十五分
下等上田率七萬九千五百七分一厘
中田率二十三萬七千四百七分七厘八毫七
絲五忽
下田率二萬八十三分二厘五毫

己上等上田無
中田率七萬一百分六厘六毫二絲五忽
下田無
中等上田率六萬九千五百九十六分五厘八毫
七絲五忽
中田率六萬五千一十七分四厘一毫
下田無
下等上田率一十二萬八千三百五十七分七厘
六毫
中田率一十三萬一千二十六分二厘一毫二

絲五忽
下田率一十萬八千一百三十五分八厘八毫
併六鄉之九率為九鄉之法
甲法六十萬四千八百六十八分二厘三毫七絲忽五
乙法四十八萬九千二百三十四分五厘一毫三絲
丙法五十八萬五千六百六十二分九厘
丁法四十七萬七百六十三分五厘七毫五絲
戊法一百五萬三百九十八分二毫
己法五十七萬二千六百四十四分五厘一毫二絲
五忽

以六鄉法各除諸鄉官物得一分之率（米至圭止帛至忽止）
（巳上報巳下寺）
甲鄉苗米三升二合三勺二抄一撮
和買一寸六分八厘五絲四忽
夏稅一寸二分三厘二毫八絲
乙鄉苗米三升六合三勺二抄八撮
和買一寸八分九厘三毫九絲二忽
夏稅一寸三分八厘五毫八絲
丙鄉苗米三升三勺四抄八撮
和買一寸五分八厘二毫一絲

夏稅一寸一分五厘七毫五絲
丁鄉苗米三升四合三勺二抄一撮四圭
和買一寸七分八厘九毫三絲
夏稅一寸三分九毫二絲三忽
戊鄉苗米一升五合三勺八抄二撮
和買八分一毫九絲二忽
夏稅五分八厘六毫七絲七忽
己鄉苗米二升八合二勺一抄五撮一圭
和買一寸四分八厘八毫四絲二忽
夏稅一寸七厘六毫三絲

用各鄉錐行数九八七六五四三二一各乘一分之
率為各鄉每畝等則泛数或自上等上田之則以一
分之率累減之亦得
甲鄉上等上田苗米三斗二升三合二勺一抄
和買一尺六寸八分五厘四絲
夏稅一尺二寸三分二厘八毫
中田苗米二斗九升八勺八抄九撮
和買一尺五寸一分六厘五毫三絲六忽
夏稅一尺一寸九厘五毫二絲
下田苗米二斗五升八合五勺六抄八撮

和買一尺三寸四分七厘三絲二忽
夏稅九寸八分六厘三毫四絲
中等上田苗米二斗二升六合二勺五抄七撮
和買一尺一寸七分九厘五毫二絲八忽
夏稅八寸六分三厘六絲
中田苗米一斗九升三合九勺二抄六撮
和買一尺一分一厘二絲四忽
夏稅七寸三分九厘七毫八絲
下田苗米一斗六升一合六夕五撮
和買八寸四分二厘五毫二絲

夏稅六寸一分六厘五毫
下等上田苗米一斗二升九合二勺八抄四撮
和買六寸七分四厘一絲六忽
夏稅四寸九分三厘二毫二絲
中田苗米九升六合九勺六抄三撮
和買五寸五厘五毫一絲二忽
夏稅三寸六分九厘九毫四絲
下田苗米六升四合六勺四抄二撮
和買三寸三分七厘
夏稅二寸四分六厘六毫六絲

乙鄉上等上田苗米三斗六升三合二抄八撮
和買一尺八寸九分三厘九毫二絲
夏稅一尺三寸八分五厘八毫
中田苗米三斗二升六合九勺五抄二撮
和買一尺七寸四厘五毫二絲八忽
夏稅一尺二寸四分七厘二毫二絲
下田苗米二斗九升六勺二抄四撮
和買一尺五寸一分五厘一毫三絲七忽
夏稅一尺[illegible]寸八厘六毫四絲
中等上田苗米二斗五升四合二勺九抄六撮

和買一尺三寸二分五厘七毫四絲四忽
夏稅九寸七分六厘
中田苗米二斗一升七合九勺六抄八撮
和買一尺一寸三分六厘三毫七絲二忽
夏稅八寸三分一厘四毫八絲
下田苗米一斗八升一合六勺四抄
和買九寸四分六厘九毫六絲
夏稅六寸九分二厘九毫
下等上田苗米一斗四升五合三勺一抄二撮
和買七寸五分七厘五毫六絲八忽

夏稅五寸五分四厘三毫二絲
中田苗米一斗八合九勺八抄四撮
和買五寸五分八厘一毫七絲六忽
夏稅四寸一分五厘七毫四絲
下田苗米七升二合六勺五抄六撮
和買三寸七分八厘七毫八絲四忽
夏稅二寸七分七厘一毫六絲
丙鄉上等上田苗米三斗三合四勺八抄
和買一尺五寸八分二厘一毫
夏稅一尺一寸五分七厘五毫

中田苗米二斗七升三合一勺三抄二撮
和買一尺四寸二分三厘八毫九絲
夏税一尺四分一厘七毫五絲
下田苗米二斗四升二合七勺八抄四撮
和買一尺二寸六分五厘六毫八絲
夏税九寸二分六厘
中等上田苗米二斗一升二合四勺三抄四撮
和買一尺一寸七厘四毫七絲
夏税八寸一分二毫五絲
中田苗米一斗八升二合八抄八撮

和買九寸四分九厘二毫六絲
夏税六寸九分四厘五毫
下田苗米一斗五升一合七勺四抄
和買七寸九分一厘五絲
夏税五寸七分八厘七毫五絲
下等上田苗米一斗二升一合三勺九抄二撮
和買六寸三分二厘八毫四絲
夏税四寸六分三厘
中田苗米九升一合四抄四撮
和買四寸七分四厘六毫三絲

夏税三寸四分七厘二毫
下田苗米六升六勺九抄六撮
和買三寸一分六厘四毫二絲
夏税二寸三分一厘五毫
丁鄉上等上田苗米三斗四升三合二勺一抄四撮
和買一尺七寸八分九厘三毫
夏税一尺三寸九厘二毫三絲
中田苗米三斗八合八勺九抄二撮六圭
和買一尺六寸一分三毫七絲
夏税一尺一寸七分八厘三毫七忽

下田苗米二斗七升四合五勺一抄二圭
和買一尺四寸三分一厘四毫四絲
夏税一尺四分七厘三毫八絲四忽
中等上田苗米二斗四升二勺四抄九撮八圭
和買一尺二寸五分二厘五毫一絲
夏税九寸一分六厘四毫六絲一忽
中田苗米二斗五合九勺二抄八撮四圭
和買一尺七分三厘五毫八絲
夏税七寸八分五厘五毫三絲八忽
下田苗米一斗七升一合六勺七撮

和買八寸九分四厘六毫五絲
夏税六寸五分四厘六毫一絲五忽
下等上田苗米一斗三升七合二勺八抄五撮六圭
和買七寸一分五厘七毫二絲
夏税五寸二分三厘六毫九絲二忽
中田苗米一斗二升九勺六抄四撮二圭
和買五寸三分六厘七毫九絲
夏税三寸九分二厘七毫六絲九忽
下田苗米六升八合六勺四抄二撮八圭
和買三寸五分七厘八毫六絲

夏税二寸六分一厘八毫四絲六忽
戊鄉上等上田苗米一斗五升三合八勺二抄
和買八寸一厘九毫二絲
夏税五寸八分六厘七毫七絲
中田苗米一斗三升八合四勺三抄八撮
和買七寸二分一厘七毫二絲八忽
夏税五寸二分八厘九絲三忽
下田苗米一斗二升三合五抄六撮
和買六寸四分一厘五毫三絲六忽
夏税四寸六分九厘四毫一絲六忽

中等上田苗米一斗七合六勺七抄四撮
和買五寸六分一厘三毫四絲四忽
夏税四寸一分七毫三絲九忽
中田苗米九升二合二勺九抄二撮
和買四寸八分一厘一毫五絲二忽
夏税三寸五分二厘六絲二忽
下田苗米七升六合九勺一抄
和買四寸九毫六絲
夏税二寸九分三厘三毫八絲五忽
下等上田苗米六升一合五勺二抄八撮

和買三寸二分七毫六絲八忽
夏税二寸三分四厘七毫八忽
中田苗米四升六合一勺四抄六撮
和買二寸四分五毫七絲六忽
夏税一寸七分六厘三絲一忽
下田苗米三升七勺六抄四撮
和買一寸六分三毫八絲四忽
夏税一寸一分七厘三毫五絲四忽
己鄉上等上田苗米二斗八升二合一勺五抄一撮
和買一尺四寸八分八厘七毫二絲

夏稅一尺七分六厘三毫
中田苗米二斗五升三合九勺三抄五撮九圭
和買一尺三寸三分九厘五毫七絲八忽
夏稅九寸六分八厘六毫七絲
下田苗米二斗二升五合七勺二抄八圭
和買一尺一寸九分七毫三絲六忽
夏稅八寸六分一厘四絲
中等上田苗米一斗九升七合五勺五撮七圭
和買一尺四分一厘八毫九絲四忽
夏稅七寸五分三厘四毫一絲

中田苗米一斗六升九合二勺九抄六圭
和買八寸九分三厘五毫二忽
夏稅六寸四分五厘七毫八絲
下田苗米一斗四升一合七抄五撮五圭
和買七寸四分四厘二毫一絲
夏稅五寸三分八厘一毫五絲
下等上田苗米一斗一升二合八勺六抄四圭
和買五寸九分五厘三毫六絲八忽
夏稅四寸三分五毫三絲
中田苗米八升四合六勺四抄五撮二圭

和買四寸四分六厘五毫二絲六忽
夏稅三寸二分二厘八毫九絲
下田苗米五升六合四勺三抄二圭
和買二寸九分七厘六毫八絲四忽
夏稅二寸一分五厘二毫六絲
已上田則苗至勺絹至分收歸爲等則定
數答在前

魯郡 秦九韶

○圜田租畝

問有與復圜田已成共計三千二十一頃五十一畝一十五步分三等其工等每畝起租六斗中等四斗五升下等四斗中田多上田弱半不及下田太半欲知三色田畝及各租幾何

荅曰上田四百七十七頃八畝一十五步

米二萬八千六百二十四石八斗三升七合勺五

中田六百三十六頃一十畝三角

米二萬八千六百二十四石八斗三升七合五勺

下田一千九百八頃三十二畝一角

米七萬六千三百三十二石九斗

術曰以衰分求之列毋子求田率副併為法以共田為實、知法而一得一分之率以徧乘未併者得三等田各以起租乘之各得米

草曰置弱半毋四為中率子三為上率以太半子二減毋三餘一以乘中率四只得四為中泛又以餘一乘上三只得三為上泛次以太平半毋三乘中泛四得一十二為下泛副併三泛得一十九為法置田三千二十一頃五十一畝以畝法二百四十通之得七千二百五十一萬六千二百四十步內子一十五步得七千二百五十一萬六千二百五十五步為實以法一十九除之得三百八十一萬六千六百四十五步為一分之數以上泛三因之得一千一百四十四萬九千九百三十五步為上積又以中泛四因之一分數得一千五百二十六萬六千五百八十步為中積又以下泛一十二乘一分數得四千五百七十九萬九千七百四十步

為下積其三積各以畝法二百四十畝之約為畝其上田得四百七十七頃八畝一十五步其中田得六百三十六頃一十畝三角其下積得一千九百八頃三十二畝一角各以起租三積為三實其上積一千一百四十四萬九千三十五步乘上積六斗得六百八十六萬九千九百六十一石為實以畝法二百四十除之得二万八千六百二十四石八斗三升七合五勺為上田租其中積一千五百二十六万六千五百八十步乘中租四斗五升得六百八十六万九千九百六十一石為

實以畝法二百四十除之得二万八千六百二十
四石八斗三升七合五勺其下捐四千五百七十
九萬九千七百四十步棄下租四斗得一千八百
三十一萬九千八百九十六石為實以畝法二百
四十除之得七萬六千三百三十二石九斗為下
田米

○築埂均功

問四縣共興築圩埂長三十六里半甲縣出二千七
百八十人乙縣出一千九百九十人丙縣出一千六
百三十人丁縣出一千三百二十人其甲縣先差到

一千五百四十四夫丙縣先差到九百六十五夫
欲知各合賦役埂長計幾何里法三百六十步

答曰甲先到人築二千六百二十八步八計七里一百
丙先到人築一千六百四十二步半二計四里二百步半

術曰以商功求之置里通步作尺為積率併諸縣人
數為均法、與率可約者約之以科率各乘先到
人為實皆如法而一各得先築里步為先賦埂長
其續到人合賦功準此求之

草曰置三十六里五分以里法三百六十步通之得
一万三千一百四十步又以步法五尺乘之得六
萬五千七百尺為長率併甲乙丙丁四縣合科人
得七千七百二十為均法今法與率可求等得二
十以約之率得三千二百八十五法得三百八十
六以長率三千二百八十五尺乘甲縣先到人一
千五百四十四夫得五百七万二千四十人尺為甲
實、如法三百八十六而一得一万三千一百四
十尺以步法五尺法約之得二千六百二十八步為
甲縣先到人所築積步又以積率三千二百八十五
乘丙縣先到人九百六十五夫得三百一十七万
二千五尺為丙實實如法三百八十六而得八千

二百一十二尺五寸以步法五尺約之得一千六
百四十二步半為丙縣先到人所築步

○寬減屯租

問屯租欲豫寬減仍以夏麦折納分數官牛種者
與減二分私牛種者與減四分每歲租谷以三分之
一許夏折二麦内四分大六分小折色每大麦三石
折小麦二石小麦二石折粟三石五斗屯租舊額官
種一石納租五石私種一石納租三石今某州屯田
去年對官私種共九千七百八十二石共合收租谷三
萬九千五百八十六石欲知官私種各數目元額令

減合催成年夏麦秋谷租各幾何

答曰請官種五千一百二十石

私出種四千六百六十二石

元租額共三萬九千五百八十六石

官種二萬五千六百石

私種一萬三千九百八十六石

今減一萬七百一十四石四斗

官種五千一百二十石

私種五千五百九十四石四斗

合催二萬八千八百七十一石六斗

官種租二万四百八十石

一分折麦計穀六千八百二十六石六斗

六升太三分之二

四分折大麦二千三百四十石五斗九升七分升之一 係折穀二千七百三十石六斗六升三分升之二

六分折小麦二千三百四十石六斗六升七分升之四 係折穀四千九十六石

二分正色穀一萬三千六百五十三石三斗三升三分升之一

私種租八千三百九十一石六斗

一分折麦計穀二千七百九十七石二斗

四分折大麦九百五十九石七分升之四 係穀一千一百一十八石八斗四升

六分折小麦九百五十九石四升 係折穀一千六百七十八石三斗二升

二分正色穀五千五百九十四石四斗

已上成年共計收

夏折穀大麦三千二百九十九石五斗七升七分升之五

小麦三千二百九十九石七斗七分升之四

秋正穀一萬九千二百四十七石七斗三升三分升之一

術曰以粟米求之以互易入之列共租共種各以租種率數体本色對之先以各種率互乘諸租驗租數之少者以乘共種得數覆减共租餘為実以二租數相减餘為官種法実如法而一得官種以减共種餘為私種各以租率對乘官私種各得官私種所納租次以减分對乘各納租乃得各减數以减所納餘為合催租乃分列之先以總折分子乘之各為実並以總分母除之各得折色正色數次置折色數二位用夏折大小分乘之各得與每折

諸率如鴈翅列常以多一事者相乘為實以少二
事者相乘為法各得折大小麥其正色數如故為
併本色得成年夏折二麦秋收正數

草

四列共租三萬九千五百八十六石并共種九千
七百八十二石次各以官種一石納租五石私種
一石租三石各為率對租種本色列之先以種率
各一石互乘租數只得共數次驗租數率三石係
少者以乘共種九千七百八十二石得二万九千
三百四十六石為種䆐減共租餘一萬二百四十下
石為種實以租率三減租率五餘二石係官租者

之

為官種法除種實得五千一百二十石為官種以
減共種九千七百八十二餘四千六百六十二石
為私出種以官租率五石私租率三石各對乘官
私種得二万五千六百石為官種所納租得一万
三千九百八十六石為私種所納租併之得元額
租次納官牛種與減二分私牛種與減四分各對
乘所納租數得五千一百二十石為官種減租數
得五千五百九十四石四斗為私種減租數併之
得一万七百一十四石四斗為今減數乃以官種
減租五千一百二十石減官種租二万五千六百

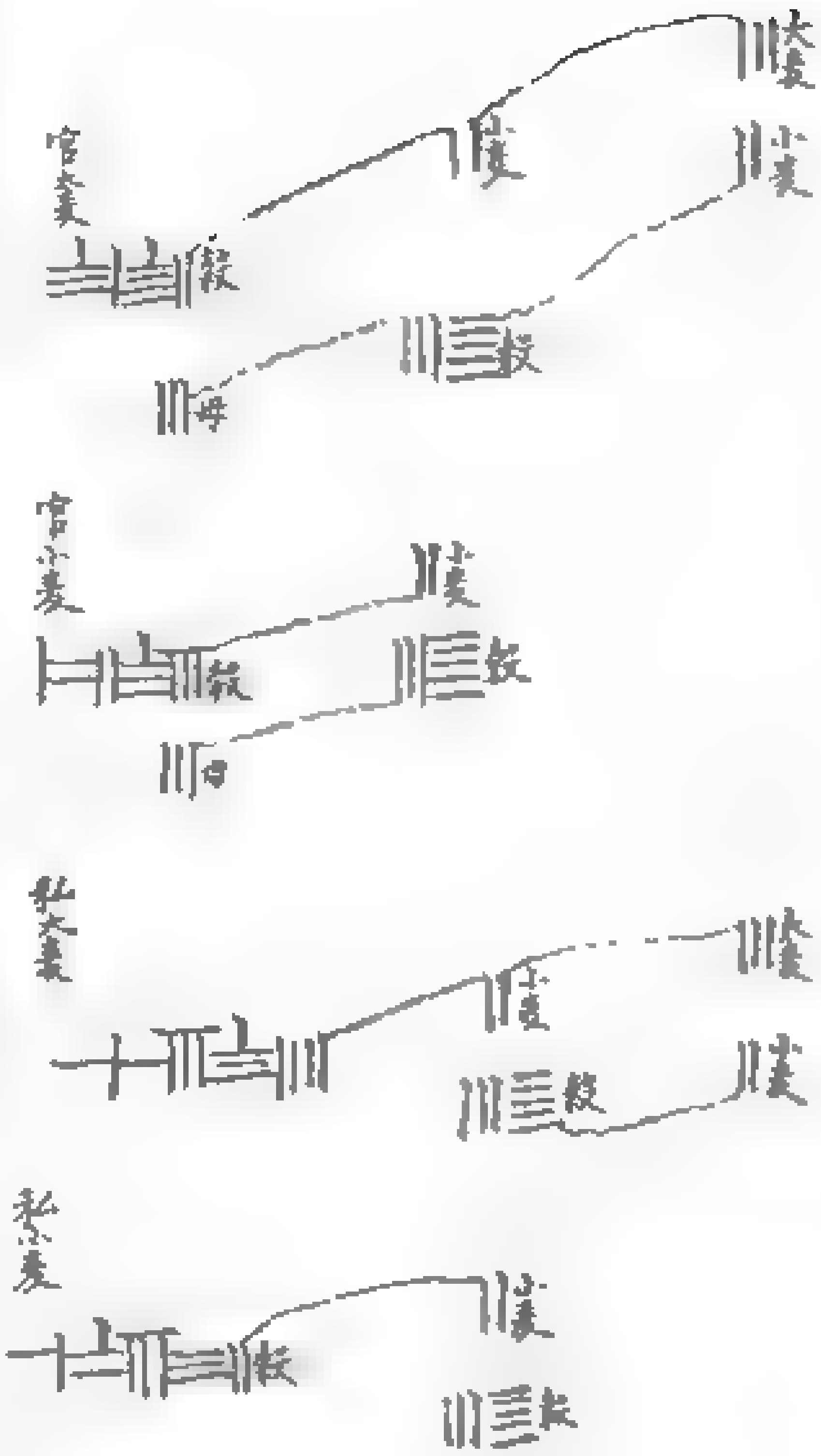
餘三萬四千八十石為合催次以私種減五千五
百九十四石四斗減種租一萬三千九百八十六
石餘八千三百九十一石六斗亦是合催租乃以
二等合催租分列之先以每歲三分之一以子一
減分母三得二乃以一及二皆為子各乘合催租
其官種者一分租得二萬四百八十石二分租得
四萬九百六十石其私種者一分租得八千三百
九十一石六斗二分租得一萬六千七百八十三
石二斗並為實以四實並如母三而一其官種一
分折得六千八百二十六石六斗六升零三分升

樹

之二及二分正色數得万三千六百五十三石三
斗三升三分升之一其私種一分折色得二千七
百九十七石二斗一分正色數得五千五百九十
四石四斗次置官私種各一分折色數各二位及
用夏折四分大六分小對乘之通係四位乃併四
六得一十分約之是並退一位其官種四分大麥
者置折數六千八百二十六石六斗六升三分升
之二通分內子得二万四百八十列二位上位以
四分折之得八千一百九十二石為大麥實下位
以六分折之得一万二千二百八十八石為小麥

實次置私種折穀二千七百九十七石二斗列二位上位以四分折之得一千一百一十八石八斗四升為大麥率下位以六分折之得一千六百七十八石三斗二升為小麥率其圖如后

次列折色每大麥三石折小麥二石小麥二石折穀三石五斗為諸率與大小麥實率四數如鴈翅列之其六分析小麥勿置大麥折率有毋者列毋



官種者先以大麥率三乘小麥率得二得六又乘穀

實八千二百九十二石得四万九千一百五十二石為大麥實次以小麥率二乘穀率三石五斗得七石又乘毋得二十一石為法除实得二千三百四十石五斗四之七分升之一為官種折大麥數仍以毋三約本實八千一百九十二石得二千七百三十石六斗六升三分升之二所折上併大麥穀數　次以小麥率二乘穀實一万二千二百八十八石得二万四千五百七十六石為小麥實乃以穀率三石五斗乘毋三得一十石五斗為法除實得二千三百四十石五斗七升七分升之一

為官種折小麥數仍以毋三約本實一万二千二百八十八石得四千九十六石為所折上得小麥穀數

私種者先以大麥率三乘小麥率二得六又乘穀數一千一百一十八石八斗四升得六千七百一十三石四升為實乃以小麥率二乘穀率三石五斗得七石為法除之得九百五十九石七分升之四為私種折大麥數　次以小麥率二乘穀率一千六百七十八石三斗二升得三千三百五十六石六斗四升為实以穀率三石五十為法除之得九百

五十九石四升為私種穀折小麥數　次以四分大麦二千三百四十石五斗七升七分升之一併私種四分大麦九百五十石七分升之四得三千二百九十九石五斗七升七分升之五為賦年夏折大麦数　次以官種六分小麦二千三百四十石六斗六升七分升之四併私種六分小麦九百五十九石四升得三千二百九十九石七斗七分升之四為年夏折小麦數　次以官種二分正色穀一万三千六百五十二石三斗三升三分升之併私種正色穀五千五百九十四石四斗得一万

九千二百四十七石七斗三升三分升之一合問

○戶口均寛

問州郡寬恤近將某縣下三等稅戶缺料餘欠錢米已與蠲放共錢一千三百五十五貫七百六文米五千二百七十二石一斗九升其本縣下等物力計三万七千六百五十八貫五百文今來官員陳述本縣多有樂輸無欠之戶今蒙蠲放稅尾似反寬閣頑輸之戶於理未均遂議將樂輸三等戶於明年兩稅與照昨來體例減免契勘得三等無欠戶物力二十二万八百一十五貫三百二十一文欲知每百文合減免錢米及共減各幾何

荅曰每物力一百文

放錢三文六分　　放米一升四合

明年兩稅放

放錢七千九百四十九貫三百五十一文五分五厘六毫米三萬九百一十四石一斗四升四合九勺四秒

術曰以衆来裒分求之置元物力為法除元放錢米得每百文物力所放錢米率以各率乘今來物力各得錢米為明年兩稅合放數

草曰以元物力三万七千六百五十八貫五百文為法先除元放錢一千三百五十五貫七百六文定法伯文上得一文為商除得三文六分為物力伯文所放錢率次除元放米五千二百七十二石一斗七升得一升四合為物力百文所放米率以今三等戶物力二十二万八百一十五貫三百二十一文徧乘所放錢米二率得錢七千九百四十九貫三百五十一文五分五厘六毫得米三万九百一十四石一斗四升四合九勺四抄為明年兩稅合放數

○均科綿稅

問縣科綿有五等戶共一萬一千三十三戶共科綿八萬八千三百三十七兩六錢上等一十二戶副等八十七戶中等四百六十四戶次等二千三十五戶下等八千四百三十五戶欲令上三等折半差下二等比中等六四折差科率之求各戶納及各等幾何

荅曰上等一戶一百二十四兩

一十二戶計一千四百八十八兩

副等一戶六十二兩

八十七戶計五千三百九十四兩

中等一戶三十一兩

四百六十四戶計一万四千三百八十四兩

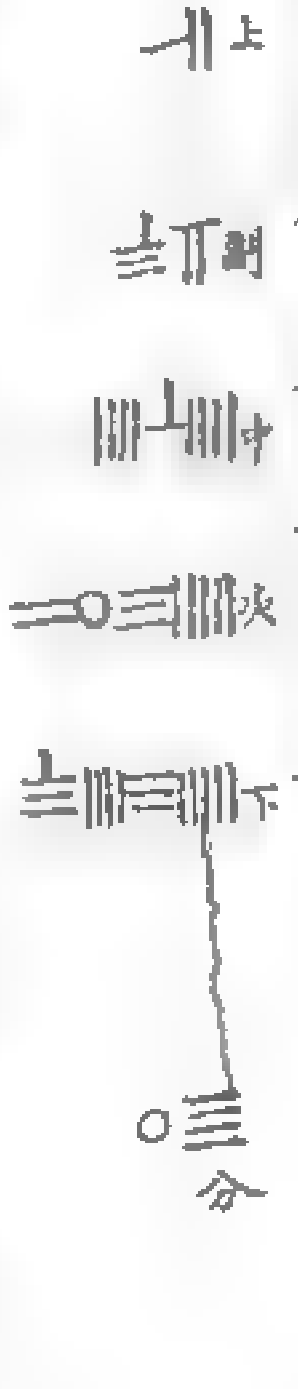
次等一戶一十二兩四錢

二千三十五戶計二万五千二百三十四兩

下等一戶四兩九錢六分

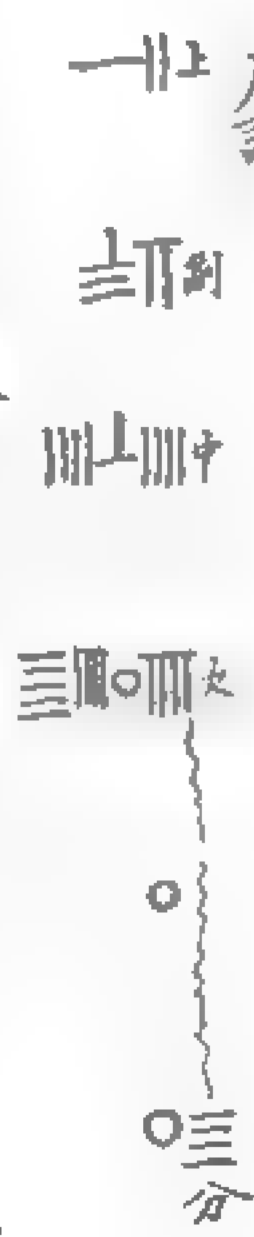
八千四百三十五戶計四万一千八百三十一七兩六錢

術曰列五等戶數先以四折下等數加次等戶又以四折之加中等戶數卻以半折之加二等戶又以半折之加上等戶數不折便為法除科綿得上等一戶之綿從半之為副等又半之為中等又四折之為次等又四折之為下等各一戶綿卻各以戶數乘之各得五等共出綿具圖析之



草曰先置下等戶八千四百三十五以四折之得三千三百七十四

乃以得數併入次戶二千三十五內得五千四百九戶訖



又以四折次數五千四百九得二千一百六十三戶六分

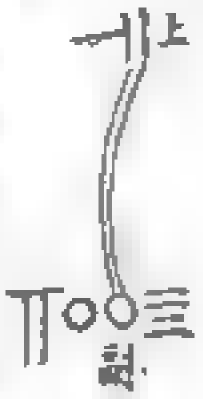
乃以得次數併入中戶四百六十四內共得二千六百二十七戶六分

次以五分折中數二千六百二十七戶六分得數

次以得數一千三百一十三戶八分併副戶八十
七得一千四百戶八分

又以五折副數一千四百戶八分得七百戶四分

既得數



乃以副數七百戶四分併上戶一十二戶得七百
一十二戶四分不折便以為法

累折至上等共得七百一十二戶四分以為總法
乃置科綿八萬八千三百三十七兩六錢為實如
法七百一十二戶六分而一得一百二十四兩為

上等一戶所出綿以五折之得六十二兩副等一
戶所出綿又五折之得三十一兩為中等一戶所
出綿乃以四折之得一十二兩四錢為次等一戶
所出綿又以四折之得四兩九錢六分為下等一
戶所出綿乃以各等戶數各乘一戶所出即各得
每等共數之綿

○戶稅移割

問某縣據甲稱本戶田地元納苗三十五石七斗和
買本色一十一疋二丈二尺九寸四分八厘七毫五
絲折帛二十七疋二寸一分三厘七毫五絲紬絹折

帛八疋三丈九尺七寸三分九厘紬絹本色二十疋
二丈八尺九寸三分九厘已將田四百七畝出與乙
五百一十六畝出與丙訖乞移割本戶所出田上稅
賦歸併乙丙兩戶稅納會到乙元有田三百七十五
畝丙元有田四百三十六畝並係本鄉本等每畝苗
三升五合稅一尺一寸五分物力一貫二百本等地
紬一尺三寸四分物力九百物力三十二貫數和買
一疋內三分本色七分折帛夏稅七分本色三分折
帛紬五分本色五分折帛併絹紬欲知甲田地及甲
乙丙分割合納苗米和買夏稅折帛本色畸零各幾

何
答曰甲元有田一千二十畝
地一十一畝二角四十八步
甲今有田九十七畝
苗米三石三斗九升五合
夏税折帛三丈三尺四寸六分五厘
本色一疋
時零三丈八尺八分五厘
物力一百一十七貫四百文
地一十一畝二角四十八步

税紬折帛七尺八寸三分九厘
税紬時零七尺八寸三分九厘
物力一十貫五百三十文
田地共物力一百二十六貫九百三十文
和買折帛二疋
本色一疋
時零七尺五寸九分八厘七毫五絲
乙今有田七百八十二畝
苗米二十七石三斗七升
夏税折帛六疋二丈九尺七寸九分

本色一十五疋
時零二丈九尺五寸一分
物力九百三十八貫四百文
和買折帛二十疋二丈一尺
本色八疋
時零三丈一尺九寸
丙今有田九百七十九畝
苗米三十四碩二斗六升五合
夏税折帛八疋一丈七尺七寸五分五厘
本色一十九疋

時零二丈八尺九分五厘
物力一千一百七十四貫八百文
和買折帛二十五疋一丈七尺九寸五分
本色一十一疋
時零五十五分

術曰以衆米又衆分求之置甲元納米為實以每畝苗為法除之得甲元有田以乘每畝稅得田絹次以甲絹本色折帛併之內減田絹餘為地紬以每紬約之得甲元有地次以甲出田併乙丙元有田各得三戶今有田地各以等則乘之各得物力苗

税次以每疋物力率約各戶共物力得和買副之
三分因之退位為和本七分因之退位為和折夏
税及其分而因之退之紬以半之併入税各得
草曰置甲元納米三十五石七斗為實以每畝苗三
升五合為法除之得一千二十畝為甲元有田以
乘每畝税一尺一寸五分得一百一十七丈
絹積尺次以甲元納絹紬折帛八疋三丈九尺七
寸三分九厘併紬絹本色二十疋二丈八尺九寸
三分九厘得二十九疋二丈八尺六寸七分八厘
以疋法四丈通疋數內零丈得一百一十八丈八

尺六寸七分八厘內減田絹積丈尺一百一十七
丈三尺餘一丈五尺六寸七分八厘為甲地紬以
每畝紬一尺三寸四分約之得一十一畝七分其
畝下七分倍之得一百四十身下加二得一百六
十八步以六十步約之得二角零四十八步通得
一十一畝二角四十八步為甲元有地乃以甲所
出四百七畝又五百一十六畝併得九百二十三
畝減元有一千二十畝餘九十七畝為甲今有田
并元地次以甲出田四百七畝併乙元有田三百
七十五畝共得七百八十二畝為乙今有田次以

甲所出田一百五十六畝併丙元有田四百六十
三畝共得九百七十九畝為丙今有田各列三戶
今有田地數於右行副之先以每畝苗三升五合
徧乘右行甲得三石三斗九升五合乙得二十七
石三斗七升丙得三十四石二斗六升五合為本
戶苗米次以每畝税一尺一寸五分徧乘左副行
甲得一十一丈一尺五寸五分乙得八十九丈九
尺三寸丙得一百一十二丈五尺八寸五分各為
丈積各列二位皆以三分因上位七分因下位並
退一位即是自下三七折之又各以四丈約丈積

成疋其田得三丈三尺四寸六分五厘為夏税折
帛又得一疋三丈八尺八分五厘為夏税本色其
一得六疋二丈九尺七寸九分為夏税折帛又得
一十五疋二丈九尺五寸一分為夏税本色其丙
得八疋一丈七尺七寸五分五厘為夏税折帛得
一十九疋二丈八尺九分五厘為夏税本色次以
田力一貫二百徧乘右副行并以地物力乘甲元
地及紬甲得一百一十六貫四百乙得九百三十
八貫四百丙得一千一百七十四貫八百各為田
物力其甲又置一十一畝七分以乘地紬一尺三

寸四分得一丈五尺六寸七分八厘為甲地細半
之得七尺八寸三分九厘各為折細本色又以甲
地乘物力九百得一十貫五百三十為甲地物力
併田物力一百一十六貫四百共得一百二十六
貫九百三十文為甲物力列甲乙丙三户共物力
各為實皆以物力和買率三十二貫為法除之甲
得三疋九分六厘六毫五絲六忽乙得二十九疋
三分二厘五毫丙得三十六疋七分八厘二毫五
絲各為和買率亦各列二位各以七三折之其上
位七折者為和買折帛下位三折者為和買本色

折訖其甲得二疋七分七厘六毫五絲九忽三微
七塵五沙為和買折帛率又得一疋一分八厘九
毫九絲六忽八微七塵五沙為和買本色率乙得
二十疋五分二厘七毫五絲為和買折帛率又得
八疋七分九厘七毫五絲為和買本色率丙得二
十五疋六分九厘八毫七絲五忽為和買折帛率
又得一十一疋一厘三毫七絲五忽為和買本色
率各率除端疋外乃以定下分毫皆以四因之收
為丈尺分寸甲得和買折帛二疋三丈一尺六分
三厘七毫五絲本色一疋七尺五寸九分八厘七

毫五絲乙得和買折帛二十疋二丈一尺一寸本
色八疋三丈一尺九寸丙得和買折帛二十五疋
二丈七尺九寸五分本色一十一疋五寸五分為
各户和買數及分本色下畸零數合問

○移運均勞 分郡縣鄉鋪均

問今起夫移運遞餉於某郡交納合起一萬二千夫
甲州有三縣上縣力五十七萬三千二百五十九貫
五百文至輸所九百二十五里中縣力五十萬四千
九百八十三貫七百八十文至輸所六百五十二里
下縣力四十九萬八千七百六十貫九百五十文至

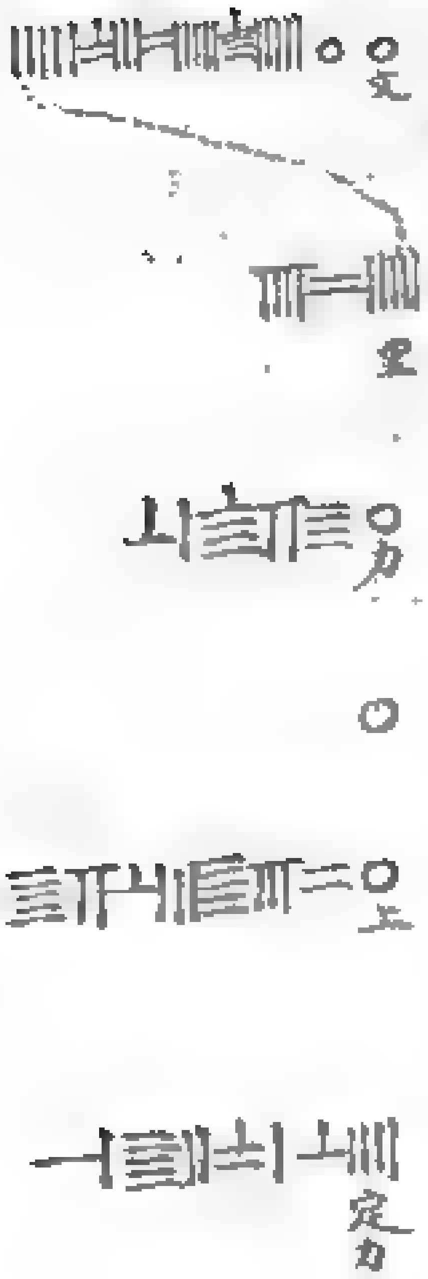
輸所四百六十五里乙軍倚郭一縣五鄉仁鄉力一
十二萬八千三百七十一貫九百八十文至輸所七
百六里義鄉方一十一萬九千四百七十二貫六百
文至輸所七百九十五里禮鄉力一十萬八千四百
六十三貫五十文至輸所七百九十里智鄉力八
万四千二百三十六貫二百八十五文至輸所七百
四十九里信鄉力九千三百四十五貫一百六十文
至輸所八百四里欲知以物力多寡道里遠近均運
之令勞費等各合科夫幾何

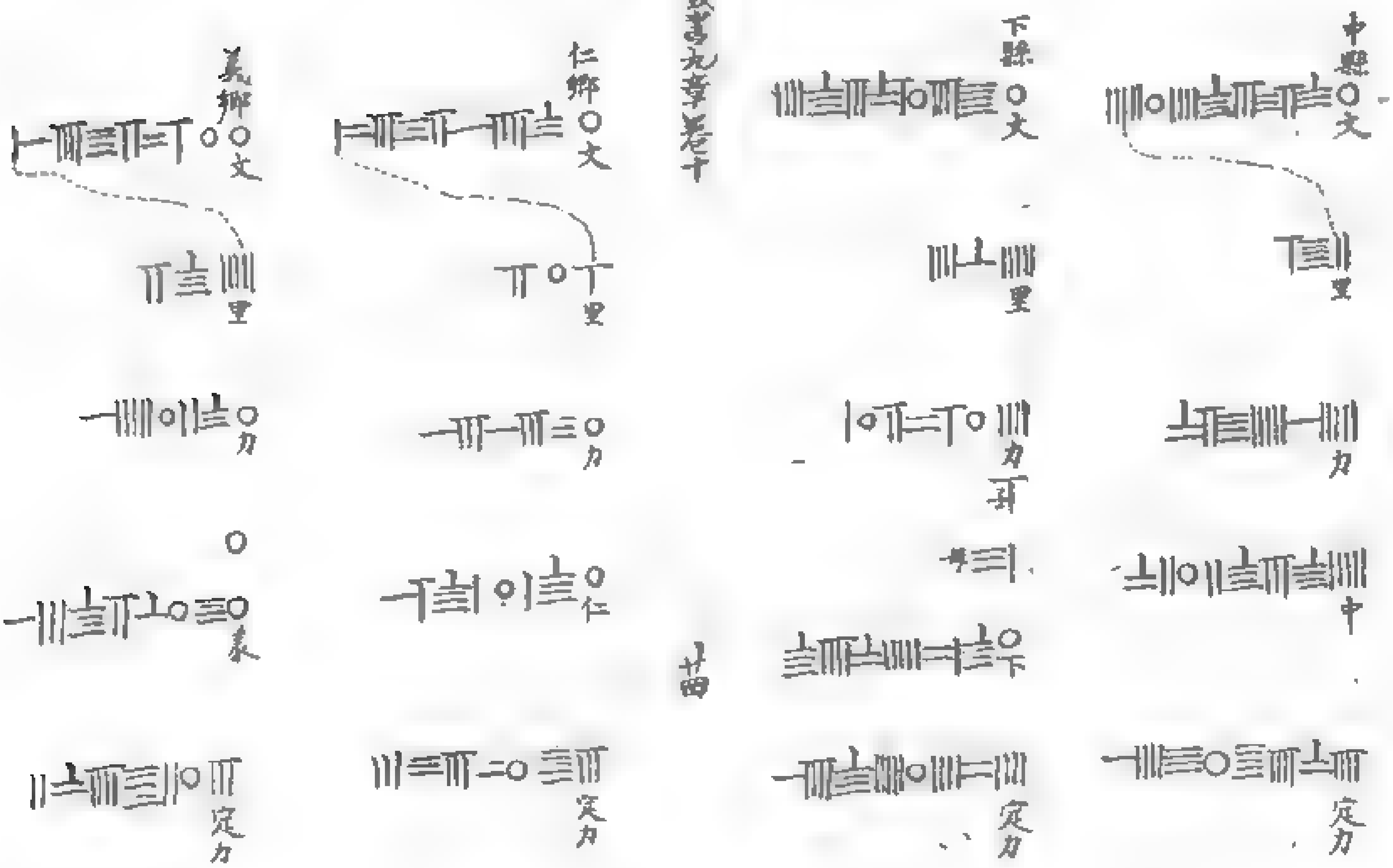
答曰甲州上縣差二千四百二十二夫

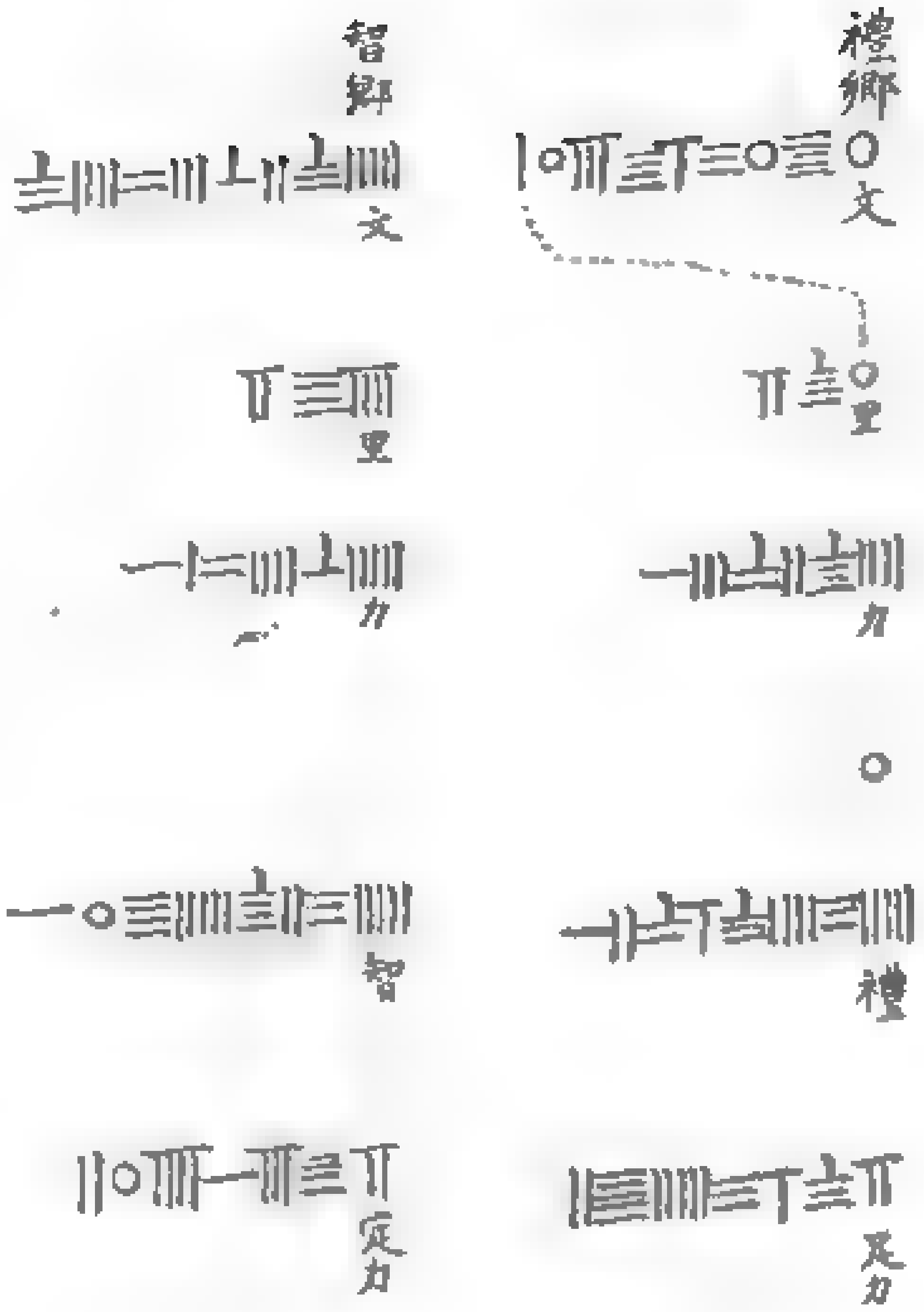
中縣差三千二十六夫
下縣差四千一百九十一夫
乙軍郭縣
仁鄉七百一十一夫
義鄉五百八十七夫
禮鄉五百三十七夫
智鄉四百三十九夫
信鄉八十七夫

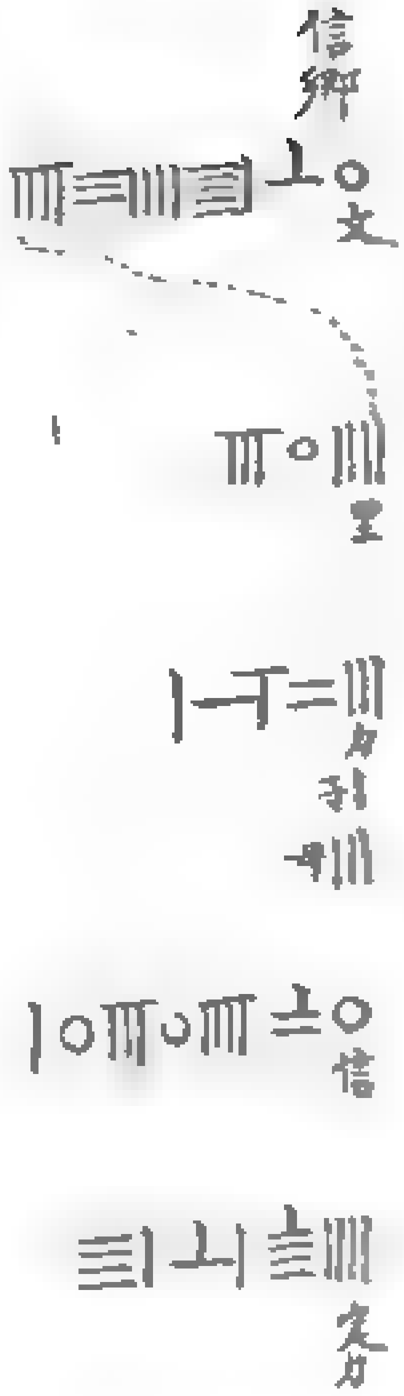
術曰以均輸求之置各縣及鄉力皆如里而一不盡者約之後通分內子互乘之爲就毋還退之各得變力可約、之為定力副併為法以合起夫編乘未併定力各得爲實並如前法而一各得夫其餘分筭之

草曰置甲州三縣及乙軍五鄉物力里數作八行列之具圖于后









草曰置上縣力五十七萬三千二百五十九貫五百文如九百二十五里而一得力六十一萬九千七百四十置中縣五十萬四千九百八十三貫七百八十文如六百五十二里而一得力七十七萬四千五百一十五置下縣四十九萬八千七百六十

貫九百五十如四百六十五里而一得力一百七萬二千六百四不尽九十文與法求等得十五約之得三十一分之二置仁鄉一十二萬八千三百七十一貫九百八十如七百六十里而一得力一十八萬一千八百三十置義鄉一十一萬九千四百七十二貫六百文如七百九十五里而一得力一十五萬二百八十置禮鄉一十萬八千四百六十三貫五十文如七百九十而一得力一十三萬七千二百九十五置智鄉八萬四千二百三十六貫二百八十五文如七百四十九里而一得力一十

一萬二千四百六十五置信鄉九千三百四十五貫一百六十文如八百四里而一得力一萬一千六百二十三不尽二百六十八文與法求等得二百六十八約為三分之一其下縣信鄉二處帶母子者各以母互徧乘八處所得畢二處各內本子上得五千七百六十三萬五千八百二十中得七千二百二萬九千八百九十五下得九千九百七十五萬二千一百九十仁得一千六百九十一萬一百九十義得一千三百九十七萬六千四十禮得一千二百七十六萬八千四百三十五智得一

千四十五萬九千二百三十五信得一百八萬九
百七十已上為三縣五鄉变為力率可約者復求
等約之求得五故俱以五約之上得一千一百五
十二萬七千一百六十四中得一千四百四十萬
五千九百七十九丁得一千九百九十五萬四百
三十四仁得三百三十八萬二千五十八義得二
百七十九萬五千二百八禮得二百五十五萬三
千六百八十七智得二百九萬一千八百四十七
信得四十一萬六千一百九十四已上並為定力
副併八處定力得五千七百一十二萬二千五百

七十一為法合以起一萬二千夫遍乘定力訖上
得一千三百八十三億二千五百九十六萬八千
為實中得一千七百二十八億七千一百七十四
萬八千為中實下得二千三百九十四億五百二
十萬八千為下實仁得四百五億八千四百六十
九萬六千為仁實義得三百三十五億四千二百
四十九萬六千為義實禮得三百六億四百二十
四萬四千為禮實智得二百五十一億二百一十
六萬四千為智實信得四十九億九千四百三十
二萬八千為信實已上八實皆如前法而一上縣

得二千四百二十一夫不尽三千二百二十二萬
三千六百九筆中下二縣餘分為一夫作上縣二千四百二十
二夫中縣得三千二十六夫不尽一千八百八十
四萬八千一百五十四筆歸上縣下縣得四千一百九
十一夫不尽四百五十一萬二千九百三十九筆歸
上縣仁鄉得七百一十夫不尽二千七百六十七萬
五百九十筆為一夫義鄉得五百八十七夫不尽一千
八十四萬六千八百二十三筆歸仁鄉禮鄉得五百三
十六夫不尽五千六百五十九萬五千九百四十
四筆為一夫智鄉得四百三十九夫不尽二千五百三

十五万五千三百三十一筆歸禮鄉信鄉得八十七夫
不尽二千四百六十六万四千三百二十三筆歸禮鄉

○均定勸分

問欲勸糶賑濟據甲民物力畝步排定共計一百六
十二戶作九等上等三戶第二等五戶第三等七戶
第四等八戶第五等十三戶第六等二十一戶第七
等二十六戶第八等三十四戶第九等四十五戶今
先勸諭第一等上戶願糶五千石第九等戶願糶二
百石欲知各等攤差石數并總認米數各幾何

答曰總認米二十三万八千一百石

上等一戶米五千石
三戶計一萬五千石
二等一戶米四千四百石
五戶計二萬二千五百石
三等一戶米三千八百石
七戶計二萬六千六百石
四等一戶米三千二百石
八戶計二萬五千六百石
五等一戶米二千六百石
一十三戶計三萬三千八百石

六等一戶米二千石
二十一戶計四萬二千石
七等一戶米一千四百石
二十六戶計三萬六千四百石
八等一戶米八百石
三十四戶計二萬七千二百石
九等一戶米二百石
四十五戶計九千石
術曰以衰分求之置上下戶米減餘為實列等數減
一餘為法除之得掫差石數以差累減上等米各

得諸等米以各等戶數乘之併之為總數
草曰置上等戶米千五石減下等戶二百石餘四千
八百戶為實以九等減一餘八為法除實得六百
石為每等掫差用減上等餘四千四百石為二等
米又減六百得三千八百石為三等米又減六百
得三千二百石為四等米又減六百得二千六百
石為五等乘又減六百得二千石為六等米又減
六百得一千四百石為七等米又減六百得八百
石為八等米又減六百得二百石為九等米又各
乘戶數併之得總計米石數二十三萬八千一百
石

數書卷十一

錢穀類

魯郡　秦九韶

○折解輕賫

問有甲乙丙丁四郡各合起上供銀絹甲郡銀三千二百兩每兩二貫二百文足絹六萬四千疋每疋二貫文足去京一千里每擔一里傭錢六文足其時舊會每貫五十四文足乙郡銀二千七百兩每兩二貫三百文足絹四萬九千二百疋每疋二貫四百二十文足去京九百八十里每擔一里傭錢四文二分舊會價五十九文足丙郡銀四千兩每兩新會九貫三

百文絹七萬三千六百疋每疋新會一十貫三百文去京二千里每擔一里傭錢八十文舊會丁郡銀二千二百兩每兩五十一貫文舊會絹三萬一千三十五疋每疋五十八貫文舊會去京一千五百里每擔一里傭錢一百文舊會諸郡銀每五百兩絹每六十疋新會每五千貫爲擔欲以折新會均作三限起解求各郡每限及本色元理折解實用寬餘傭錢各新會錢何

荅曰甲郡合解五十萬一百四十八貫一百四十八文

初限一十六萬一百四十八貫一百四十八文

次限一十六萬一百四十八貫一百四十八文

末限一十六萬一百四十八貫一百五十文

傭錢元理二萬三千八百四十五貫九百二十五文二十七分文之二十五

實用二千二百二十二貫八百七十七文二十七分文之二十一

寬餘二萬一千六百二十三貫四十八文二十七分文之四

乙郡合解四十二萬四千六百五十七貫六百二十七文

初限一十四萬一千五百五十二貫五百四十二文

次限一十四萬一千五百五十二貫五百四十二文

末限一十四萬一千五百五十二貫五百四十三文

傭錢元理一萬一千五百一十六貫四百二十八文五十九分文之八

實用一千一百八十五貫一十文

寬餘一萬三百三十一貫四百一十八文九分文之七
丙郡合解七十九萬五十二十八貫文
初限二十六萬五千九十三貫三百三十三文
次限二十六萬五千九十三貫三百三十三文
末限二十六萬五千九十三貫三百三十四文
傭錢元理三萬九千五百九貫三百三十三文足文之一
實用五千八十九貫七百九十二文
寬餘三萬四千四百一十九貫五百四十一文三分文之一

丁郡合解三十九万八千一百二十六貫文
初限一十三万二千七百八貫六百六十六文
次限一十三万二千七百八貫六百六十六文
末限一十三万二千七百八貫六百六十八文
傭錢元理一万四千一百七十三貫五百文
實用二千三百八十八貫七百五十六文
寬餘一万一千七百八十四貫七百四十四文

術曰以始輸求之置各郡銀絹乘各價併之歸足元展足為舊會次以五約舊會為新會各得合解錢以限数除之得每限錢不盡併歸末限次置里数乘每里傭價為率以率乘元銀及元絹各為傭實以每撍銀絹率各為法實如法而一不滿者亦為撍併之為元理傭錢次以率乘合解錢為實乃以錢物每撍率為法實如法而一各得實用傭錢以減元理傭錢餘寬余傭錢

問數圖

草曰置各郡銀絹汞各價甲郡銀三千二百兩乙郡
銀二千七百兩丙郡銀四千兩丁郡銀二千六百
兩於右行甲郡銀兩價二貫二百足乙郡銀兩價
二貫三百足丙郡銀兩價九貫三百新會丁郡銀
兩價五十一貫舊會於左行對乘之甲得七千四
十貫足乙得六千二百一十貫足丙得三万七千
二百貫新會丁得十三萬二千六百貫舊會又列
置各郡絹甲六萬四千疋乙四萬九千二百疋丙
七萬三千七百疋丁三萬二千三十五疋於右行
各郡絹疋價甲二貫足乙二貫四百二十足丙新

會十貫三百丁五十八貫舊會於左行亦對乘之
甲得一十二萬八千貫足乙得一十一萬九千六
十四貫足丙得七十五萬八千八十貫新會丁得
一百八十五萬八千三十貫舊會乃併各郡銀絹
價甲共一十三萬五千四十貫足乙共十三萬五
千二百七十四貫足丙共七十九萬五千二百八
十貫新丁共一百九十九萬六百三十貫舊甲以
舊會價五十四文展足錢得二百五十萬七百四
十貫七百四十文乙以舊會價五十九文展足錢
得二百一十二萬三千二百八十八貫一百三十

六文丙已係新會丁係舊會今甲乙丁俱以五除
之皆為新會甲得五十萬一百四十八貫一百四
十八文乙得四十二萬四千六百五十七貫六百
二十七文丙得七十九萬五千二百八十貫文丁
得三十九萬八千七百二十六貫各為合解錢以
限數三除之甲得一十六萬六千七百一十六貫
四十九文為初限次限數不盡一文增入次限數
內共得一十六萬六千七百一十六貫五十文為
末限數乙得一十四萬一千五百五十二貫五百
四十二文為初限次限數不盡一文增入得一十

四萬一千五百五十二貫五百四十三文為末限
數丙得二十六萬五千九十三貫三百三十三文
為初限次限數不盡一文增入得二十六萬五千
九十三貫三百三十四文為末限數丁得一十三
萬二千七百八貫六百六十六文為初限次限數
不盡二文增入得一十三萬二千七百八貫六百
六十八文為末限數各以里數乘傭錢各為率置
甲郡一千里乙郡九百八十里丙郡二千里丁郡
一千五百里於右行次置甲郡傭錢六文足乙郡
傭錢四文二分足丙郡傭錢八十文舊會丁郡傭

錢一百舊會於左行與右行對乘之甲得率六貫足
乙得率四貫一百一十六足丙得率一百六十貫
舊丁得率一百五十貫舊以右行以率乘元銀數
各為備實次置甲元銀三千二百兩乙銀二千七
百兩丙銀四千兩丁銀二千六百兩於左行於右
行對乘之甲得一万九千二百貫乙得一百一
一十三貫二百文丙得六十四萬貫舊丁得三十
九萬貫舊皆銀備買於右行次置甲乙丙丁每擔
銀率五百兩為法徧除左行甲得三十八貫四百
足乙得二十二貫二百二十六文四分足丙得一
數書九章十
七

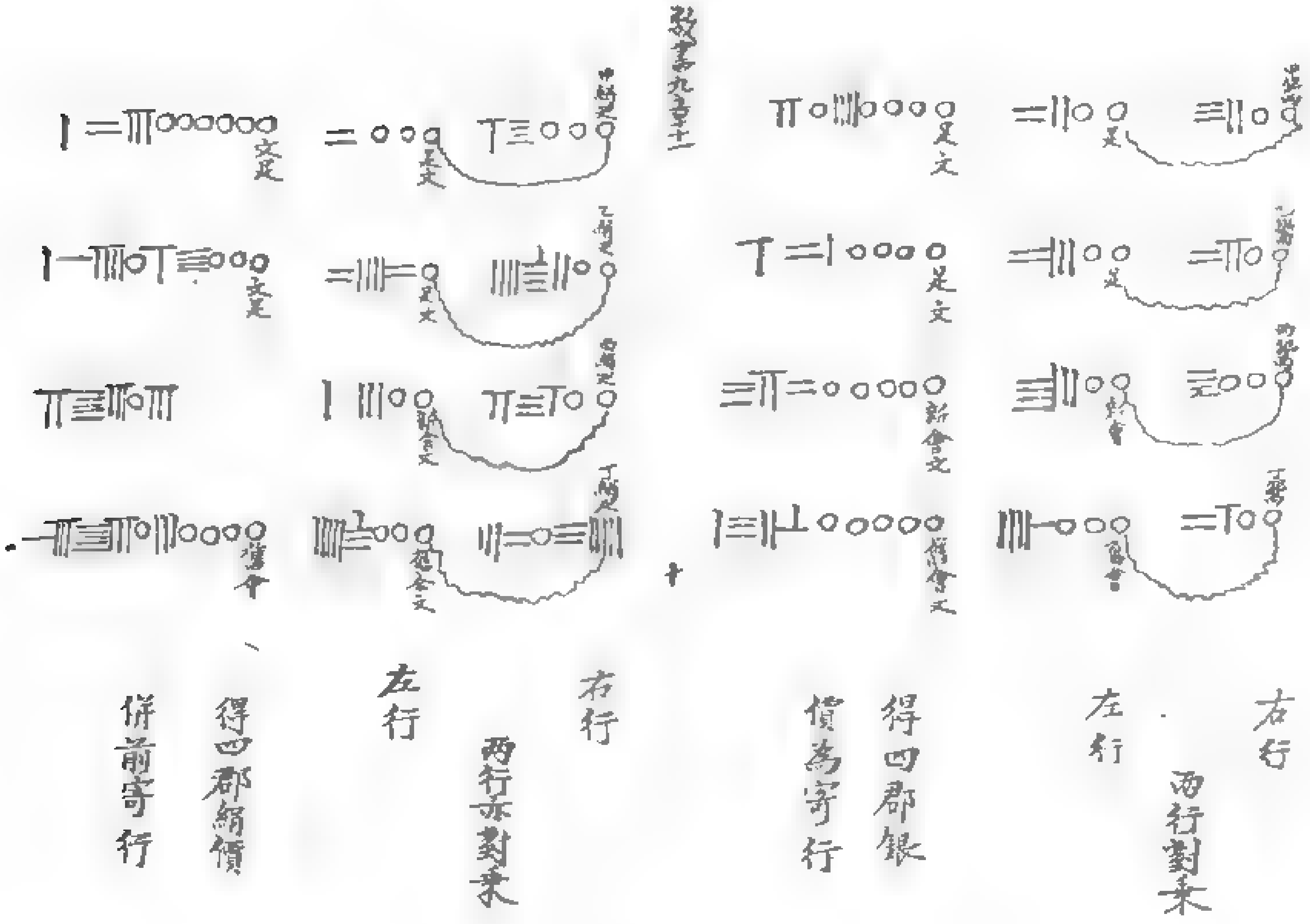
千二百八十貫舊丁得七百八十貫舊為各郡銀
備錢列實別行次置甲元絹六萬四千疋乙絹四
萬九千二百疋丙絹七萬三千六百疋丁絹三萬
二千三千五疋為左行與右行各率對乘之甲得
三十八萬四千貫足乙得二十萬二千五百七貫
六百足丙得一千一百七十七萬六千貫舊丁得
四百八十萬五千二百五十貫各為絹備實次以
四郡每擔絹率六十疋為法除之甲得六千四百
貫足乙得三千三百七十五貫一百二十足丙得
一十九萬六千二百六十六貫六百六十六文三

分文之二舊丁得八萬八十七貫五百舊為各郡
絹備錢併入寄別行甲得六千四百三十八貫四
百足乙得三千三百九十七貫三百四十六文四
分足丙得一十九萬七千五百四十六貫六百六
十六文三分文之二舊丁得八萬八百六十七貫
五百舊列左行其甲舊會價五十四文五因之得二
百七十文足乙舊會價五十九文亦五因之得二
百九十五文丙以五丁亦以五於左行以對約右
行皆為新會甲得二萬三千八百四十五貫九百
二十五文二十七分文之二十五乙得一萬一千
數書九章十
八

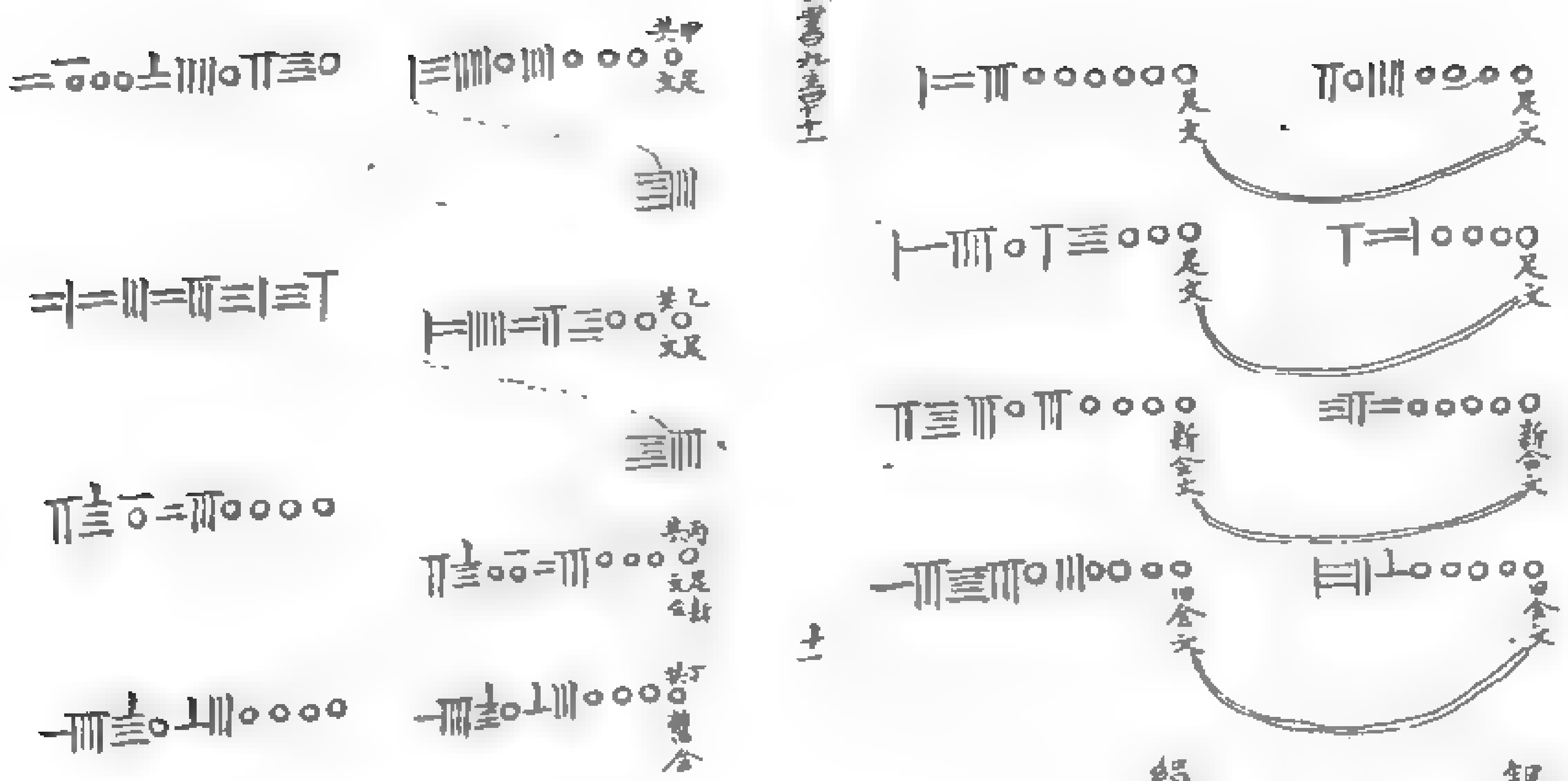
五百一十六貫四百二十八文五十九分文之八
丙得三萬九千五百九貫三百三十三文三分文
之一丁得一萬四千一百七十三貫五百文並新
會條四郡元備價錢次以元四郡率對乘四郡合
解新會各為實率其甲六貫足乘甲合解錢五十
萬一百四十八貫一百四十八文得三十億八十
八萬八千八百八十貫其乙率四貫一百一十六
足乘乙合解錢四十二萬四千六百五十七貫六
百二十七文得一十七億四千七百八十九萬七
百九十二貫七百三十二文足其丙率一百六十

貫舊秉丙合解錢七十九萬五千二百八十貫得
一千二百七十二億四千四百八十萬貫舊其丁
秉一百五十貫舊秉丁合解錢三十九萬八千一
百二十六貫得五百九十七億一千八百九十萬
貫舊各為實乃以每撥率五千貫為法而一甲得
六百貫一百七十七文足不尽三千八百八十八貫文乙得三
百四十九貫五百七十八文足不尽七百九十二貫七百三十二文
丙得二萬五千四百四十八貫九百六十文舊會
丁得一萬一千九百四十三貫七百八十文舊為
各郡實用甲以二百七十文約乙以二百九十五

文約丁丙皆五約為新會甲二千二百二十二貫
八百七十七文不尽二百一十文乙一千一百八十五貫
一十文不尽五文丙五千八十九貫七百九十二文丁
二千三百八十八貫七百五十六文各減元理甲
餘二萬一千六百二十三貫四十八文乙餘一萬
三百三十一貫四百一十八文丙餘三萬四千四
百一十九貫五百四十一文丁餘一萬一千七百
八十四貫七百四十四文合問



數書九章卷十一

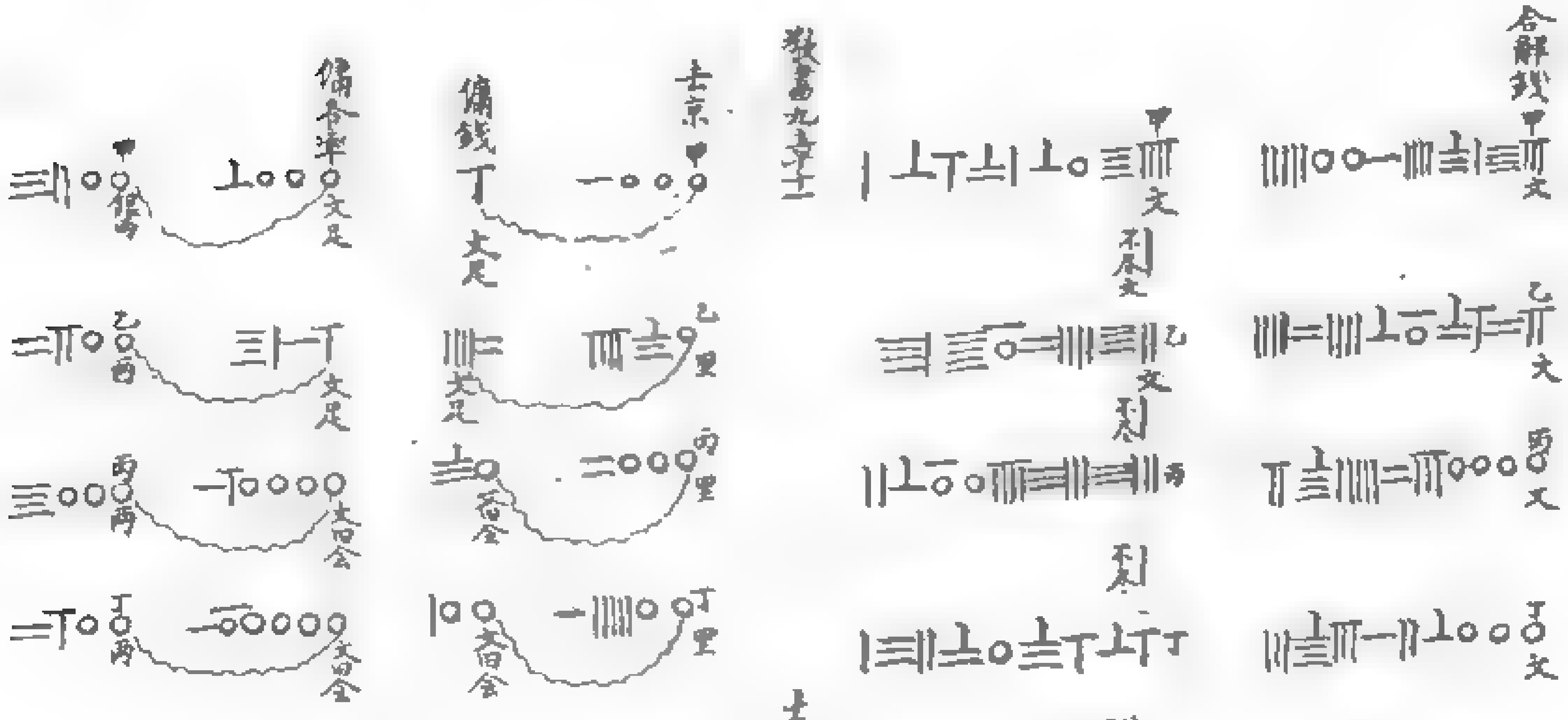


銀價　絹價　兩行併之

甲乙皆以會陌約之

甲乙丁皆五約之

數書九章卷十一

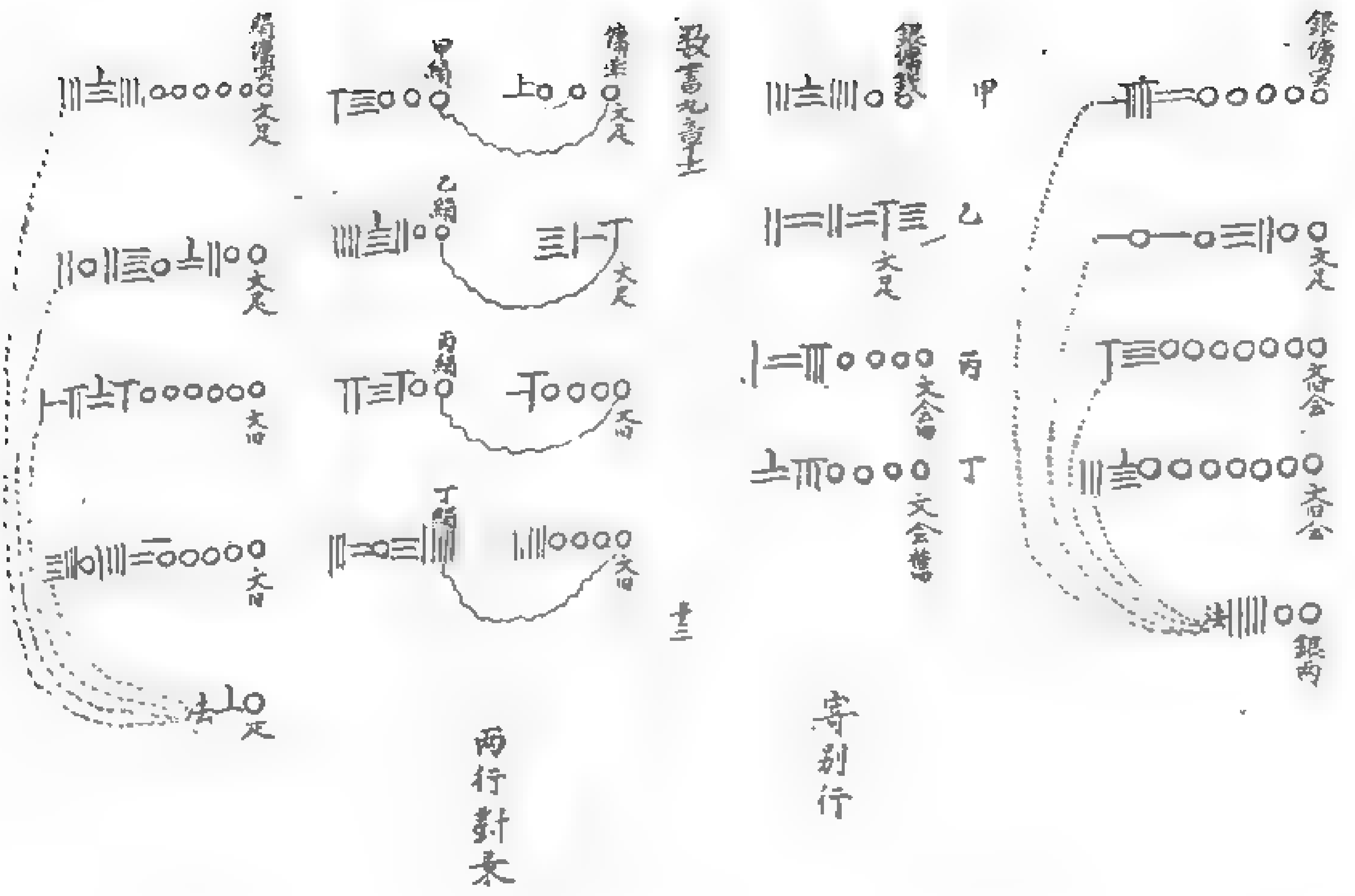


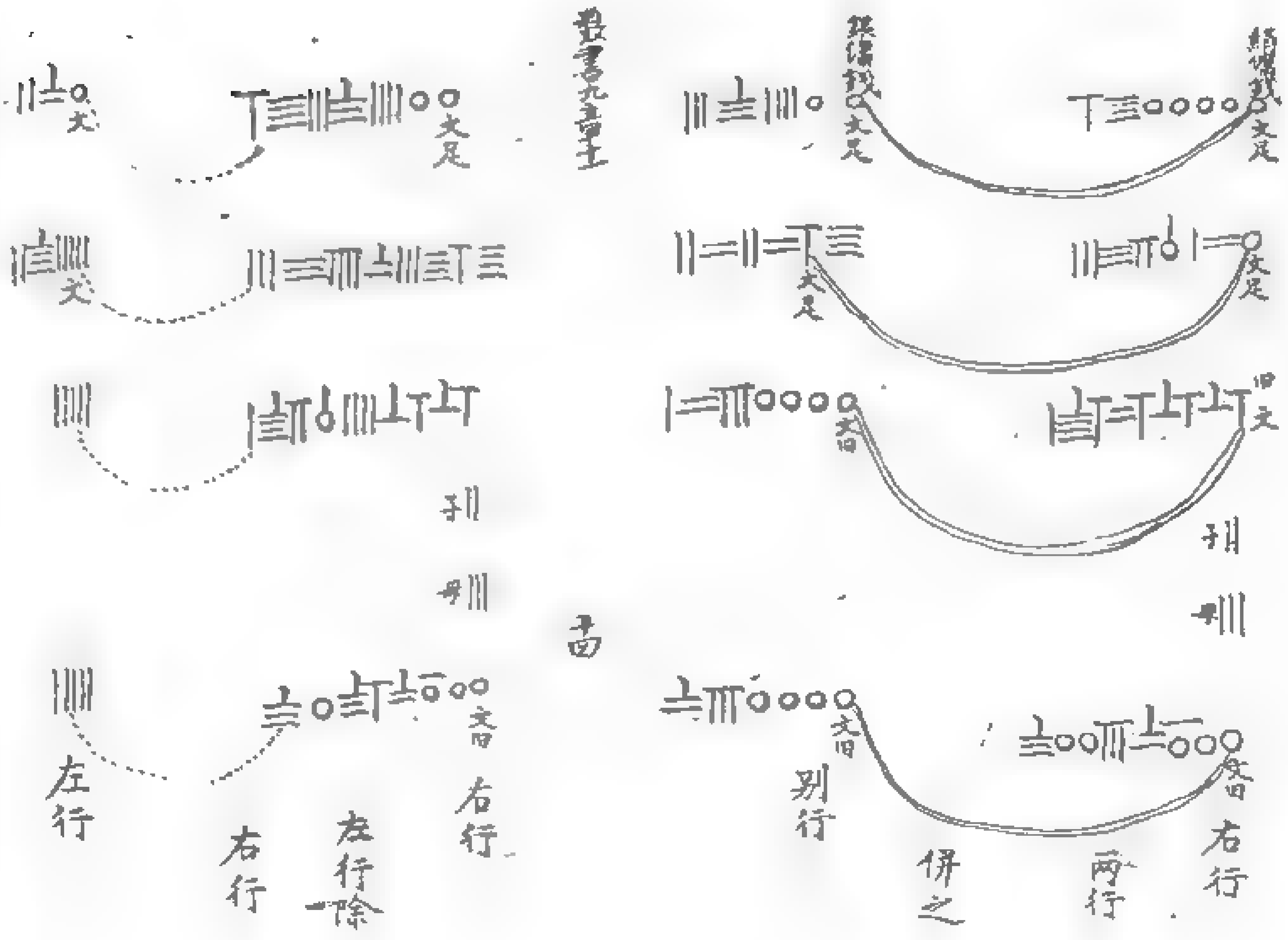
四郡合解新會 各以三限約之

得三限錢

右行　左行　兩行對乘

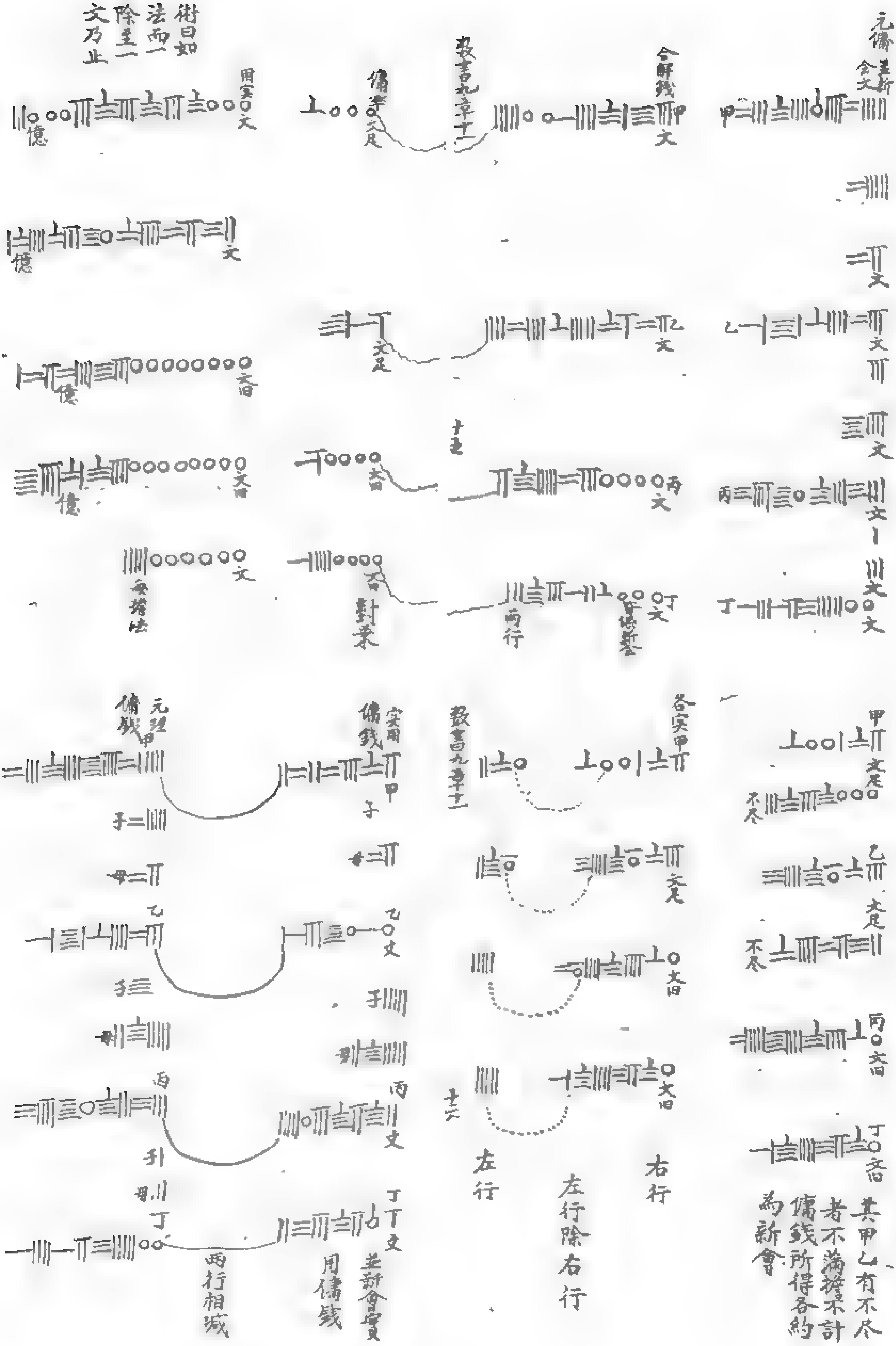
右　左　兩行對乘



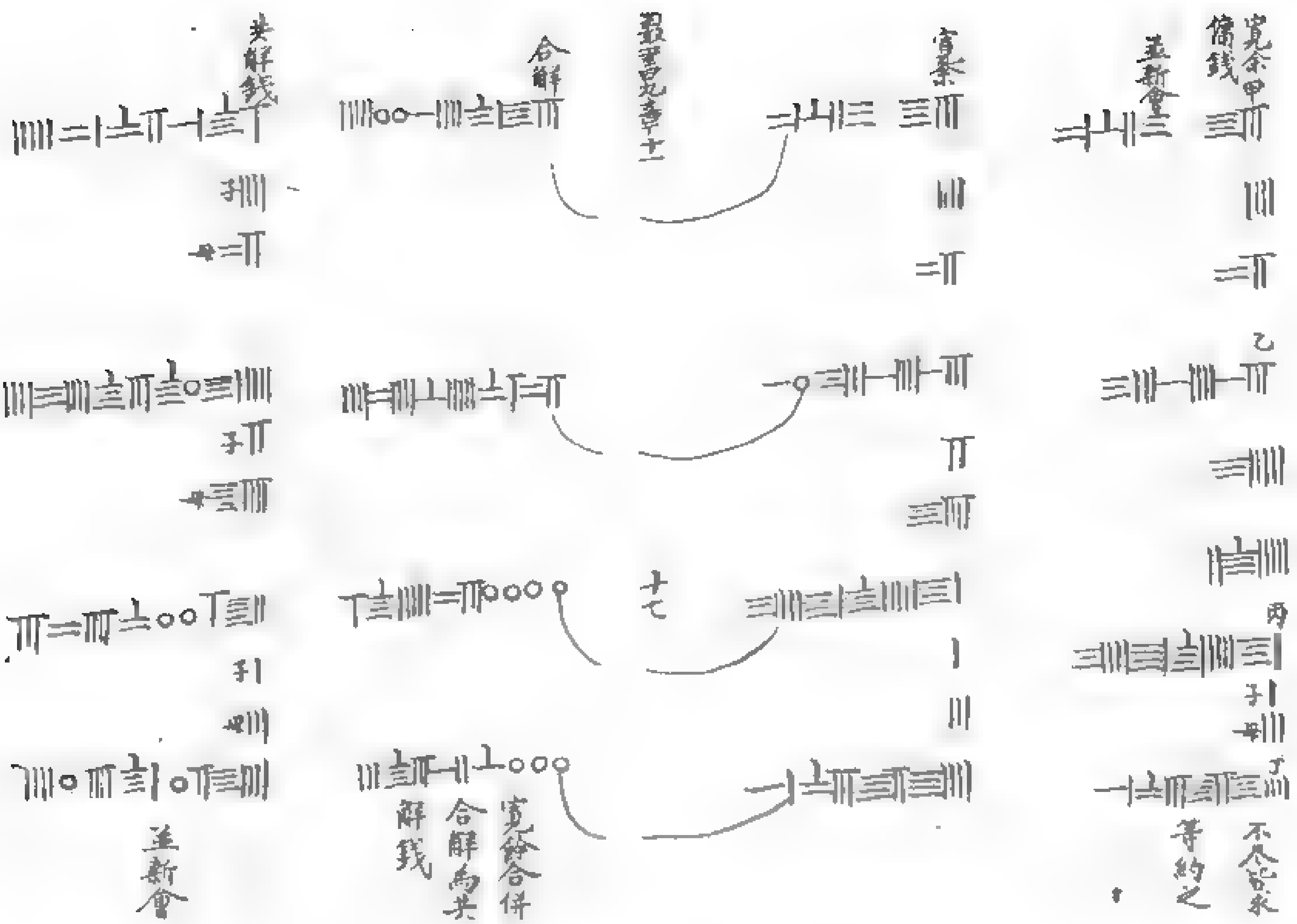


今欲变左行足錢舊會皆爲新會故以五徧乘甲陌五十四得二百七十乙陌五十九得二百九十五

術曰如法而一除至一文乃止



其甲乙有不尽者不滿撥不計儒錢所得各約為新會



○筭回運費

問有江西水運米一十二萬三千四百石元係至鎮江交卸計水程二千一百三十里每石水脚錢一貫二百文十七界會子今截上件米就池州安頓池州至鎮江八百八十里欲收回不該水脚錢幾何

荅曰收回錢六萬一千一百七十八貫五百九十一文

術曰以衆米互易求之置池州至鎮江里數乘水脚錢得數又乘運米為實以元至鎮江水程為法除實得收回錢

草曰置池州至鎮江八百八十里乘每石水脚錢一貫二百一千五十六貫文又乘運米一十二万三千四百石得一億三千三十一萬四百貫文為實以元至鎮江水程二千一百三十里為法除實得六萬一千一百七十八貫五百九十一文為收回錢數

○課羅貴賤

問差人三路和糴據甲浙西平江府石價三十五貫文一百三十五合至鎮江水脚錢每石九百文安吉州石價二十九貫五百文一百一十合至鎮江水脚

錢每石一貫二百文江西隆興府石價二十八貫一
百文一百一十五合至建康水脚錢每石一貫七百
文安吉州石價二十五貫八百五十文二百二十合
至建康水脚錢每石二貫九百文湖廣潭州石價二
十七貫二百文一百一十八合至鄂州水脚錢每石
一貫七百文共錢五十七界官會其米並用文思院
斛交量細數欲皆以官斛計石錢相比貴賤幾何

答曰文思院斛石錢

安吉州二十三貫一百六十四文一十一文之六

平江府二十二貫七十一文二十七分文之二十三

隆興府二十一貫五百七文二十三分文之一十九

潭州二十貫六百七十九文五十九分文之四十四

吉州一十九貫八百八十五文

術曰以粟米互換求之置石價併水脚乘石數又乘
官斗合數爲實各如本州合數而一各得官斛石
錢以課貴賤

草曰置安吉州石價二十九貫五百文平江石價三
十五貫文隆興石價二十八貫一百文吉州石價
二十五貫八百五十文潭州石價二十七貫三百
文列右行次置水脚安吉一貫二百平江九百文
隆興一貫七百文吉州二貫九百文潭州二貫一
百文列左行各對本州石價以兩行數併之得數
安吉三十貫七七百平江三十五貫九百隆興二十
九貫八百潭州二十九貫四百吉州二十八貫七
百五十仍於右行次以文思院官斗八十三合遍
乘之安吉州得二千五百四十八貫一百文平江
府得二千九百七十九貫七百文江西隆興得二
千四百七十三貫四百文湖南潭州得二千四百
四十貫二百文江南吉州得二千三百八十六貫
二百五十文各爲實於右行次以州斗安吉斗一百一

十合平江斗一百三十三合隆興斗一百一十五
合潭州斗一百一十八合吉州斗一百二十合於
左行爲法以對除右行之實安吉得二十三貫一百
六十四文一十一分文之六平江得二十二貫
七十一文二十七分文之二十三隆興得二十一
貫五百七文二十三分文之一十九潭州得二十
貫六百七十九分文之四十四吉州得一十九貫
八百八十五文一十二分文之五相課石價其安
吉州最貴平江次之隆興又次之潭州又次之吉
州最賤

此頁須另錄出○字樣照此大字○○但不必引首書

數書○○章十八卷係贊九章序東魯秦九韶所作而書不著作者姓名豈即九韶所著耶淳祐七年宋理宗年號此書原閣抄本會稽王雲來遠錄得予借錄一過王有志經濟上書修

至九章二字乃王雲來增入

此九字乃石齋書九章二字乃王添入

大明一統志已得旨而禮曹不爲一覆今王已私修俟覆開局也豈非志士乎

萬曆四十四年丙辰孟秋晦日

清常道人琦美記

數書卷十二

魯郡 秦九韶

○圓積量容

問有圓囷米二十五個內有大囷一十二個上徑一丈下徑九尺高一丈二尺一十三個上徑九尺下徑八尺高一丈今出糶斗一隻口方九寸六分底方七寸正深四寸並裡明准尺先令準數造五斗方斛及圓斛各二隻須令二斛口徑正深大小不用各得多少及囷積米幾何

數書九章卷十二

答曰方斛一隻口方六寸四分　底方一尺二寸

深一尺五寸九分二厘

又一隻口方一尺　底方一尺二寸

深一尺一寸四分五厘

圓斛一隻口徑一尺二寸七分　底徑一尺二寸

深一尺一寸一分四厘

又一隻口徑一尺三寸　底徑一尺二寸

深一尺一寸八分五厘

囷米計八千六十七石四升七合四勺一抄八撮

術曰以商功及少廣求之置出斗上下方相乘之又各自乘併之乘深又以五斗乘之為積于上

求方斛先自如意立數為斛深又如意立數為底方置深為從隅以底方乘隅為從方又以底乘從方為減率以減上積餘為實開連枝平方得方斛口方不盡以所得數為基增損求之以口底方相乘又各自乘併之為法除前上積得深餘分收弃之

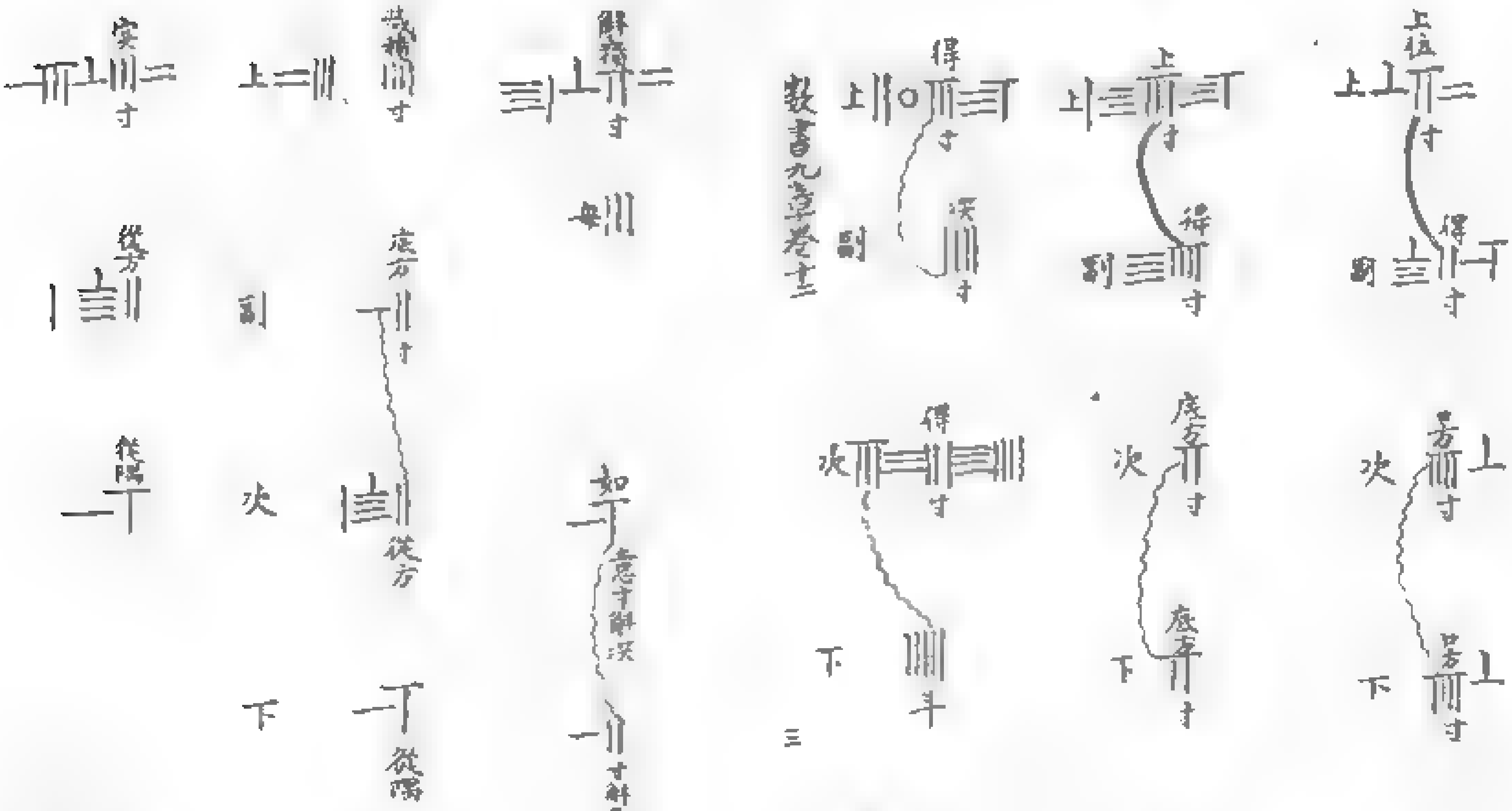
求圓斛置四數以因前積為寄加意立數為斛深別如意立數為底徑以三因深為從隅以底徑乘隅為從方以底徑乘從方為減率以減寄餘為實開連枝平方得口徑不盡以所得為基如意求差以口底徑相乘又各自乘併之為法除寄得深餘分

收弃之

求圓米置各囷上徑下徑相乘又各自乘併之乘高又乘囷數所得之數為積（囷有大小以類併之為共積）如四而一為實以斛法除之得米

出斗為率

中乘下得上



次乘下得　副以併上

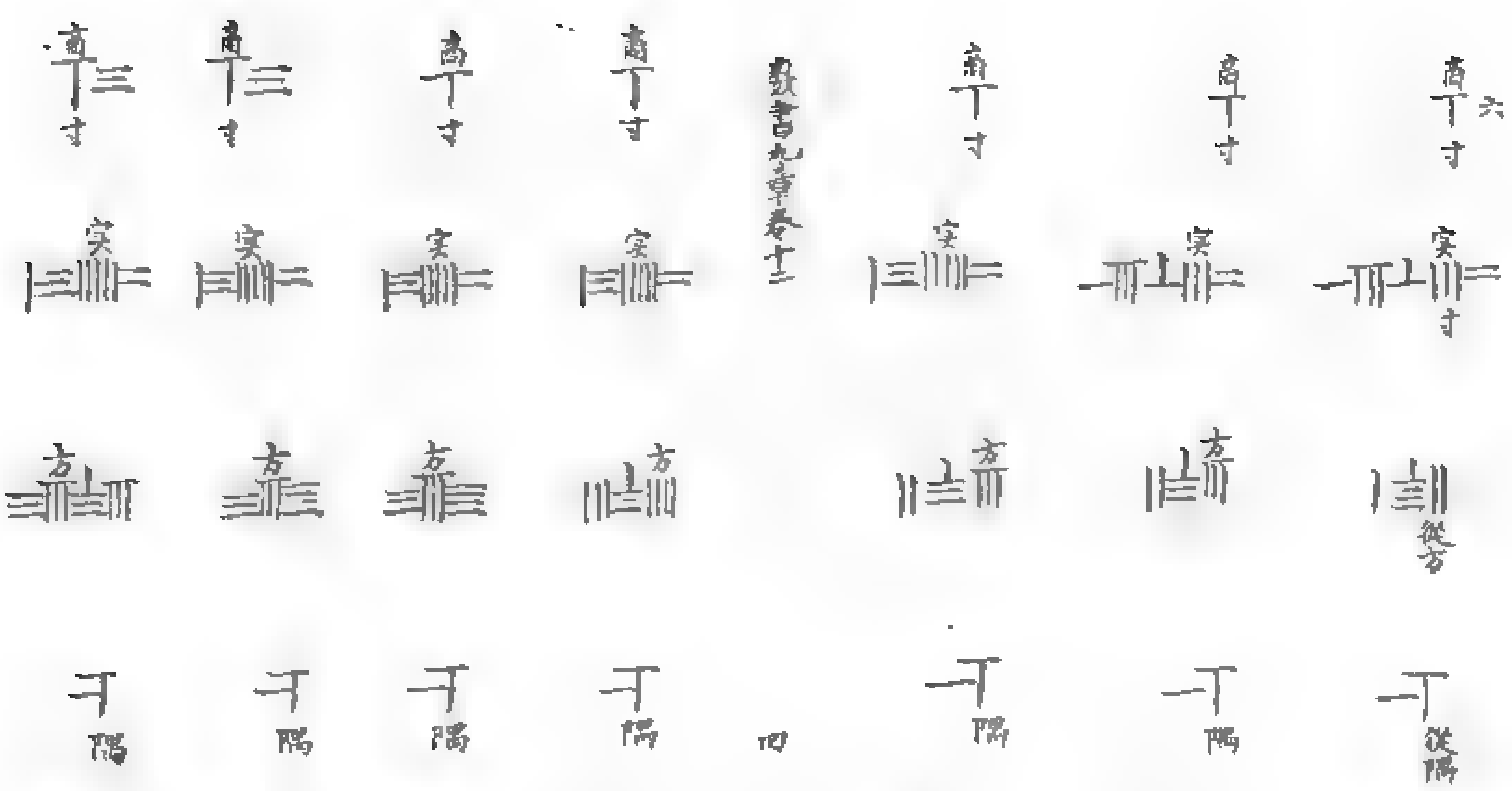
次乘下得　副以併上

上乘副得次　次乘下得解　積三段

如意立　此二數

副乘次上得　之減積數

方隅皆不可　超進乃約實　置商六寸



約實置首商六寸生隅入方

以方命商除實

又以商生隅入方

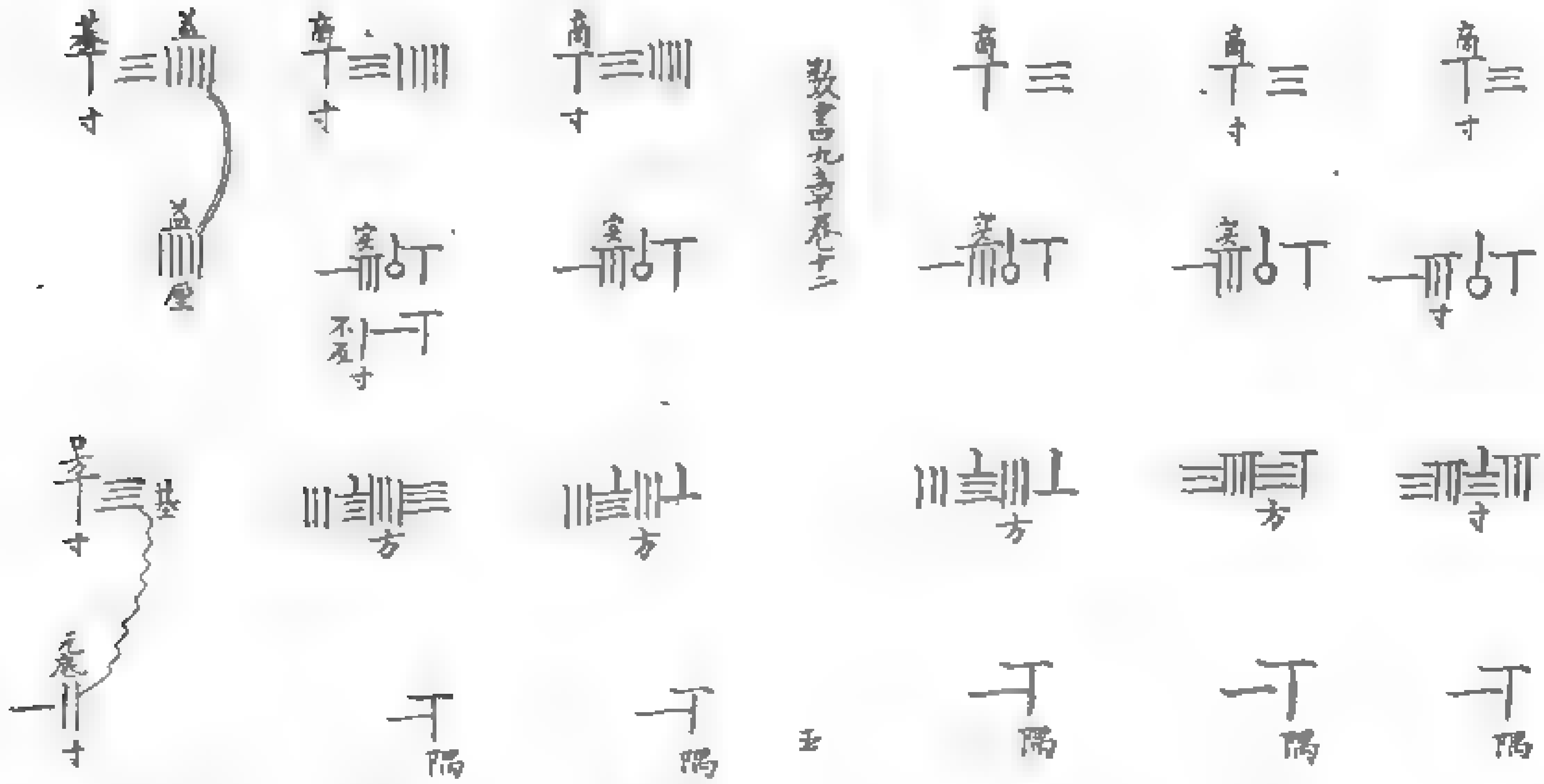
方一退隅再退

約實續商三分

以續商生隅入方

以方命續商除實

數書九章卷十二　四



以續商又生隅入方

方一退隅再退

約實又續商五厘

以續商生隅入方

以續商生隅入方

造解尽無厘又益厘為分基乘底得上

數書九章卷十二　五

數書九章卷十二

斗積圖

上

副

次

下

副次基自乘淂下上下相併淂後圖上數

底方自乘得底方冪

實法如除之得泛深

自基數變至於此除得一尺五寸九厘二厘爲深尚在如意數一十六寸以下改累加口方又求

累加得口方自乘得後圖上口方乘底方得後圖副

上併副得後圖底自乘得後上

六

數書九章卷十二

解深

上

副

次法

上併副得次法

以法除前斗積圖内實得商爲此深

兩等解深

方解一隻

答數

又一隻

答數

求圖斛

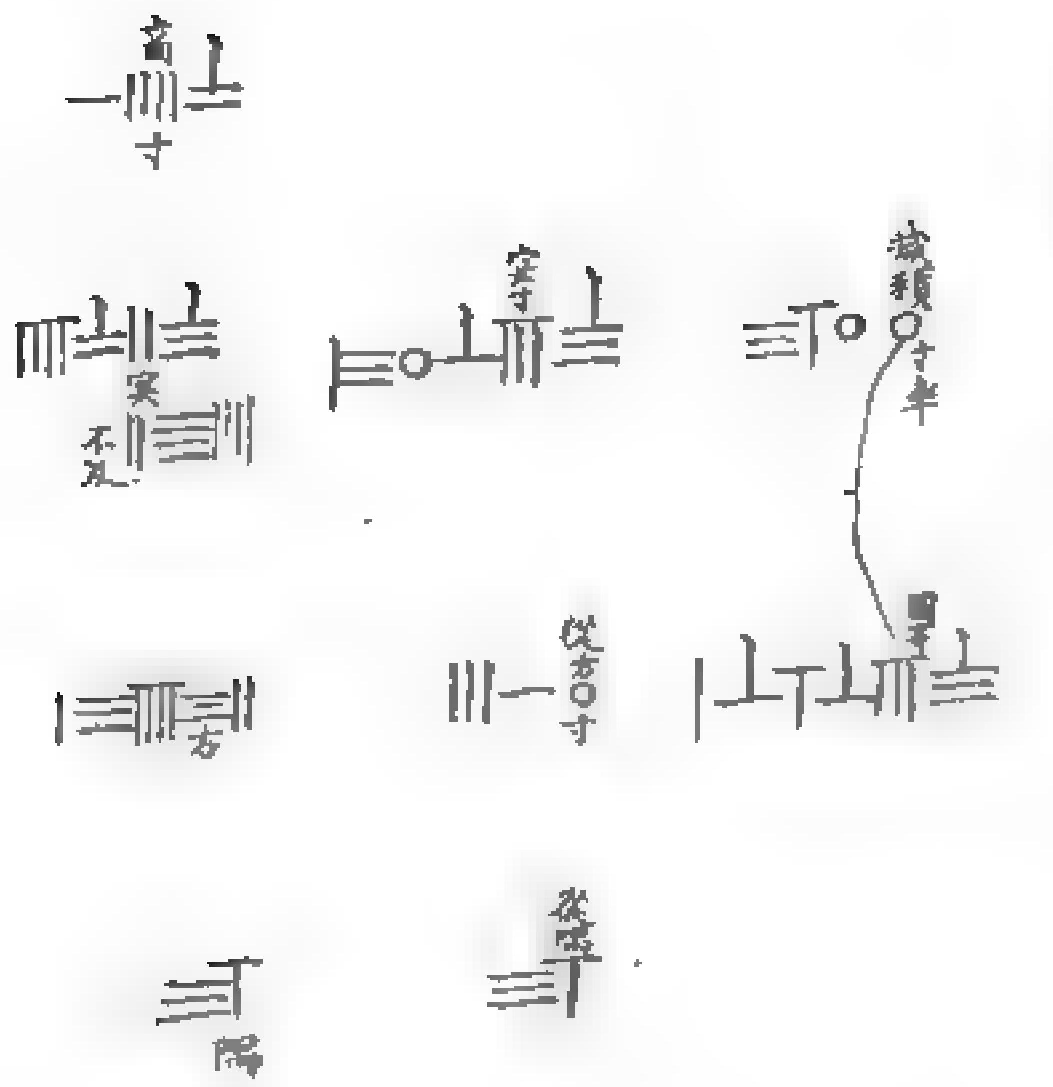
因數乘前積爲寄

七

因率乘如意深為從隅

從隅乘如意底為從方

從方乘底為減積

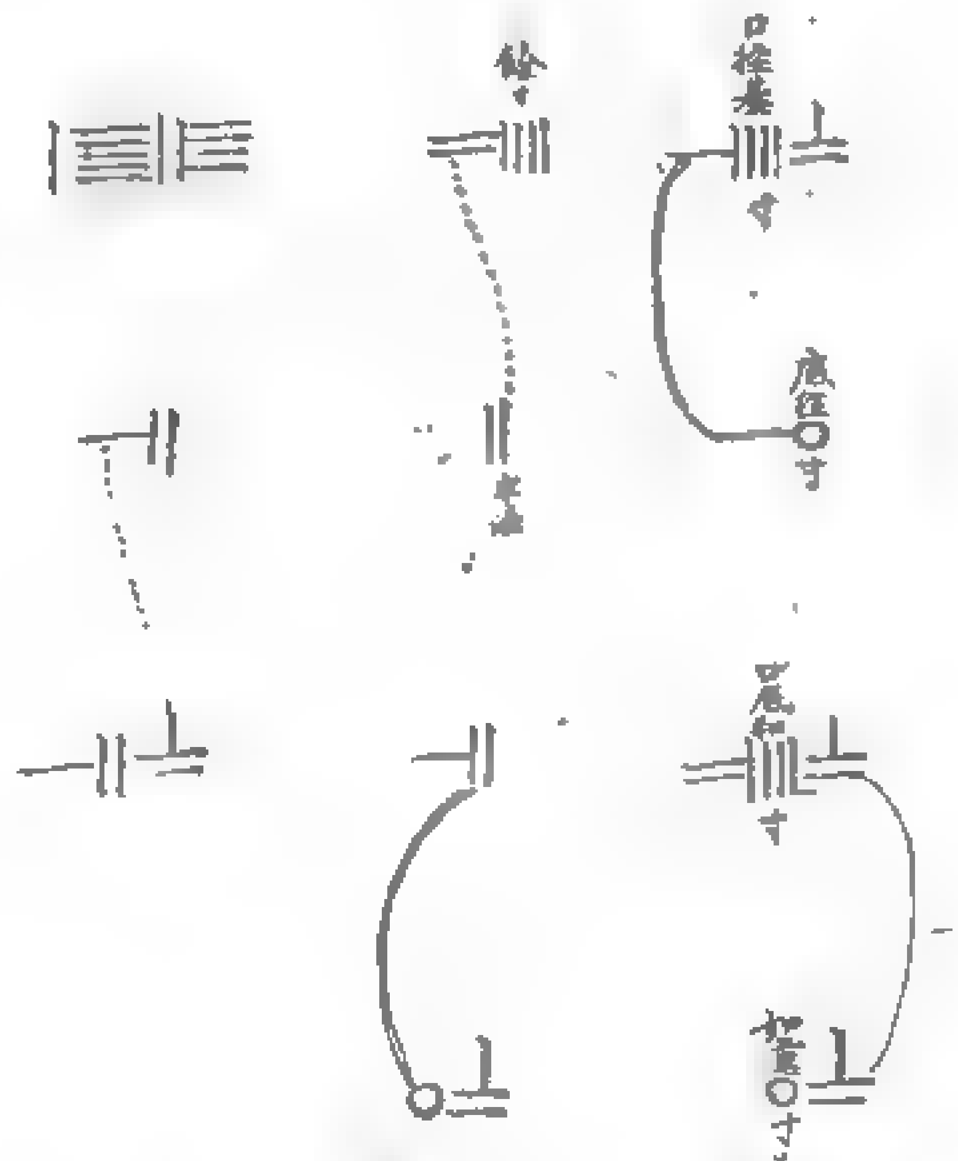


以減積損圓寄

進退開除得商

益不及以就商為基

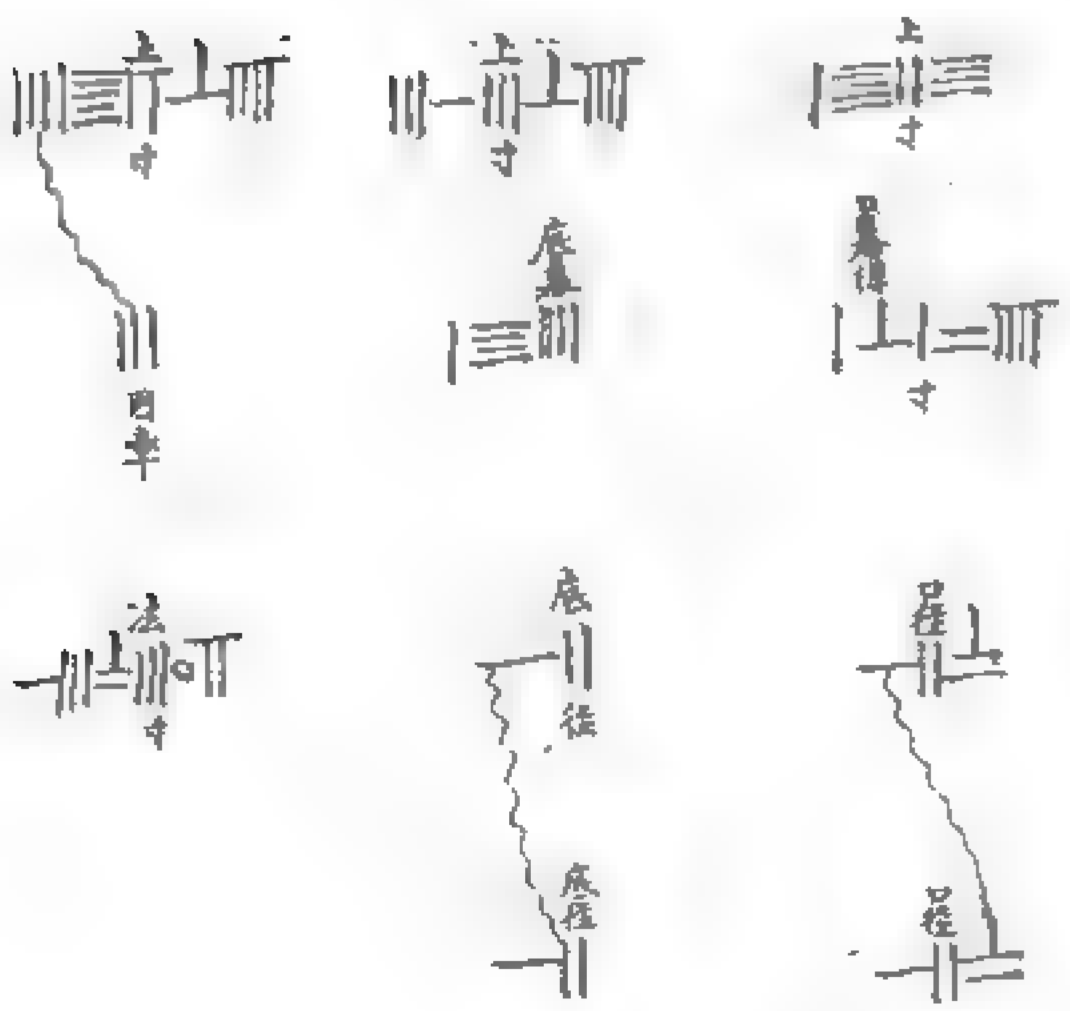
數書九章卷十二



基併底為和如意差減和得餘

半餘為底徑差併底徑為口徑

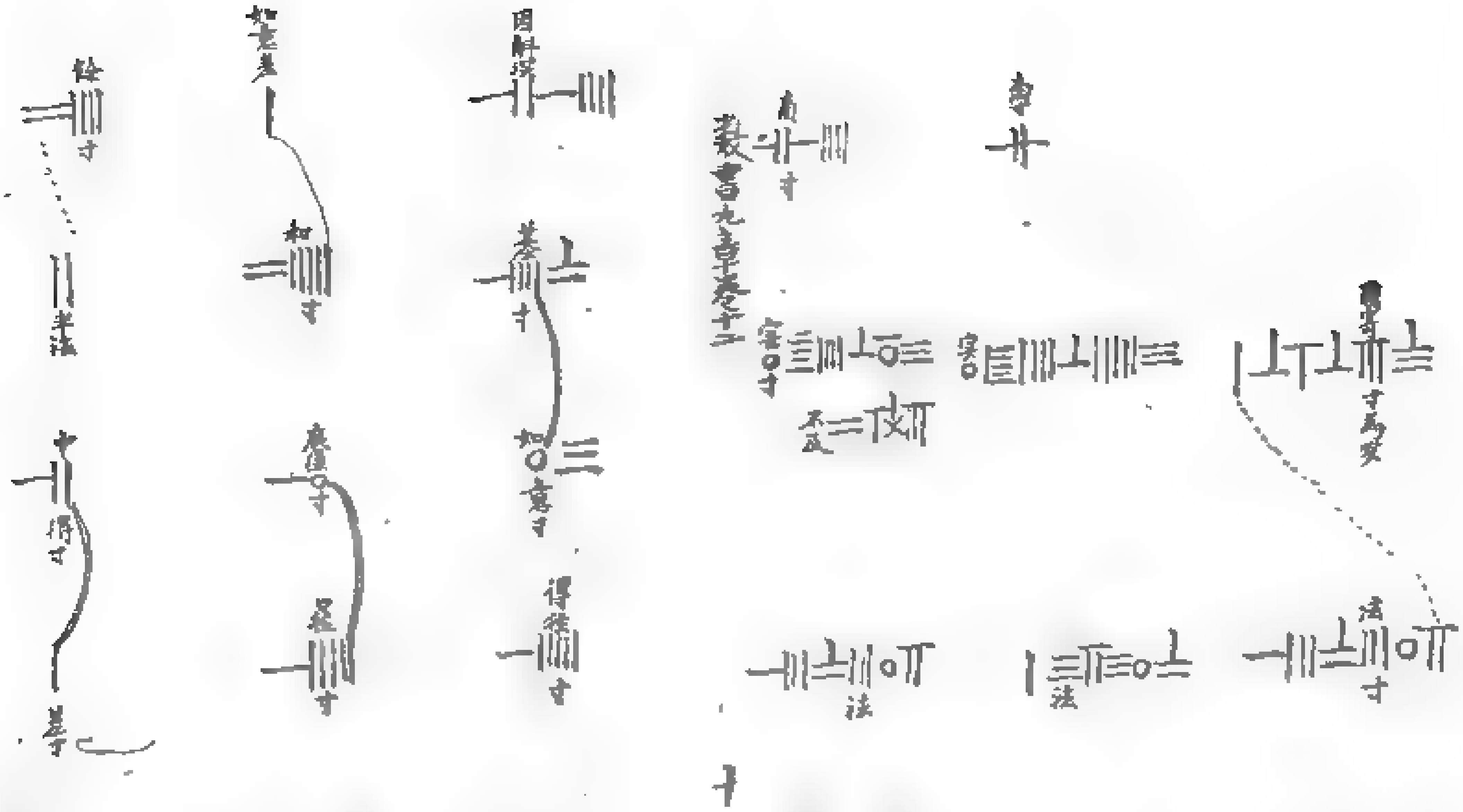
口底相乘得上



口冪併上得後上口徑自乘得口冪

底徑自乘得底冪底冪併上得後上

三因上得法



數書九章卷十二　十

法除實得商

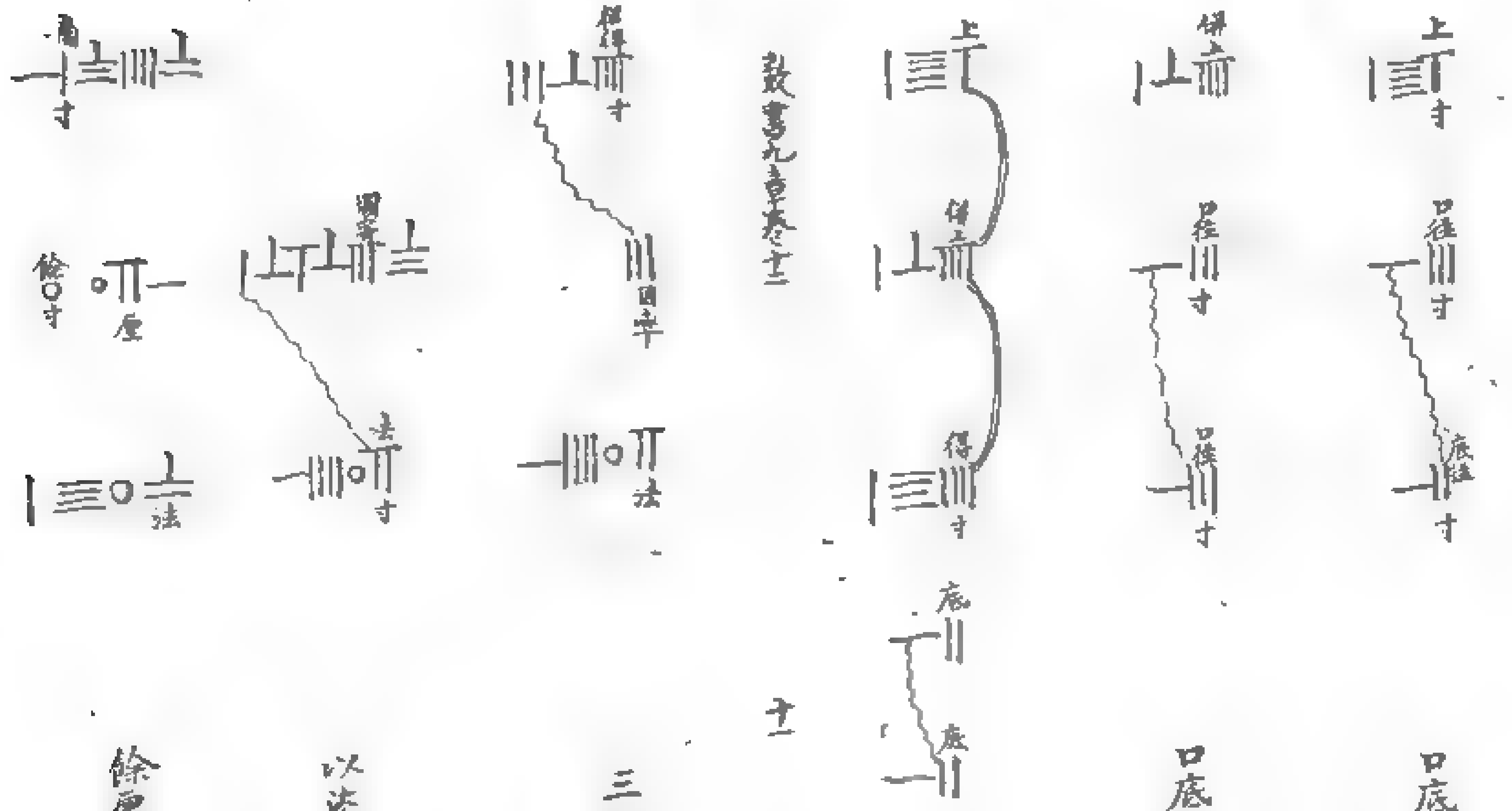
法退續商

實不及收就
續商為斛深

如意益分入
差為口徑

底徑併口徑為和
如意互差損和
得餘

半餘得中以
差併中為口



數書九章卷十二　十一

口底相乘得上

口底自乘得併

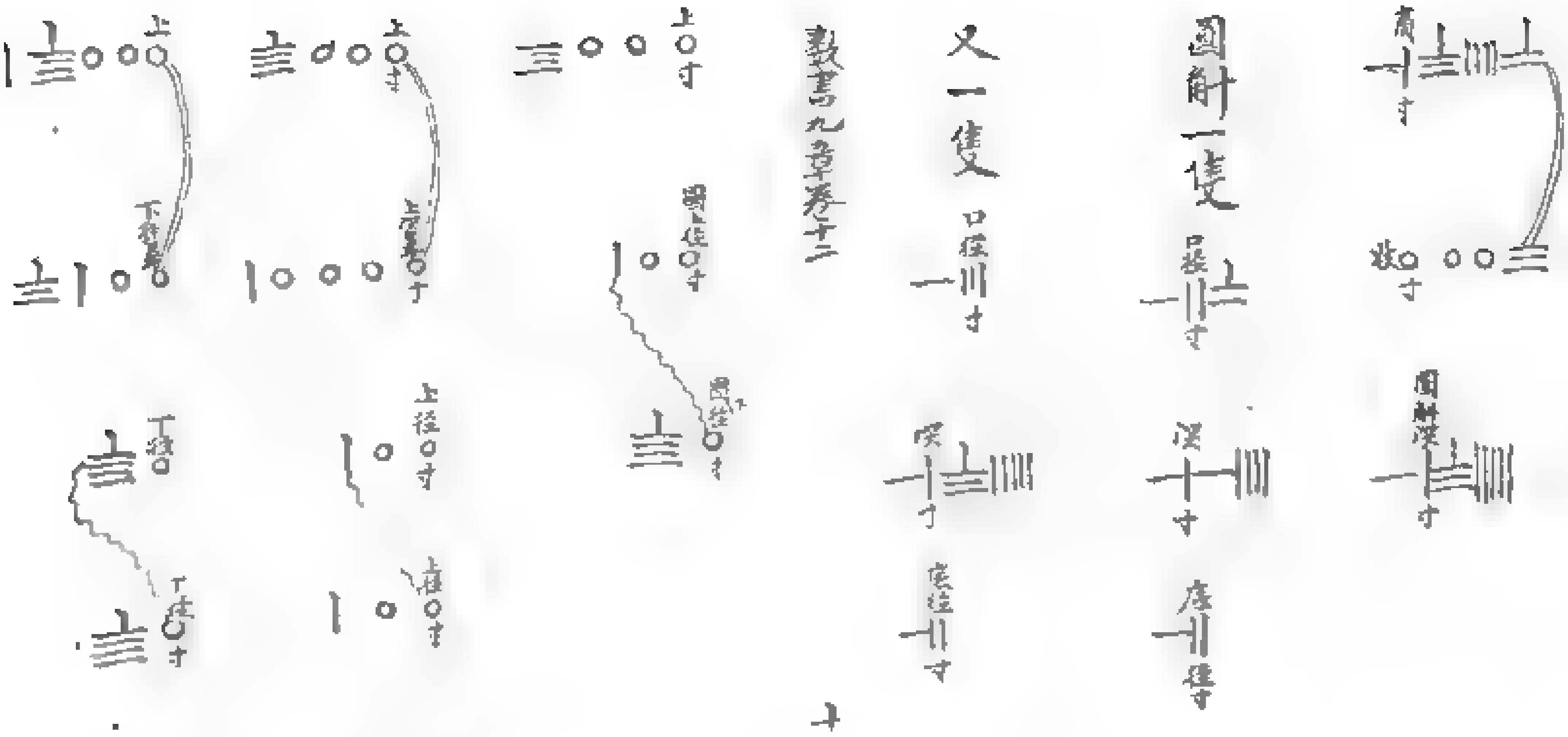
底自乘併上

三因得數為法

以法除實得商

餘厘弃之厘八毫

數書九章卷十二



收餘尾得斛深

圓斛一隻

答數

又一隻

答數

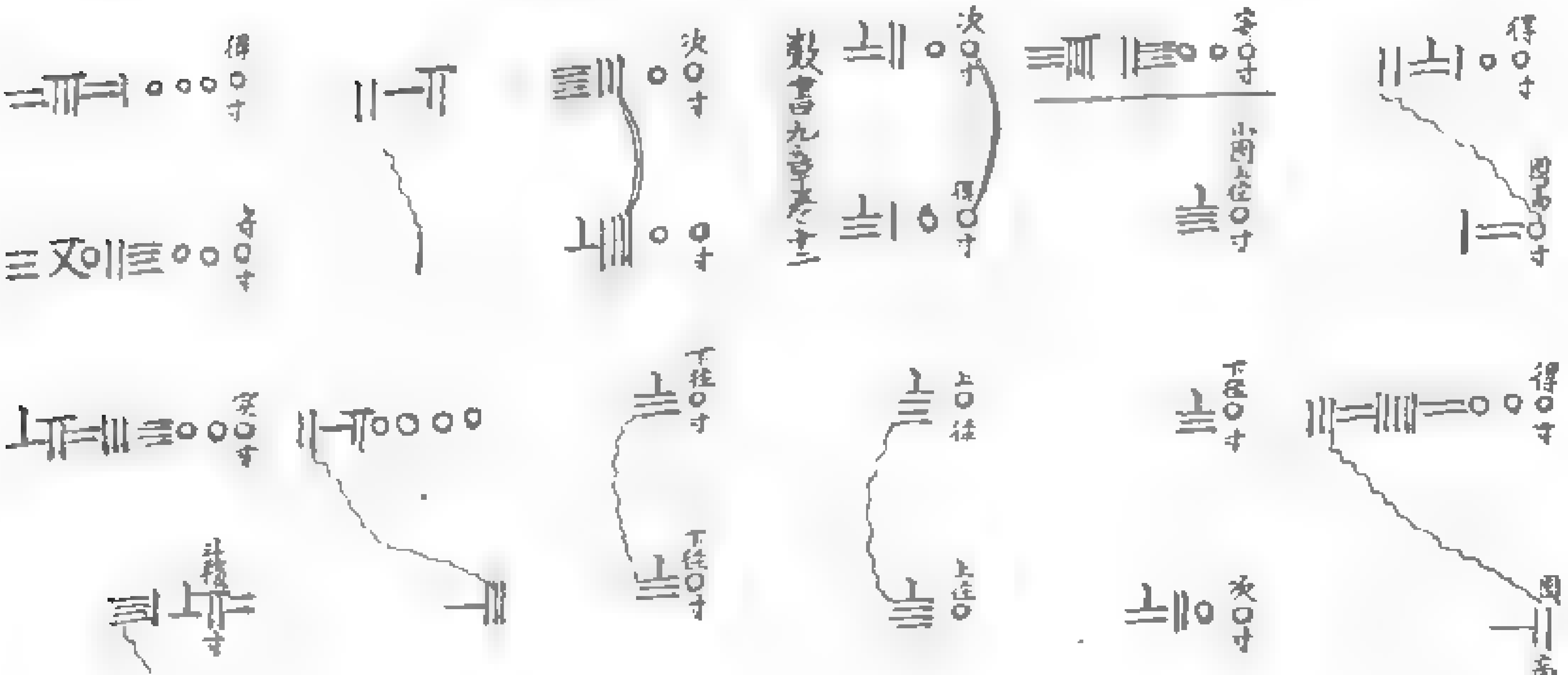
上下徑相乘得後上

上徑自乘爲徑冪併上得後上

下徑自乘爲冪徑併上得後上

十二

數書九章卷十三



上乘圓高得次乘圓數得寄

副乘下徑得次

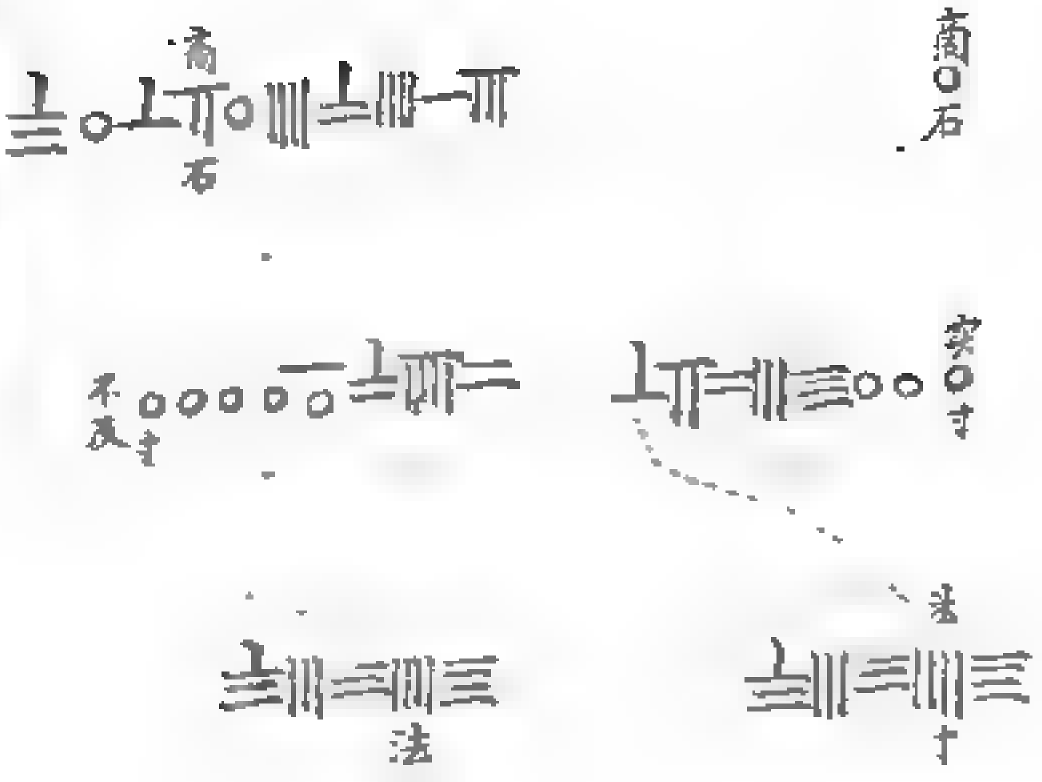
徑自乘得副以副併上得後上

下徑自乘得副併上得後上

以上乘副得次乘下得後上

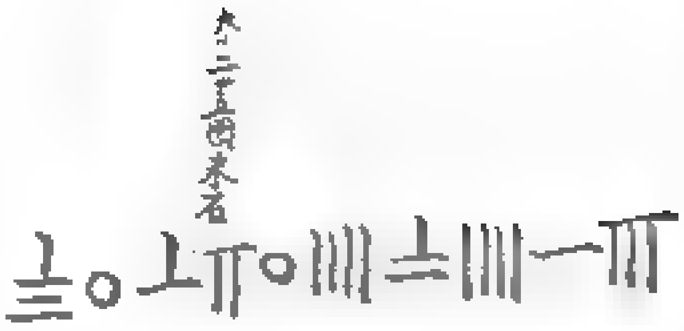
上併寄爲實二因年積爲法

十三



法除實得商

其商即為所求



方圓四斛容

同得此数

草曰置出糶斗口方九寸六分與底方七寸相乘得
六十七寸二分於上又於口方九寸六分自乘之

得九十二寸一分六厘加上又以底方七寸自乘
得四十九寸又加上共得二百八寸三分六厘乘
深四寸得八百三十三寸四分四厘又以五斗乘
之得四千一百六十七寸二分為三段斛積於上
求方斛如意立一尺六寸為斛深又如意立一尺二
寸為斛底以深一十六寸為從隅以底一十二寸
乘隅得一百九十二寸為從方又以底一十二寸
乘從方一百九十二寸得二千三百四寸為減積
以減上積四千一百六十七寸二分餘一千八百
六十三寸二分為實開連枝平方得六寸三分五

厘為基其積不及一寸一分六厘係有畸數其基
數為未可用須合積益基數令益作六寸四分以
口方以元立一尺二寸為底方以口方乘底方得
七十六寸八分於上又以口方六寸四分自乘得
四十寸九分六厘又以底方一十二寸自乘得一
百四十四寸併以加上共得二百六十一寸七分
六厘為法以除前積四千一百六十七寸二分得
一尺五寸九分二厘為方斛深其積不及一厘九
毫二絲收為閏又累增至一十寸為口方仍以一
十二寸為底方乃以口方一十寸乘底方一十二

寸得一百二十寸於上又以口方自乘得一百寸加上又以底方自乘得一百四十四寸又加上共得三百六十四寸為法亦除前实積四千一百六十七寸一分得一十一寸四分五厘為方斛深其積不及六分收為閏此是求出兩等斛数在人擇兩用之

求圓斛置四數以因前積四千一百六十七寸二分得一萬六千六百六十八寸八分為寄如意立一尺二寸為圓斛深又如意立一又為底徑以三因深得三十六寸為從隅以底一十寸乘隅得三百

六十寸為從隅方又以底一十寸乘從方得三千六百寸為減率以減寄一萬六千六百六十八寸八分餘一萬三千六十八寸八分為实開連枝平方得一尺四寸七分為基其实不及二寸四分四厘收回閏次以元立底徑一尺併基一尺四寸七分得二尺四寸七分只減七分為差以除二尺四寸以半之得一尺二寸為底徑以差七分併底徑得一尺二寸無分為口徑始以口徑一尺二寸七分底徑一尺二寸得一百五十二寸四分于上次以口徑自乘得一百六十一寸二分九厘加上又以

底徑自乘得一百四十四寸又加上共得四百五十七寸六分九厘以三因之得一千三百七十三寸七厘為法除前圓寄一萬六千六百六十八寸八分得一尺二寸一分四厘為圓斛正深其实不及二毫六忽九絲八微收為閏又以基一尺四寸七分增三分得一尺五寸併底徑一尺得二尺五寸減一寸為差餘二尺四寸以半之得一尺二寸為底徑以差一寸併底徑一尺二寸得一尺三寸為口徑始以口徑一十三寸乘底徑一尺二寸得一百五十六寸於上又以口徑一十三寸自乘得

一百六十九寸加上又以底徑一十二寸自乘得一百四十四寸又加上共得四百六十九寸以三因之得一千四百七寸為法除前圓寄一萬六千六百六十八寸八分得一尺一寸八分四厘七毫為圓斛深寄餘七厘一毫都收深七毫作一厘通得一尺一寸八分五厘為圓斛深此是求出兩等圓斛在人擇而用

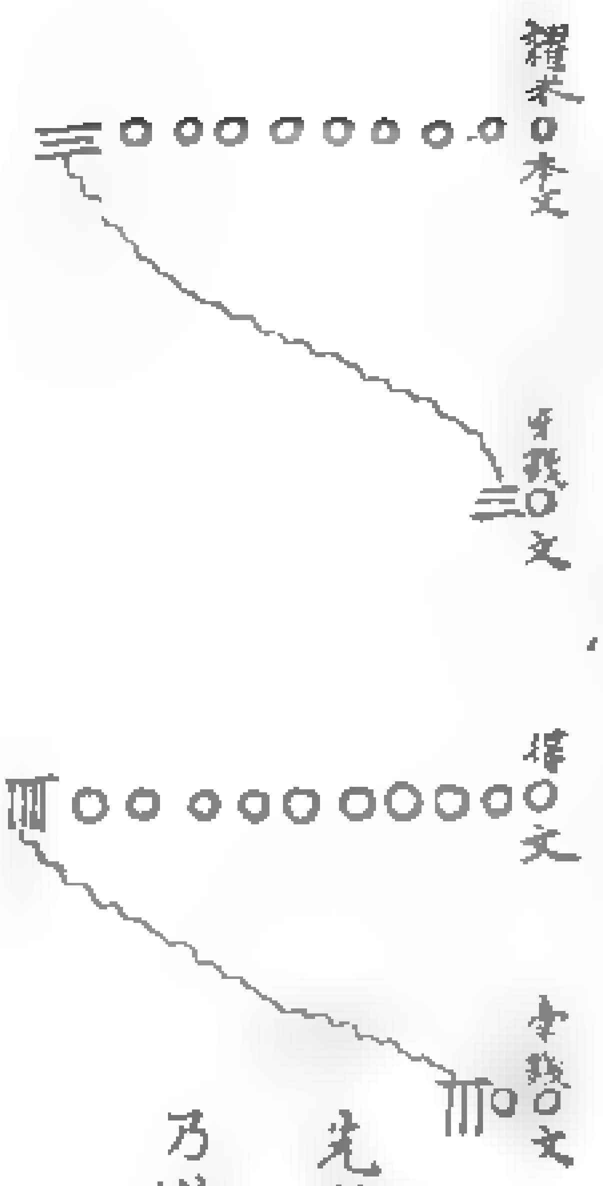
求圓米置大圓上徑一丈通為百寸乘下徑九十寸得九千寸上又以上徑自乘得一萬寸加上又以下徑九十寸自乘得八千一百寸加上共得二萬

七千一百寸乘高一百二十寸得三百二十五萬
二千寸又乘大圍一十二個得五千九百二萬四
千寸爲寄次置小圍上往九十寸下往八十寸相
乘得七千二百寸於次又上往自乘得八千一百
加次又下往自乘得六千四百寸加次共得二萬
一千七百寸又乘高一百寸得二百一十七萬寸
又乘小圍一十三個得二千八百二十一萬寸併
寄共得六千七百二十三萬四千寸爲实倍前斗
積四千一百六十七寸二分爲法除之得八千六
十七石四升七合四勺一抄八撮

○積倉知數
問和糴米運借倉椎頓計五十敖每敖濶一丈五尺
深三丈米高一丈二尺又借寺屋四十間内二十五
間濶六丈一尺深二丈五尺米高一丈内一十五間
各濶一丈三尺深三丈米高一丈二尺欲知寺屋及
倉容米共計幾何
答曰共計米一十六萬八千八十石
倉五十敖米一十萬八千石
寺屋四十間米五萬八千八十石
術曰商功求之置敖并屋深濶米高相乘併之爲实
如斛法而一
草曰先以敖深三丈通爲三十尺乘濶一十五尺得
四百五十尺又乘高一十二尺得五千四百尺以
乘爲十敖得二十七萬尺爲实以斛法二尺五寸
除之得一十萬八千石爲倉五十敖共容米次置
寺屋深二十五尺乘得一十二尺得三百尺又乘
米高一十尺得三千尺以二十五間乘之得七萬
五千尺於上次置深三十尺乘濶一十三尺得三
百九十尺又乘米高一十二尺得四千六百八十
尺以乘一十五間得七萬二百尺加上共得一十

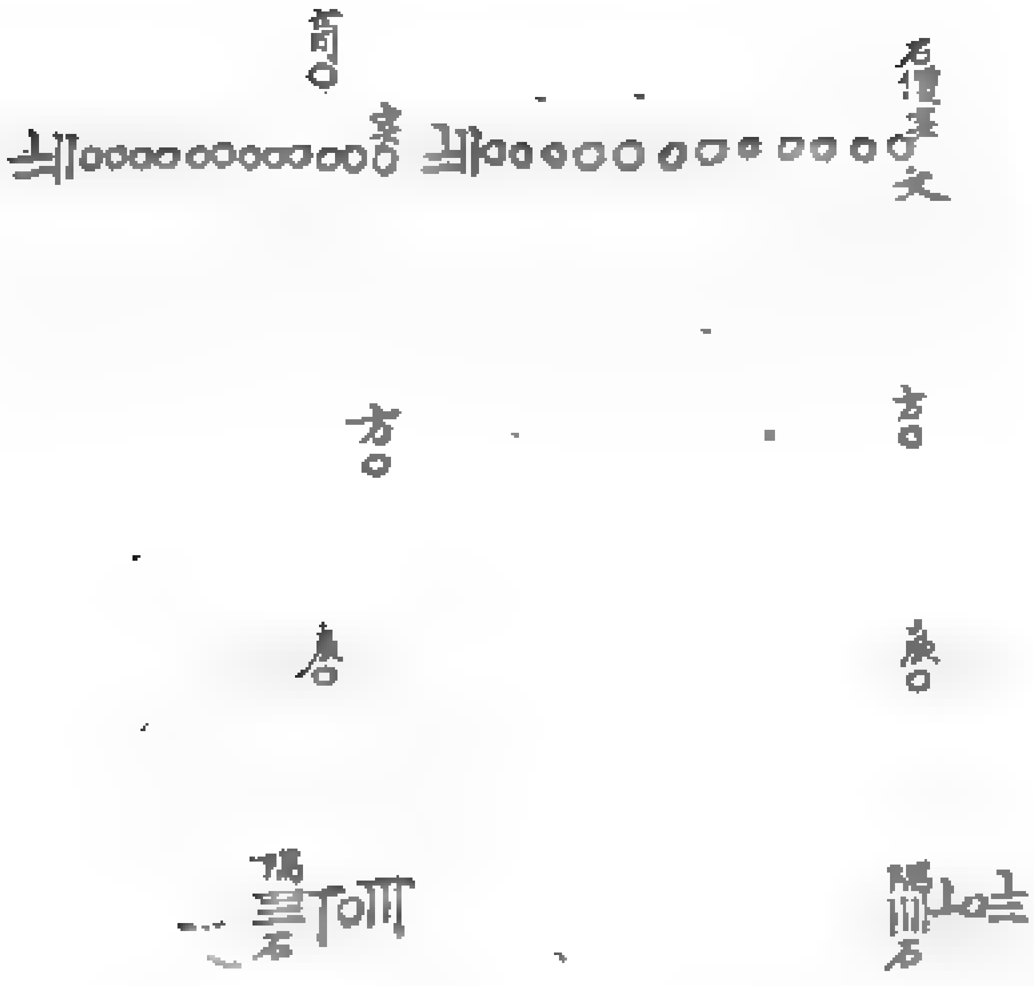
四萬五千二百尺爲寄斛法二尺五寸除之得四
萬二千八十石爲寺屋四十間共容米以併敖米
共得一十六萬八千八十石爲共和糴到米
○推知糴數
問和糴三百萬數求甲石數間每石牙錢三百糴場
量米折支牙人所得每石出牽錢八百牙人量米四
碩六斗八合折與牽頭欲知米數石價牙錢牙米牽
錢各幾何
答曰糴到米一十二萬碩
碩價二十五貫文

牙錢三千六百貫文　折米一百四十四碩
牽錢一百一十五貫二百文



先以上乘副得次
乃以次乘下得實

前圖牙錢牽錢皆
係石率所乘糴本
為石價之實今以
牽米為立方隅當
以四石自文下超步



隅超二位
商約得十

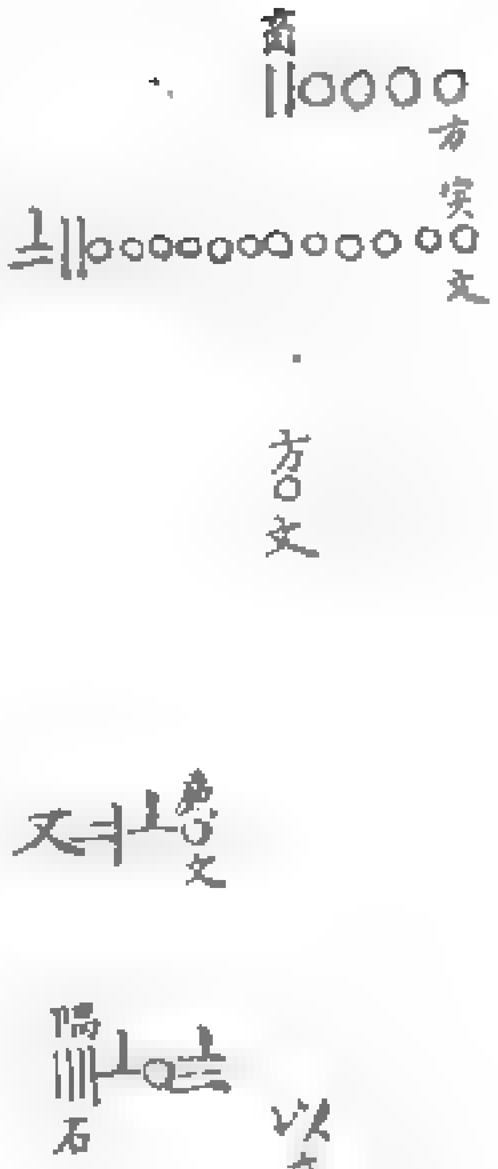
數書九章卷十二

隅再超二
商約得百

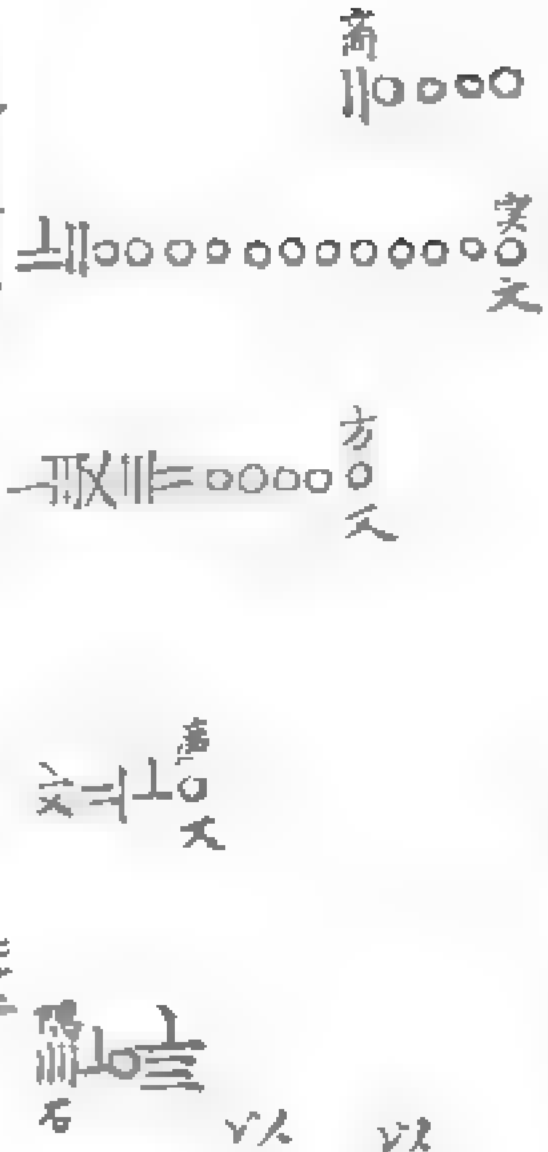
隅又超二
商約得實

隅復超二
商約十貫

隅不可超
商定廿貫



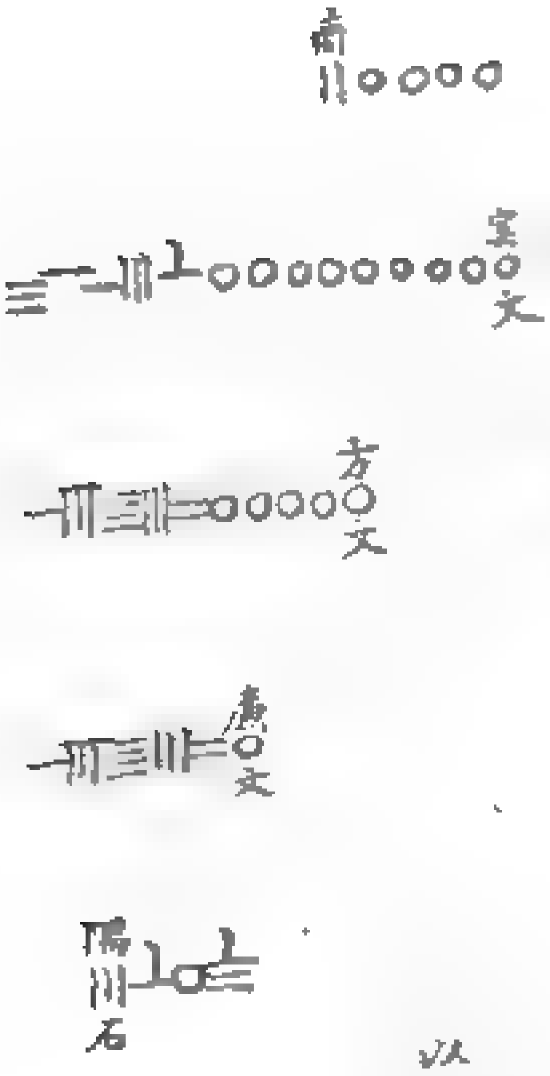
以商生隅得廉



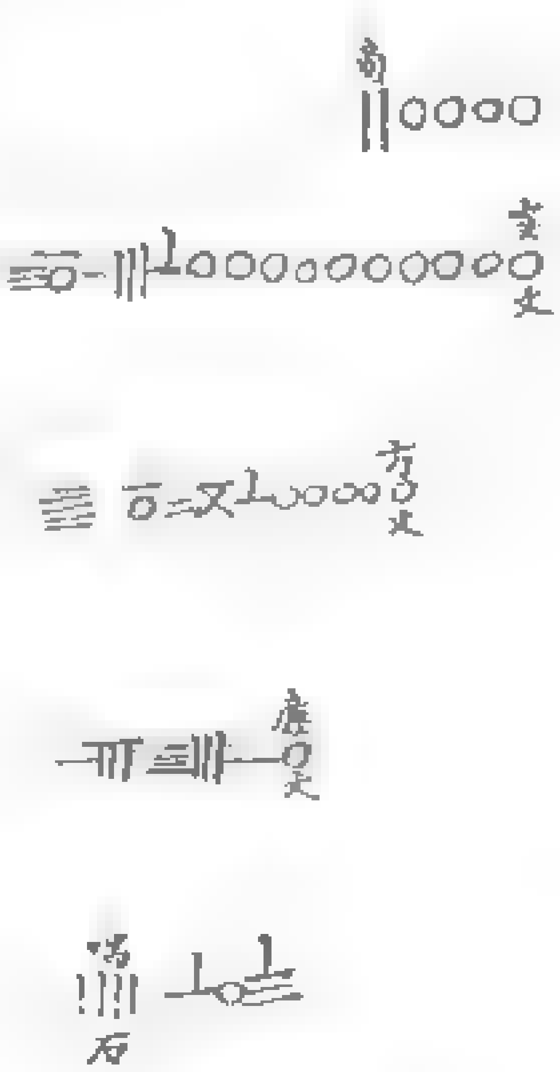
以商生廉得方

以方命商除實

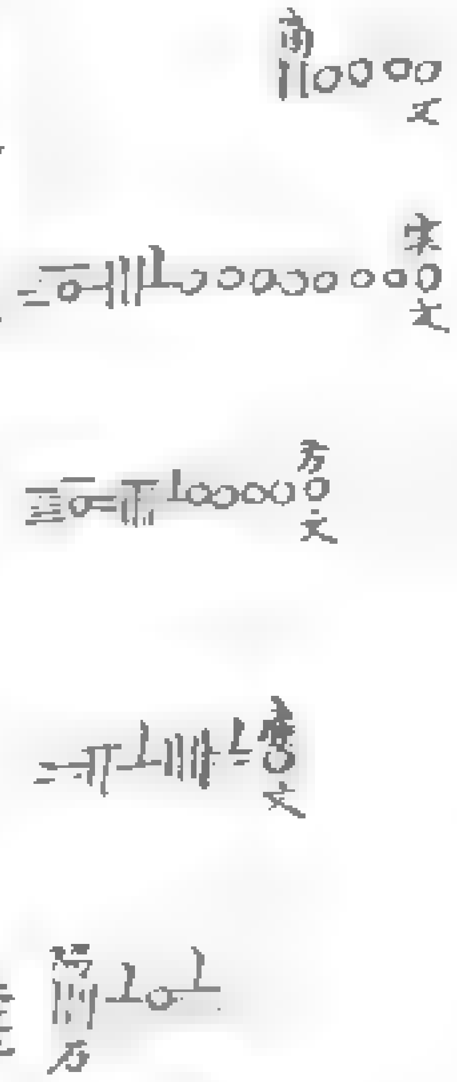
以商生隅入廉



以商生廉入方

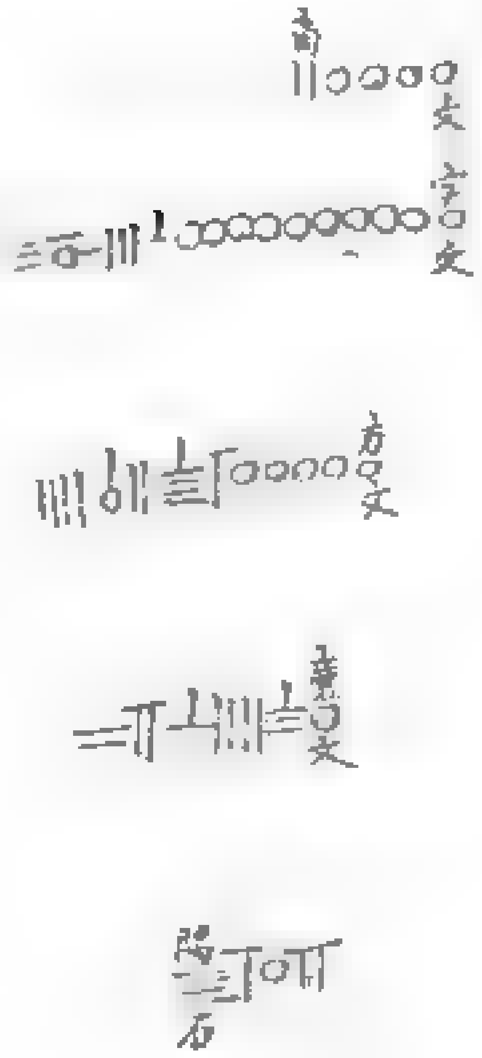


以商隅續入廉

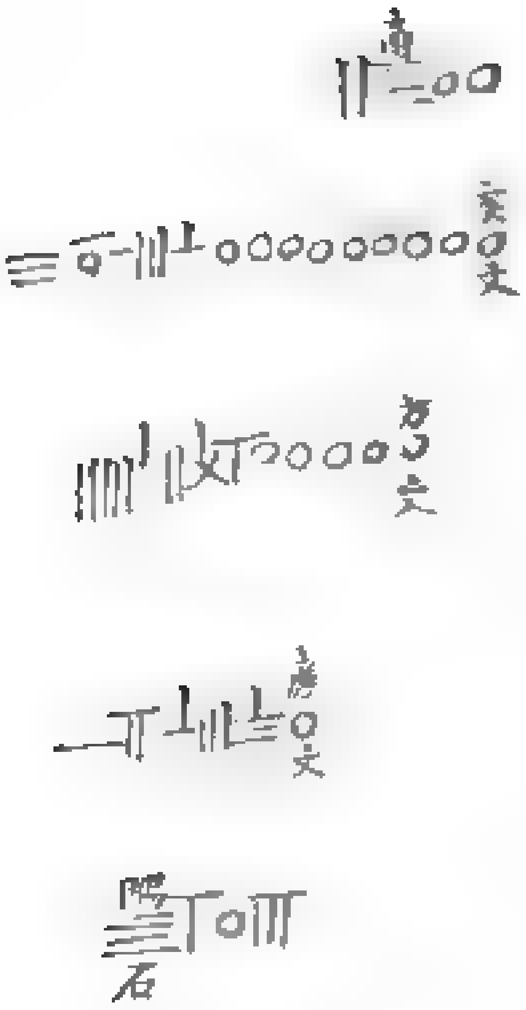


方一退廉再退

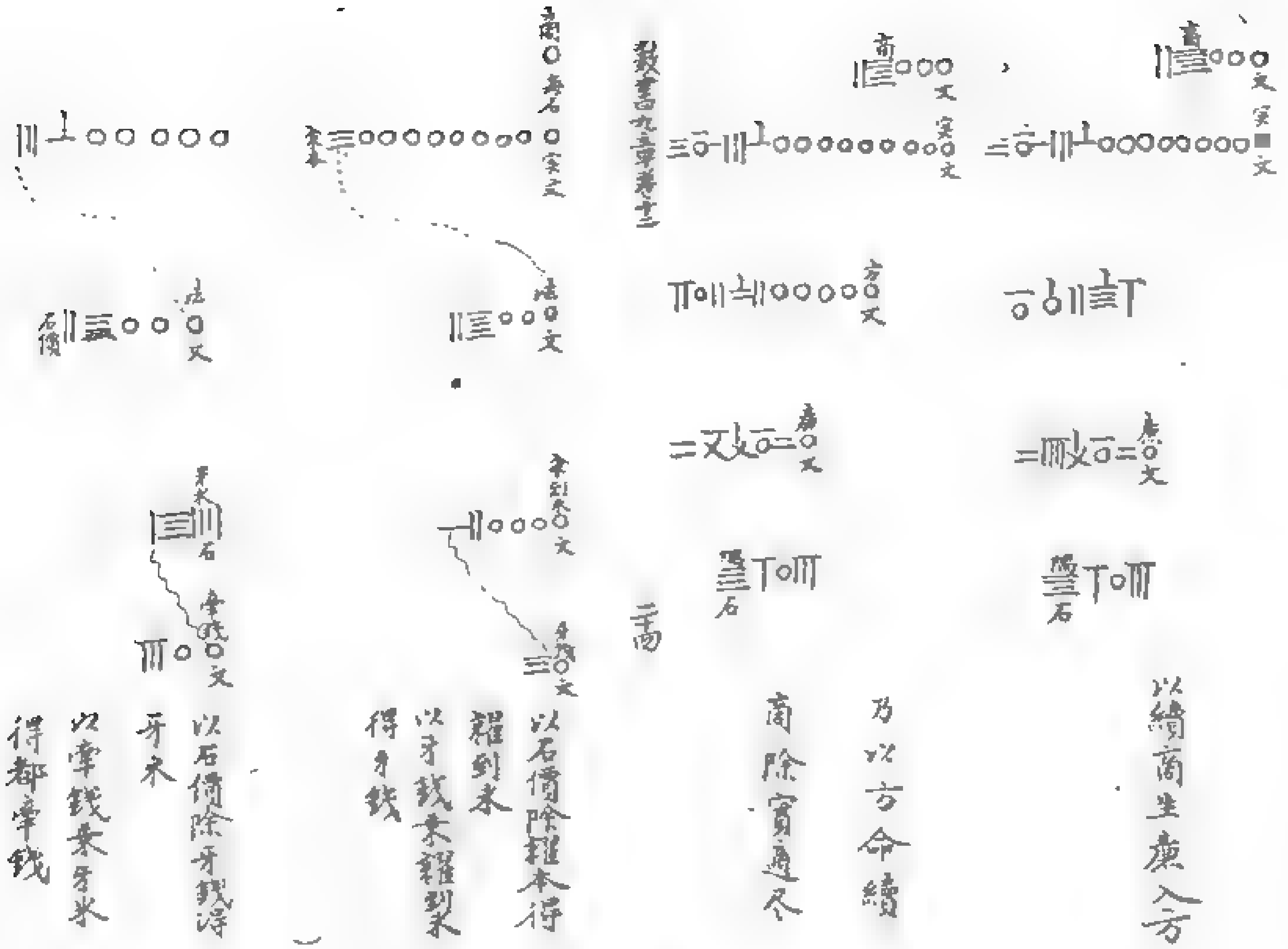
隅三退



約實續商五貫



以續商生隅入廉



以石價得除都率錢得率米見問

術曰以商功求之率變入之置糴本牙錢率錢相乘爲實以率米爲隅開連枝立方得石價以價除本得糴到米以牙錢乘米得總牙錢以價除之得牙米以率錢乘牙米得共率錢

草曰置糴本三百萬貫乘牙錢三十文得九千萬貫又乘率錢八百文得七百二十億萬貫爲價實置

率米四石六斗八合於實數零文之下爲立方從隅超步、法常超二位每超一度商進之令隅凡超四度當於實上約定首商二十萬乃以商生隅四石六斗八合得九十二貫一百六十文乃以爲廉又以商生廉得一百八十四萬三千二百貫爲方乃以方命上商二十貫除實訖實餘三百五十一億三千六百萬貫復以商生隅四石六斗四合入廉得一百八十四貫三百二十文又以商生廉加入方內得五百五十二萬九千六百貫爲方法復以商又生隅四石六斗八合加入廉得二百七

十六貫四百八十文為廉法共方法一退廉法二
退從隅三退乃於首商之次約實續商五貫以續
商生隅四石六斗八合入廉得二百九十九貫五
百二十文又以續商生廉入方得七百二萬七千
二百貫乃命續商五貫除實適盡所得二十五貫
為每石米價以為法以糴本三百萬貫為實如法
而一得一十二萬石為糴到米數以米數乘牙錢
三十得三千六百貫為牙錢以石價二十五貫除
牙錢三千六百貫文得一百四十四石為糴場量
米折牙錢以牽錢八十乘牙米一百四十四石得

一十一貫五百二十文為牽頭得牙人所與牽錢
之數令乃以石價二十五貫文約牽錢一十一貫
五百二十文得四斗六升八勺為牽米折錢合問

○分定綱解

問州郡合解諸司窠名錢戶部九十六萬五千四百
二十一貫文總所六十四萬三千六百一十四貫文
運司一萬六千九十貫三百五十文令諸窠名先催
到九千二百五十三貫六百二十文欲照元額分數
均定樁收候解合各幾何

答曰戶部五千四百九十七貫二百文
總所三千六百六十四貫八百文
運司九十一貫六百二十文

術曰以衰分求之置諸元率(可約約之)副併為法以催到
錢乘未併者各為實實如法而一

草曰列戶部九十六萬五千四百二十一貫總所六
十四萬三千六百一十四貫運司一萬六千九十
貫三百五十文各為元率令元率可約求等得一
萬六千九十貫三百五十為等數俱約之戶部得
六十總所得四十運司得一各為率副併得一百
一為法以催到錢九千二百五十三貫六百二十

文乘未併數六十四十及一畢得五十五萬五千
一百一十七貫二百文為戶部之實三十七萬一
百四十四貫八百文為總所之實九千二百五十
三貫六百二十文為運司之實三實皆如法一百
一而一其戶部得五千四百九十七貫二百文總
所得三千六百六十四貫八百文運司得九十一
貫六百二十各為候解錢

○累收庫本

問有庫本錢五十萬貫月息六厘半令今事每月
帶本納息共還一十萬欲知幾何月而納足

答曰本息納足共七個月
末後一月錢二萬四千七百六貫二百七十九
文三分四厘八毫四絲六忽七微七沙三莽一
粒二清五煙
術曰以盈朒変法求之置元本以息数進位累歸本
位毎出共納累得月数以末後不及數爲足月錢
數
草曰置本五十萬貫以六厘五毫乘入本共内得五
十三萬二千五百文内減初月一十萬貫餘四十
三萬二千五百貫又以六厘五毫乘之得四十六

萬六百一十二貫五百文又以減次月一十萬貫
餘三十六萬六百一十二貫五百文又以六厘五
毫乘之得三十

米一千三百六十四石八斗九升七合六勺
穀一百六十九石一斗二合三勺
合折米八十四石五斗一合二勺
元米折米共計四十三億四千八百三十四萬
六千七百九粒
術曰以粟米求之衰分入之置様米粒数爲法以帯
穀顆数減之餘與穀爲列衰可約約之以共米粟列衰

爲各实实如法而一各得米数穀数置穀数以粟
率折之爲穀所折米次以勺率通粟求數折米得
粒数
草曰置一捻様粒数二百五十四爲法以帯穀二十
二顆爲穀衰以減法餘二百二十六爲米衰此二
衰與法皆可約求等得二俱以二約之法得一百
二十七米衰得一百一十三穀衰得一十一以共
米一千五百三十四石通乘二衰得一十七萬三
千三百四十二石爲米实得二萬一千四百七十
六石爲穀实皆如法一百二十七而一米得一千

三石六十四石八斗九升七合六勺一百二十七
分勺之四十八穀得一百六十九石一斗二合三
勺一百二十七分勺之七十九以粟率五十折之
得八十四石五斗五升一合二勺一百二十七分
勺之七十六爲穀折納米数併二米得一千四百
四十九石四斗四升八合八勺一百二十七分勺
之一百二十四先通分納子得一十八萬四千八十
石一升以勺率三百粒乘子得五千五百二十二億
四千三萬粒爲实以母一百二十八萬四千五十
二貫三百一十三文五分又減第三月錢一十萬

貫餘二十八萬四千五十二貫三百一十二文五分又以六厘五毫衆之得三十萬二千五百一十五絲內減第四月錢一十萬貫餘二十二千五百一十五貫七百一十二文八分一厘二毫五絲又以六厘五毫衆之得二十一萬五千六百七十九貫二百三十九文一分四厘五毫三絲一忽二微五塵內減第五月錢一十萬貫余一十一萬五千六百七十九貫二百三十四文一分四厘五毫三絲一忽二微五塵又以六厘五毫衆之得一十二萬三千一百九十八貫三百八十四文三分六厘

四毫七絲五忽七微八塵一沙二渺五莽減第六月錢一十萬貫餘二萬三千一百九十八貫三百八十四文三分六厘四毫七絲五忽七微八塵一沙二渺五莽又以六厘五毫衆之得二萬四千七百六貫二百七十九文三分四厘八毫四絲六忽七微無塵七沙無渺三莽一輕二清五烟為第七月納足本息晦錢

○米穀粒分

問開倉受納有甲户米一千五百三十四石到廊驗得米內夾穀乃于樣內取米一捻數計二百五十四粒內有穀二十八顆凡粒米率每勺三百今欲知米內雜谷多少以折米數科責及幾粒各幾何

答曰七除之得四十三億四千八百三十四萬六千七百九粒不及五十七弃之合問

參起樣書有 第一千五百五十 八百四十五石 四千除之得四十二 二三九

魯郡　秦九韶

○計定城築

問淮郡築一城圍長一千五百一十丈外築羊馬墻開濠長與城同城身高三丈面闊三丈下闊七丈五尺羊馬墻高一丈面闊五尺下闊一丈開濠面闊三十丈下闊二十五丈女頭鵲臺共高五尺五寸共闊三尺六寸共長一丈鵲臺長一丈高五寸闊五尺四寸座子長一丈高二尺二寸五分闊三尺六寸肩子高一尺二寸五分闊三尺六寸長八尺四寸帽子高

一尺五寸闊三尺六寸長六尺六寸箭窓三眼各闊六寸長七寸五分外眼比内眼斜收三寸取土用穿四堅三為率周迴石版鋪城脚三層每片長五尺闊二尺厚五寸通身用磚包砌下一丈九幅中一丈七幅上一丈五幅磚每片長一尺二寸闊六寸厚二寸五分護嶮墻高三尺闊一尺二寸下脚高一尺五寸鋪磚三幅上一尺五寸鋪磚二幅每長一丈用木物料永定柱二十條長三丈五尺徑一尺每條栽埋功七分串鑿功三分絍頭栰後木共八十條長二丈徑七寸每條功三分串鑿功二分㩗子木二百條長一丈徑三寸每條作功二分般加功二分維縛二千箇每箇長一尺方一寸每箇功七毫絍索二千條長一丈徑五分每條功九毫石版一十片匠一功般一功每片灰一十斤般灰千斤用一功甎匠每功砌七百片石灰每甎一斤芦蓆一百五十領青茅五百束絟竿筀竹五十條箇子水竹二十把每把二尺圍鍬手鍬手插土杵手每功各六十尺火頭一名管六十工部押濠寨一名管一百二十工每工日支新會一百文米二升五合知城墻堅積濠積濠深共用木竹物索甎石灰芦茅人工錢米共数各幾何

答曰城積二十三百七十八萬二千五百尺堅積

墻積一百一十三萬二千五百尺堅積

濠積三千三百二十二萬尺穿積

濠深八丈

永定柱三萬二百條每條長三丈五尺徑一尺

絍頭栰後木一十二萬八百條每條長二丈徑七寸

㩗子木三十萬二千條每條長一丈徑三寸

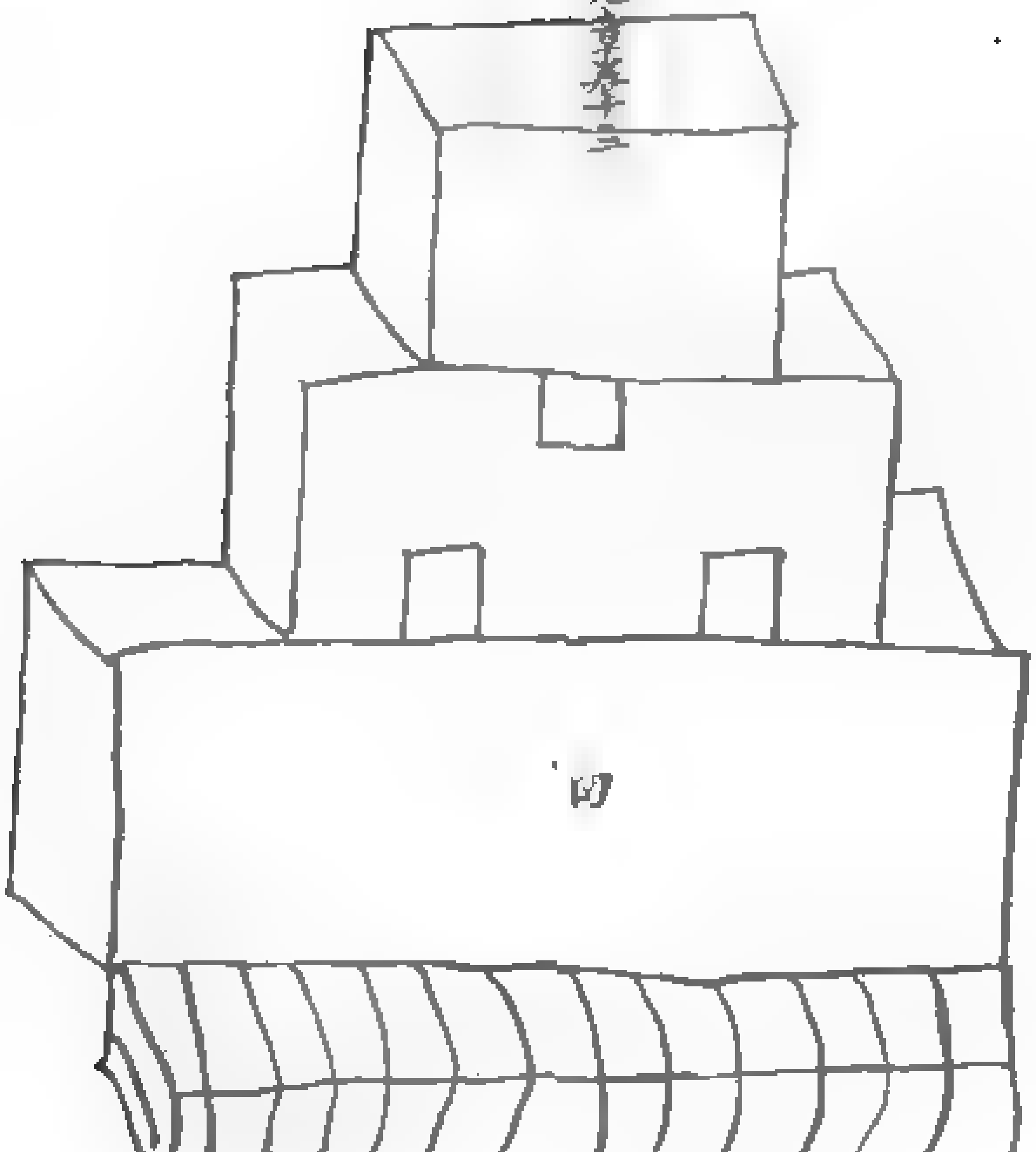
維縛子三百二萬箇每箇長一尺方一寸

絍索三百二萬條每條長一丈徑五分

芦蓆二十二萬六千五百領
青茅七十五萬五千束每束六尺圍
筀竹七萬五千五百竿每竿丈寸圍
水竹一萬五千五百把每把二寸圍
石版一萬五千一百片
城甎一千二百八十三萬三千四百九十片
石灰一千二百九十八萬四千四百九十斤
用功二百萬三千七百七十功
斫會二十萬三百七十七貫文
支米五萬九十四石二斗五升

文頭圖

數書九章卷十三



術曰以商功求之置城及墻上下廣各併之乘高進位半之各得每丈積率併之為共率先以每功尺除之又以諸色二各數乘之為土功丈率次置柱木墢索乘其每條段功得各共功次置城方一丈自之乘用塼總幅數為實以瓻長乘厚為側法除實得城身用塼次置鵲臺座子肩子帽子各高濶長相乘為寄併之於上次以前志跟高低差寸求斜深虛積減寄餘為女頭瓻實以側法乘瓻濶為瓻積法除之得女頭瓻鵲臺用瓻又置護險墻高以丈乘而半之又乘上下幅共數為實以瓻濶厚

相乘法為除之得護險墻用瓻併三項用瓻為都實以每功片為法除之得瓻匠功以每丈用石段數求石匠功以搬每丈石求搬石功以片用灰數乘都瓻得塼用灰以每丈石版數乘片用灰得石用灰併之為瓻石共灰以每功般灰數除之得般灰工併諸作功為實以丈頭壕寨每曾人數各為法除之得各數又併之為都功然後以城圍通長徧乘諸項每丈率積灰各功料得共數

草曰置城上廣三丈併下廣七丈五尺得一十丈五尺乘高三丈得三千一百五十尺進位得三萬一千五百尺半之得一萬五千七百五十尺為每丈城積率次置羊馬墻濶五尺併下濶一丈得一十五尺乘高一丈得一百五十尺進位得一千五百尺以半之得七百五十尺為羊馬墻每丈積率併城墻二率得一萬六千五百尺為共率以為实以钁鍬擔上杵手各六十尺為法除實得二百七十五功以四色因之得一千一百功為钁鍬担土杵手功置永定柱二十條乘每條栽埋功七分得一十四功又乘串鑿功三分得六功計二十功為永定柱功置絍頭拽後木八十條乘作功三分得二

十四功又乘串鑿功二分得一十六功計四十功為絍頭拽後木功置塼子木二百條乘作功二分得四十功又乘般加功二分得四十功計八十功為塼子木功置絍繳二千箇乘作功七毫得一十四功絍繳索二千條乘作功九毫得一十八功計三十二功為繳索共功乃以城墻女頭瓻積求瓻匠功置城身方一丈自乘得一百尺於上次置下九幅中七幅上五幅併之得二十一幅乘上得二千一百尺瓻長有寸以寸通之為二十一萬寸為实以瓻長一十二寸乘厚二寸五分得三十寸為

側法除實得七千片爲城身甎數又置鵲臺高五
寸乘濶五尺四寸得二百七十寸又乘長一丈得
二萬七千寸寄上又置座子高二尺二寸五分乘
濶三尺六寸得八百一十寸又乘長一丈得八萬
一千寸加寄又置眉子高一尺二寸五分乘濶三
尺六寸得四百五十寸又乘長八尺四寸得三万
七千八百寸又加寄又置惰子高一尺五寸乘濶
二尺六寸又乘長六尺六寸得三萬五千六百四
十寸又加寄共得一十八万一千四百四十寸只
爲寄其前窓內外澀縫差三寸於斜深廣積將至

補豁與直深等以窓濶六寸乘長七寸五分得四
十五寸又乘座濶三尺六寸得一千六百二十寸
爲窓廣積以減寄餘一十七萬九千八百二十寸
爲實置甎側法三十寸乘甎濶六寸得一百八十
寸爲甎積法除實得九百九十九片爲女頭鵲臺
共甎又置護嶮墻高三尺乘每丈得三十寸以墻
法當半折之得一千五百寸又乘上下五幅得七
千五百寸爲實次以甎厚二寸五分乘濶六寸得
一十五寸爲甎法除實得五百片爲護墻嶮甎次
併三項甎得八千四百九十九片爲每丈用甎都

實以每功七百片爲法除實得一十二功七百分
功之九十九爲甎功每丈用石版十片計一功搬
石十片計一功甎每片用灰一斤命都甎即甎用
灰之數又置每丈用石版一十片每片用灰一十
斤相乘之得一百斤爲石版用灰併甎用灰八千
四百九十九斤得八千五百九十九斤爲甎石用
灰數爲實以每功般一千斤爲法除之得八功一
千分功之四百九十九爲般灰功并石匠般石二
功通前列土功一千一百定柱功二十爬頭拽後
木功四十惰子木功八十擻索功三十二甎功一

十二功七百分功之九十九搬灰八功千分功之
四百九十九石匠搬石共二功併諸作功餘分不
同者合分術入之共得一千二百九十四功七千
分功之一千四百八十九通分內子得一百二十
九萬五千四百八十九爲衆功實置火頭每官六
十人分毋乘之得六萬爲法除都功實得火頭二
十一人六萬分之三萬五千四百八十九壕寨每
部一百二十人就倍火頭法六萬爲十二萬亦除
衆功實得壕寨十人十二萬分之九萬五千四百
八十九列兩餘分及前諸作功餘七千分之一千

四百八十九三頃以合分術入之得一功不盡五十萬四十億分之三十萬二千三百六十九億四千万分求等又約之為八十四萬分之五十萬三千九百四十九分乃又併之共得一千三百二十六功其餘分大約百分中之五十九在半以上收為一功共定得一千三百二十七功為每丈都功然後以城通長偏乘諸項置城長一千五百一十丈乘城率一萬五千七百五十尺得二千三百七十八萬二千五百尺為城堅積又以城長乘墻率七百五十尺得一百一十三萬二千五百尺為墻

堅積併墻城二積得二千四百九十一万五千尺又以墟率四因之得九千九百六十六萬尺為實以堅率三約得三千三百二十二萬尺為濠積以為實以濠濶三十丈併下濶二十五丈得五十五丈以半之得二百七十五尺乘濠長一千五百一十丈得四十一萬五千二百五十尺為濠法除实得八丈為濠深

求功料共數如術以城通長偏乘丈率功求定柱爬頭栰倰木塼子木橛子木絍索芦蓆笙竹水竹青茅城塼石坂石灰各得以共功乘日支錢米得共錢米更不立草

○樓櫓功料

問築城合蓋樓櫓六十處每處一十間護險高四尺長三丈厚随瓴長臥牛木一十一條長一丈六尺徑一尺一寸搭腦木一十一條長二丈徑一尺肴濠柱一十一條長一丈六尺徑一尺二寸副濠柱一十一條長一丈五尺徑一尺二寸掛甲柱一十一條長一丈三尺徑一尺一寸虎蹲柱一十一條長七尺五寸徑一尺仰瓪板水四十五條長一丈徑一尺二寸半面板木三十五條長一丈徑一尺二寸串掛枋木七

十三條長五尺徑一尺仰板四八瓴結脚三層計六千片每片用灰半斤共用淤觔一百斤墻瓴長一尺六寸濶六寸厚二寸半中板瓦七千五百片一尺釘八个八寸釘二百七十箇五寸釘一百箇四寸釘五十箇丁環二十箇用工三百九十六人欲知共用工料各幾何

答曰臥牛木六百六十條　搭腦木六百六十條
肴濠柱六百六十條　副濠柱六百六十條
掛甲柱六百六十條　虎蹲柱六百六十條
串掛枋四千三百八十條

仰板木二千七百條　平板木二千一百條
城甎四萬八千片　四八甎三十六萬片
石灰二十二萬八千斤　紙觔六千斤
中板瓦四十五萬片　丁環一千二百箇
一尺釘四百八十箇　八寸釘一萬六千二百
个
　五寸釘六千箇　四寸釘三千个
用工二萬三千七百六十人

術曰以兩功求之置墻高乘長得寸爲実以甎闊乘
厚爲法除之得用甎及用灰以處數並乘諸工料
得總用工料

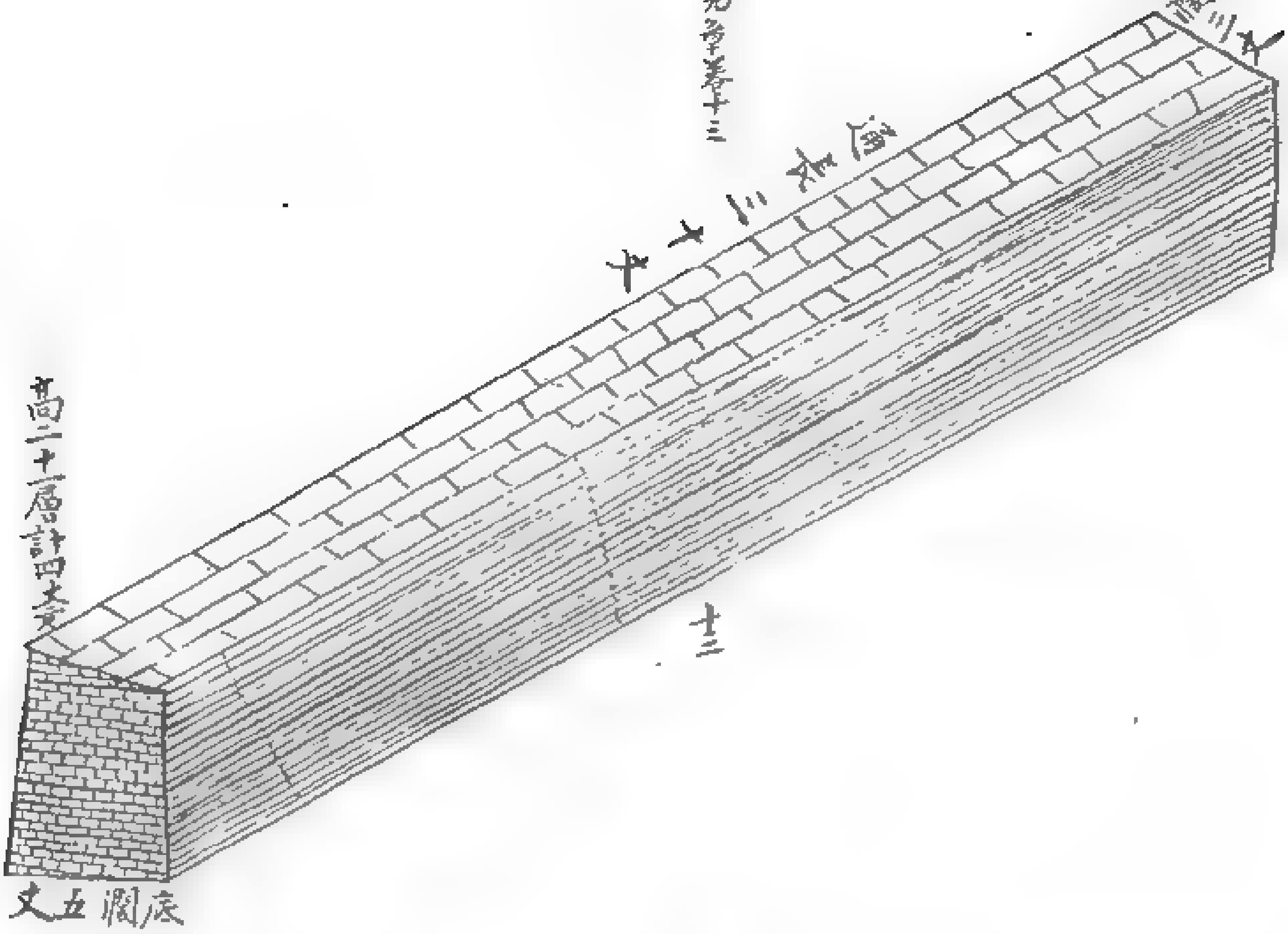
草曰置墻高四尺通爲四十寸置長三丈通爲三百
寸相乘得一萬二千寸爲実以甎闊六寸乘厚二
寸五分得一十五寸爲法除之得八百片爲墻甎
又爲灰并四八甎灰三千斤共灰三十八百斤乃
以六十處遍乘總用工料卧牛木搭脳木看濠木
柱副濠柱掛甲柱虎蹲仰板木平板木串掛枋木
四八甎城甎石灰紙觔中板瓦一尺釘八寸釘五
寸釘四寸釘釘環工數得各項總數在前

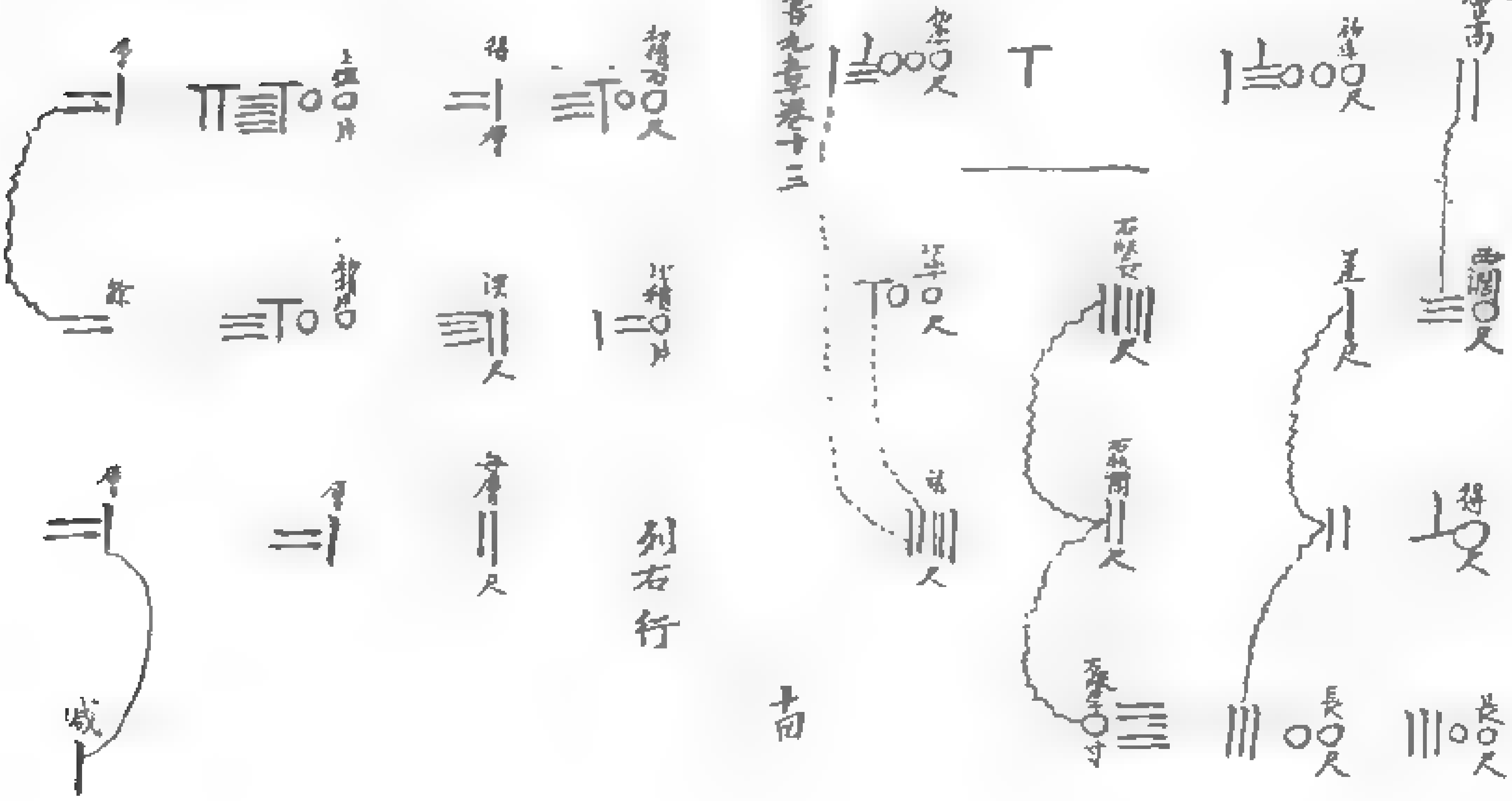
○計造石堤

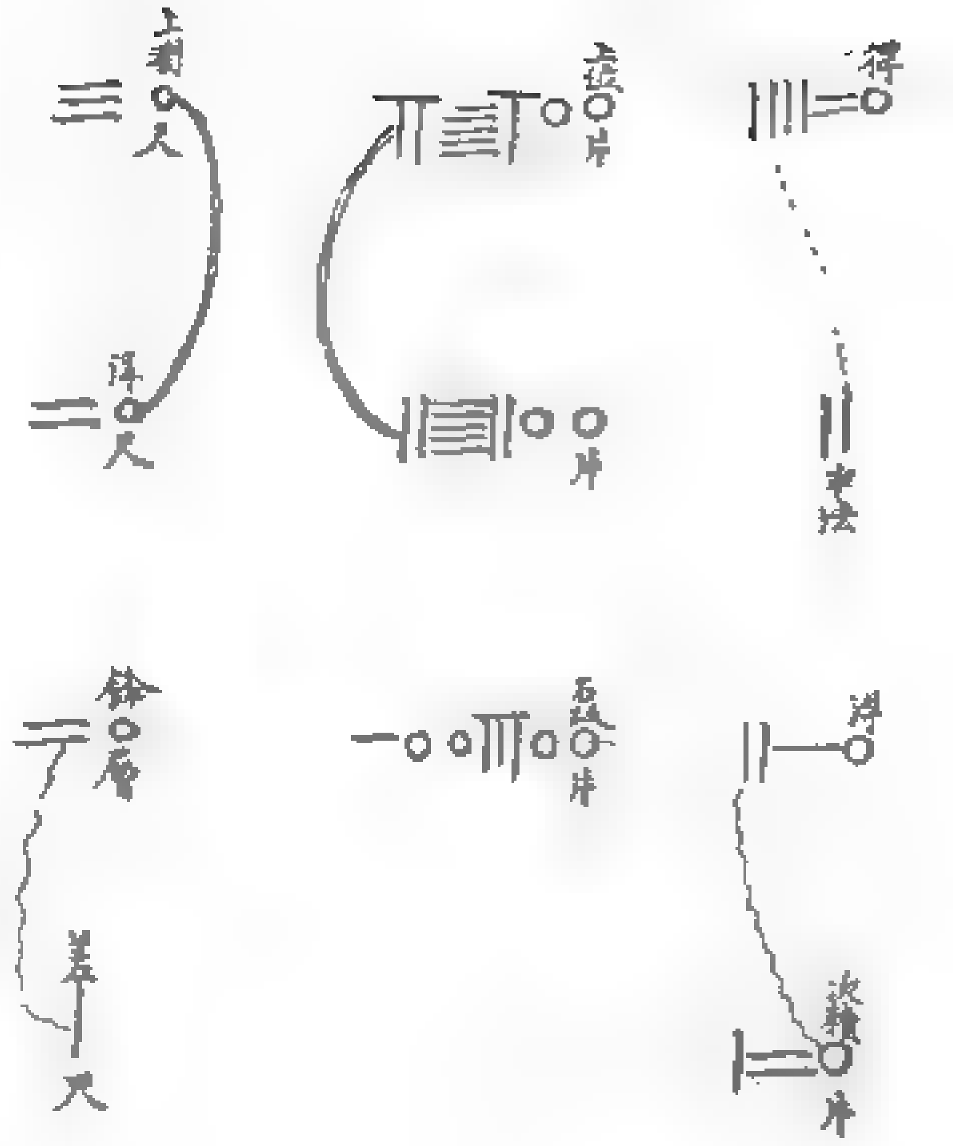
問砌石堤一座長三十丈水深四丈二尺令面闊三
丈石版每片長五尺闊二尺厚五寸用灰一十斤每
層高二尺差闊一尺石匠每功九片般扛五片用工
四人舁工般灰舁用每工一百一十斤犬頭每名壘
六十人部押每名管一百二十人所用石頭依原陂
不許鑿斵欲知堤下闊及用石并灰共工各幾何

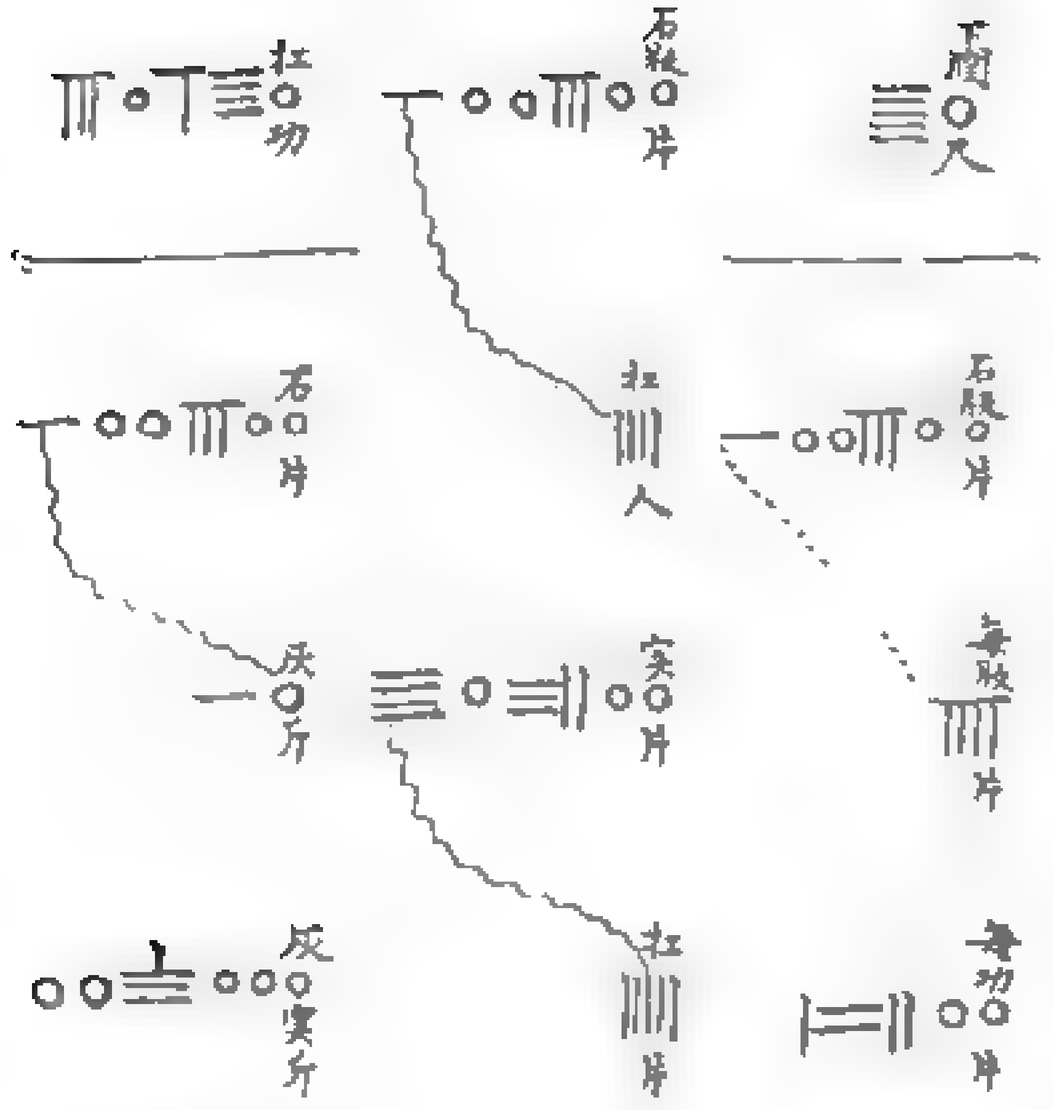
答曰堤下闊五丈
石版一十萬八百片
石灰一百萬八千斤
用夫一十萬三千五百二十八功一十一分功
之八

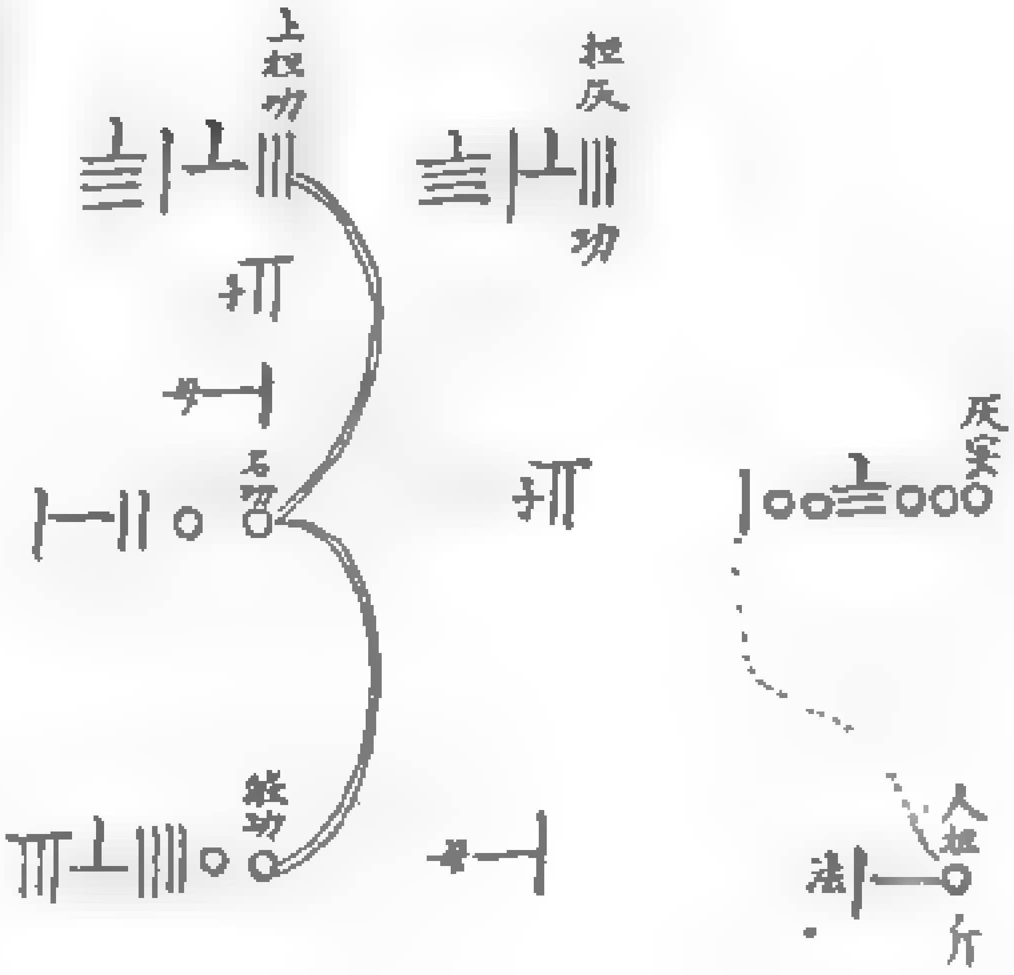
石堤圖

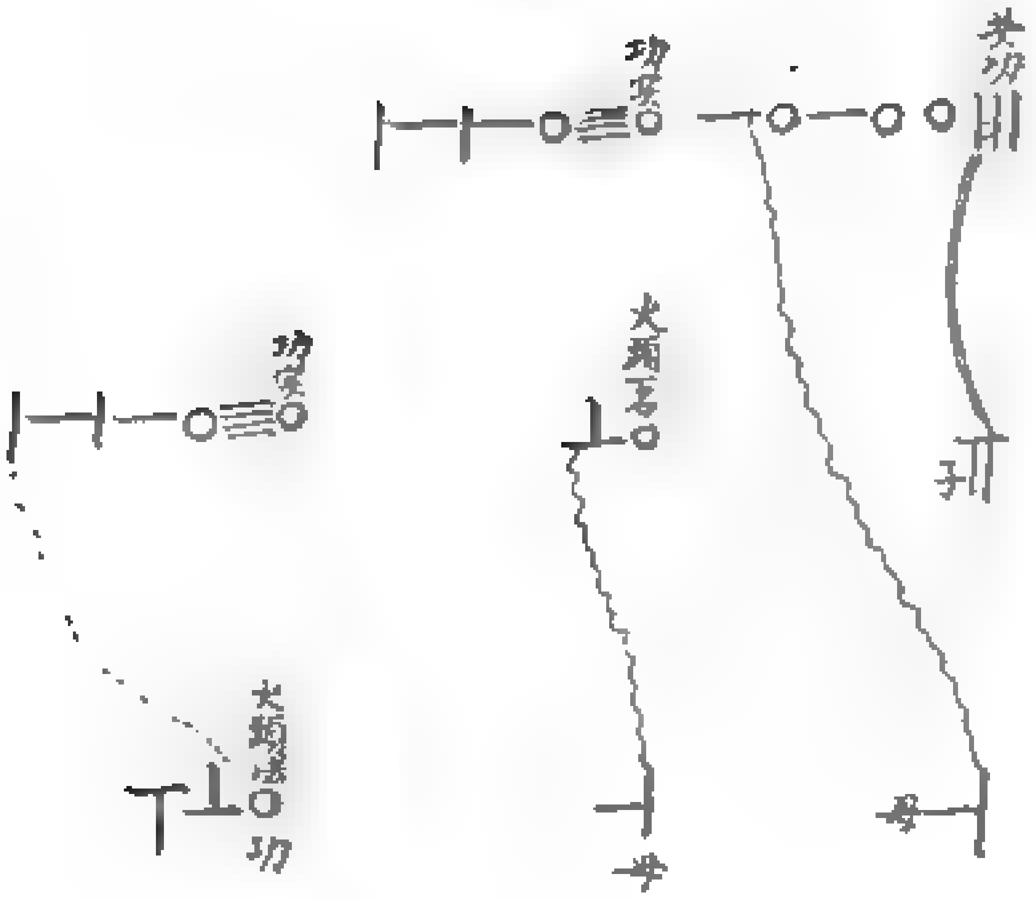

面闊三丈
通長三十丈
底闊五丈

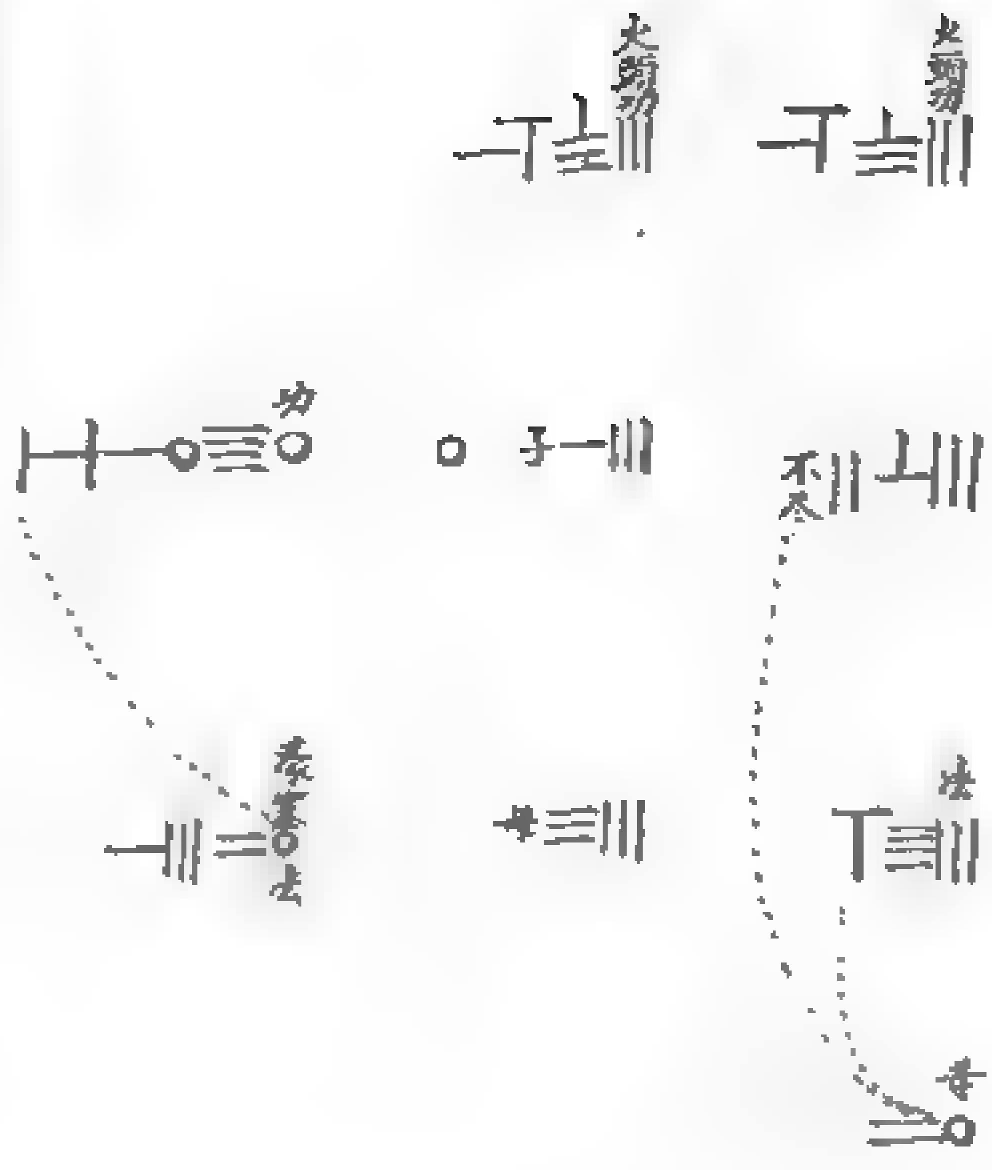

列右行

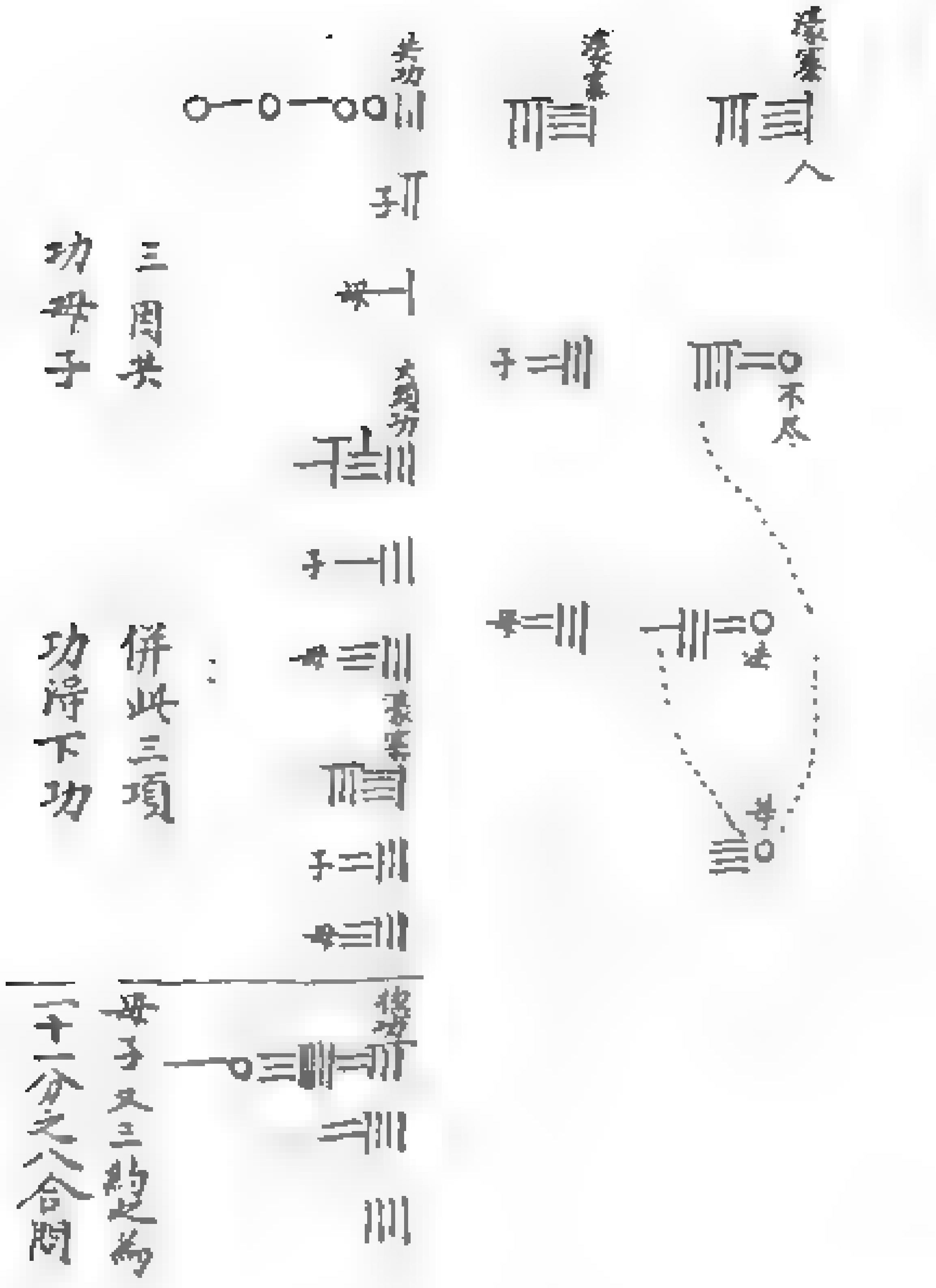












術曰以商功求之㭊法入之置層高尺數乘面濶及長為初率次以差濶尺數乘高又乘長為次率卻以石版長濶厚相乘為法以除二率各得石版為上積及次積置深以層高尺數約之得層數對二積列之一行各添一按天地數各以累乘對約之得乘率以對上次積併之為石版以每片用灰乘石為灰數以匠功片數約版得石匠以般夫數乘石版為實以扛片數為法除之得人數以般用灰數除灰得人數併諸工以火頭壹數約之為火頭半之為部押

草曰置層高二尺面濶三丈相乘得六十尺又乘長三十丈得一萬八千尺為初率次以差濶一尺乘高二尺又乘長三十丈得六百尺為次率卻以石版為五尺濶二尺厚五寸相乘得五尺為法以除二率得三千六百片為初積一百二十片為次積列右行置深四丈二尺以每層二尺約之得二十一層乘初積三層千六百片得七萬五千六百片於上次置二十一層減一餘二十以乘二十一層得四百二十半之得二百一十乘次積一百二十片得二萬五千二百片加入上共得一十萬八百

片為石版數以置二十一層減去一餘二十以差
潤一尺乘之得二丈併上潤三丈共得五丈為下
潤之數又置石版一十萬八百片以每功九約得
一萬一千二百功之置石版數以般扛四人乘之
得四十萬三千二百為実以五片為法除之得八
萬六百四十工又置石版數以每片用灰一十斤
乘之得一百萬八千斤為灰実以每人担用一百
一十斤約之得九千一百六十三功一十一分功
之七為灰工於上又併石版工一萬一千二百及
併般扛工八萬六百四十功加上共得一十萬一

千三功一十一分功之七通分内子得一百一十
一萬一千四十為実置夫鞠每名官六十名功以
乘分母一十一得六百六十為法除実得一千六
百八十三功不盡二十六每法半之為三十三分
功之一十三為夫鞠功數半之得以百四十一功
三十三分功之二十三為部押壕寨數令衆功下
十一分功之七以母十一除夫鞠分母三十三得
三以三因衆功下母子為一萬一千三功三十三
分功之二十一併三項母子得一千萬三千五百
二十七功分子五十七滿母三十三收一功餘二
十四与母各三約為十一分功之八為共用一十
万三千五百二十八功十一分功之八

○計浚河渠

問開通運河就土築堤令面廣三丈底廣二丈上流
深四尺下流深八尺長四十八里其堤下廣二丈四
尺上廣一丈八尺長以河等未知高以墟四堅三為
率秋程人功每為自開運積築墟堅共積常六十尺
築堤至半為棚道取土上下功減五分之一限一月
畢裁知河積及堤積尺共用功并日役工數及堤高
各幾何

答曰河積六千二百二十万八千尺
　堤積四千六百六十五万六千尺
　堤高二丈一尺七分尺之三
　共用功
　　二十四万四千九百四十四
　日役功
　　八千一百六十四五分工之四
術曰以高功求之併河上下廣於上併河上下流深
乘之又以長乘為実以四為法除得河積以堅率
乘河積為実以墟法率為法除得堤積併堤上下

廣乘堤長半之為法除堤積得堤高併河堤二積
以棚道毋半之副置以棚道減功子乘之以棚道
減功毋除之得數以併其副共為寄以子減毋餘
乘常尺為增子以毋乘常尺為增分併增分增子
乘寄借為用工实以增分乘增子又乘限月日為
法除实得用人工數
草曰置河上廣三丈併底廣二丈通之得五十尺於
上又置河上流深四尺併下流深八尺併之得一
十二尺以乘上位得六百尺為次置長四十八里
以尺里法二千一百六十通之得一十万三千六

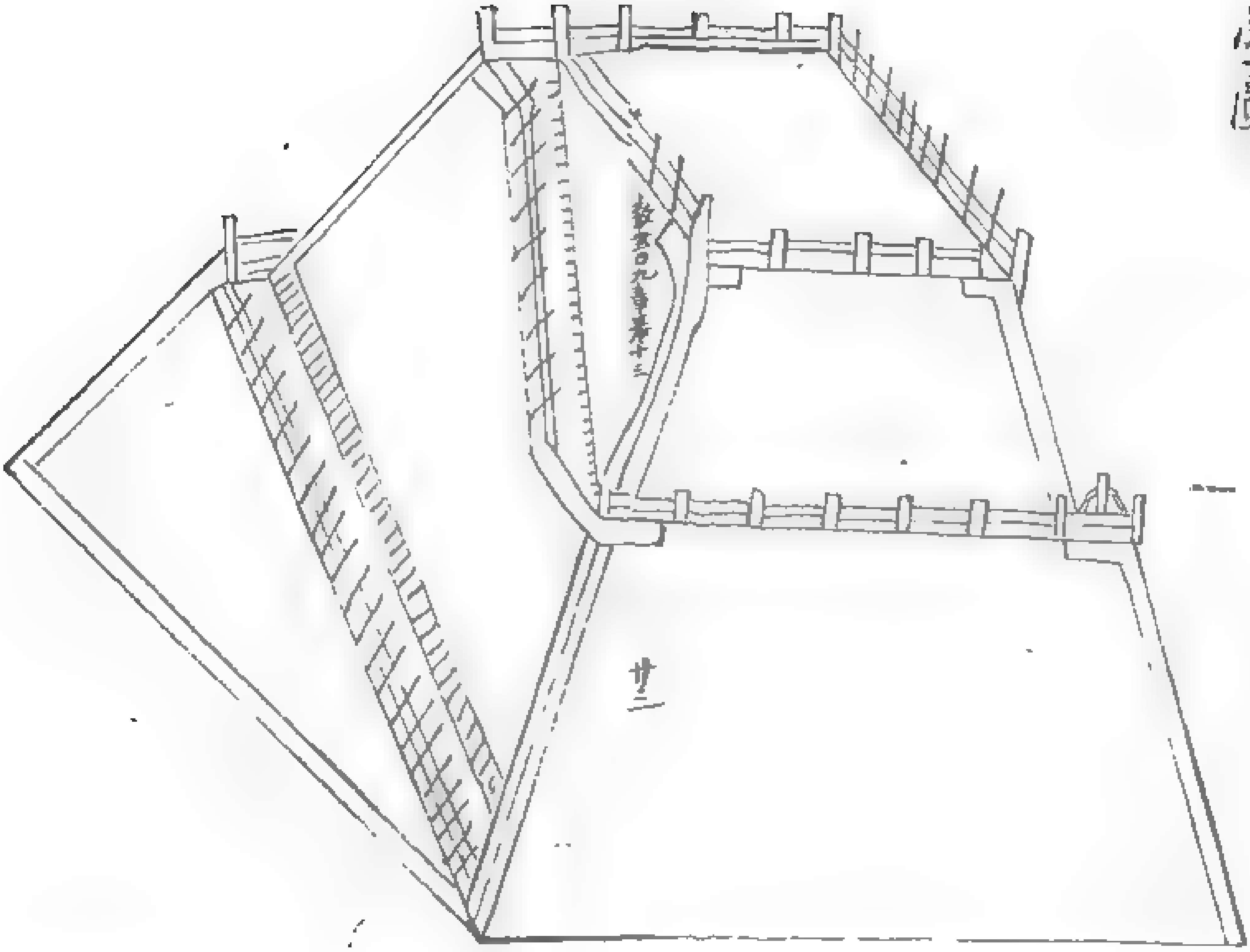
百八十尺得堤河長以乘次得六千二百二十万
八千尺為河積以壆率三因河積得一億八千六
百六十二万四千尺為实以穿率四為法除之得
四千六百六十五万六千尺為堤積置上廣一丈
八尺下廣二丈四尺併之為四十二尺以乘堤長
一十万三千六百八十尺得四百三十五万四千
五百六十尺以半之得二百一十七万七千二百
八十尺為法除堤積得二十一尺為堤高不盡九
十三万三千一百二十与法求等得三十一万一
千四十俱約之為七分尺之三次置河積六千二

百二十万八千尺併堤積四千六百六十五万六
千尺得一億八千八百六十万四千尺以棚道築
至半是二除之得五千四百四十三万二千尺副
之先以減功之子一乘之只得此數為实乃後以
減功毋五為法除之得一千八十八万六千四百
尺併副五千四百四十三万共得六千五百三十
一万八千四百尺為寄以折減功五分之一以子
一減毋五餘四以乘常尺六十得二百四十尺為
增子以毋五乘常尺六十得三百尺為增分以二
增併之得五百四十乘寄得三百五十二億七千

一百九十三万六千尺以半之得一百七十六億
三千五百九十六万八千尺為用工实以增分三
百乘增子二百四十得七万二千尺又乘限实日
三十得二百一十六万尺為法除前用工实得八
千一百六十四為每日人工數不盡一百七十二
万八千与法求等四十三万二千俱約之為五分
工之四得每日用工八千一百六十四功五分工
之四復通分内子得四万七百二十四以三十日
乘之得一百二十二万一千七百二十為实仍以
毋五約之得二十四万四千三百四十四工為共用工合四湖

此圖今佚本卷

臺圖



魯郡　秦九韶

○許作清臺

問砌築清臺一所正高一十二丈上廣五丈袤七丈下廣一十五丈袤一十七丈其袤高東西廣當南北秋程人日行六十里里法三百六十步鑁土鍬土每工各二百尺築土每功九十尺每担土壤一尺三寸往來一百六十步內四十步上下棚道築高至步半其棚三當平道五至中半三當七至太半二當五斑之間十加一載輸之間二十步定一返今甲乙丙三縣差夫甲縣附郭税力一十三万三千八百六十六乙縣去臺所一百二十里税力二十三万七千九百八十四丙縣去臺一百八十里税力三十一万二千三百五十四俱以道理遠近税力多少均科之臺下鋪石脚七層先用磚包砌臺身次用瓴甓砌磚道周圍五帶並闊六尺須令南北二平道東西三峻道相間始自臺之艮隅於東外道向南順升由巽隅以西左轉迴歷北後東再升東裡道至巽隅乃登臺頂其東裡道艮隅与北平道西隅及西道乾隅之高皆以弦半其西道坤隅与南道兩隅東外道巽隅之

高皆以五分之二峻道每級履高六寸其東裡道級
數取弱半東外道級數取五分之二西道級數取強
半石長五尺闊二尺厚五寸甎長一尺二寸闊六寸
厚二寸五分欲知土積定一返歩每功人道土及總
用功各縣起夫甎石峻平道高長級數蹉蹤各幾何
答曰土積一百五十四万尺
定一返二百歩一十八分歩之五
每功人到土一百四十尺七百二十一分尺之一百四十八
總用功四万五千六百八十六功
甲縣差一万七千一百三十二功

乙縣差一万五千二百二十九功
丙縣差一万三千三百二十五功
石四千二百一十七片
甎一百一十四万二千二十四片
東裏道峻
艮隅高九丈 巽隅高一十一丈九尺四寸
級五十踏 踏蹤二尺二寸九分
東外道峻
艮隅高六寸 巽隅高四丈八尺
級八十踏 踏蹤二尺一寸五分

西峻道
坤隅高四丈八尺 乾隅高九丈
級七十踏 踏蹤二尺一寸四分寸之九
南平道高四丈八尺
北平道高九丈
術曰以商功求之均輸入之倍壹上袤加下袤以上
廣為寄倍下袤加上袤乘下廣併寄乘高為土率
如六而一得堅積以築功尺為法除堅積得築功
以穿率乘堅積為實以堅率乘鑁鍬功尺半之為
鍬法除實得鑁鍬共功以壞率因堅積如堅率而

一為壞積求負土者先列全分及等至商諸母子
以母互乘諸子為寄左行以諸母相乘為寄母次
列捆道全分及所當鮮母衍子以鮮母互乘衍子
為左行以鮮母相乘以乘寄得數又以列位乘之
為總母以左右兩行諸子對乘之併之為總子其
總母子求等約之為定母子以定子乘捆道為次
以定母乘平道加次又以蹉蹤之數身下加之又
以載輸歩乘定母併次為統數以定母除統數得
定一返歩亦為到土法有分積通為法置程里通歩乘措
土尺有歩母則又以歩母乘之為到實實如法而

一得每功人到土亦為壞法以陰壞積得質土功
併前鍬築二功為總用功以各縣日程數約稅力
各得力率副併為科法以共用功乘未併者各為
科實〻如法而一各得縣夫
求甑者倍轉道闊遍加臺上下廣乘變名上下濶
長以甑厚加臺高為臺直次列甑石長濶厚各相
乘為甑石積法通廣袤如法乃倍上長加下長乘
上濶為寄次倍下長加上長乘下濶併寄共乘直
得數減土率餘如六而一為泛置南北道高子各
乘臺高為實如各毋而一得五道諸隅高以北道

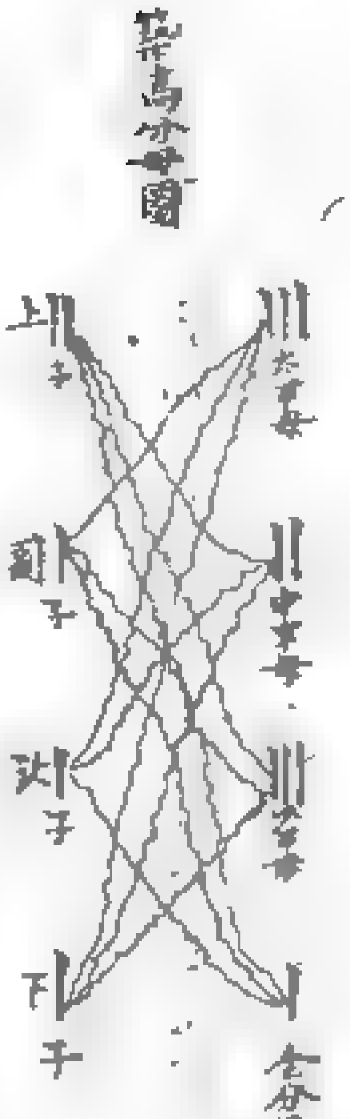
高減臺高餘為上停高以南道高減北道高餘為
中停高斜南道高下停高以徑寸除諸高得級數以上長
減下長餘半之為内以勾乘南道高為實如臺高
而一得底率以底率減下長餘為底股以外道級
數約底股得外道踏級又以底數減底股餘為中
股以勾乘中停高為實如臺高而一得中率以率
減中股餘為上股以兩道級除上股得兩道踏級
以勾乘上停高為實如臺高而一得上率以上率
併中率共減上股餘為實如裡道級而一得裡道
踏級次以道濶併下長為補以南北道高併臺高

乘為補為次上廣減下廣餘為址以址乘南道高
為實以臺高除之得數減下廣餘為南道長以南
道長併下廣乘南道高加需又以址乘北道為高
實以臺高除之得數減下廣餘為北道長以北道
長併下廣乘北道高又加需共乘半道濶得數併
泛為共率以基腳層數乘石版厚為基高次倍道
濶併下濶乘下長為基率次下以廣乘下袤減基
率餘乘基高為石率以石率減共率餘為甎率以
甎積法除甎率得磚數以石版積法除石率得石
版數

草曰倍上袤七丈得一十四加下袤一十七丈得三
十一乘上廣五丈得一百五十五丈為寄次倍下袤
得三十四丈加上袤七丈得四十一乘下廣一十
五丈得六百一十五併寄得七百七十乘高一十
二丈得九千二百四十丈為土率以六除率一千
五百四十以千通之尺為一百五十四萬尺堅積以築
功九十尺除之得一萬七千一百一十一功九分
功之一為築功次以穿率四因堅積得六百一十
六萬尺為實以堅率三因穫鍬功二百尺得六百
尺為法除實得一萬二百六十六功三分功之二

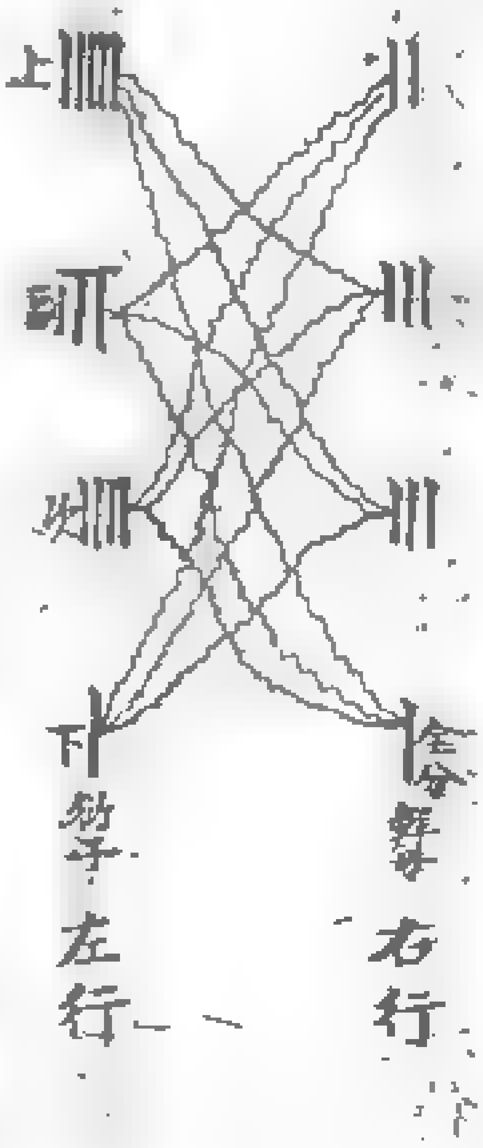
為穿功次以壤率五因堅積得七百七十万尺為
壤積以三為母具圖如后

求負土者先列全分一分之一及築至高步率係
三分之一中率係二分之一太率係三分之（二作 四行）

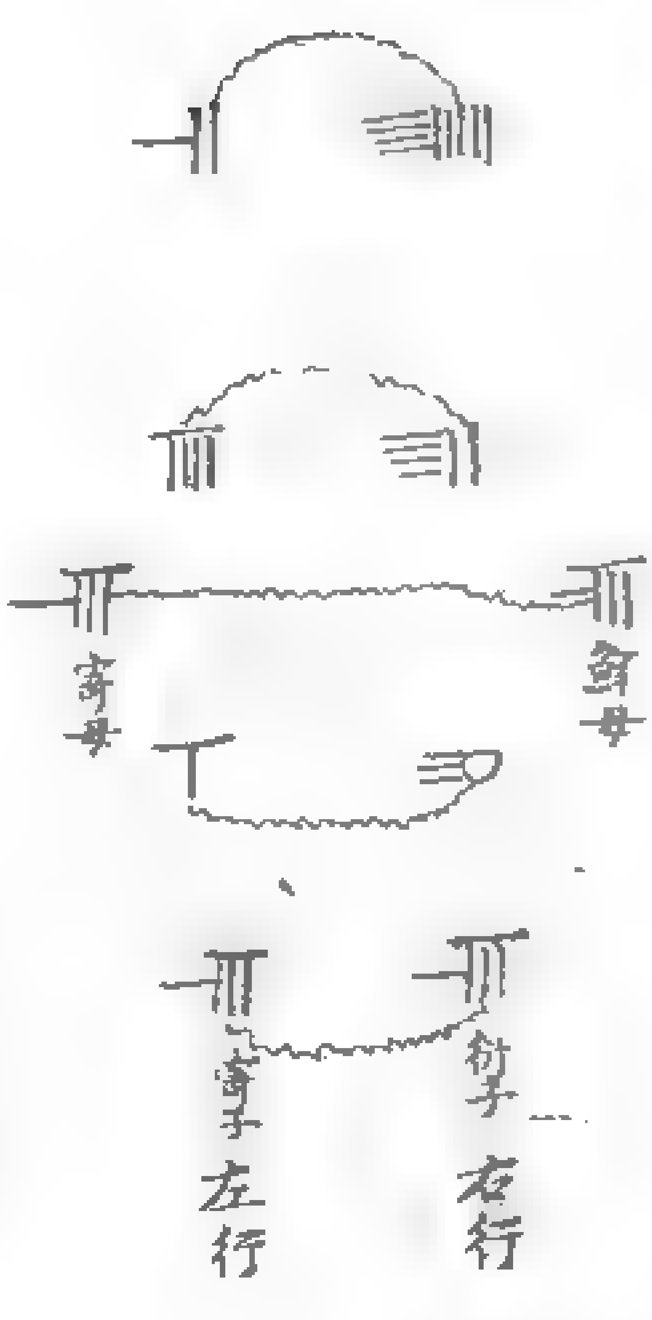


乃以右行母互乘左行子左上得一十二副位得
九次得六下得八乃變右行名為寄子以諸母相
乘得一十八為寄母具圖如后

次列捆道全分及所當鮮母衍子三當五及三當
七并二當五



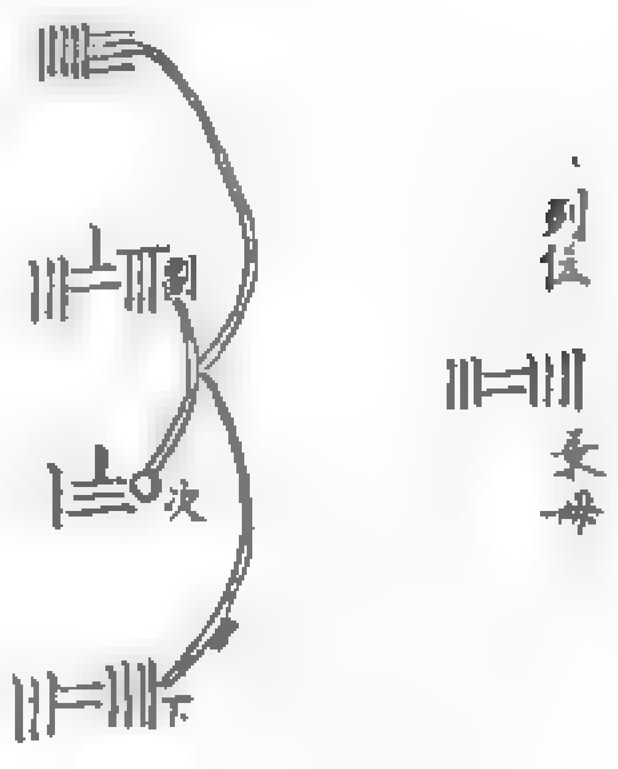
乃以右行鮮母互乘左行衍子上得四十五副得
四十二次得三十下得一十八為右行以鮮母相
乘得一十八乃對寄左圖列之



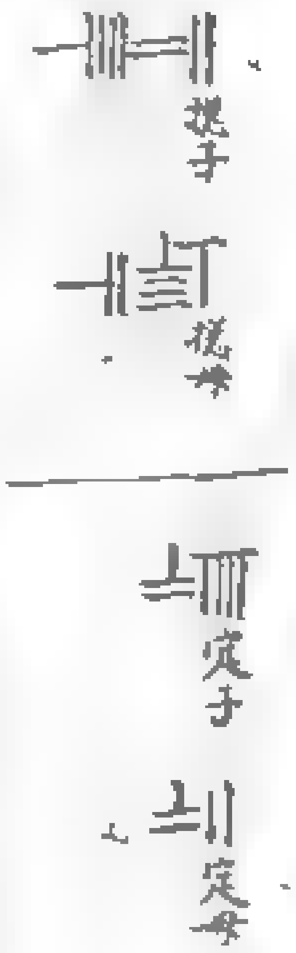
乃以左右兩行母子對乘之上得五百四十副得
三百七十八次得一百八十下得三百二十四母
得三

係上百五十五此當
搬負百二十本合之

百二十四

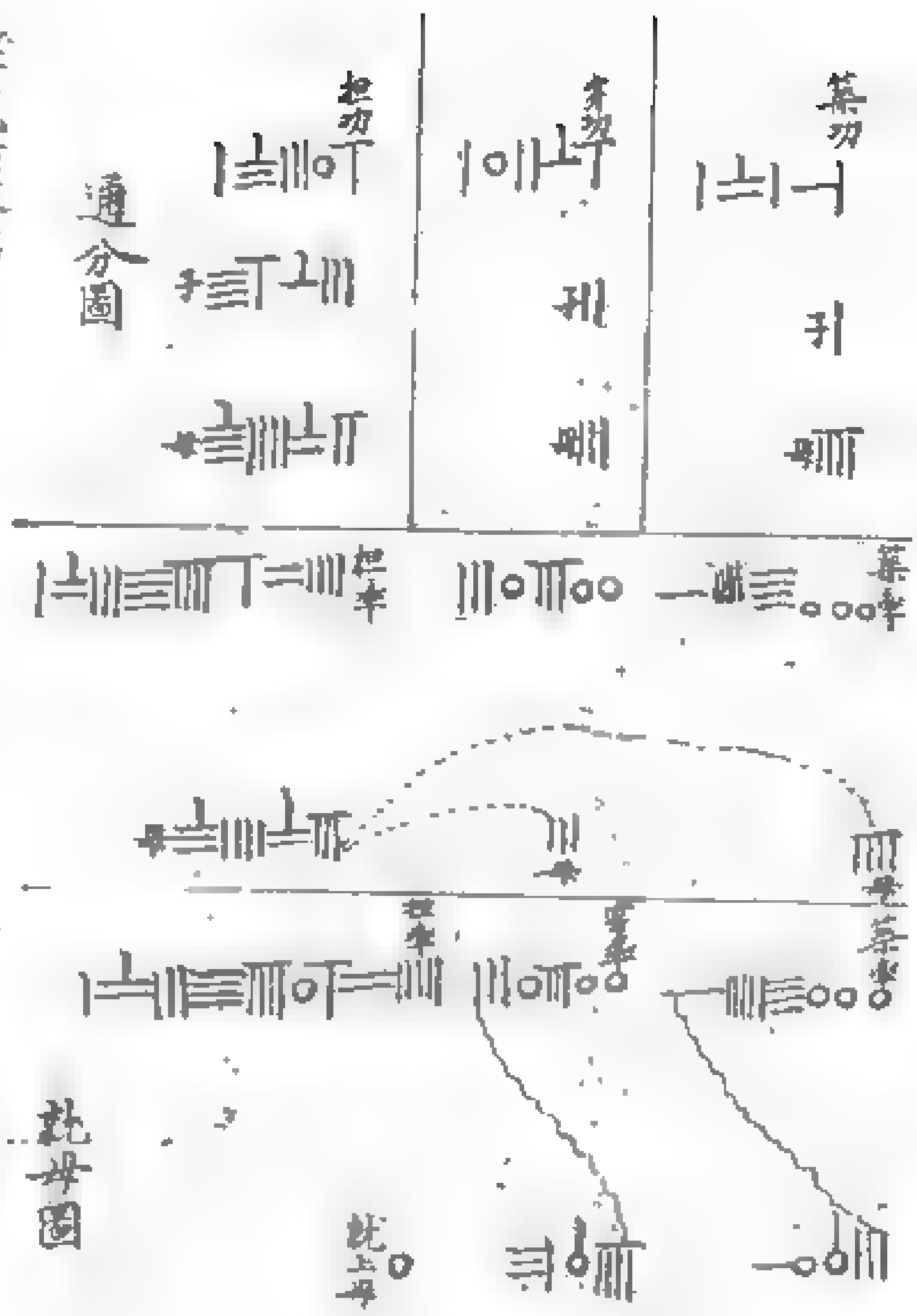


今以平分術入之併四子得一千四百二十二為總子以列位四乘乘母三百二十四得一千二百九十六為總母

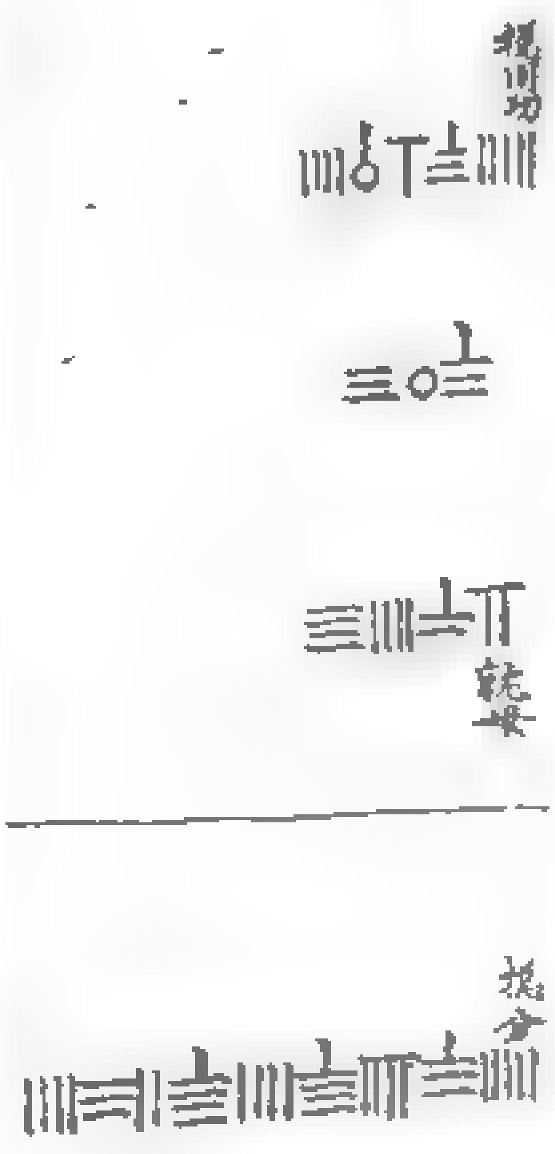


乃以總母子求等得一十八俱約之總子得七十九為定子總母得七十二為定母以定子七十九乘棚道四十步得三千一百六十於次以棚道四十步減往來一百六十步餘一百二十為平道以乘定母七十二得八千六百四十加次共得一万一千八百又以踟躕十加一於身下加一得一万二千九百八十仍於次又以載輸二十步乘定母七十二得一千四百四十併次得一万四千四百二十為統數以定母七十二除統數得二百步不盡約為一十八分步之五為定一逐步乃復通分內子得三千六百五為到法乃置程里六十以三百六十通之得二万一千六百尺乘擔土一尺一寸得二万八千八十尺以到母一十八乘之得五十万五千四百四十尺為到實以到法除得一百四十尺不盡七百四十與法求等得五約之為七百二十一分尺之一百四十八為到土復通分內子得一十万一千八十八又以壞母三因得三十

万三千二百六十四尺為壞法次以到土母七百二十一乘壞積七百七十万尺得五十五億五千一百七十万為尺為壞實〻如法而一得一万八千三百六功不盡一十四万九千二百一十六與法求等得三十二俱約之為一万八千三百六功九千四百七十七分功之四千六百六十三為擔土功次列前土功圍等功一万七千一百一十一功九分功之一又穿功一万二百六十六功三分功之二具圖如后

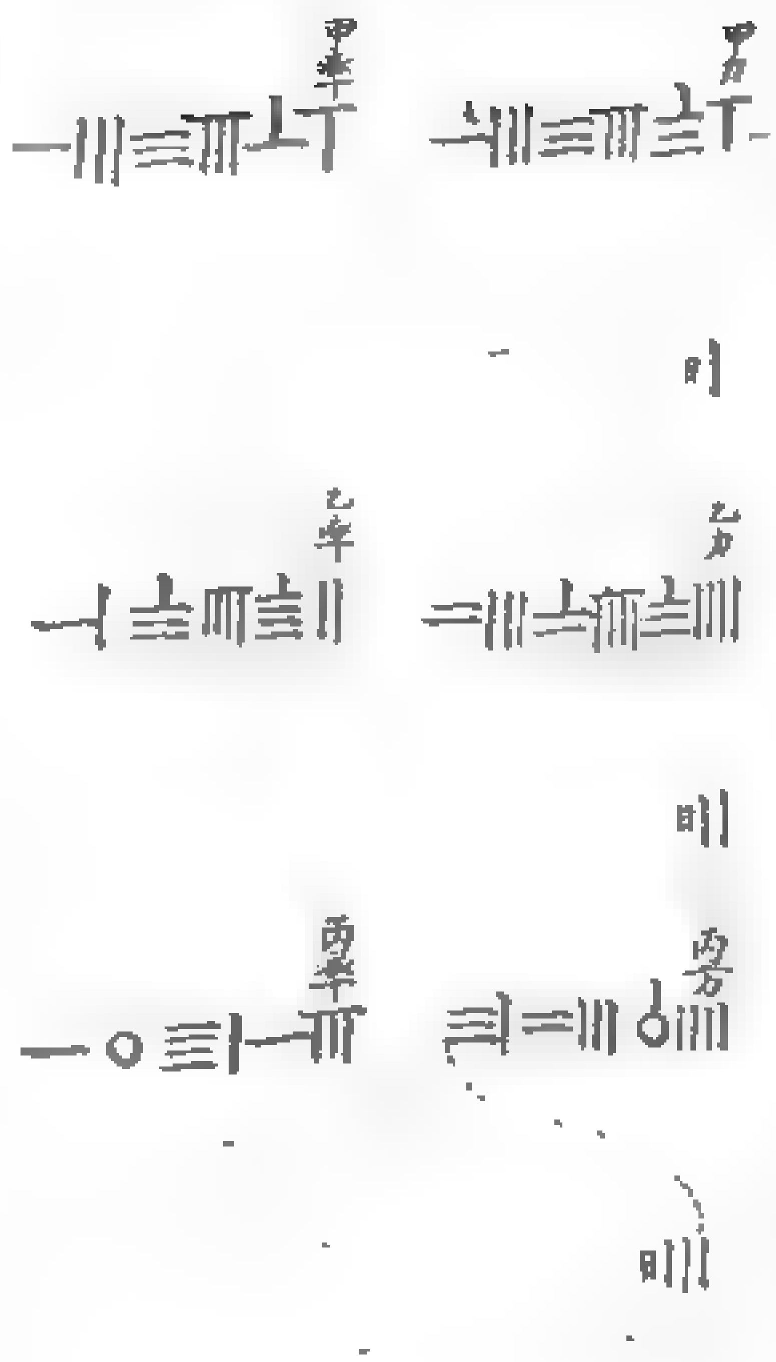


列三行功各通分内子築率得一十五万四千穿率得三万八百檐率得一億七千三百四十九万六百二十五㨿術當以通率圖諸母互乘諸率今驗檐母九千四百七十七可用築母九約亦可用穿母三約故從省以築母九約檐母九千四百七十七得一千五十三為築率乘數又以穿母三約檐母九千四百七十七得三千一百五十九為穿率乘數各以乘數乘本率名曰就母圖乃以九千四百七十七變名曰就母先以築率一十五万四千乘乘數一千五十三得一億六千二百一十六万二千為築分次以穿率三万八百乘乘率三千一百五十九得九千七百二十九万七千二百為穿分就以檐率一億七千三百四十九万六百二十五為担分併三分共得四億三千二百九十四万九千八百二十五為総功分実以為就母九千四百七十七除之得四万五千六百八十五功九千四百七十七分功之三千八十為總用功具圖如后



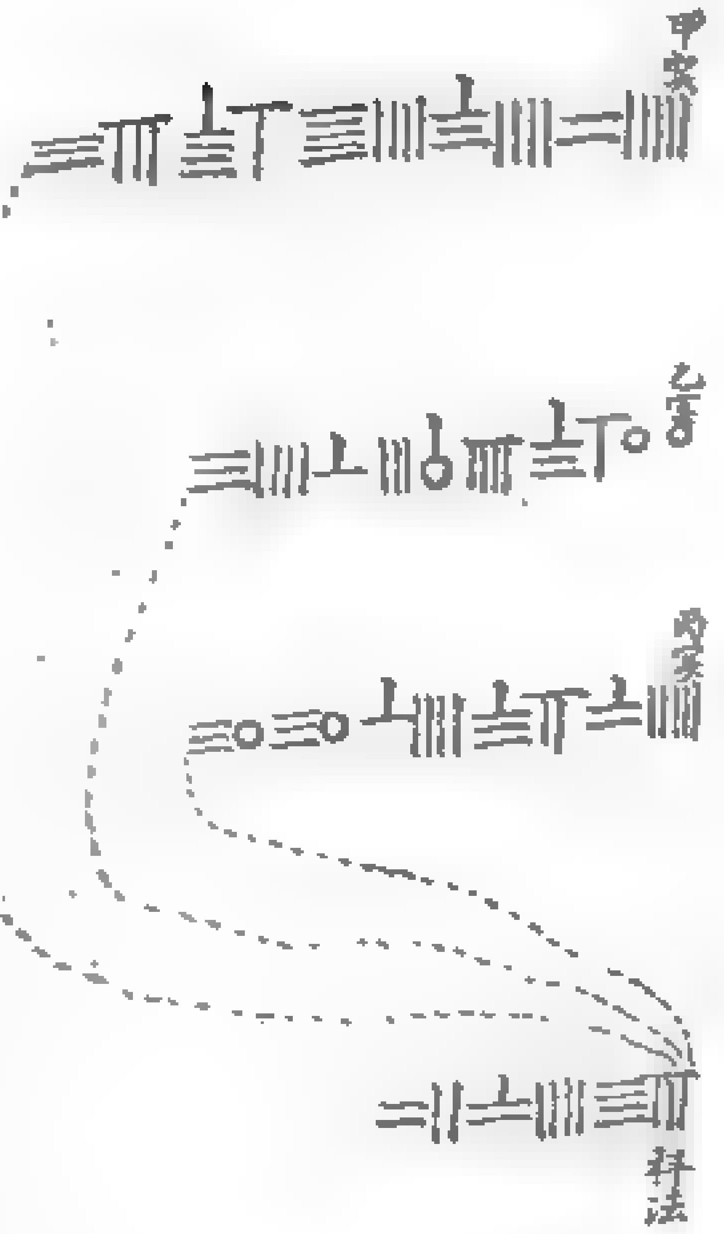
置各縣日程約稅力得力率副併為科法エ置甲縣力一十三万三千八百七十六以一日程約之只得此数為甲率又置乙縣力二十三万七千九百八十四以二日約得一十一万八千九百九十

二為乙率又置丙縣力三十一万二千三百五十
四以三日約得一十万四千一百一十八為丙率



列三率求等得一万四千八百七十四俱約之甲
得九乙得八丙得七各為定率副併得二十四具圖

乃以總分四億三千二百九十四万九千八百二
十五遍乘三縣定率為各實以就母九千四百七
十七乘併率二十四為科法甲得三十八億九千
六百五十四万八千四百二十五乙得三十四億
六千三百五十九万八千六百丙得三十億三千
六十四万八千七百七十五各為實法得二十二
万七千四百四十八為科法除各實具圖如后



乃以科法除各實甲得一万七千一百三十一功
不尽一十三万六千七百三十七為甲縣功乙得

一萬五千二百二十八不尽二万四百五十六為
乙縣功丙得一万三千三百二十四不尽一十三
万一千六百二十三為丙縣功諸縣不尽皆筆為
一功甲合料一万七千一百三十二功乙合料一
万五千二百二十九功丙合料一万三千三百二
十五功

求甎者倍轉道並闊六尺得一丈二尺遍加臺上
下廣袤各為上下濶長以甎厚六寸加臺高為
臺直

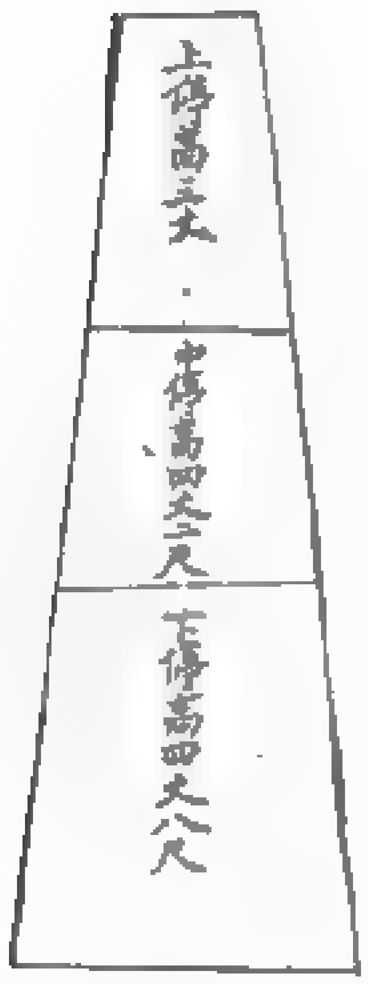
先列甎長一尺二寸濶六寸厚二寸五分相乘之
得一百八十寸為甎積法次列石版長五尺濶二
寸厚五寸相乘得五千寸為石積法具圖如后

乃以南道高子二乘元臺高得二千四百寸為南
實以南道高子三乘元臺高得三千六百寸為北
實各如本母而一得四百八十寸約為四丈八尺
為南道兩隅又為東道外巽隅高又為西道坤隅
高所得九百寸約為九丈為北道兩隅高又為西
道乾隅高又為東裏道艮隅高具圖如后

五道高圖

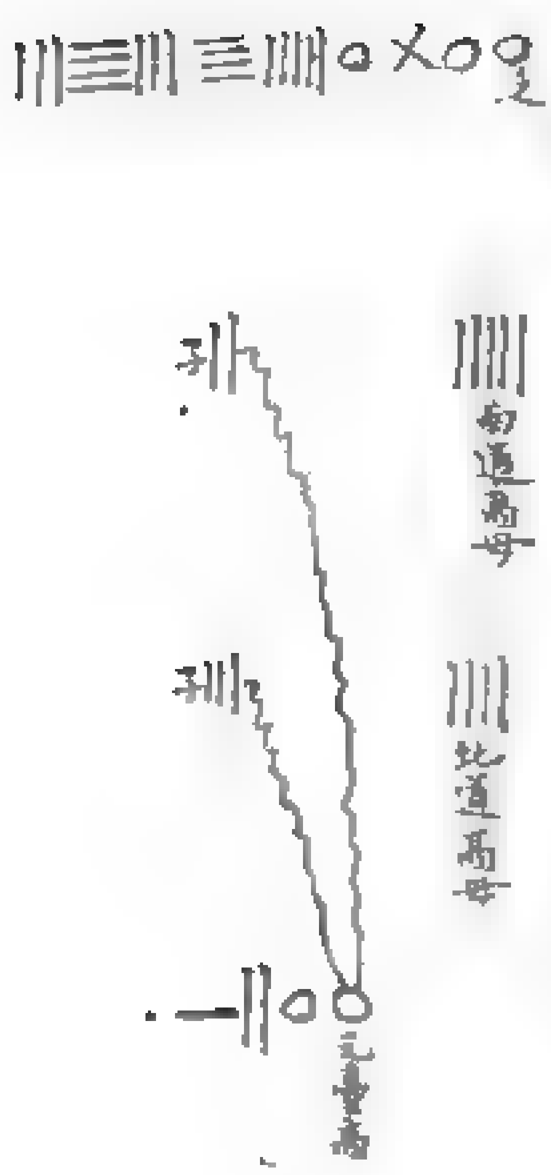
以北道高九丈減臺高一十二丈餘三丈為上停

高以南道高四丈八尺減北道高九丈餘四丈二
尺為中停高命南道高四丈八尺為下停高



驗得諸法皆寸乃以变各圖上下長濶直按術求率倍上長八百二十寸得一千六百四十寸加下長一千八百二十寸得三千四百六十乘上濶六百二十得二百一十四万五千二百為寄次倍下長一千八百二十得三千六百四十加上長八百二十得四千四百六十乘下濶一千六百二十得七百二十二万五千二百併寄得九百三十七万四百乘臺直一千二百六寸得一百一十三億七十万二千四百寸初為寄乃驗土積圖土率九千二百四十丈以一百万寸通之得九十二億四千

万寸以減餘二十億六千七十万二千四百寸如六而一得三億四千三百四十五万四千四百寸為泛次置南道高五分之二北道高強半係四分之三及臺元高一千二百寸具圖如右



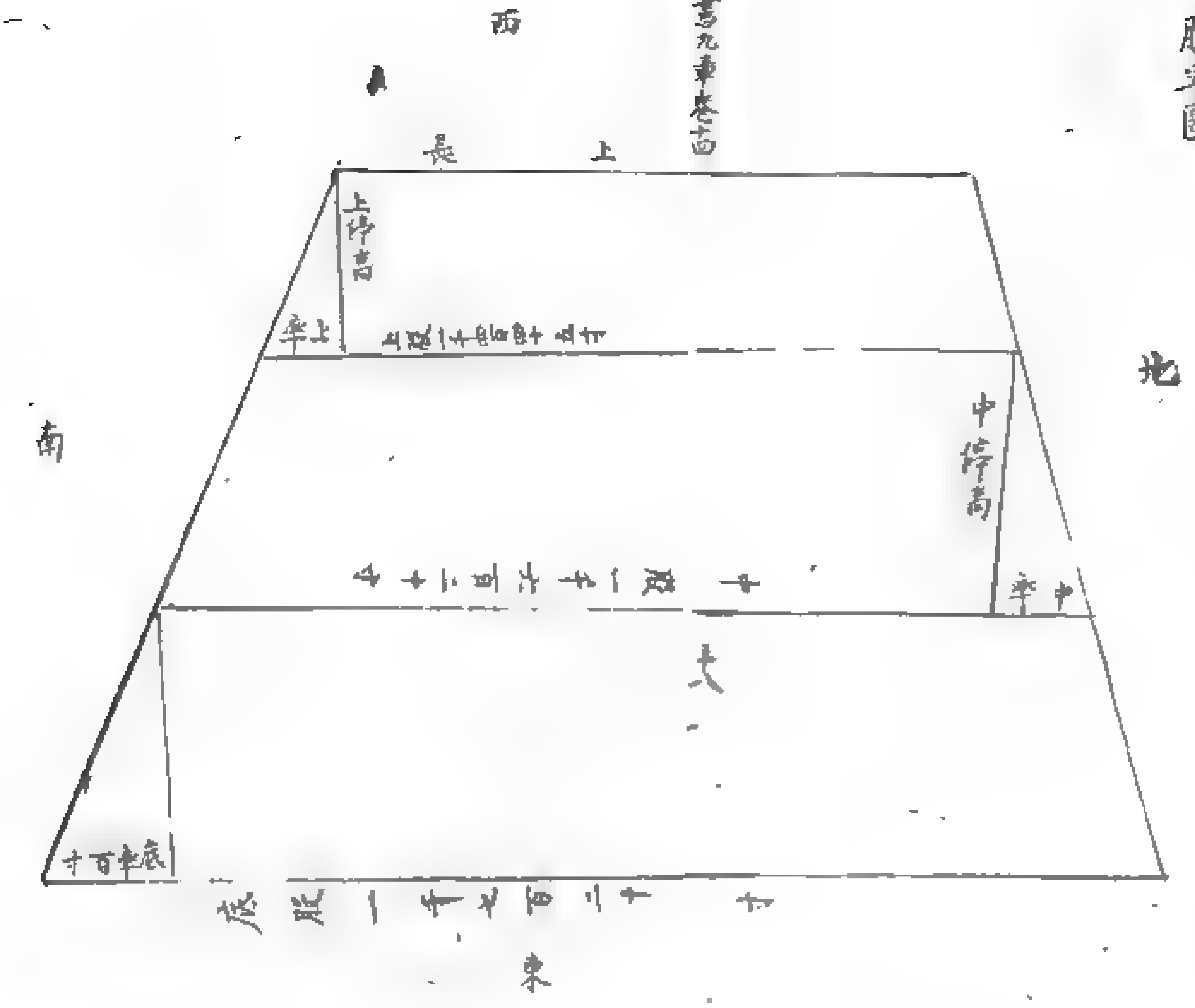
三停高皆如履級寸而一得五十為東裏道級數得七十為西道級數得八十為東外道級數次以上長八百二十寸減下長一千八百二十寸餘一千寸以半之得五百寸自以乘南道高四百八十寸得二十四万寸為実如臺高一千二百寸而一得一百寸為底率以率減下長一千八百二十餘一千七百二十寸為底股以外道級八十得約之二尺一寸五分為外道踏蹤又以底率一百寸減

底股一千七百二十寸餘一千六百二十寸為中股乃以勾五百寸乘中停高四丈二尺得二十一万寸為実如臺高一千二百寸而一得一百七十五寸為中率以中率減中股一千六百二十寸餘一千四百四十五寸為上股以西道級七十除上股一千四百四十五寸得二尺一寸四分寸之九為西道踏蹤又以勾五百寸乘上停高三百寸得一十五万寸為実如臺高一千二百寸而一得一百二十五寸為上率併中率一百七十五寸得三百減上股一千四百四十五寸餘一千一百四十

五寸為实如裹道級五十而一得二尺二寸九分

為裹道踏蹤各得其圖以見如后

股率圖



東外道踏蹤

西道踏蹤

東裏道踏蹤

次以道濶六尺併下長一千八百二十寸得一千八百八十寸為補以南地道高併臺高共得二千五百八十寸乘補得四百八十五万四百寸為需次以上廣五百寸減下廣一千五百寸餘一千寸為趾乘南道高四百八十寸得四十八万寸為实以臺高一千二百寸除之得四百寸為減率以減下廣一千五百寸餘一千一百寸為南道長併下

廣一千五百寸得二千六百乘南道高四百八十寸得一百二十四万八千寸加需又以趾一千寸乘北道高九百寸得九十万寸為实亦如臺高一千二百而一得七百五十以減下廣一千五百寸餘七百五十寸為北道長併下廣一千五百得二千二百五十寸乘北道高九百寸得二百二万五千寸又加需共得八百一十二万三千四百以半道濶三尺乘之得二億四千三百七十万二千寸併後三億四千三百四十五万四百得五億八千七百一十五万二千四百寸為共率次以基脚七

層乘石版厚五寸得三十五寸為基高次倍通闊得一百二十併下闊一千六百二十寸得一千七百四十乘下長一千八百二十得三百一十六万六千八百為基率次以下廣一千五百寸乘下袤一千七百寸得二百五十五万减基率餘六十一万六千八百寸乘基高三十五寸得二千一百五十八万八千寸為石率以石率减共率餘五億六千五百五十六万四千四百寸為甎率以甎積法一百八十寸除之得一百一十四万二千二十四片九分片之四乃以石積法五千寸除石率二千

一百五十八万八千寸得四千三百一十七片為石版不尽三十寸弃之不筭合問

○堂皇程築

問有營造地基長二十一丈闊一十七丈先令七人築堅三丈計功二日令涓吉立木有日欲限三日築了每日合收杵手幾何

答曰日收五百五十七工三分工之二

術曰以長乘闊又乘元日元人為實以限日乘築丈數為法除之得人夫

草曰以長二十一丈乘闊一十七丈得三百五十七丈又乘元二日得七百一十四又乘元七人得五千一十九為工實以限三日乘元築三丈得九為法除實得五百五十七功不尽六為法俱三約之為三分工之二為日收五百五十七工三分工之二合問

○砌甎計積

問有交到六門甎一十五垛每垛高五尺闊八尺長一丈其甎每片長八寸闊四寸厚一寸欲砌地面使用堂屋三間各深三丈共闊五丈二尺去院六間各深一丈五尺各闊一丈二尺後閣四間各深一丈三

尺內二間闊一丈次二間闊一丈五尺亭子地面一十所各方一丈四尺欲知見有今用外餘甎各幾何

答曰見有一十八萬七千五百片

令用一万六千四百六十片四分片之

外餘一十七万一千九十三片四分片之三

術曰以少廣求之置各地面深闊相乘以間數若所數乘之共為實甎長數闊相乘為甎平法除得今用甎數次以甎垛高長闊相乘為實卻以甎法乘厚得數為甎積法除之得每垛甎數次以垛數乘之得見有甎以減今用甎得餘甎

草曰置堂濶五丈二尺乘深三丈得一十五万六千寸於上又置書院深一丈五尺乘濶一丈二尺得一万八千寸又以六間乘之得一十万八千寸加上共得二十六万四千寸併上又置後濶、一丈併濶一丈五尺得二丈五尺又以各二間乘之得五百寸以乘各深一丈三尺得六万五千寸加上得三十二万九千寸併上次置亭基一丈四尺自乘得一万九千六百寸以一十所乘之得一十九万六千寸又併上共得五十二万五千寸為實以瓴長八寸乘濶四寸得三十二寸為瓴平法除之

得一万六千四百六片四分片之一為共用瓴次置每梁高五尺乘濶八尺得四千寸又乘長一丈得四十万寸為每梁實却以瓴平法三十二寸乘厚一寸只得三十二寸為瓴積法除之得一万二千五百片又以十五梁乘之得一十八万七千五百片為見有瓴内減今用瓴餘有一十七万一千九十三片四分片之三為外餘瓴數合問

○竹園蘆束

問受給場交收竹二千三百七十四把内筀竹一千一百五十一把每把外圍三十六竿水竹一千二百二十三把每外圍四十二竿蘆三千六十五束每束圍五尺其蘆元椽五尺五寸今納到圍小合準元蘆幾束及水筀竹各幾何

答曰筀竹一十四万六千一百七十七竿

水竹二十万六千六百八十七竿

合準元蘆二千五百三十三束一百二十一分束之七

術曰以方田及圓率求之置圓束差併竹外圍竿數以乘外圍又乘把數為竹實倍圓束差為竹法除之各得二竹數皆以把數為心加入各得竹條數置蘆圍尺數自乘以乘芦束數為芦實以芦元尺

數自乘為芦法除實得所準芦束數

草曰置圓束差六併筀竹外圍三十六竿得四十二竿以乘外圍三十六竿得一千五百一十二竿又乘筀竹一千一百五十一把得一百七十四万三百一十二竿為筀竹實倍圓束差六得一十二為竹法除實得一十四万五千二十六竿以把數一千一百五十一併之得一十四万六千一百七十七竿為筀竹又置圓差六併水竹外圍四十二竿得四十八竿以乘水竹外圍四十二竿得二千一十六竿又乘水竹一千二百二十三把得二百四

十六万五千五百六十八竿為水竹実亦以竹法
一十二除之得二十万五千四百六十四竿以水
竹杷数二千二百二十三併之得二十万六千六
百八十七竿為水竹数
次置芦圏五尺通為五十寸以自乘得二千五百
寸又乘芦束数三千六十五得七百六十六万二
千五百寸為芦実以元樣芦圏五尺五寸亦通為
五十五寸以自乘得三千二十五寸為芦法除実
得二千五百三十三束不尽一百七十五寸與法
求等得二十五俱以約之得一百二十一分束之
七為芦二千五百三十三束一百二十一分束之
七合問

○積木計餘

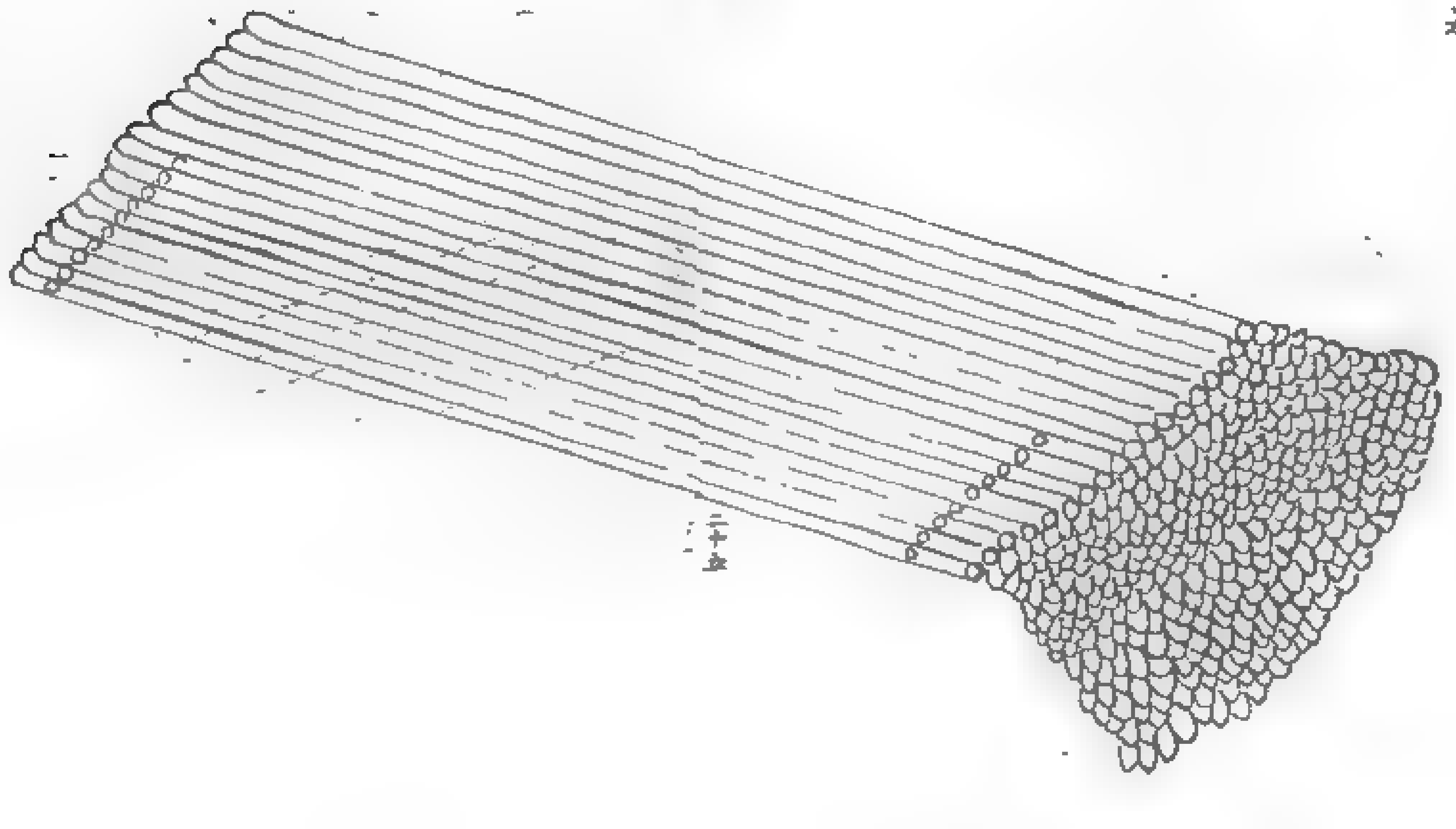
問元管杉木一尖垛（梁）偶不記数従上取用至中間見
存九條為面闊元木及見存各幾何

答曰元木一百五十三條
見存木一百一十七條

術曰商功求之堆積入之倍中面副置減一以乘其
副得数半之為元木副置上層減一以乘其副得
数半之用減元木餘為見存（其非中一層数者每以自地上至面層數）

立術求之

垛木圖



草曰倍中面九條得一十八副置殘一餘一十七以乘副一十八得三百六條以半之得一百五十三條爲元木之數副置中面九條殘一餘八以乘副九得七十二以半之得三十六以減元木一百五十三餘一百一十七條爲見存木數合問

數書卷十五

魯郡　秦九韶

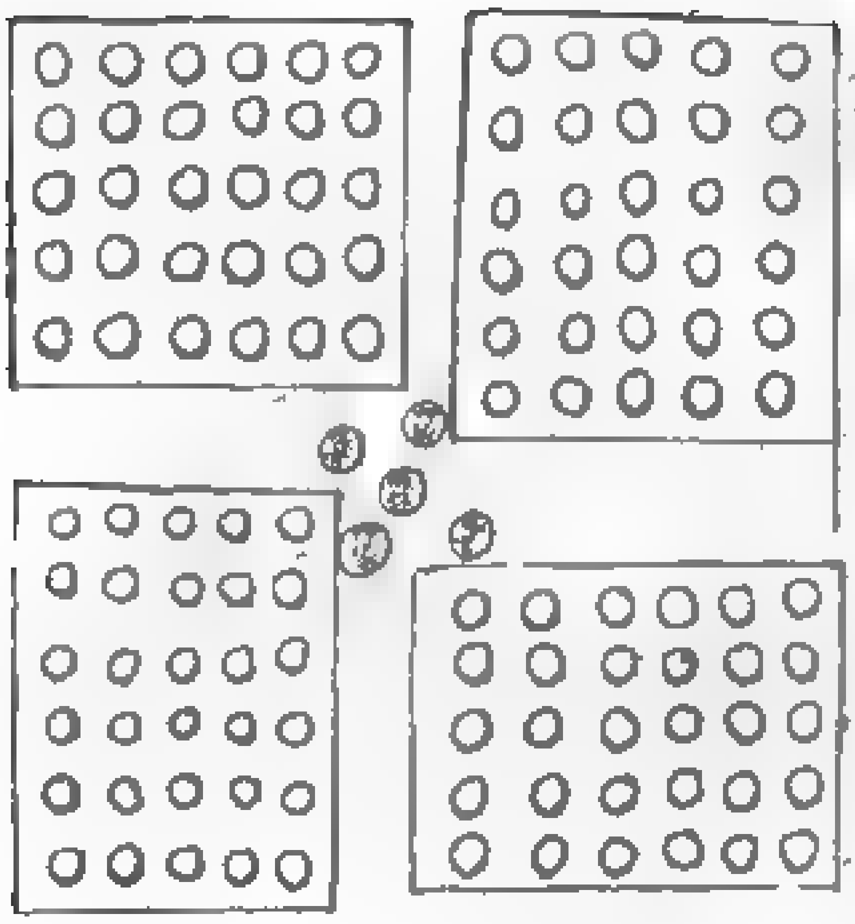
◎計立方營

問一軍三將將三十三隊隊一百二十五人遇暮立營人占地方八尺須令隊間營隊師居中央欲知營方幾何

答曰營方一百七十一丈　隊方九丈

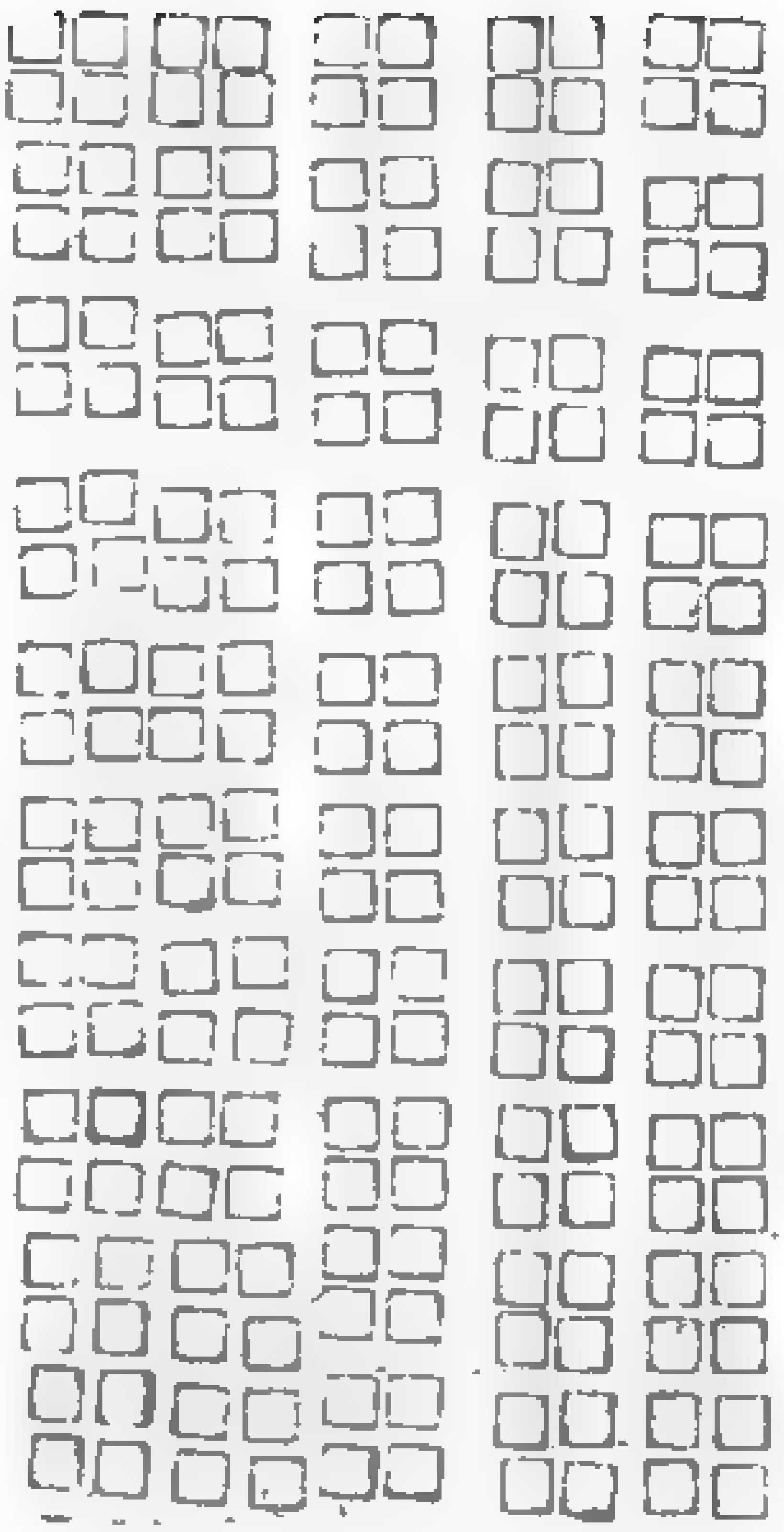
術曰以少廣求之置人占方冪乘每隊人爲隊實以一爲隅開平方所得爲隊方圖（或開不盡爲全數）次置隊數乘將又四因之增三共爲實以二爲從方一爲從隅開平方得率以乘隊方面爲營方面（開不盡爲全數）

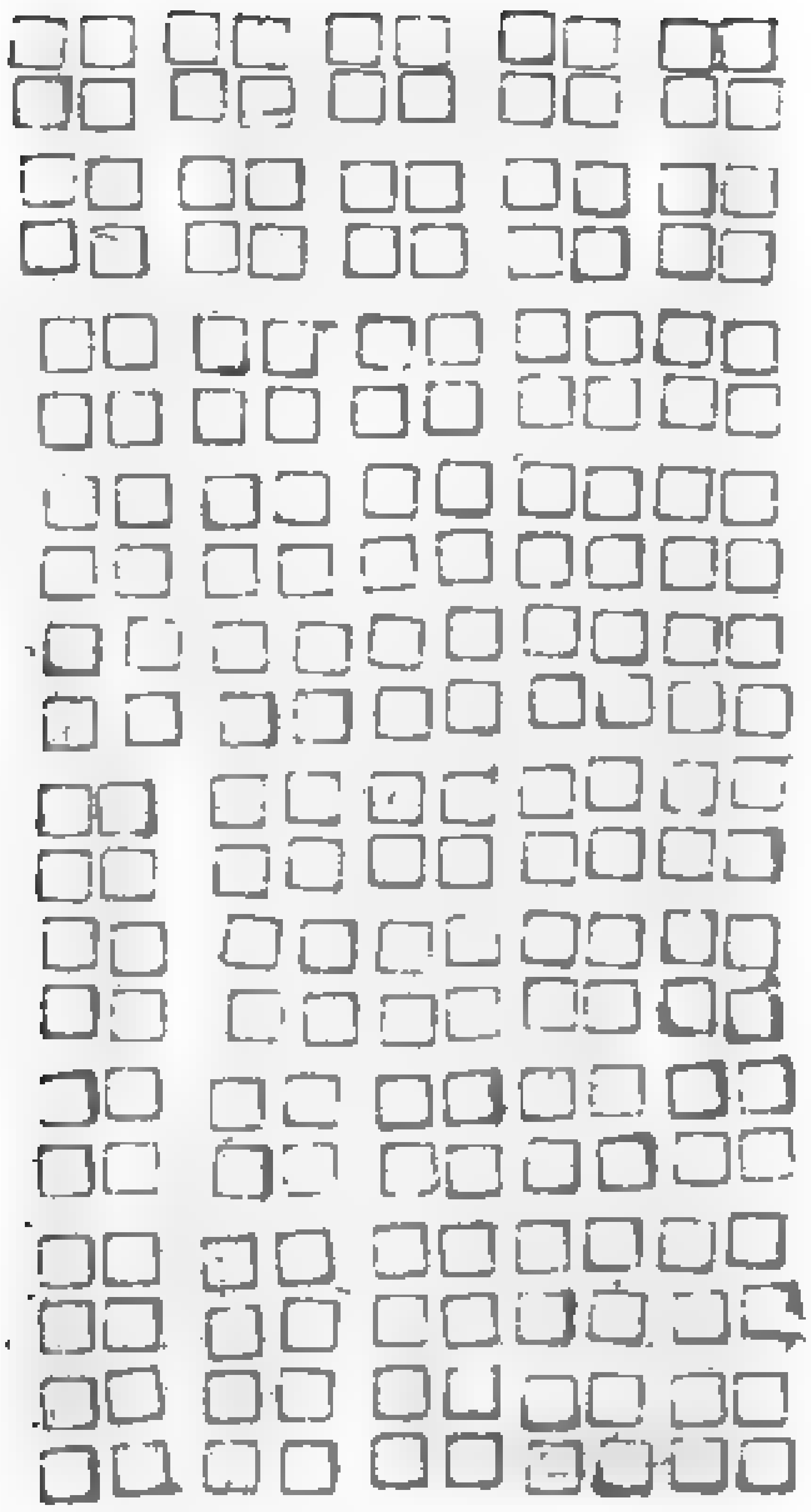
方營各隊圖



方營總圖

營方一百七十一丈





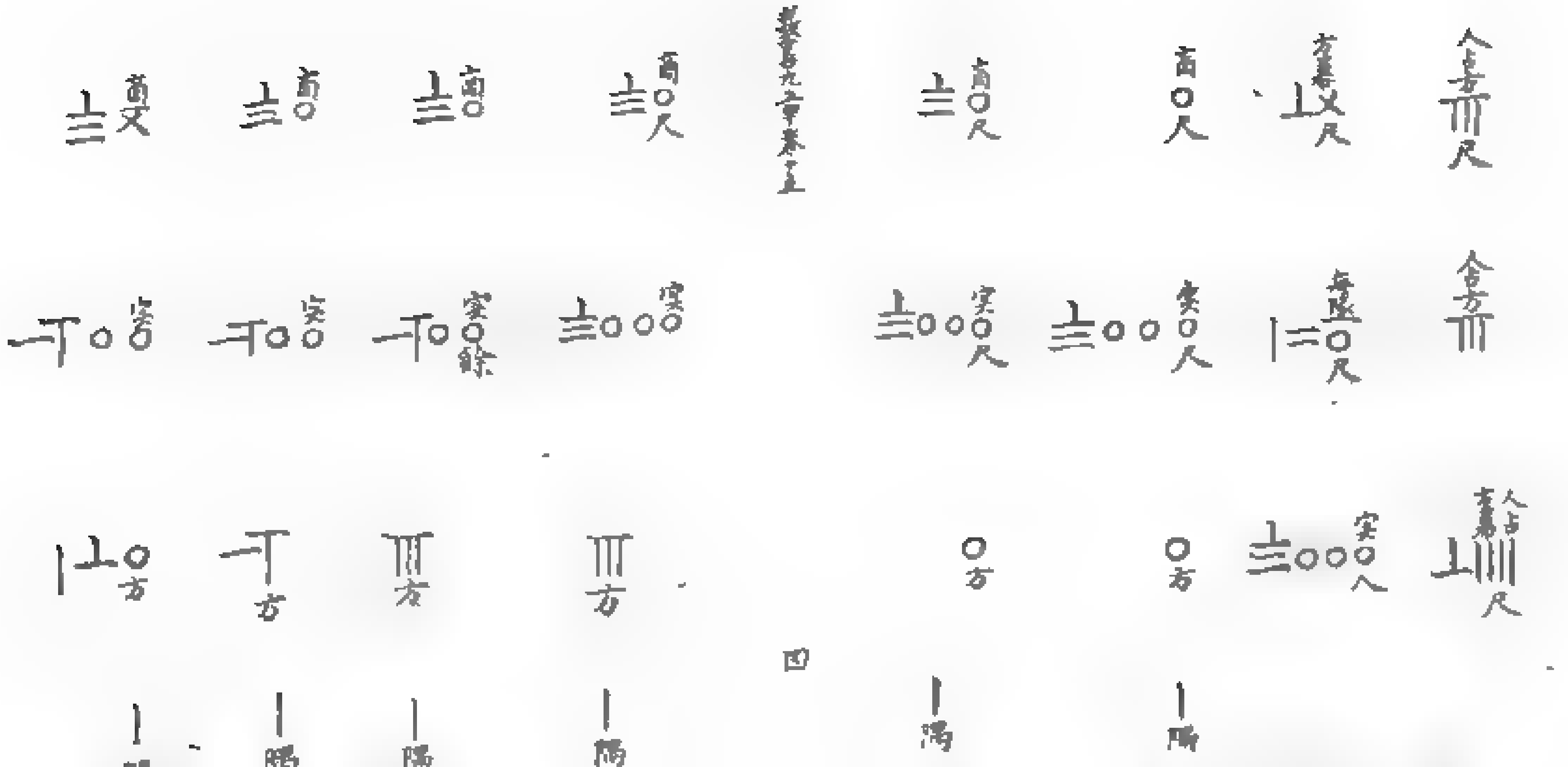
隊方九丈

隊中四服各立三十人

隊心立五人

草曰置人占八尺自乘得六十四尺為人占方冪以乘每隊一百二十五人得八千尺為實以一為隅開平方步法常超一位今隅超一度至實之百下約實置商八十尺以商八十生隅一得八十為方乃命上商除實訖實餘一千六百次以商生隅入方得一百六十畢方一退隅再退之後於上商之次續商九尺乃以續商九生隅一入方得一百六十九乃命續商除實訖得八十九尺不尽七十九

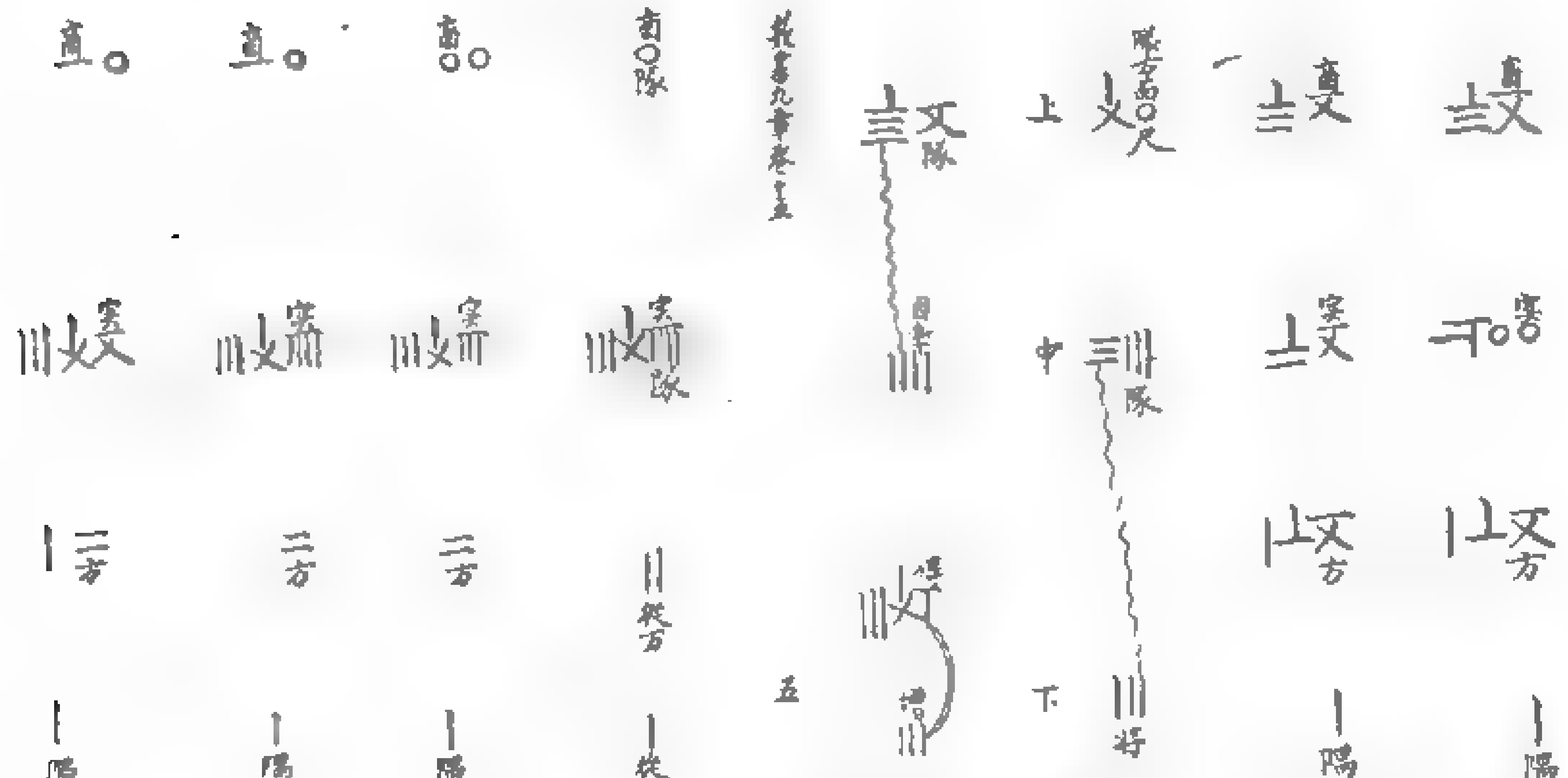
尺就為九十尺得隊方而次置三十三隊乘三十三將得九十九又四因得三百九十六增三得三百九十九為實以二為從方一為從隅開平方步法以從方進一位至實之十下隅超一位至實之百下乃約實置商一十隊以商一十生隅一入方得一十二乃命上商除實訖實餘二百七十九又以商一十生隅入方得二十二畢方一退隅再退之續於實上商九隊以續商九生隅入方得三十一乃以命續商除實適尽得一十九乘隊方而九十得一千七百一十尺展為營方一百七十一丈合問



四

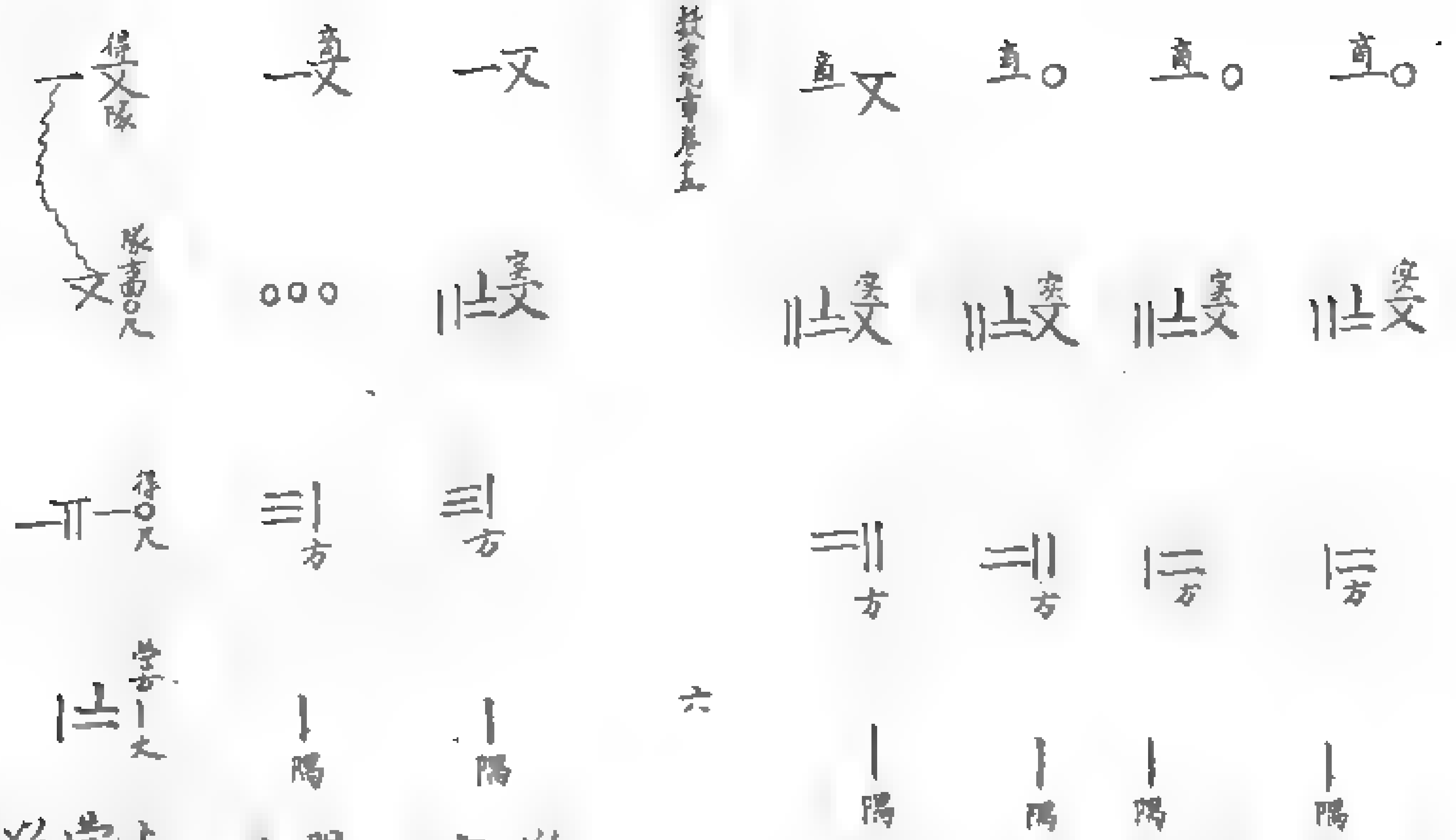
方冪求
隊得實
以一為隅
開平方
隅超一位
方進一位
商數與
隅相生
乃命除实
商隅又相
生增入方
方一退
隅三進
續商數與
隅相生

數書九章卷十五



五

乃命除實
收不尽為
尺入商得
九十尺
以中乘下
得後上隊
以上乘副
得次以下
併次得实
方一進
隅再進
商一進
約商置率
以商生
隅入方
以方命
商降实



以商生隅入方

方一退隅再退

續商九

以商命方降實

以商命方降實

開盡商為隊數

上乘副為營方積丈以次退位為營積丈

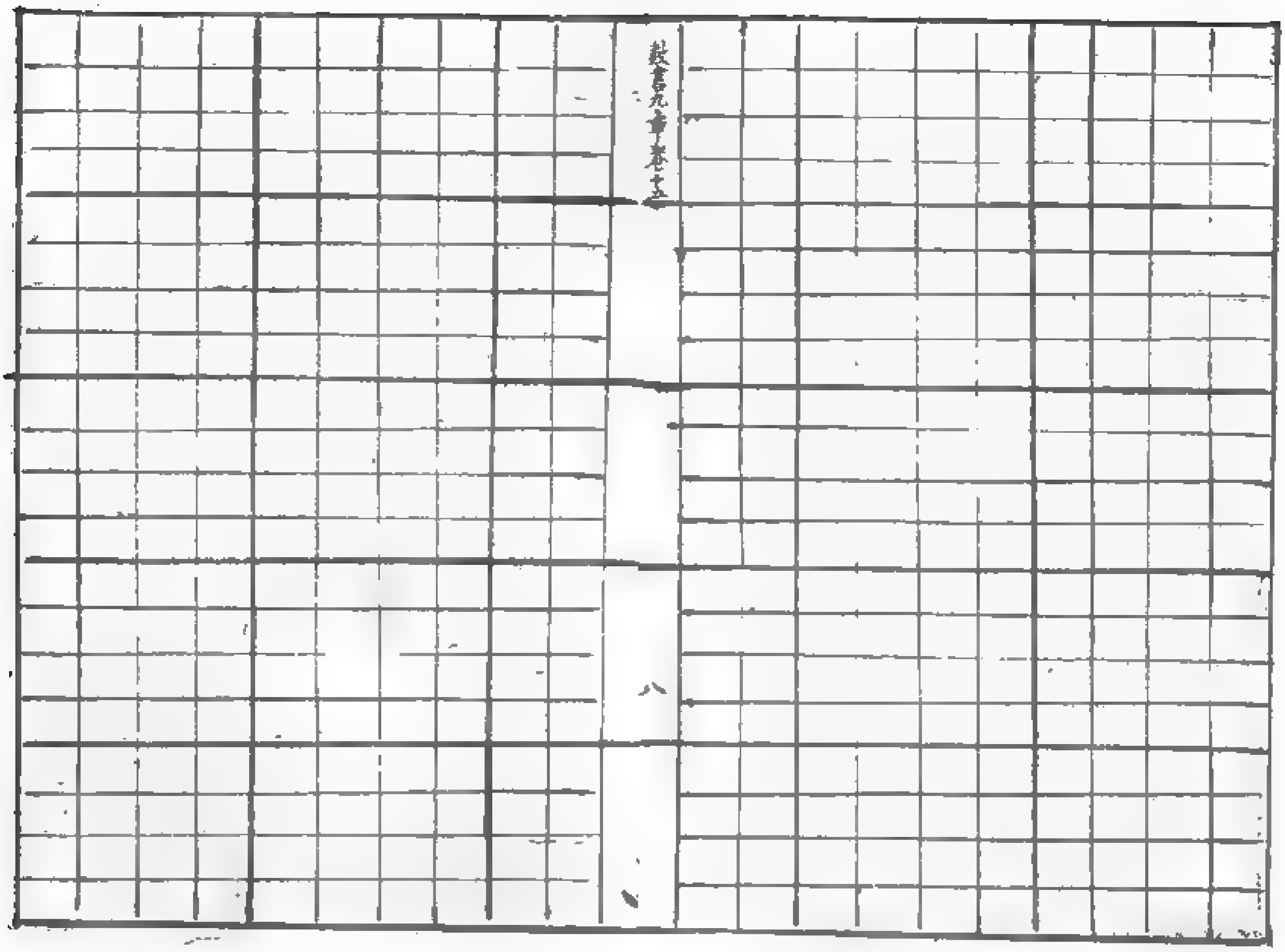
○方變鋭陳

問步兵五軍軍一萬二千五百人作方陳人立地方八尺欲变為前後鋭陳陳後闊令多元方面半倍陳間仍容騎路五丈以上順鋭形出入求方陳面鋭陳長及前後鋭陳各布兵幾何

方陳圖

每方目為十丈　一面目為大方

每面目五十人　共五二面五十人



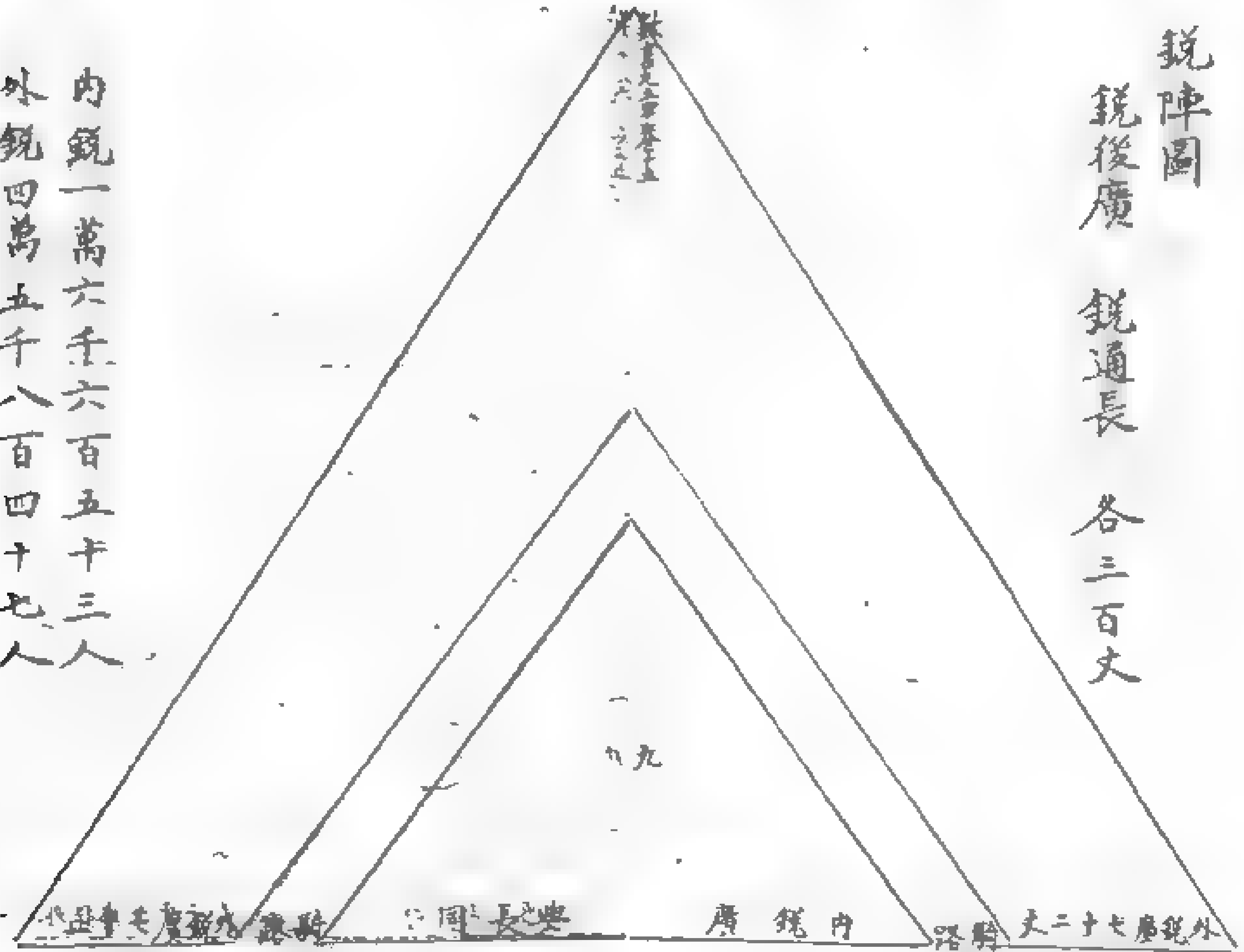
計五六萬二千五百人

銳陣圖

銳從廣 銳通長 各三百丈

內銳一萬六千六百五十三人

外銳四萬五千八百四十七人

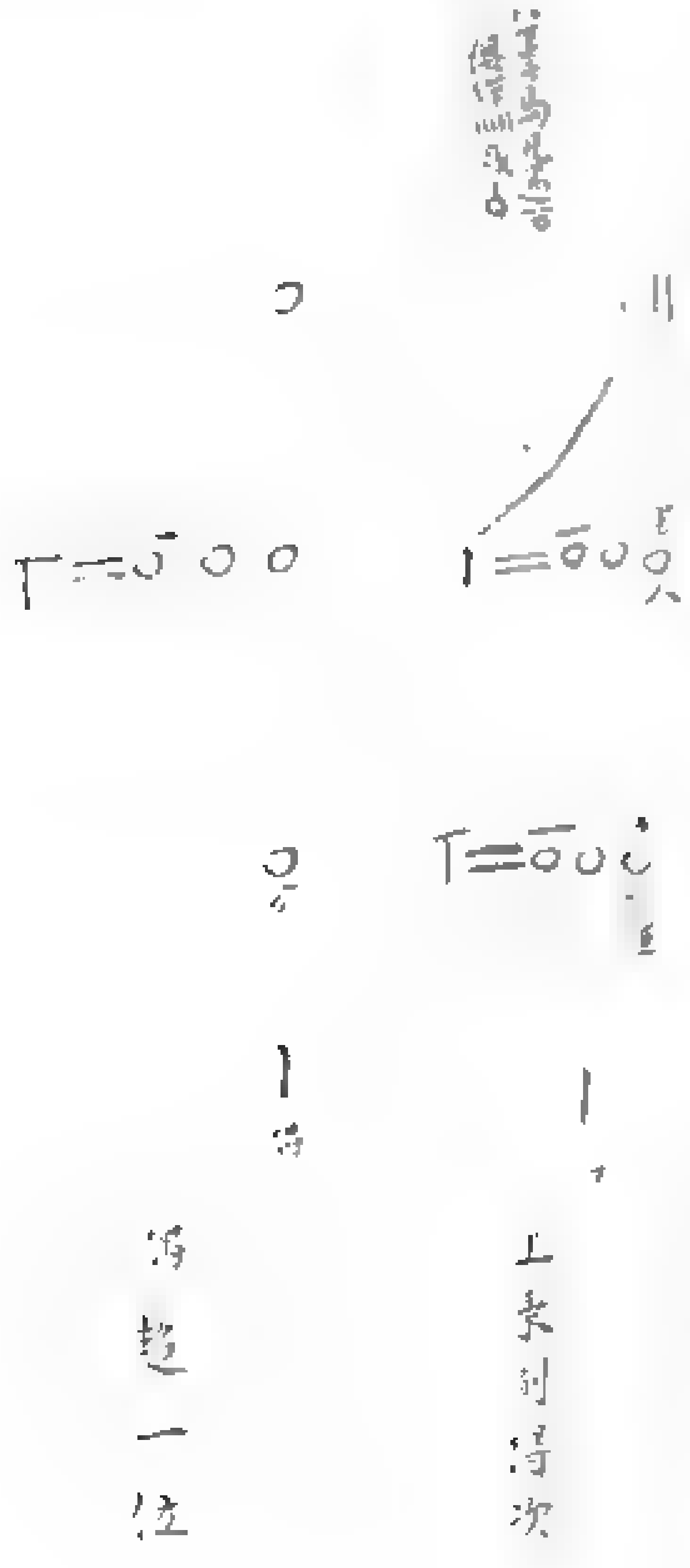


答曰方面二百丈　方面布兵二十五人
銳後廣三百丈　銳廣列兵三百六十二人
銳通正長三百丈　騎路二除各闊五丈二尺
內銳陳廣一百四十五丈六尺列一百八十二
人
長一百四十五丈六尺
計布兵一萬六千六百五十三人
外銳兩廣各七十二丈
列九十人
計布兵四萬五千八百四十七人

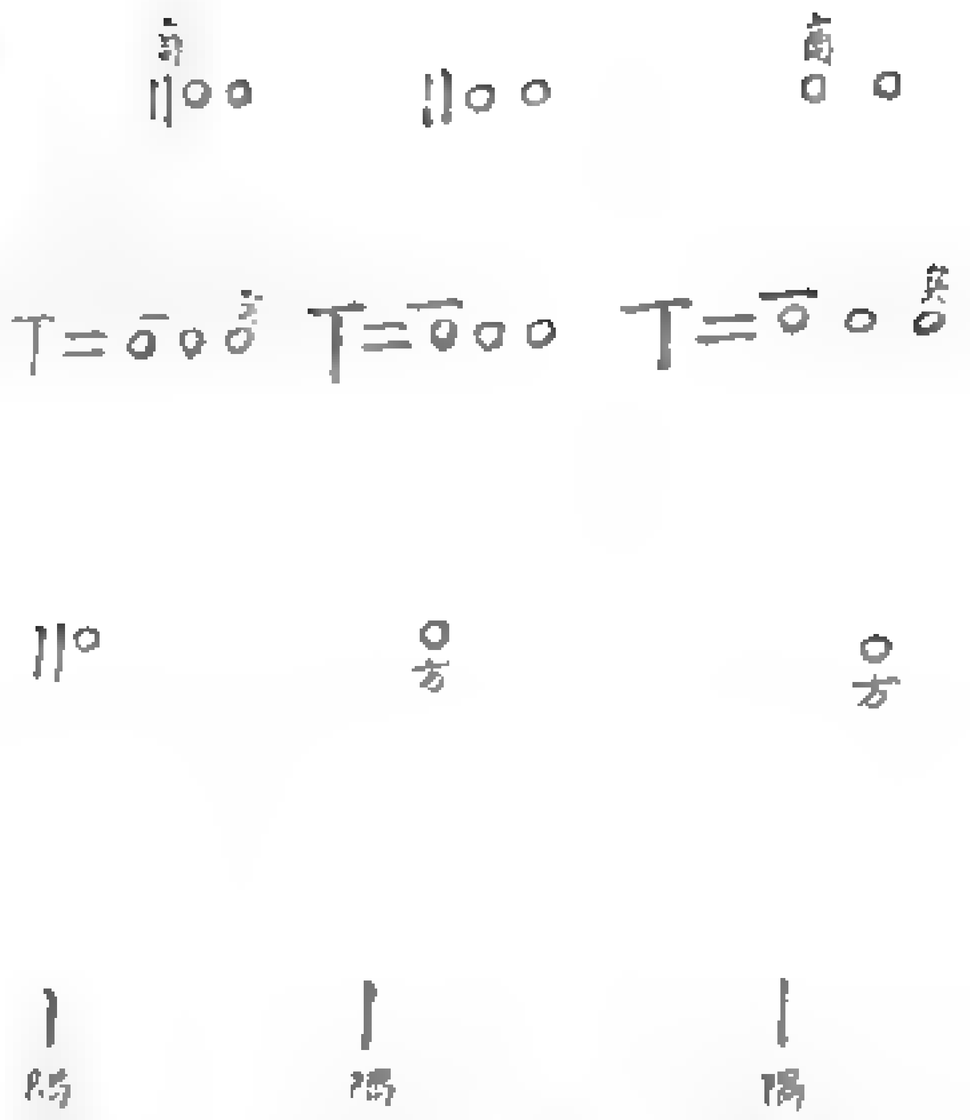
術曰以少廣求之置兵開平方得方面人數（開不盡方為多派）以人立尺數乘之為元方面置元方面以減多數加之銳為後闊亦為通長倍馬路減之餘為實以人立尺約為闊布兵不尽半歸馬路以四約闊布兵得外銳一邊人倍一邊人併不歸為內銳長闊人數副置減一餘乘其副得數半之為內銳布兵以減總兵餘為外銳布兵

草曰置一萬一萬二千五百以五乘因之得總兵六萬二千五百人為實開平方得二百五十人以人立八尺乘之得方面二百丈置二百丈加半倍一百丈得三百丈為銳陳後闊亦為銳陳通長先倍騎路五丈得一十丈以減後闊三百丈餘二百九十丈為實以人立八尺約之得三百六十二為銳後闊布兵不尽四尺以半之得二尺革歸路作五丈二尺以四約銳後闊布兵三百六十二人得九十人為外銳一邊人倍一邊九十得一百八十併不尽二人共得一百八十二人為內銳廣布兵數亦為長布兵副置加一得一百八十三乘副一百八十二得三萬三千三百六以半之得一萬六千六百五十三人為內銳陳布兵以減總兵六萬二

千五百餘四萬五千八百四十七人為外銳兵



數書九章卷十五

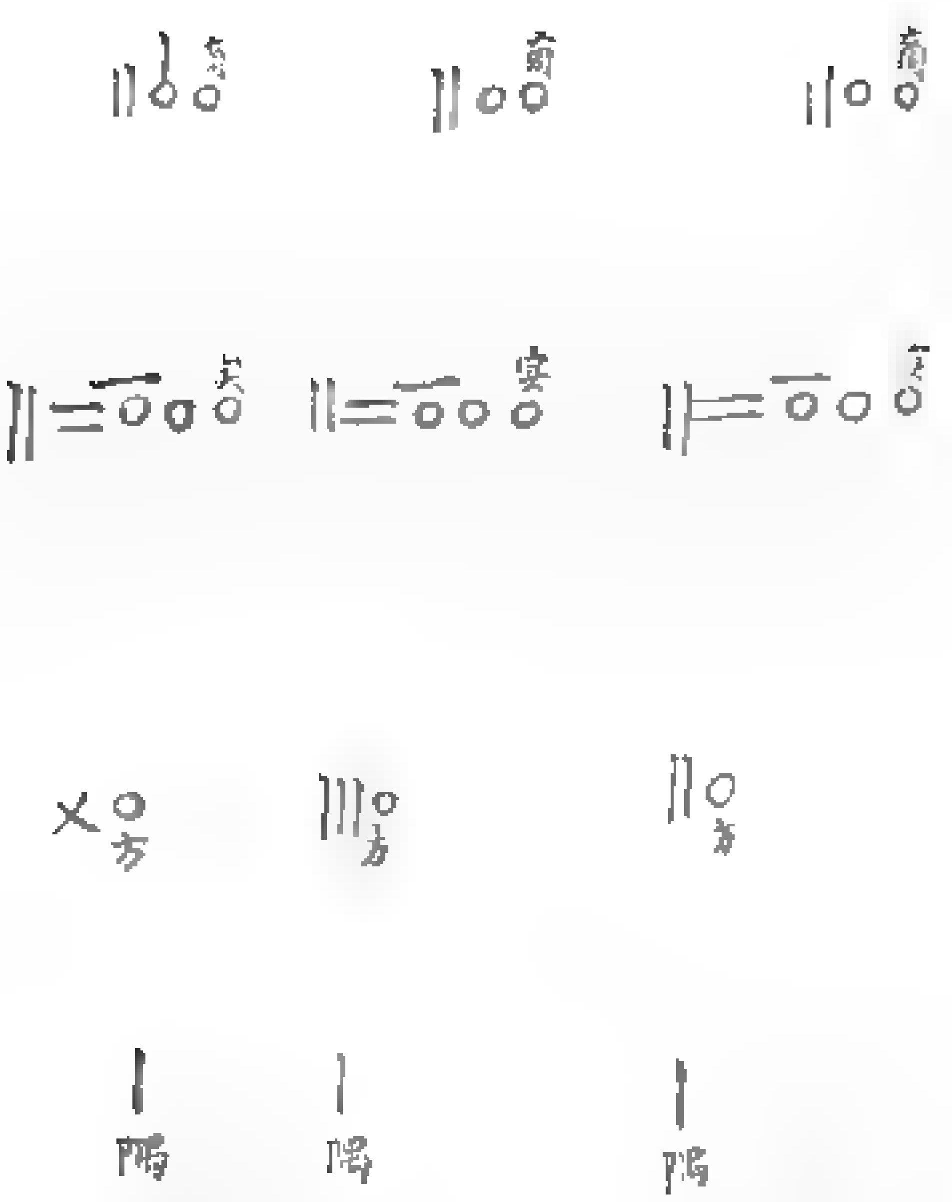


十二

隅再超一位

約實置商上隅入方

以方命商除實

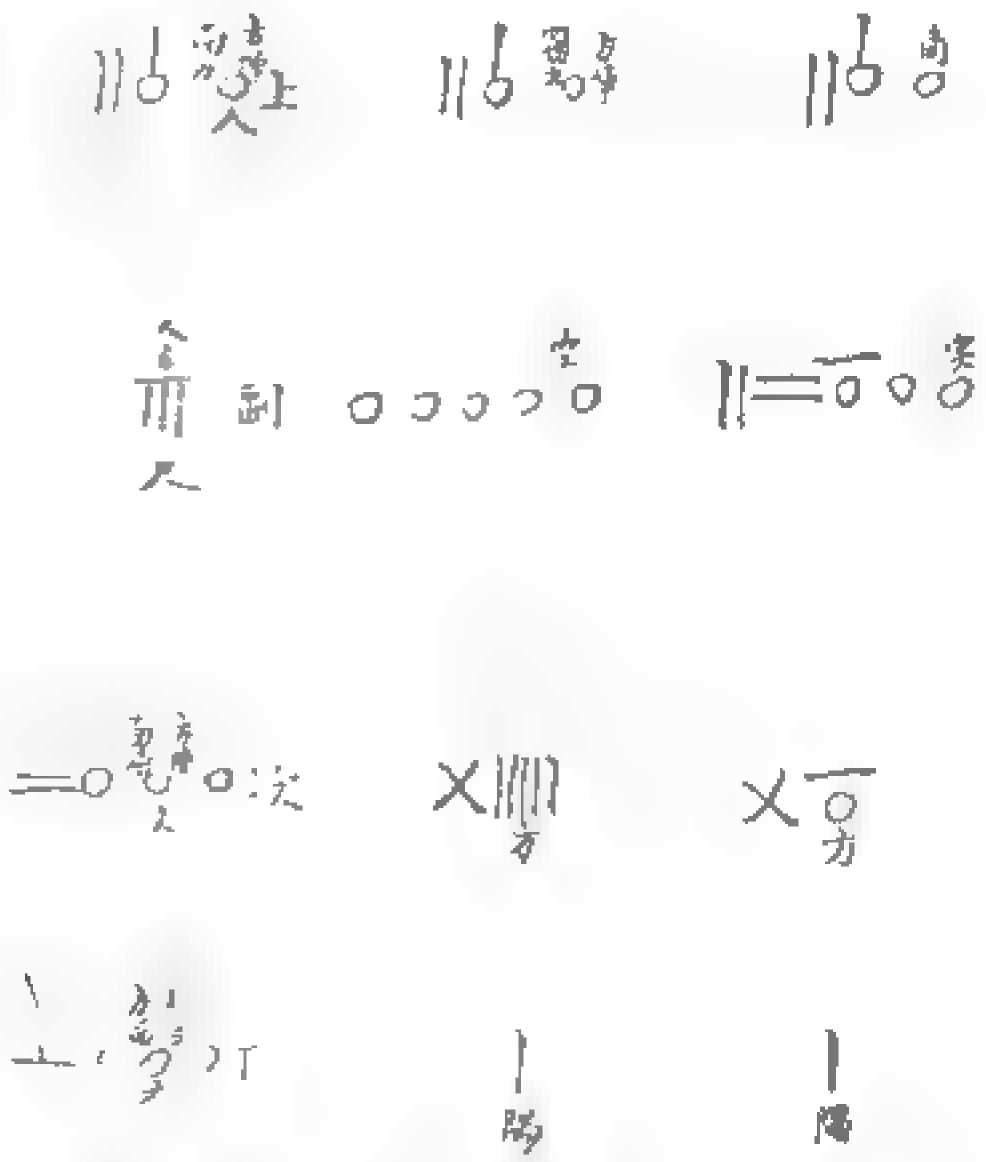


以商生隅入方

方一退隅再退

續生商隅入方

數書九章卷十五



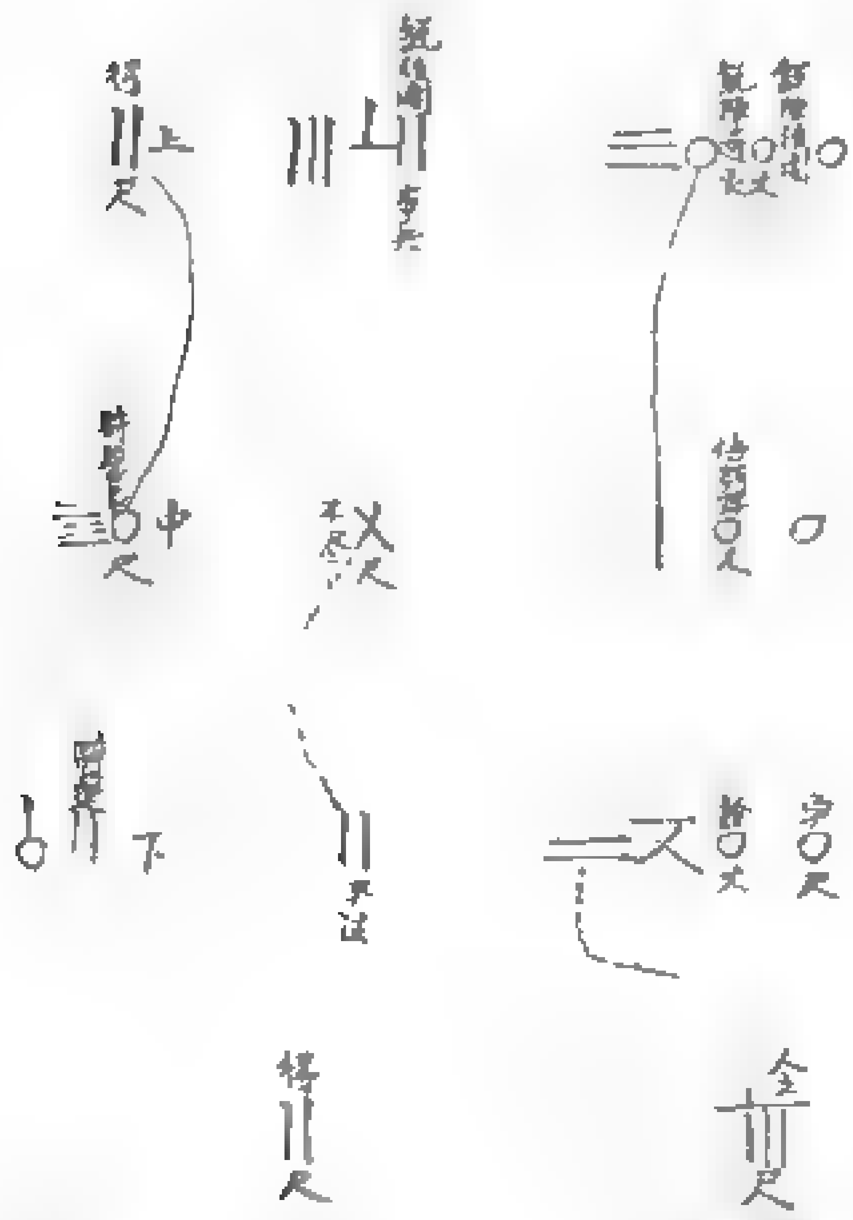
十三

以方命商除實

開盡得隊方面

上乘副得次下

併次下後上



以副減上得次

以下除次得後

上

不盡約之

以上併中得下

以次除副得上

以上乘副得次
以下併次済後上

以次併副得
下乃為後上

以上乘副得次
以下除人得後
上一

以中減上得下

○計布圓陣

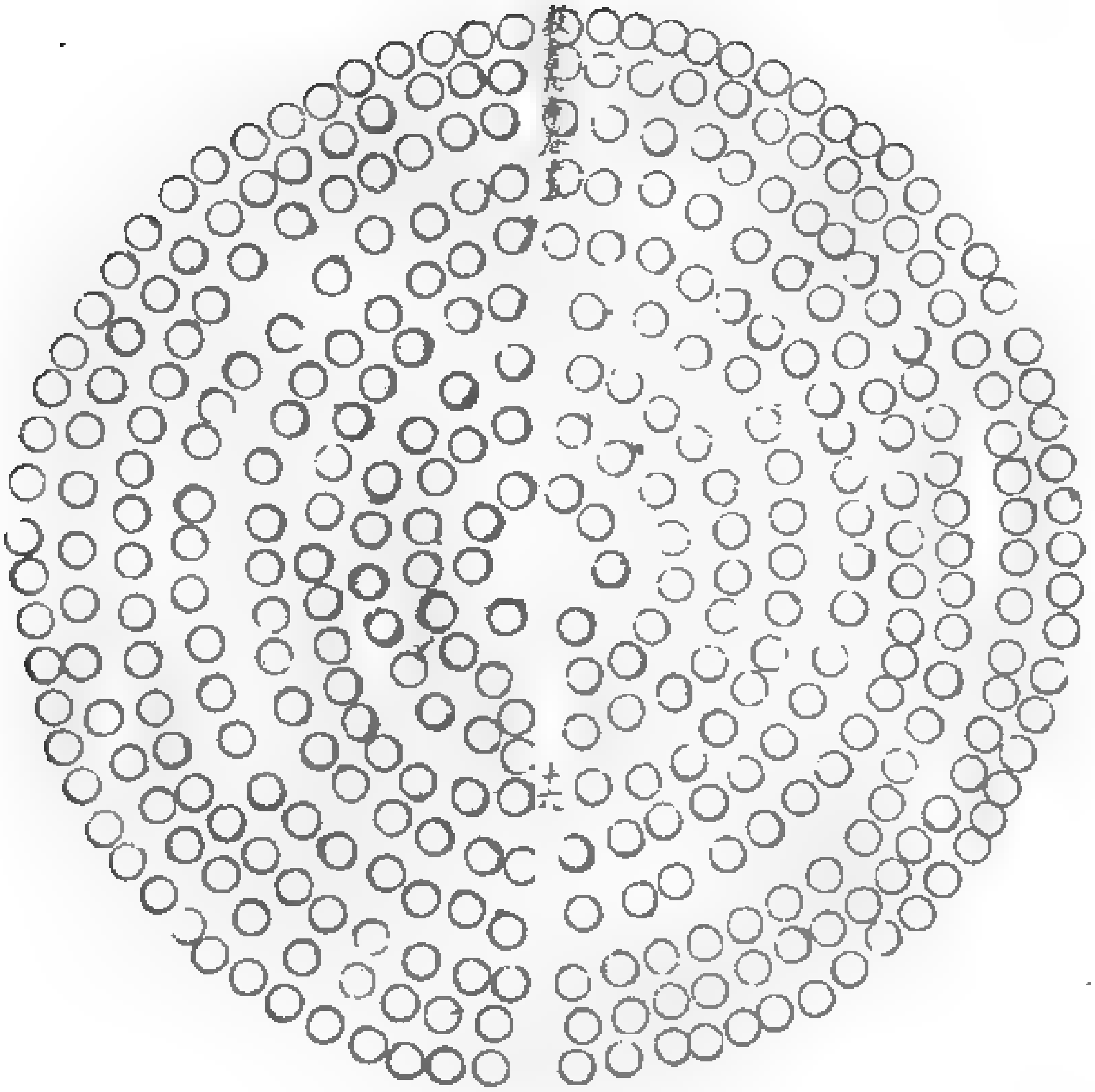
問步卒二千六百人為圓陣人立圓邊九尺形如車輻魚麗布陣陳重問倍人立圓邊尺數須令內徑七

十二人圓法用周三徑一之率欲知陳重幾數及內外周通徑并所立人數各幾何

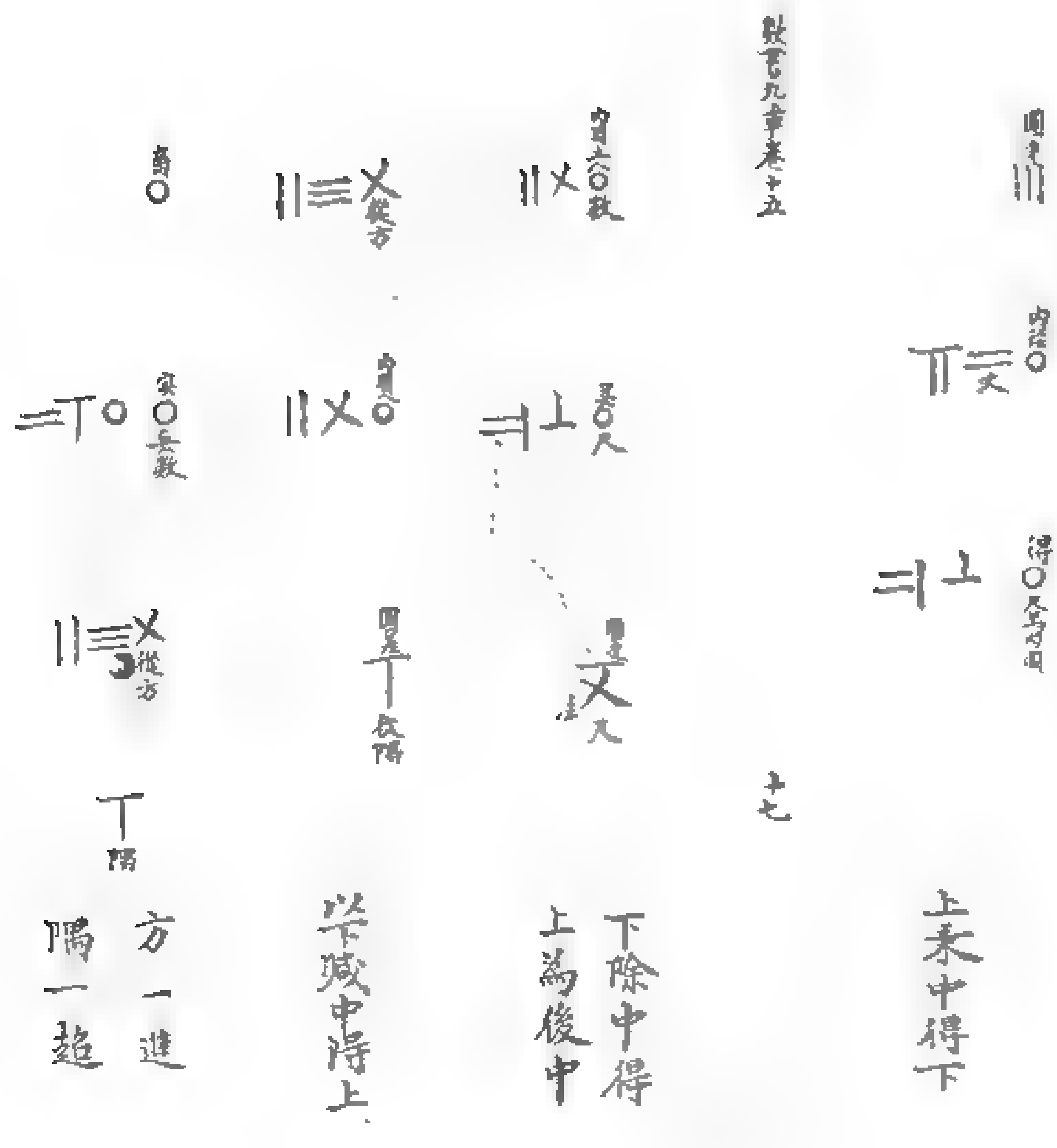
答曰

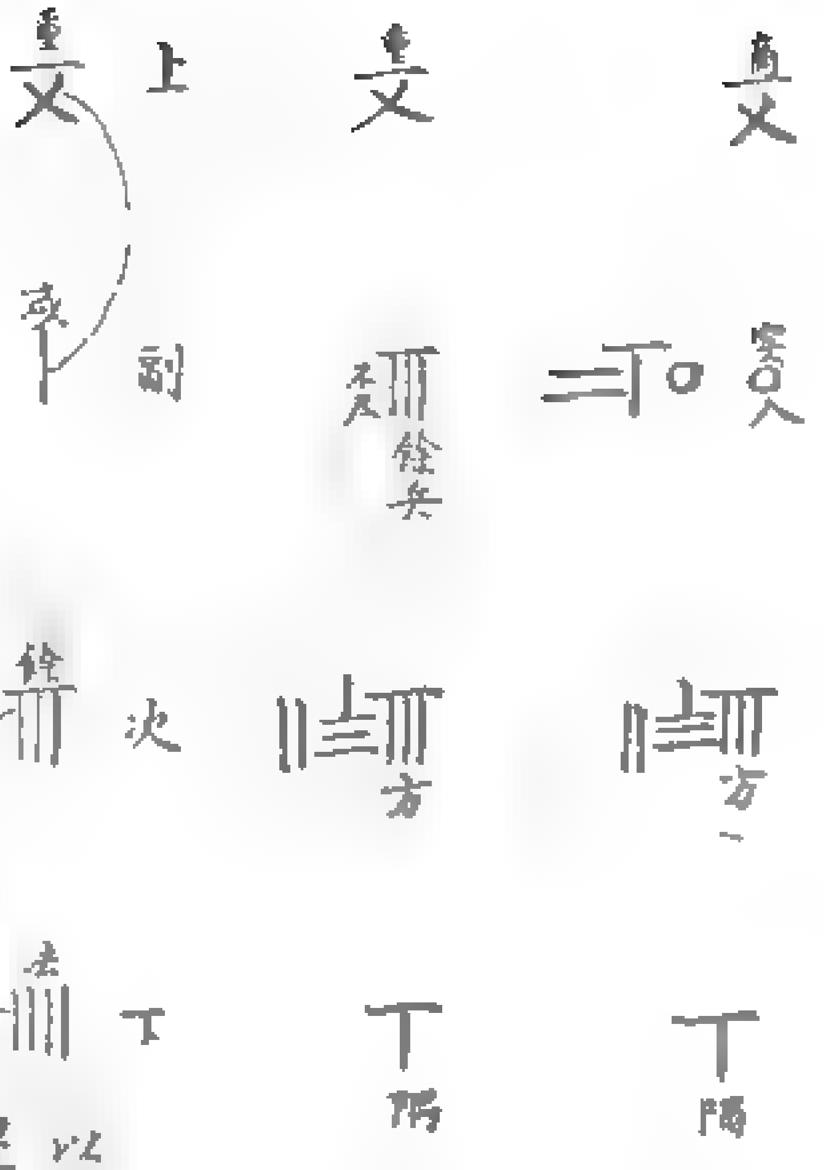
內周二百一十六丈
立二百四十人
外周三百二丈四尺
立三百三十六人
通徑一百丈八尺
陳計九重八不盡人

圓陣圖



術曰以商功求之以圓率因內徑為內周以人立尺約之為內周人數乃以圓來差率為隅次置內周人減隅餘為從方列兵數為實開平方得重數不盡為餘兵置重數減一餘四因又乘圓差尺數併內徑共為通徑以圓率因通徑得外周

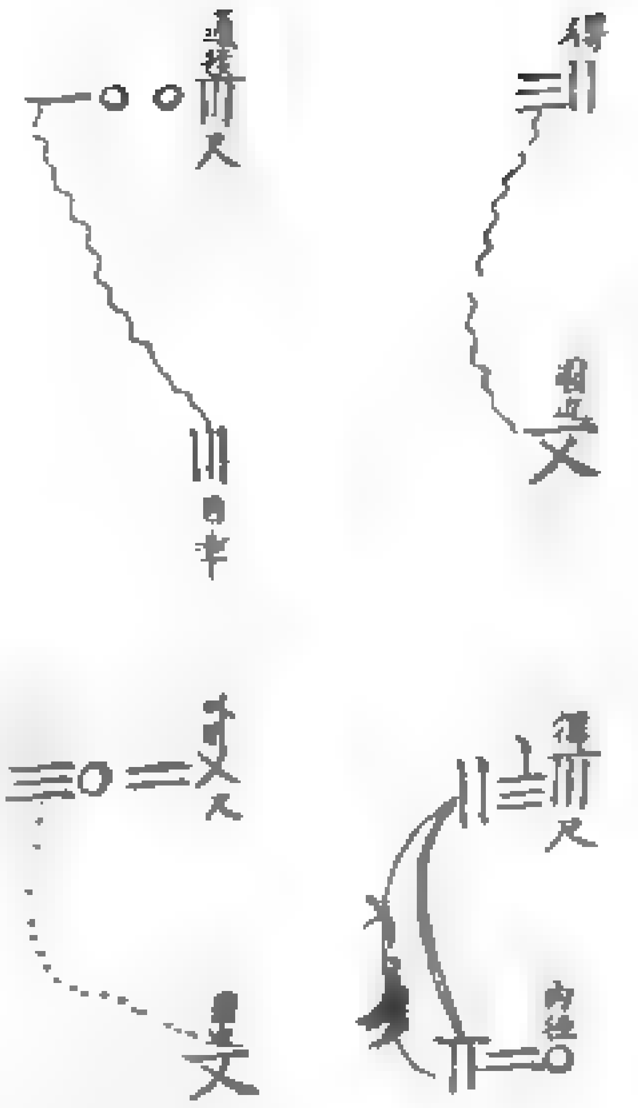




以商生隅入方

不盡為餘兵

以副減上得次以下乘次得後上



以上乘副得次以下併次得後上

以圓邊除外周得外周人數

草曰以圓率三因內徑七十二丈得二千一百六十尺為內周以圓邊九尺約內周得二百四十為內周人數乃以圓束差六為從隅次置內周二百四十人減隅餘二百三十四為從方列兵二千六百為实開平方步法從方進一位隅法超一位今方隅皆不可超進乃於實約商置九重以商生隅六得五十四增入從方內共得二百八十八乃分上商九重除实訖实餘八人為餘兵副置九重減一餘八以四因之得三十二又乘圓邊九尺得二百八十八尺併內徑七百二十尺得一千八尺為通徑又以圓率三因通徑得三千二十四尺為外周次以圓邊九尺為法除外周尺數得三百三十六人為外周人數合問

數書卷十六

魯郡 秦九韶

○圓營敷布

問周制一軍欲布圓營九重每卒立圓邊六尺重間相去比立尺數倍之於內摘差兵四分之一出奇不可縮營示若弱須令仍用元營布陳餘兵欲知元營內外周及立人數并出奇後每卒數立尺數外周人數立幾何

答曰周制一軍

一萬二千五百人

出奇

三千一百二十五人

元內周

八百四丈

立一千三百四十人

元外周

八百六十一丈六尺

立一千四百三十六人

出奇後

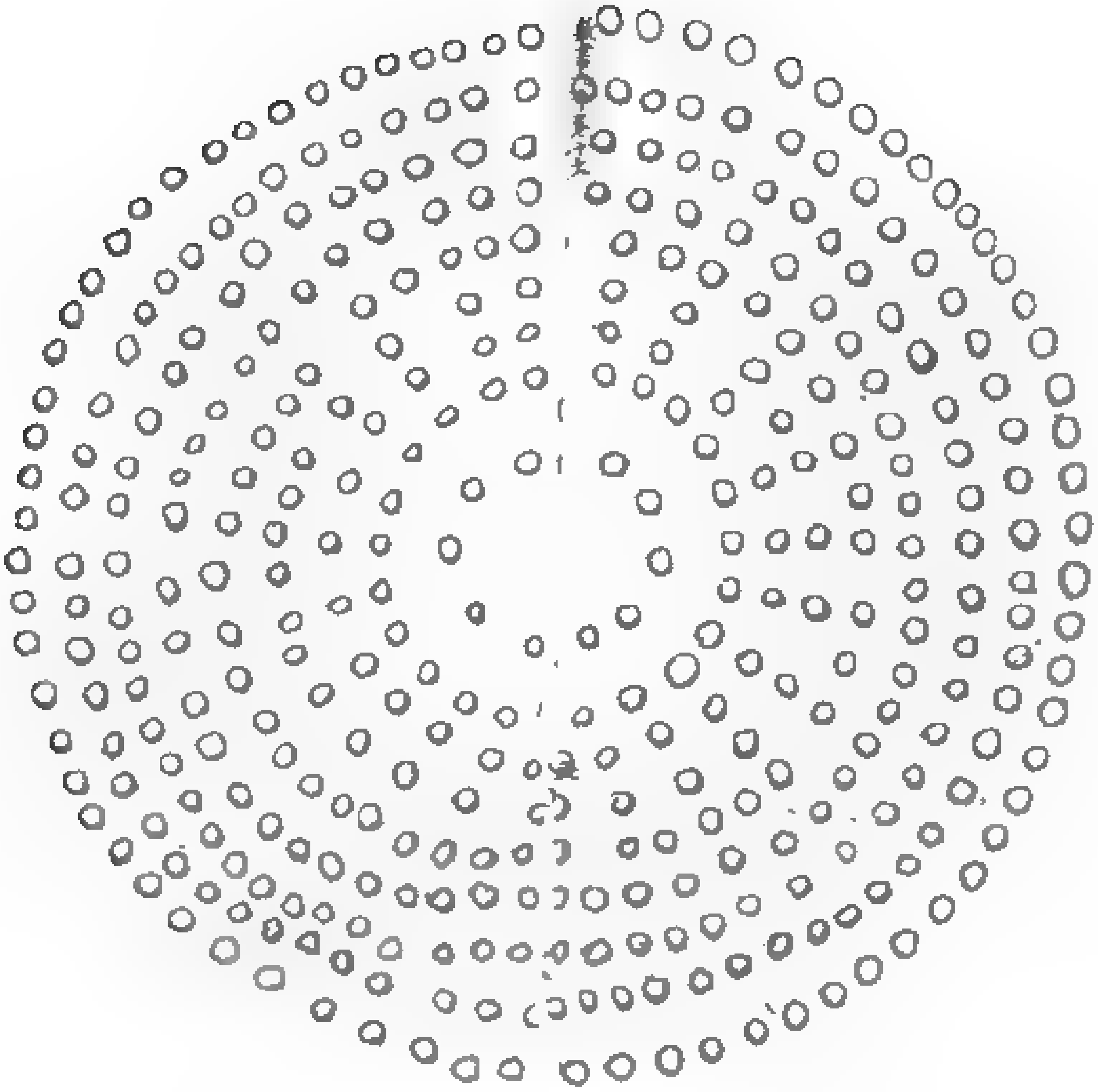
元外周立一千八十九人

元內周立一千一十六人

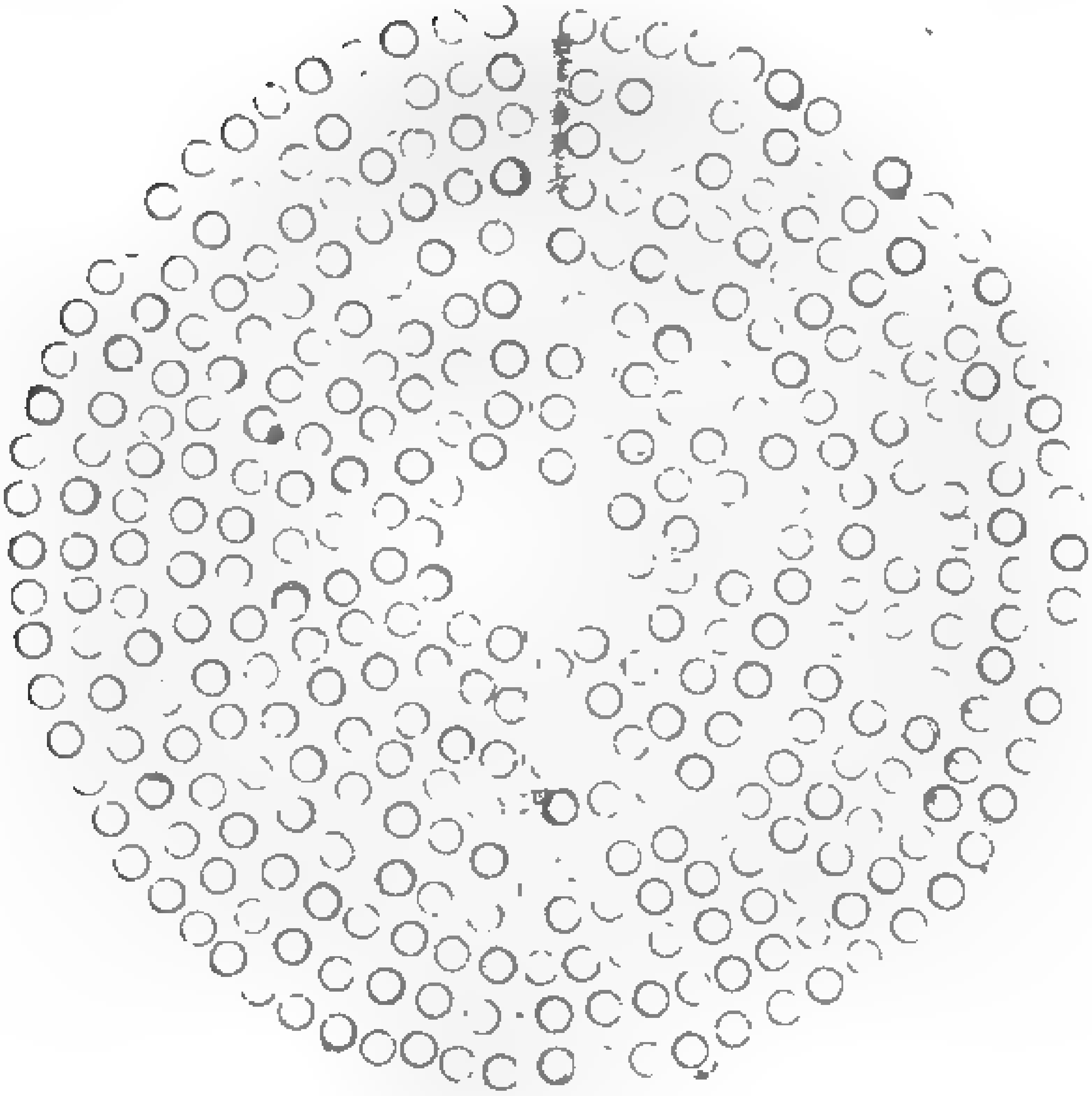
內外周人立七尺九寸一分

未遣奇兵圓營圖

未遣奇兵圓營圖

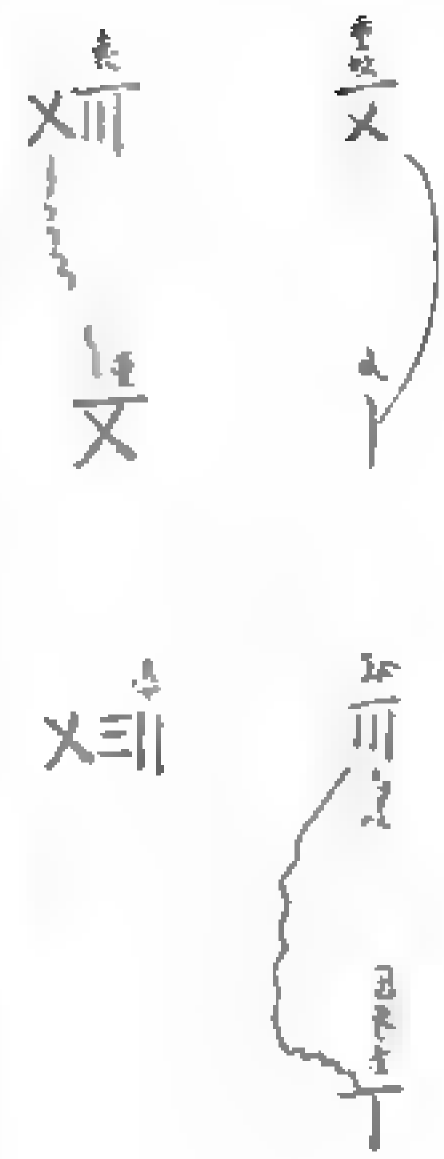


已遣奇兵圓營圖

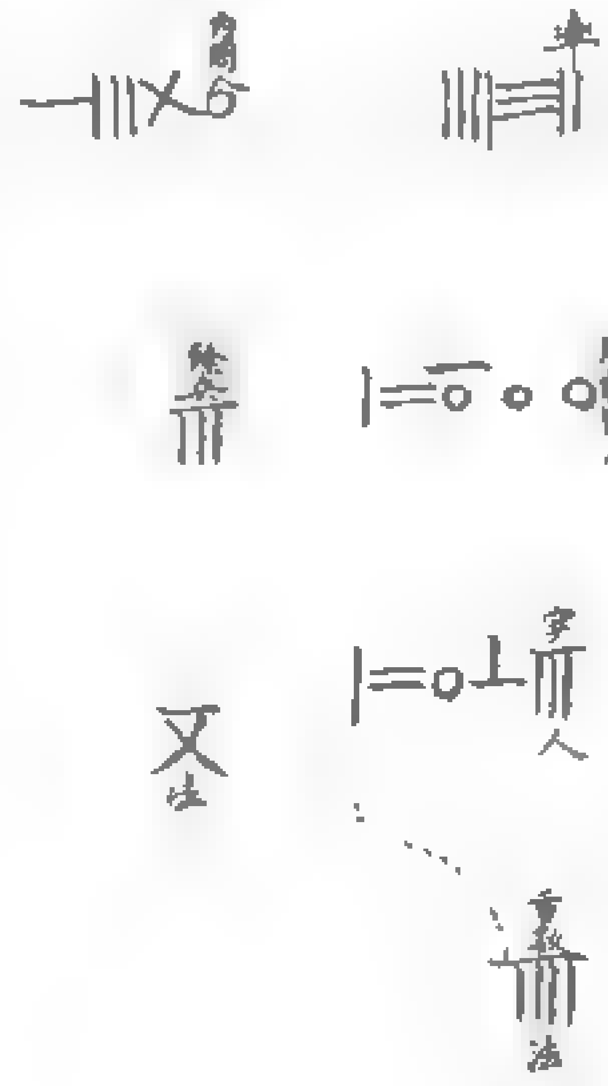


術曰以商功求之置重數減一餘為段以段乘圍差為衰以衰乘重數為率求元周以率減兵餘如重數而一得內周人數不滿為餘兵以人立圍邊乘內周人得內周尺倍衰乘圍邊之以泛併內周尺得外周尺為實如圍邊而一得外周人求出奇後以率加存兵如重數而一得外周人不滿為餘兵以外周人約元外周尺得後立尺以先立尺約元內周得內周人

草曰置九重減一餘八為段以乘圍差六得四十八為衰乘九重得四百三十二為率



末元周以率四百三十二減周制一里一萬二千五百餘一萬二千六十八為實如重數九而一得一千三百四十人為內周人數不滿八人以為餘兵之數

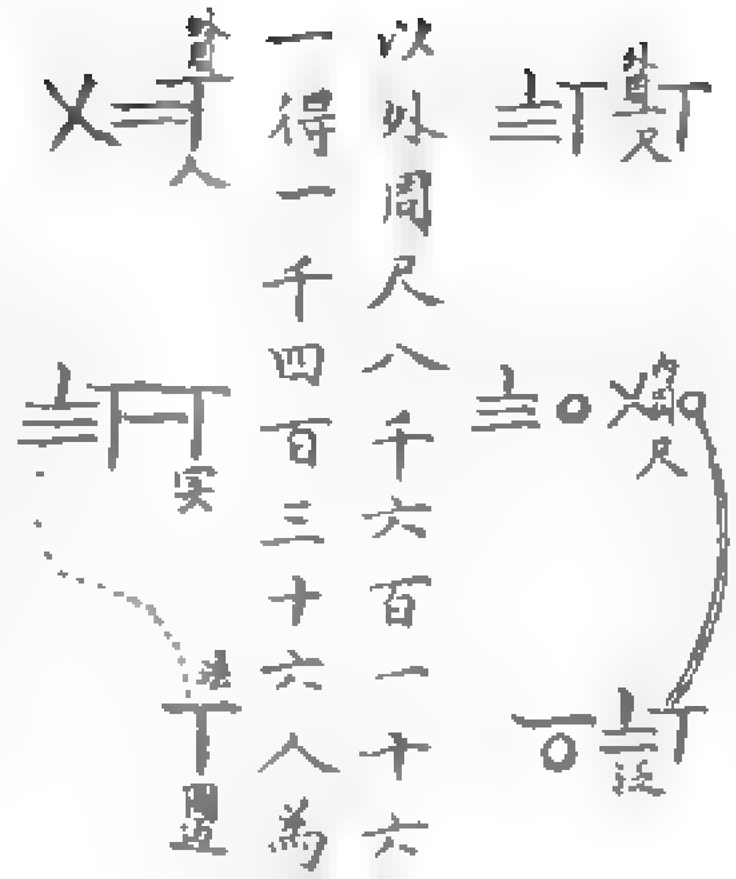


次以人立圍邊六尺乘內周人一千三百四十得八千四十尺收作八百四丈為內周尺數

倍衰四十八得九十六乘圍邊六尺得五百七十六尺為泛

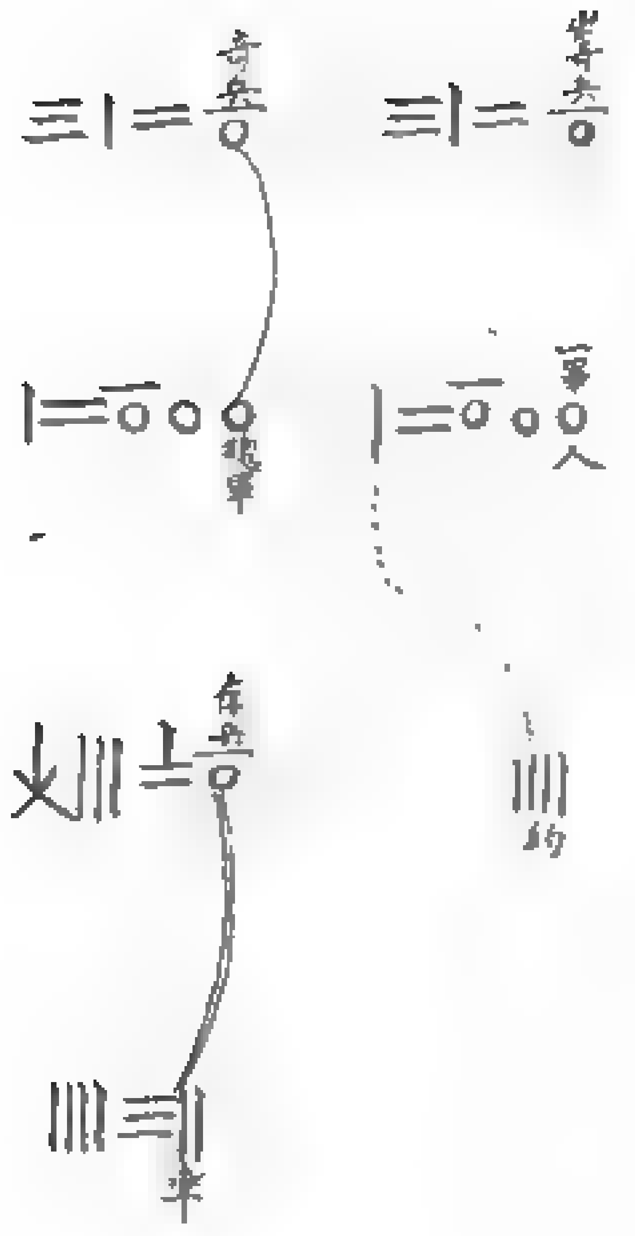
以泛五百七十六尺併內周八千四十尺得八千六百一十六尺為外周人

以外周尺八千六百一十六為実如圓邊六尺而
一得一千四百三十六人為外周人数



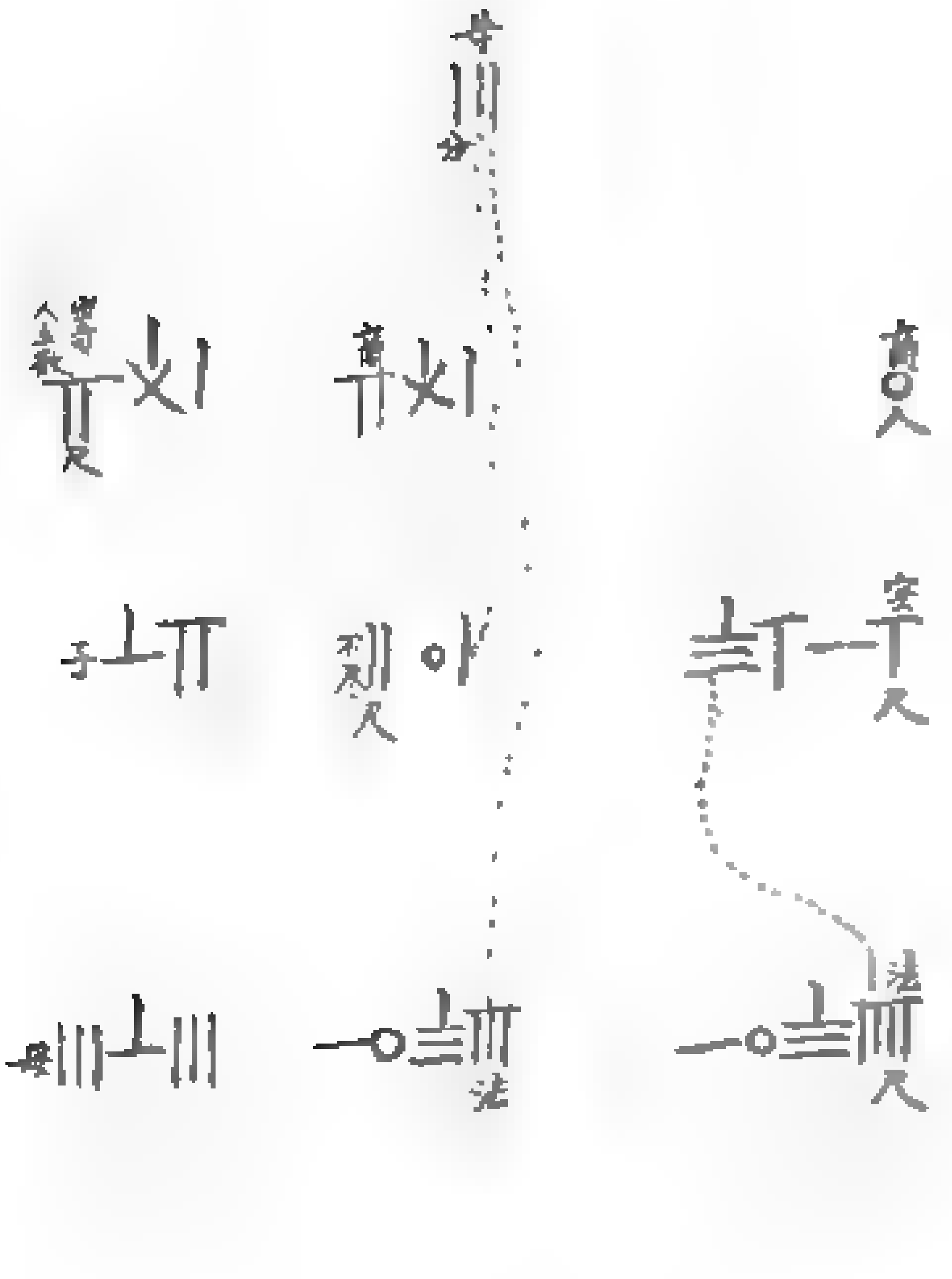
求出奇後以奇母四約軍一萬二千五百得三千
一百二十五為奇兵以減總軍餘九千三百七十
五為存兵次以率四百三十二如之得九千八百
七人為実如重数九而得一千八十九為外周人
不盡六

七



次以元外周八千六百一十六尺為実以外周人
一千八十九約之得七尺九寸一分不尽二尺一
分與法求等得三俱約之為分下三百六十三分
六十七

八



置元內周八千四十尺為實以從五尺七尺九寸一分約之得一千一十六為內周人數不盡三尺四寸四分為寬地

本術所求內外周之人數既足不拘人奇出奇入皆以六人為重差或只左加減各得諸重置共式得九重人保總數存共所

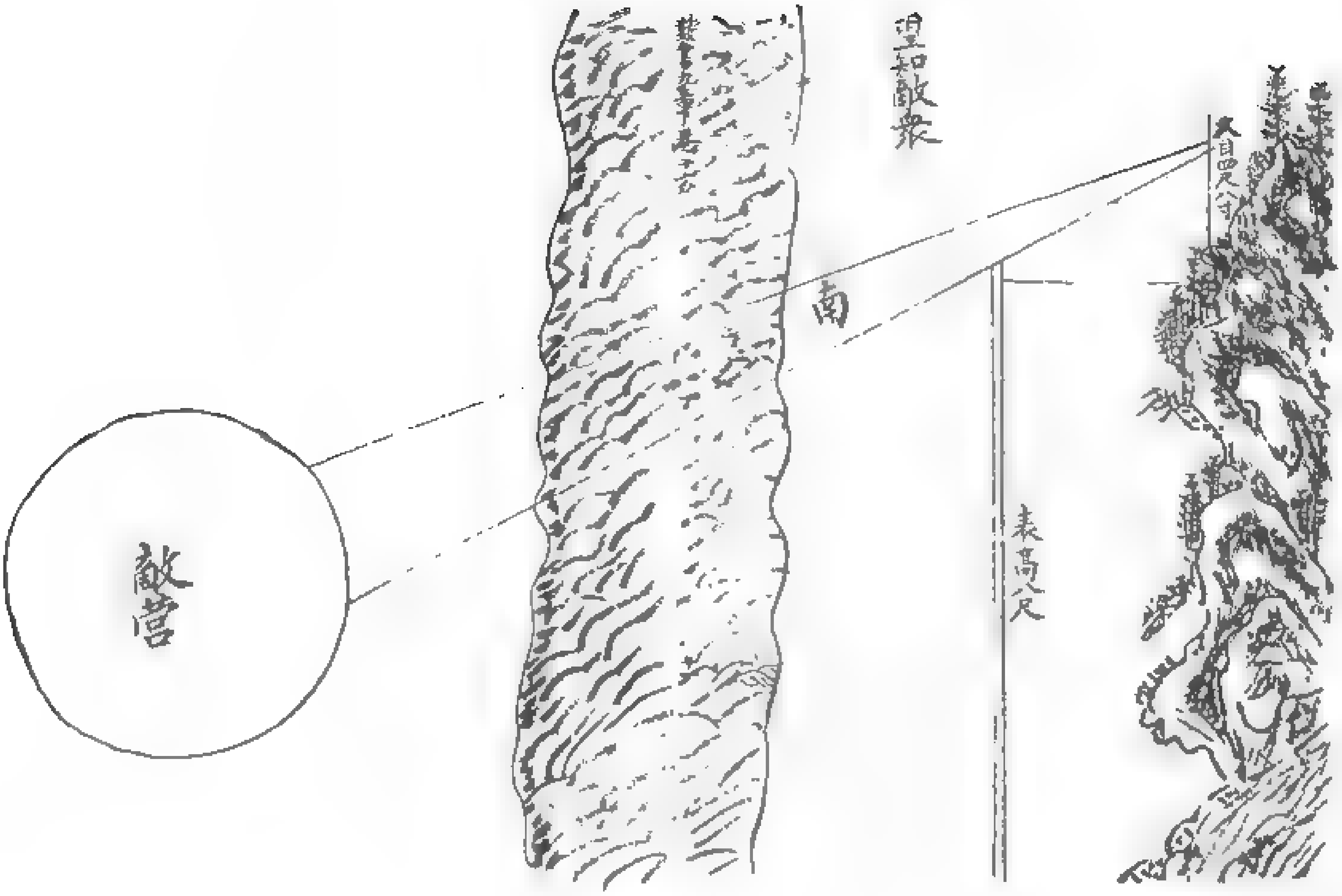
以望知敵衆

問敵為圓營在水北平沙不知人數諜稱彼營布卒占地方八尺我軍在水南山原於原下立表高八丈與山腰等平自表端引繩虛量平至人足三十步人立其處望彼營北陵與表端參合人望營南陵入表端八尺人目高四尺八寸以圓密率入重差求敵衆合得幾何

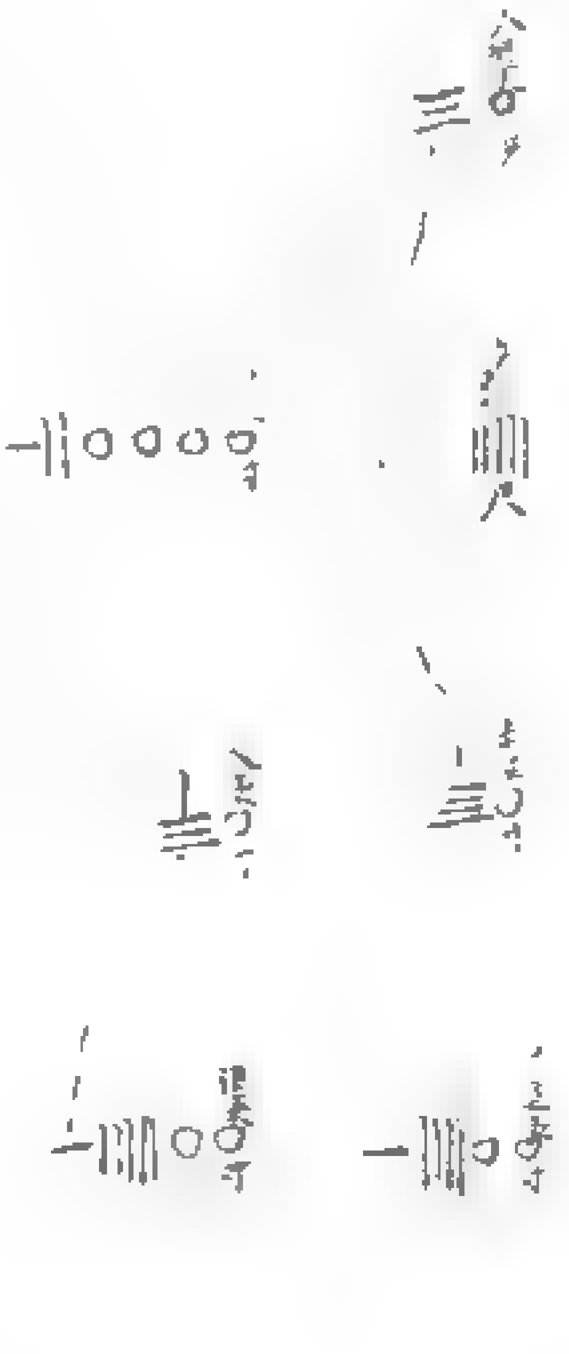
答曰

敵衆八百四十九人

術曰以句股求之置人退表步乘入表為實以人目高為法除之得徑以密周率乘徑得數為實以周率因人立為法約之得外周人數餘收為一剩置加六以乘剩得數為實加一十二而一餘弃收為全

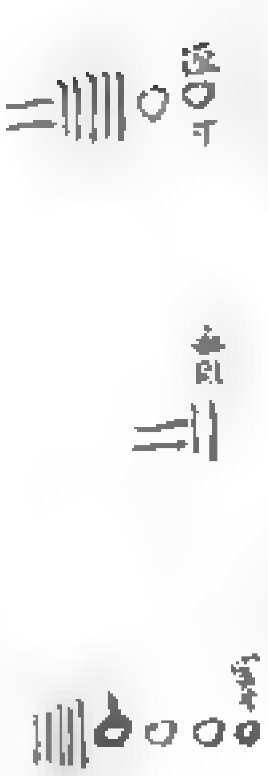


草曰置人立退表三十步以步法五尺展為五十寸
通之得一千五百寸乘入表八尺得一十二萬寸
為實



以人目高四十八寸為法除之

以乘得因表二十二乘徑二千五百得五萬五千
寸為實



以乘得徑法七因謀稱八立八尺得五百六十為
法

以法五百六十寸約實五萬五千寸得九十八人

為外周人數不盡一百二十寸弃之

副置外周九十八人加六得一百四人乘副為實

以十二為法

以法退一步

法進二商八百

法退商四十

得八百四十九為數泉不盡

弃之

○均數徭役

問軍戍差出哨探緝切慮差支不均今諸軍共合差

一千二百六十人與勘諸軍見管前軍六千一百七

十人右軍四千九百三十六人中軍七千四百四人

左軍三千七百二人後軍二千四百六十八人各軍

合差幾何

答曰前軍差三百一十五人

右軍差二百五十二人

中軍差三百七十八人

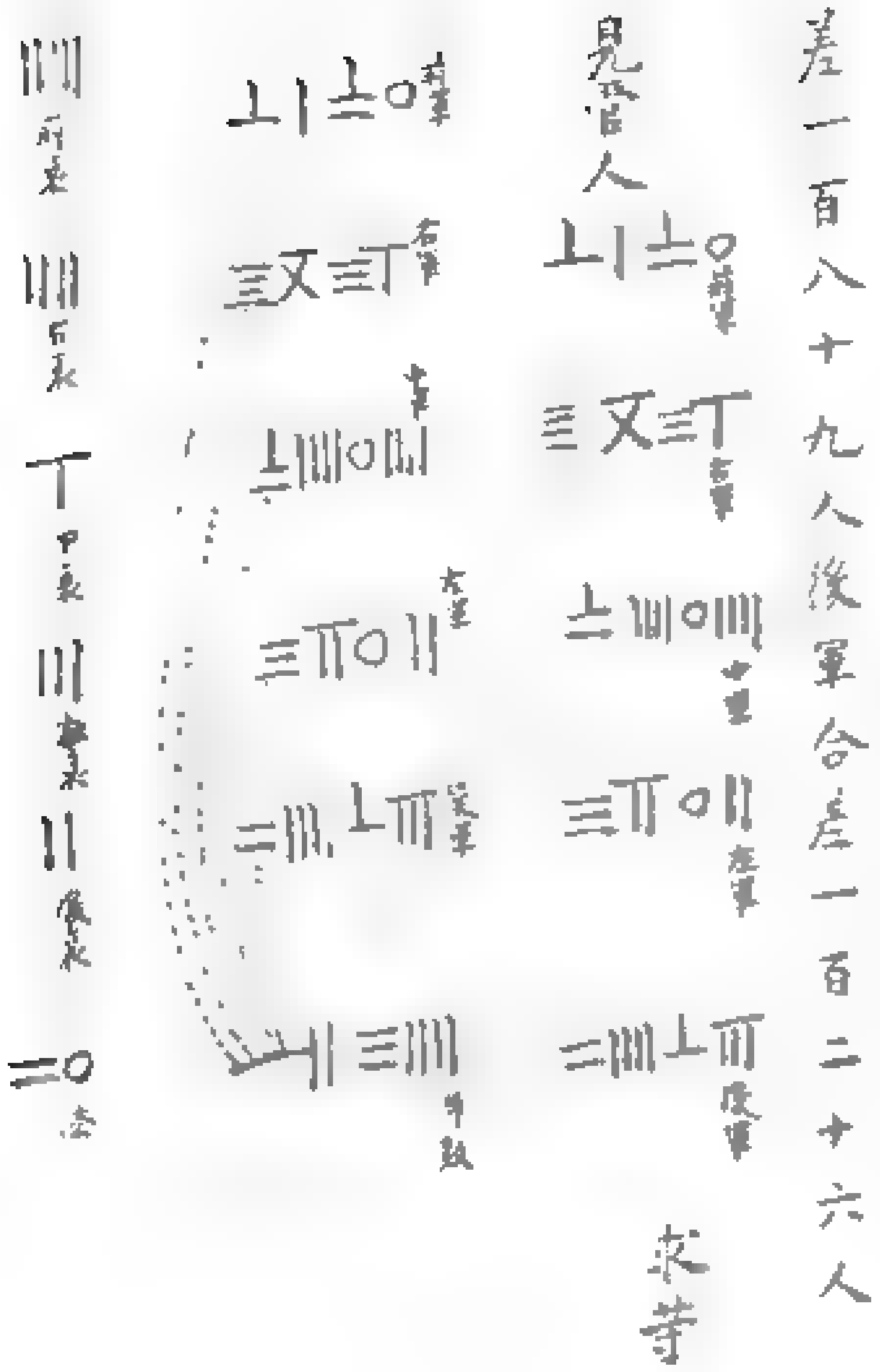
左軍差一百七十九人

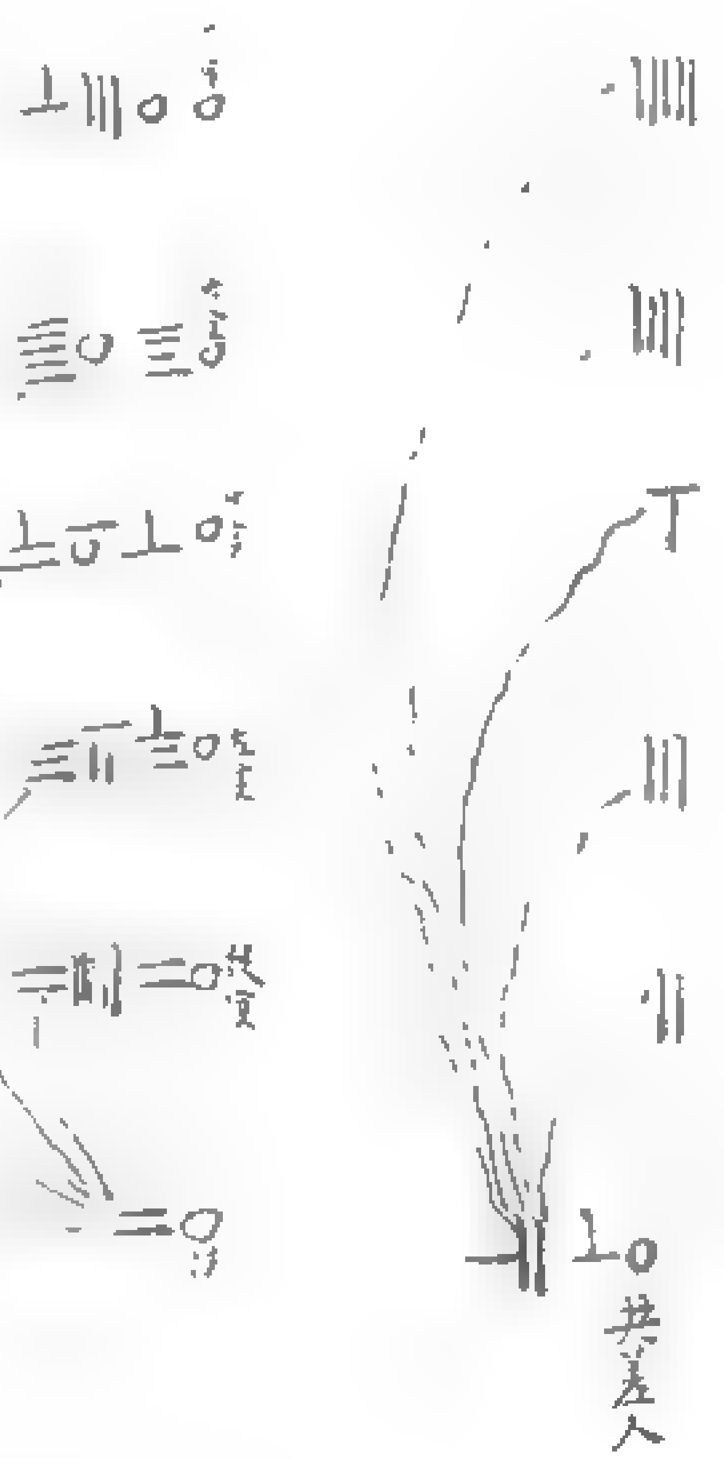
後軍差一百二十六人

術曰以均輸求之置各軍見管人

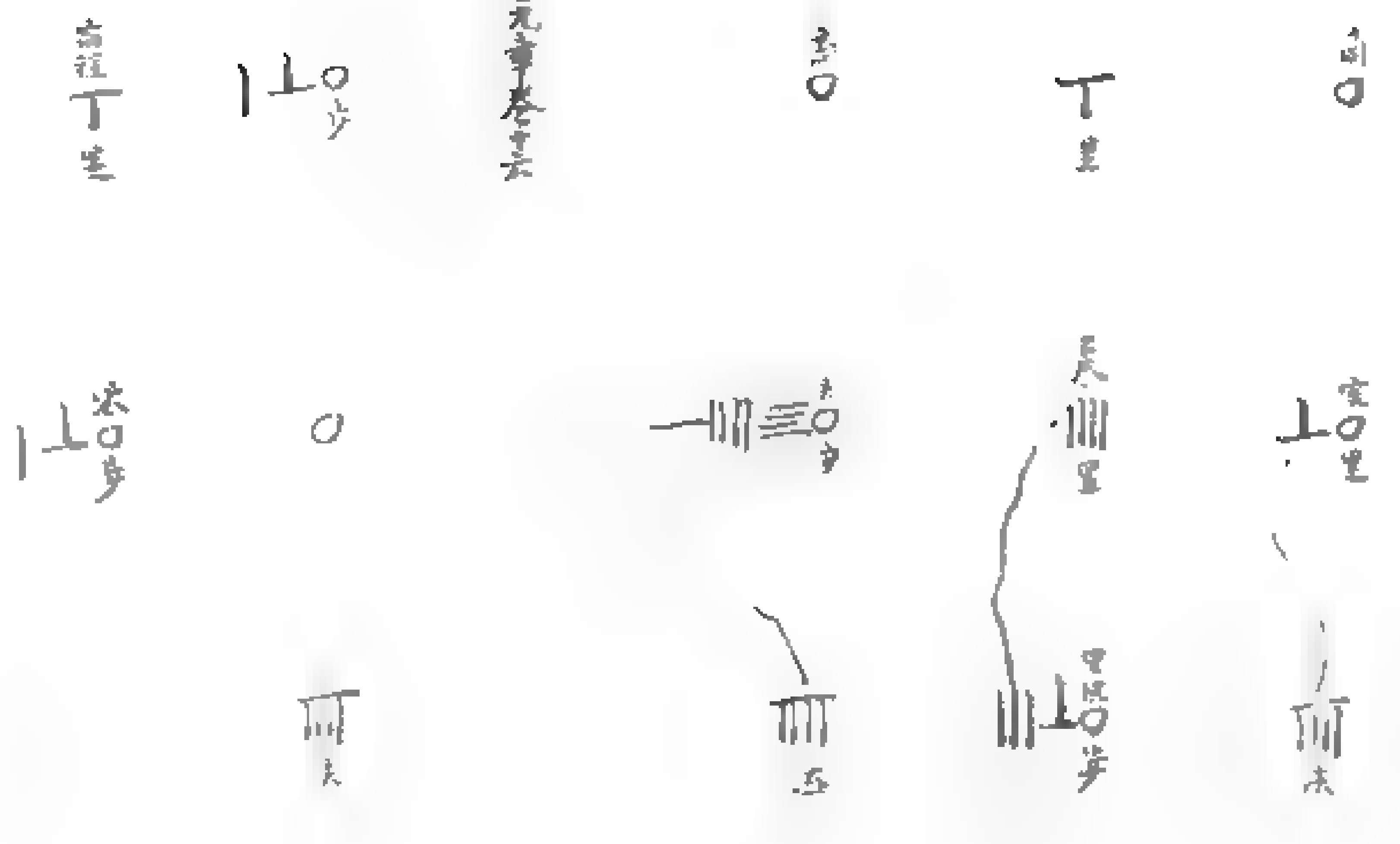
併為法以共合差數乘列衰各為實如法而一各
得
草曰置諸軍見管求等得一千二百三十四與以約
各見管前軍得五右軍得四中軍得六左軍得三
後軍得二列為各衰副併諸衰得二十為法以共
差一千二百六十人乘諸衰前軍得六千三百右
軍得五千四十中軍得七千五百六十左軍得三
千七百八十後軍得二千五百二十各為實皆如
法二十而一前軍合差三百一十五人右軍合差
二百五十二人中軍合差三百七十八人左軍合

差一百八十九人後軍合差一百二十六人





○先計軍程
問一軍三時、十隊、七十五人每時分左右傑作
九行紀頭攙行每日六十里明日絡繹以單傑攙行
至晚欲先知涵程里數今幾何



答曰六里一百六十步

術曰以均輸求之置行數為法以單數一行用乘日程里為實〻如法而一得宿程里步

草曰置行數九為法以單價數一行用乘六十里為實〻如法而一得六里不盡四里以里法三百六十步通之得一千四百四十步又為實仍如法九而一得一百六十步為六里一百六十步宿程

○軍器功程

問今欲造弓刀各一萬副箭一百萬隻據功程七人九日造弓八張八人六日造刀五副三人二日造箭一百五十隻作院見管弓作二百人刀作五百四十人箭作二百七十六人欲知畢日幾何

答曰造弓一萬張　三百五十日

造刀一萬把　一百七十七日九分日之七

造箭一百萬隻　一百四十四日二百七分日之一百八十二

術曰以粟米求之互換入之置各功程元人半於右行置元日數於中行置欲求數為左行以三行對乘之為各實列右行次置元物數於中行置見管人為左行以左行乘中行各置〻元〻以對除右行各得日數

草曰置元造弓七人造刀八人造箭三人於右行次置造弓九日造刀六日造箭二日列中行又置欲造弓一萬欲造刀一萬欲造箭一百萬列左行以三行對乘

右行　中行　左行

上得六十三万中得四十八万下得六百万各為
實

寄左行

次列元造弓八張刀五副箭一百五十隻於中行
又列見管弓作二百人刀作五百四十人箭作二
百七十六人於左行

中行　左行

以行两對乘之上得一千八百中得二千七百下
得四万一千四百各為法

上　中　下　各為法

先以上法一千八百除寄右行弓日實六十三万
日得三百五十為造弓一万張日數

次以中法二千七百除寄右行刀日實四十八万
日得一百七十七日為造刀一万副日數

子020-295

不今二千一百與次求等于三百俱約之為九分
日之日

寄‖日 ⊥| 丌下 𝍦母

次以下法四萬一千四百除寄右行前日實六日十
萬日浮一百四十口日為造前一百萬貫日數

商〇 積日實T000000 ‖|一𝍣〇〇法

商𝍣日 |✕ 𝍦⊥✕〇〇日 𝍢一✕〇〇法

不盡三万六千四百日與法四萬一千四百求等
得二百俱以約之浮二百七分日之一百八十二
為造前日分母合問

造前𝍣日 |✕ |⊥‖子 ‖〇丌母

○計造軍衣
問庫有布綿絮三色計料欲製軍衣其布六人八疋
少一百六十疋七人九疋剩五百六十疋其綿八人
一百五十兩剩一萬六千五百兩九人一百七十兩
剩一萬四千四百兩其絮四人一十三斤少六千八
百四斤五人一十四斤適足欲知軍士及布綿絮各
幾何
答曰兵士一萬五千一百二十八
布二萬疋
綿三十萬兩
絮四萬二千三百三十六斤
術曰以盈朒求之置人數於左右之中置所給物各

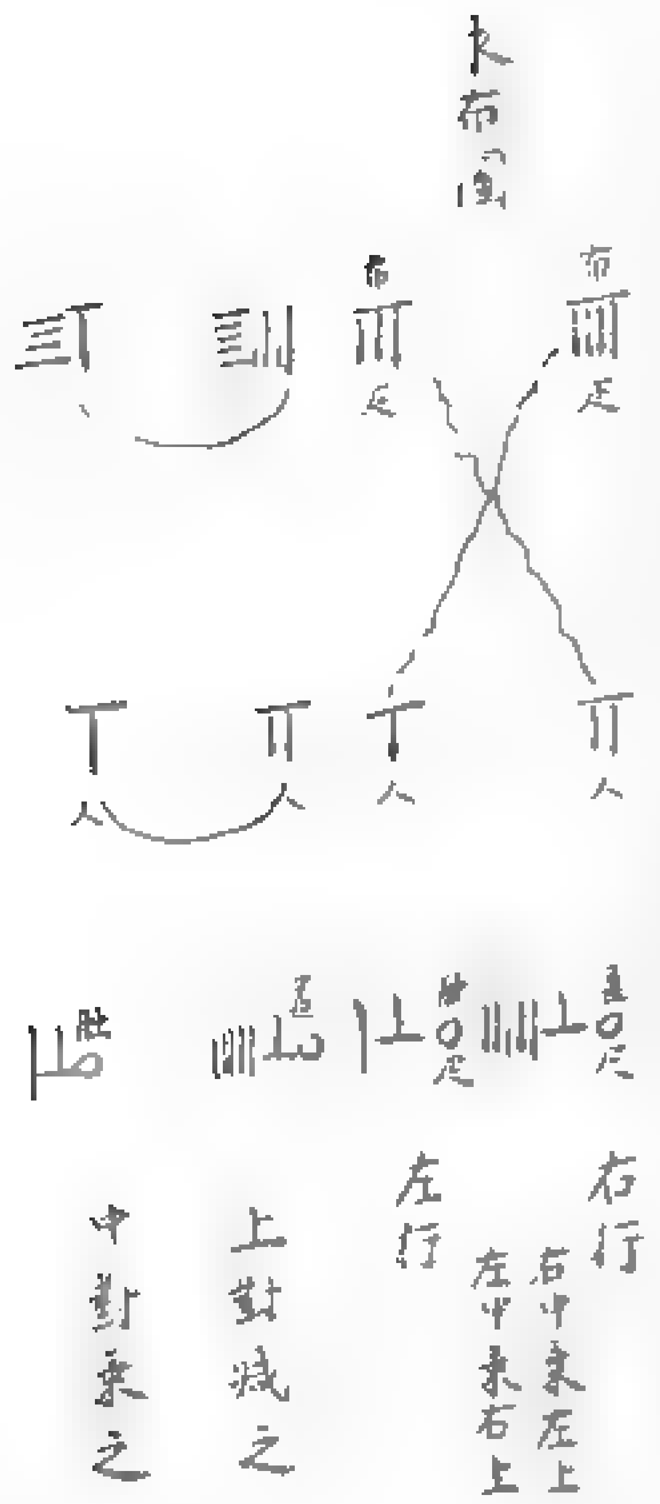
於其上置盈朒數各於其下令維乘之先以人數
互乘其所給率相減餘為法次以人數相乘為寄
後以盈朒互乘其上未減者是消徑表驗其下係一盈
一朒以上下皆併之其上併之為物實其下併之
為寄為兵實二實皆如法而一各得　驗其係兩
盈或兩朒者以上下皆相減之其上減之餘為物
實其下減之餘乘寄為兵實二實皆如法而一各
得驗其或一盈一足或一朒一足者其適足乃以
空互乘其上未減者去之只以所用盈朒數互乘
其上為物實以盈或朒一數乘寄為兵實皆如法

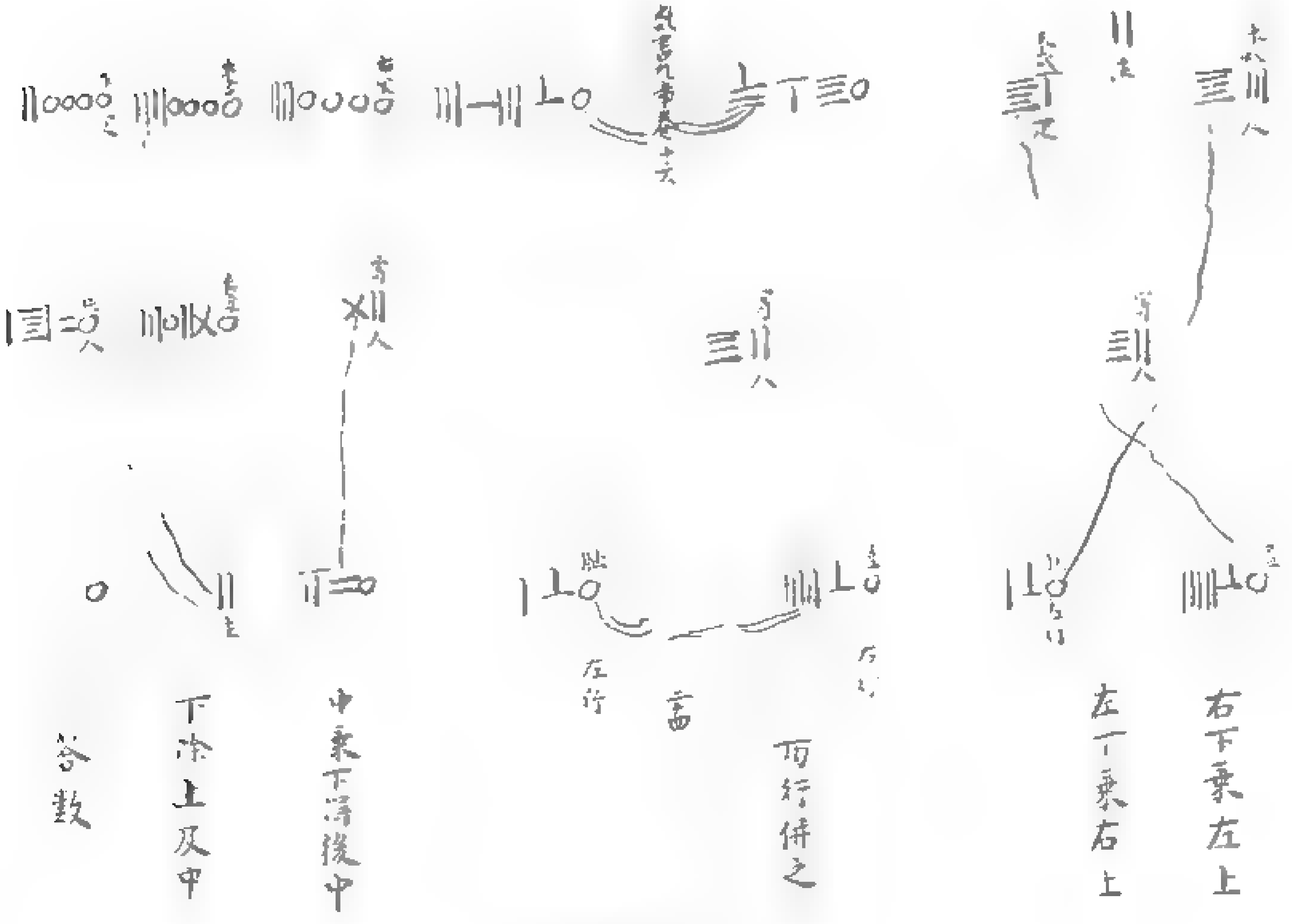
而一各得

求布草曰置布六人於左中八尺於左上脁一百六十及於左下置七人於右中九尺於右上直五百六十於右下先以左右之中六七互乘左右之上訖左上得五十六右上得五十四以相減之餘二為法以以左右中六七相乘得四十二為寄於中次以左下脁一百六十乘右上來減五十四得八千六百四十又以右下直五百六十乘左上來減五十六得三萬一千三百六十於得左右之下併一直一脁當併之以左上三萬一千三百六十併

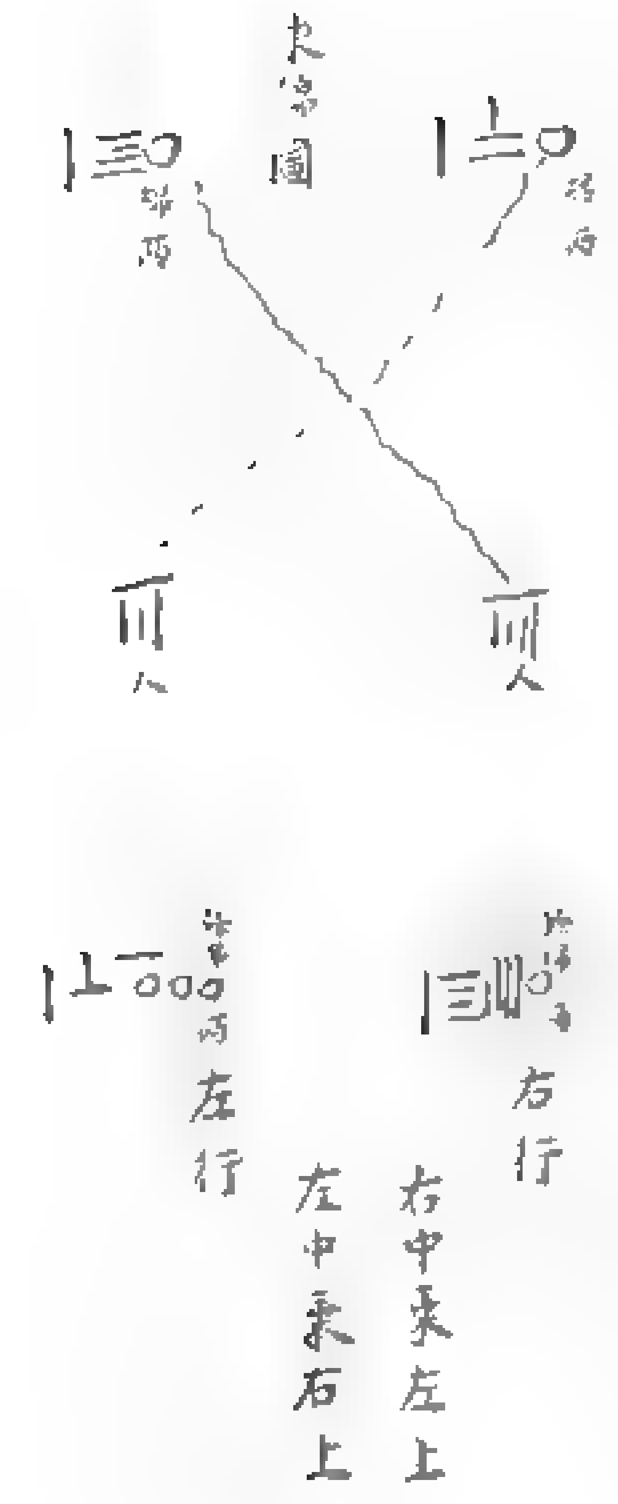
數書九章卷十六

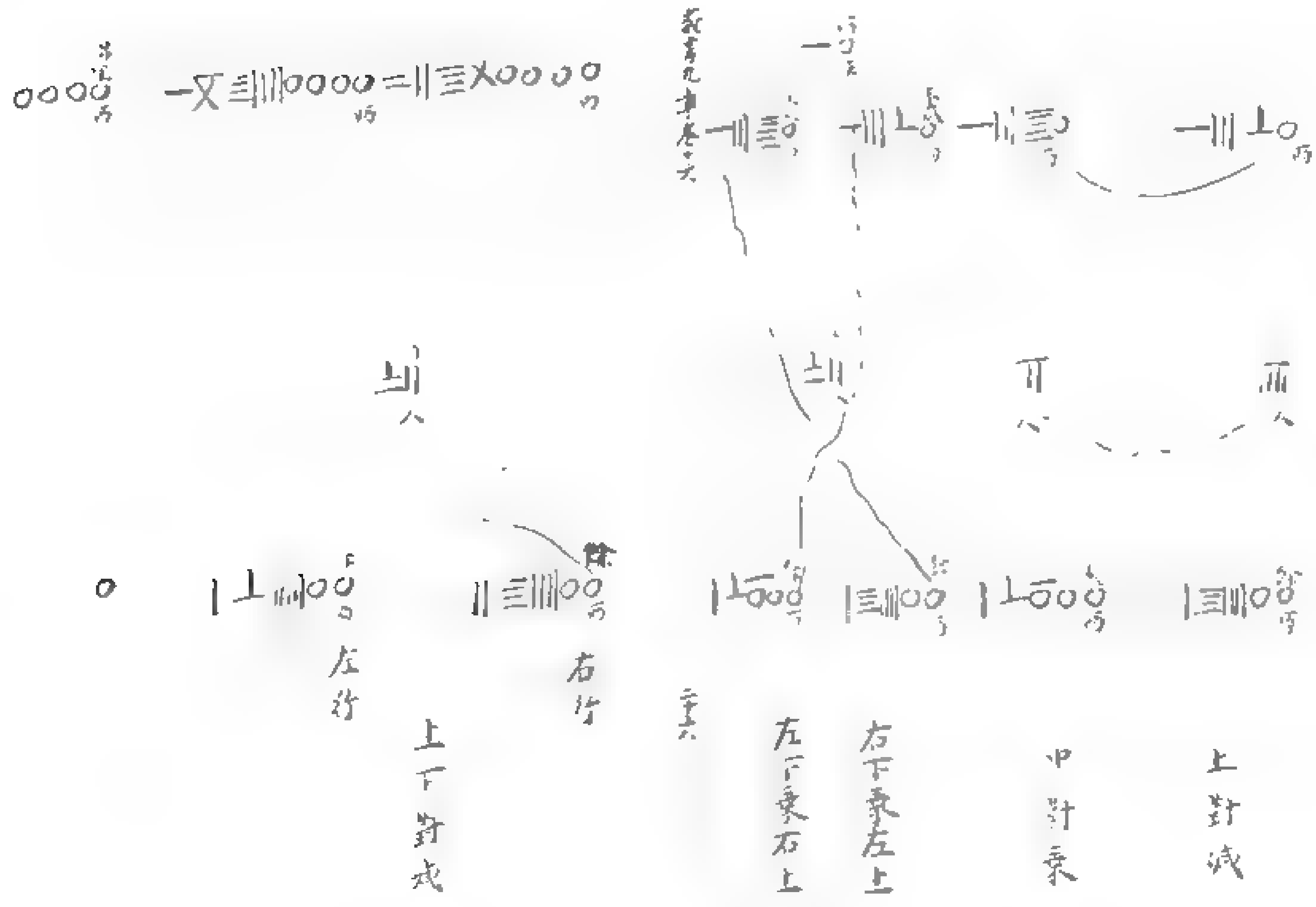
右上八千六百四十得四萬為布實次以左下脁一百六十併右下直五百六十得七百二十乘寄四十二得三萬二百四十為兵實二實皆如法二而一得二萬尺為布得一萬五千一百二十為兵

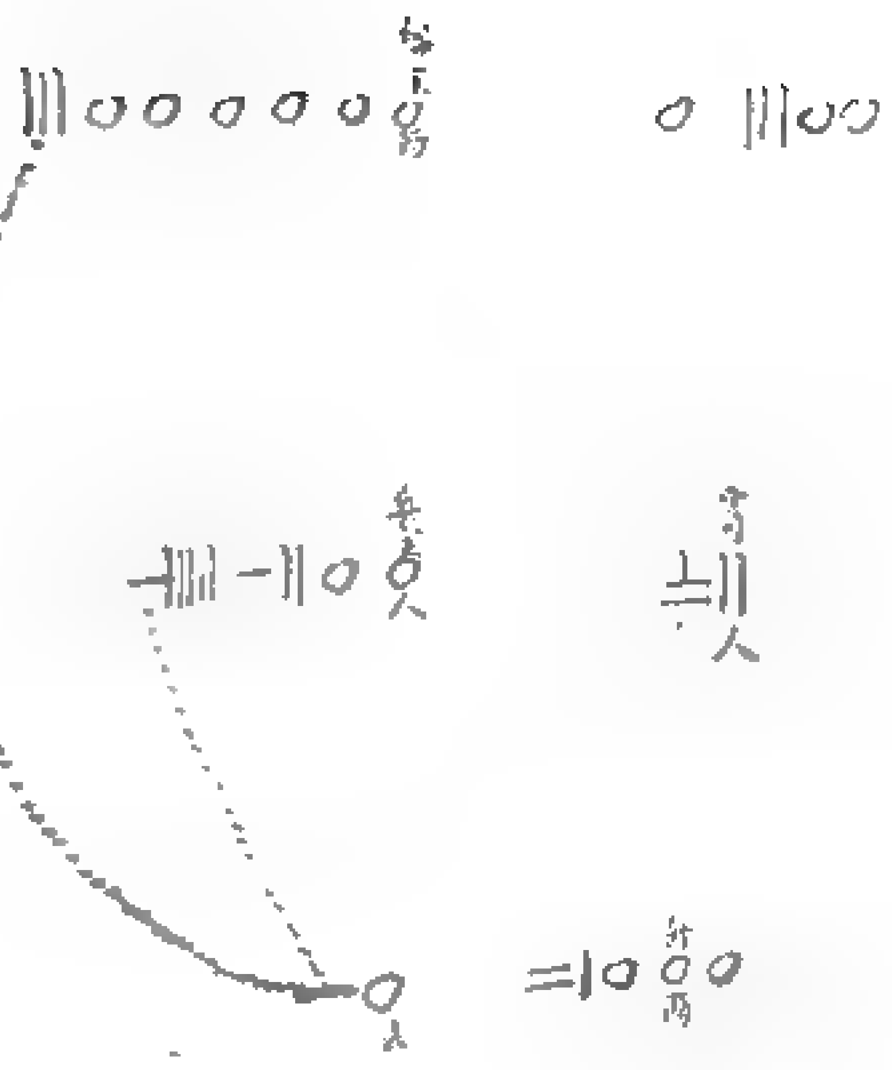




求絹率曰以八置人於左中帛一百五十兩於左上餘一萬六千五百兩於左下次置九人於右中一百七十兩於右上餘一萬四千四百兩於右下以左右中八九互乘各上訖左上得一千三百五十右上得一千三百六十相減餘一十為法次以中八九相乘得七十二為等於中次以左下一萬六千五百乘右上一千三百六十得二千二百四十四萬却以右下一萬四千四百乘左上一千三百五十得一千九百四十四萬於其下係丙盈當相減之其右上餘三百萬為絹實其左右之下亦相減之餘二千一百乘等七十二得一十五萬一千二百為兵實二實皆如法一十而一絹得二十萬兩兵得一萬五千一百二十人

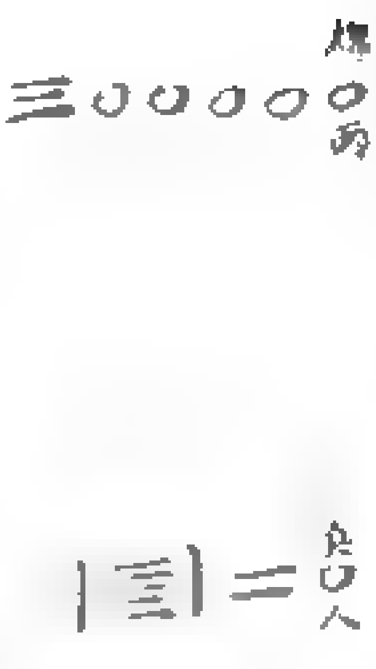






下乘中為後中

下空上中



求絮草曰置四人於左中一十三斤於左下少六千八百四斤於左下人置五人於右中一十四斤於右上適足為空於右下以左右之中四五互乘其上記左上得六十五右上得五十六相減餘九為主以中四五相乘得二十為寄於中先以左下六千八百四互乘右上五十六得三十八万一千二十四却以右下適足之空乘左上六十五亦為空乃去之只以右上三十八万一千二十四斤為絮實只以左下六千八百四乘寄一十人得一十三万六千八十為兵實二实皆如法九而一其絮得四万二千三百三十六斤其兵得一万五千一百二十人合問

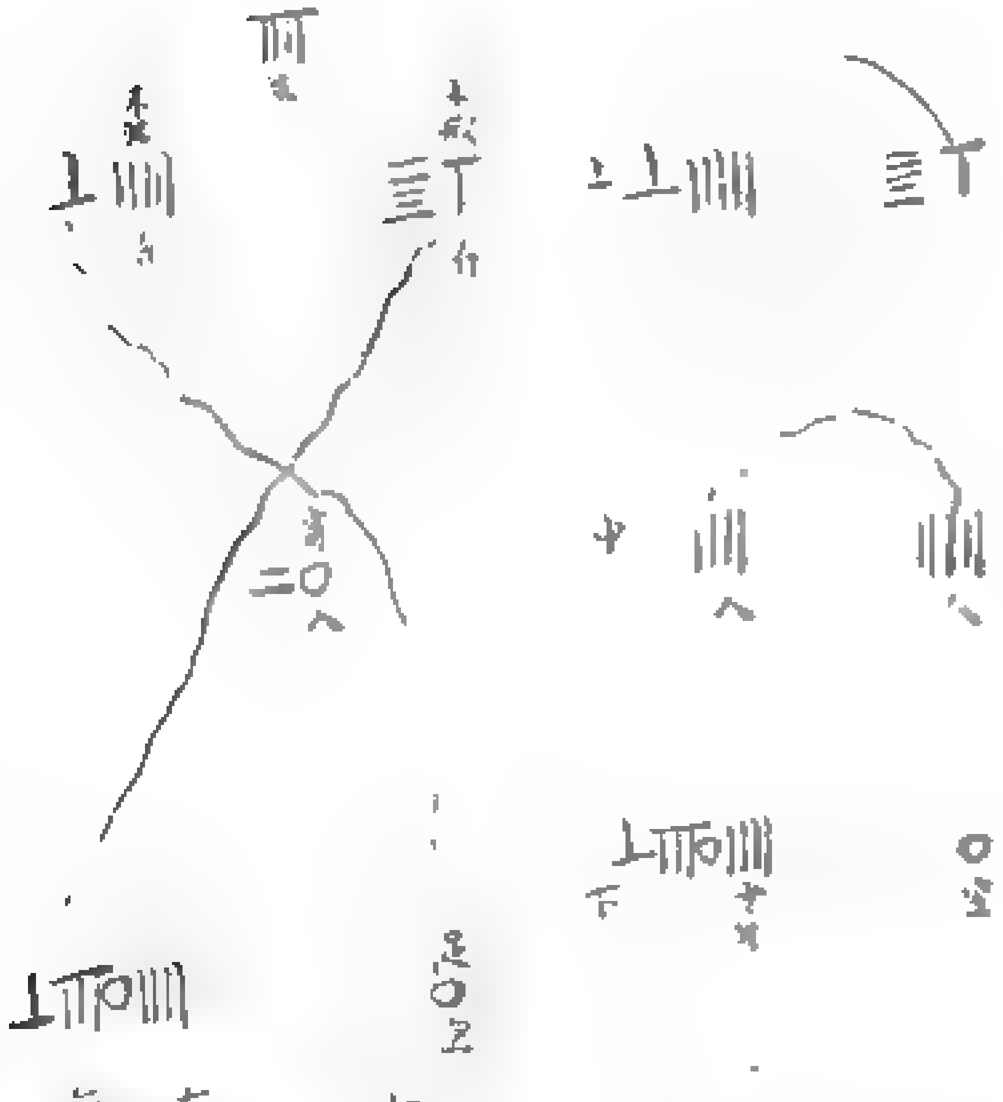
求絮圖

右行

左行

右中乘左上

左中乘右上



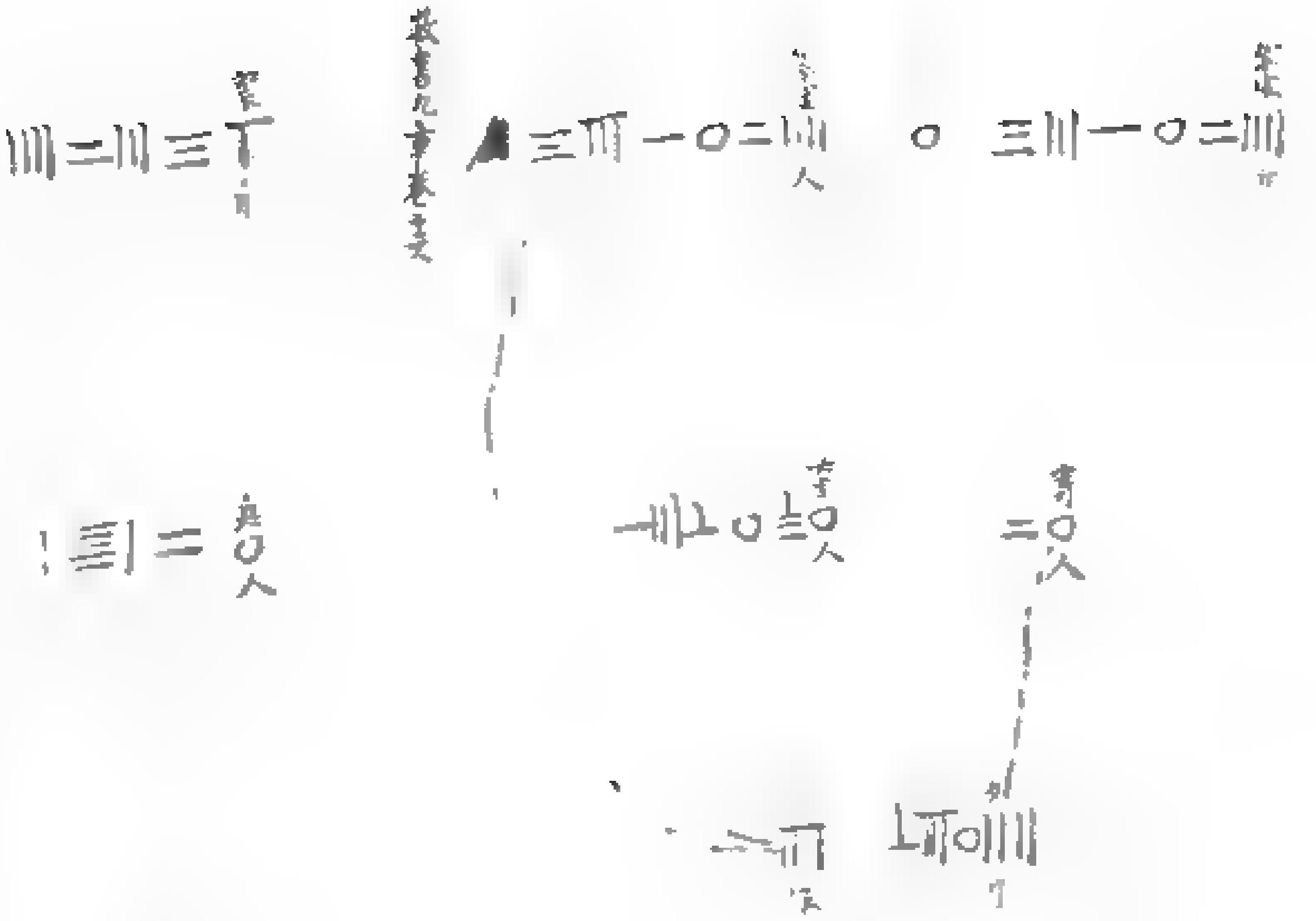
上對減

中對乘

左下乘右上為後实

右下空乘左上為

無乃去之



以下乘中為後中

以下除上中

答數

已上布端第三項求人與數皆同今列於各圖

立算求之以合本術

數書卷十七

市物類

魯郡 秦九韶

○推求物價

問推貨務三次支物準錢各一百四十七萬貫文先撥沉香三千五百裹瑇瑁二千二百斤乳香三百七十五套次撥沉香二千九百七十裹瑇瑁弍千一百三十斤乳香三千五十六套四分套之一後撥沉香三千二百裹瑇瑁一千五百斤乳香三千七百五十套欲求沉香瑇瑁裹斤套各價幾何

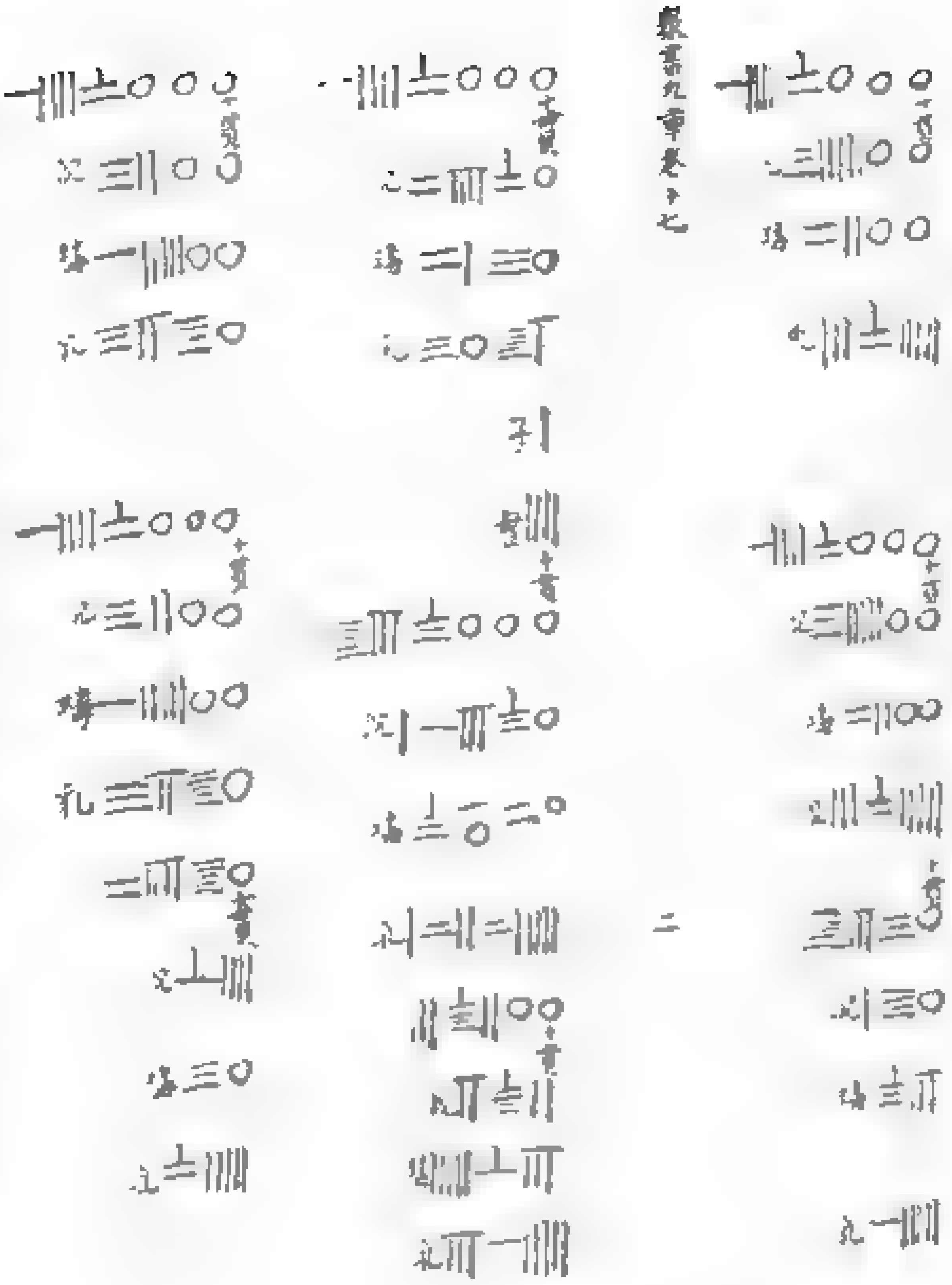
答曰沉香每裹三百貫文

乳香每套六十四貫文

瑇瑁每斤一百八十貫文

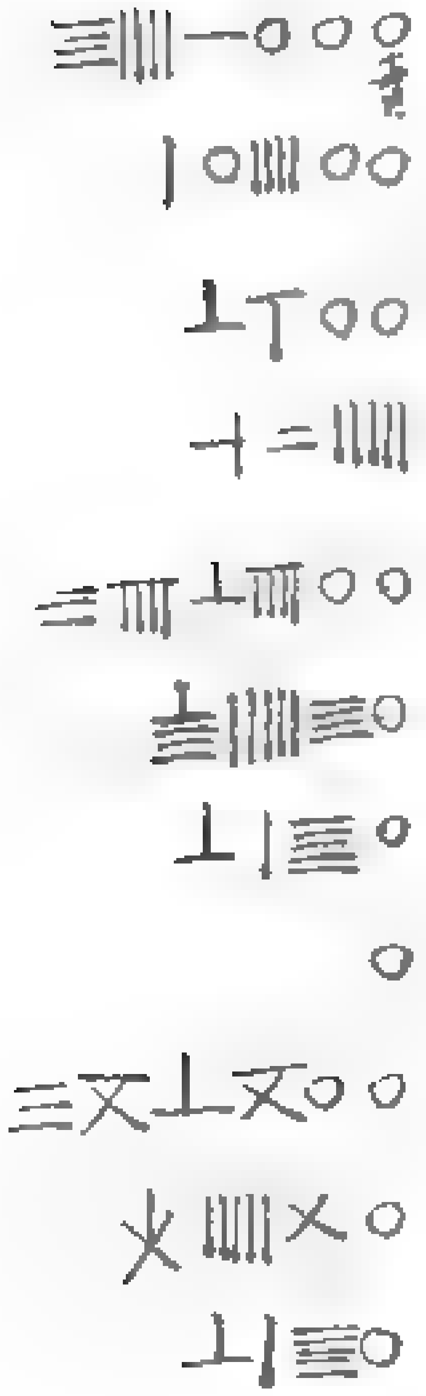
術曰以方程之正負入之列積及物數於下布行數各對本色有分者通之可約者約之為定其積列數每以下項互遍乘之每視其積以少減多其下物數各隨積正負之類如同兩名相減異名相正無人負之負無人正之其如同名相加異名相減正無人正之負無人負之使其下項物數得一數者為法其積為實實如法而一所得不計遍損或益諸積各得法實除之餘倣此

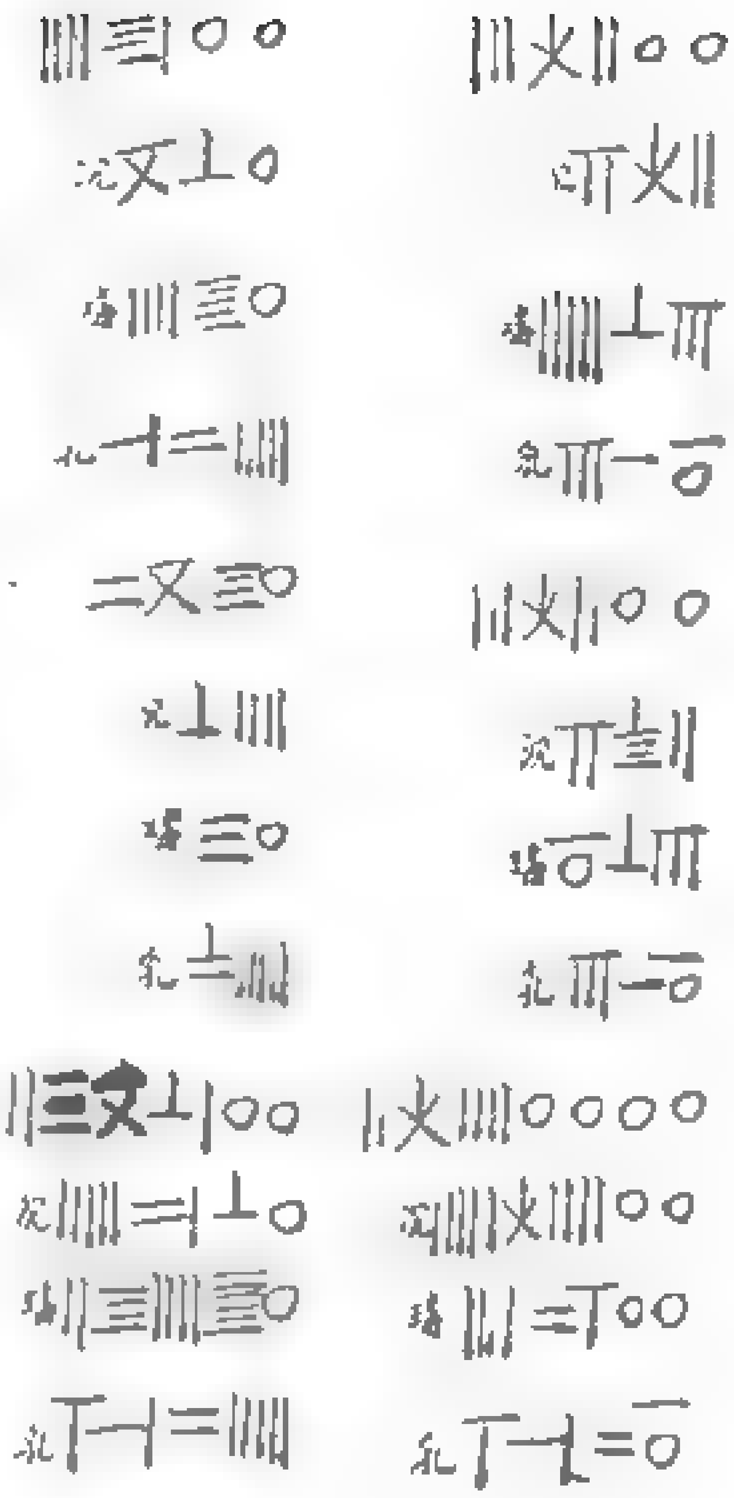
草曰置準錢一百四十七萬貫為三次換錢為三行積數次置先換沉香三千五百褁瑇瑁二千二百斤乳香三百七十五套為右行物數又列次換沉香二千九百七十褁瑇瑁二千一百三十斤乳香三千五十六套四分套之一為中行物數次列沉香三千五二百褁瑇瑁一千五百斤乳香三千七百五十套為左行之物各以本色相對列之



其中行乳香有四分套之一便以母四通中行諸數只內子一入乳香段內積得五百八十八萬貫沉得一萬一千八百八十褁瑇得八千五百二十斤乳得一萬二千二百五十套　以右行求等得二十五與約之積得五萬八千八百貫沉得一百四十褁瑇得八十八斤乳得一十五套以中行求等十五約之積得三十九萬二千貫沉得七百九十二褁瑇得五百八六斤乳得八百一十五套以左行求等得五十約之積得二萬九千四百貫沉得六十四褁瑇得三十斤乳得七十五套列為定率

圖三行副置求之令先以去定圖下位乳香套數一十五與左下七十五互乘左右兩行右積得四百四十一萬貫沉得一萬五百瑇得六千六百乳得一千一百二十五左積得四十四萬一千貫沉得九百六十瑇得四百五十乳得一千一百二十五驗左積少右積多當以左行直減右行畢仍置定圖左行數

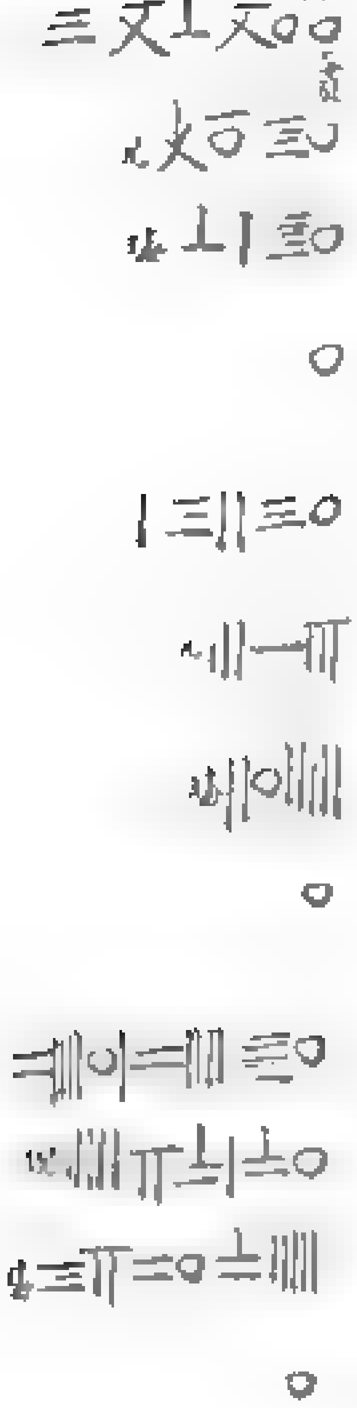




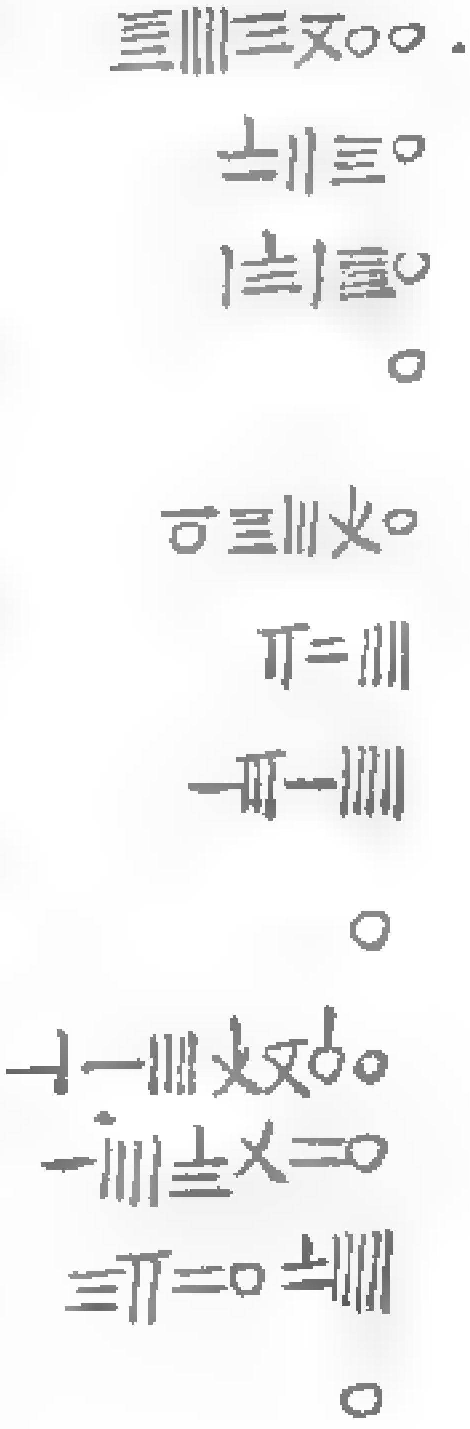
右積得三百九十六萬九千貫泥得九千五百四十璘得六千一百五十次驗中左兩行各有下位段又以左下七十五互乘中行乃以中行下八百

一十五互乘左行所得中積得二千九百四十萬貫泥得五萬九千四百璘得四萬二千六百乳得六萬一千一百二十五左積得二千三百九十六萬一千貫泥得五萬二千一百六十璘得二萬四十四百五十乳得六萬一千一百二十五發左積少中積多以左行同名直減中行畢仍置乙岡左行數

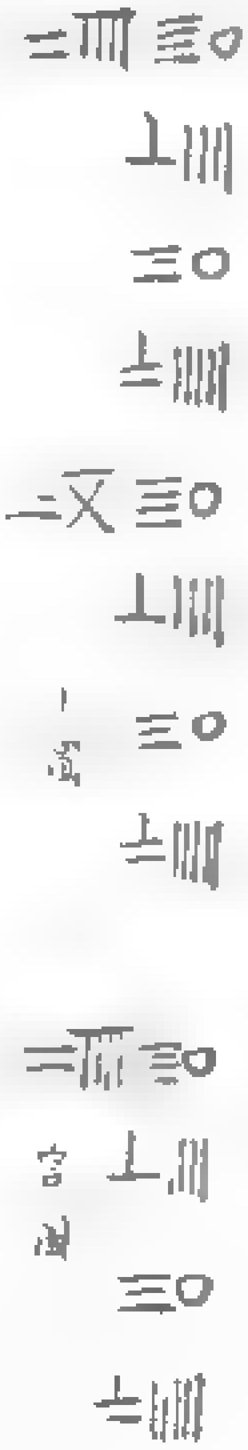
右



中



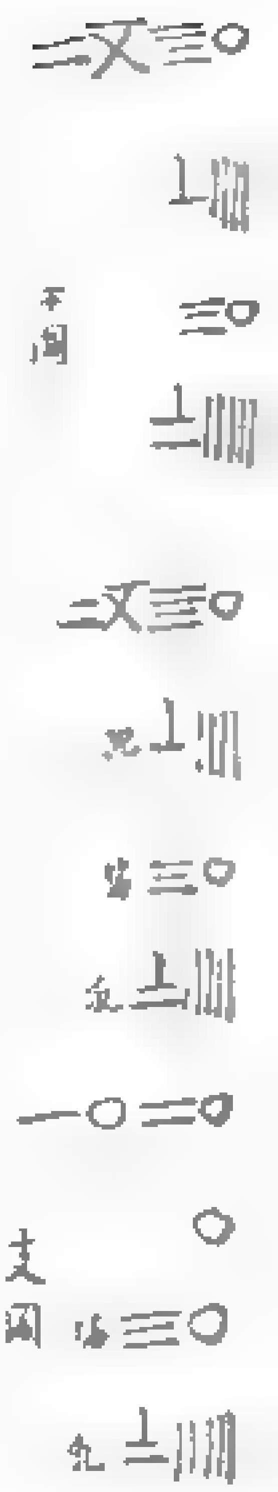
左



中積得五百四十三萬九千貫二得七千二百四十璘得一萬八千一百五十今驗右中兩行數多

又求等約之其右行求得三十約之右積得一十三萬二千三百貫泥得三百一十八璘得二百五斤中積得五十四万三千九百貫泥得七百二十四璘得一千八百一十五今又欲去中左行之璘瑁乃以中中一千八百一十五互乘右行右積得二億四千一十二萬四千五百貫右泥得五十七万七千一百七十右璘得三十七萬二千七十五次以[illegible]圍右璘二百五互乘中行中積得一億一千一百四十九万九千五百貫中泥得一十四万八千四百二十中璘得三十七万二千七十五今驗

宮圖右積多中積少乃以中行直減右行畢仍置
下圖中行數



今驗千圖右行段數只有況香四十二萬八千七
百五十貫以為次以右上積一億二千八百六十
二万五十貫為實ヽ如法而一得三百貫為況香
一粟價便以中行況七百二十四粟三百貫得二
十一萬七千二百貫找中積五十四万三千九百
貫餘三十二万六千七百貫為中積便減去中行
況香段之數次以左上況六十四粟三百貫得一

萬九百二百貫減左積二万九千四百貫餘一万
二百貫為左積便減左上况香異數去之今驗支
圖中行其下只有瑇瑁一千八百一十五百以為
法以中積三十二万六千七百貫為實ヽ如法而
一得一百八十貫為瑇瑁價

今驗閏圖左行有瑇瑁三十斤以乘價一百八十
貫得五千四百貫減左積一万二百貫餘四千八
百貫為左積其下頗有況香七十五兩以為法以
積四千八百貫為實ヽ如法而一得六十四貫為
況香兩價此題並係俱正鍼草

均貨推本

○問有海舶赴務抽毕除納主家貨物外有沉香五千
八十八兩胡椒一萬四百三十包包四十斤象牙二百一
十二合大小為一套共係甲乙丙丁四人合本博到綠昨
来泰本互有借ヽ甲分到官供稱甲本金二百兩四

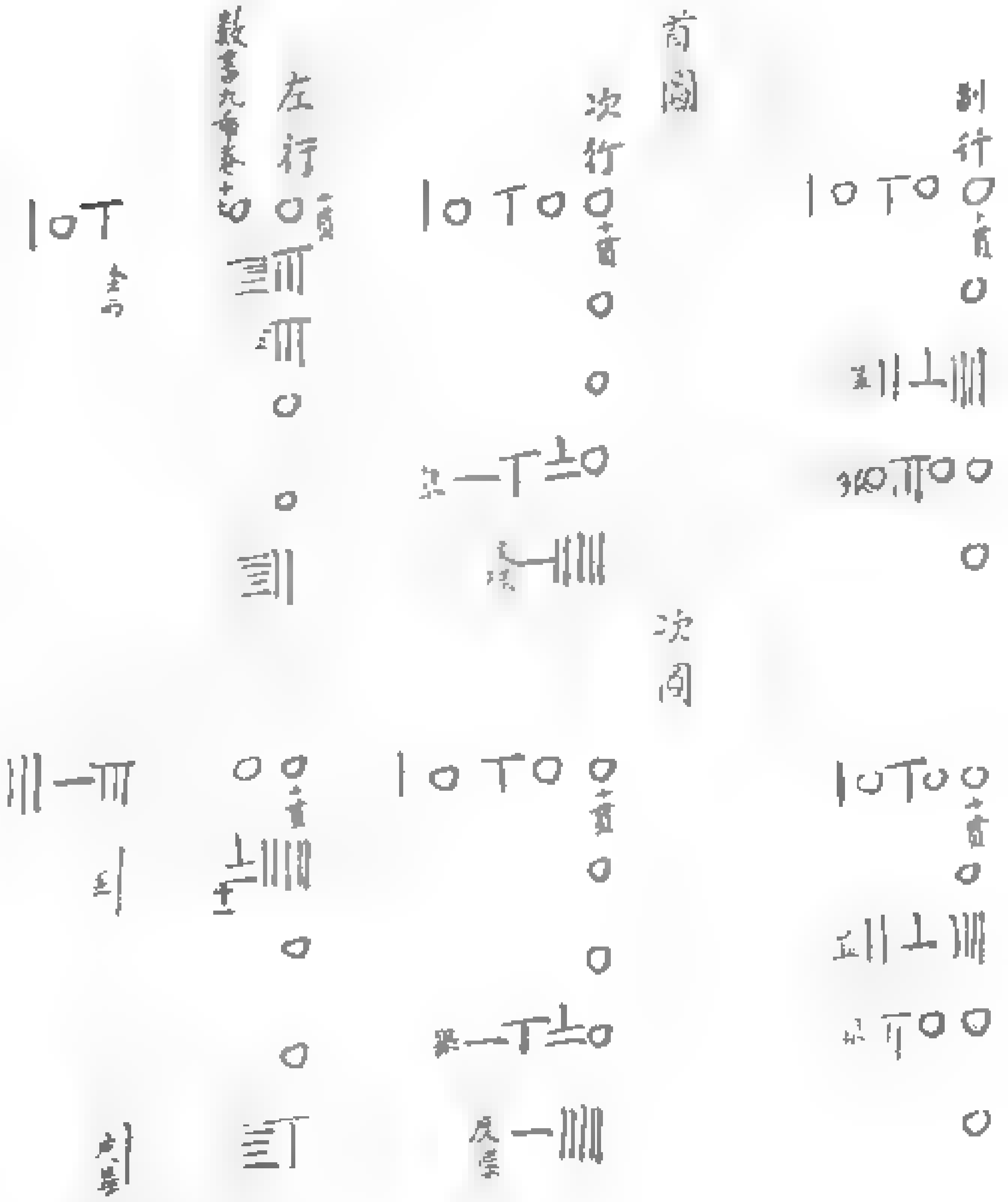
袋鈔一十色乙本銀八百兩三袋鈔八十八道丙本
銀一千六百七十兩度牒一十五道丁本度牒五十
二道金五十八兩八銖已上共估直四十二万四千
貫甲借乙鈔乙借丙銀丙借丁度牒丁借甲金今合
撥各借物歸元主名下為率均分上件貨物欲知金
銀袋鹽度牒元價及四人各合得香椒牙幾何
答曰甲金每兩四百八十貫文
本一十二萬四千貫文
合得沉香一千四百八十八兩
胡椒三千五十包一十一斤五兩 五十三分

兩之七
象牙六十二合
乙鹽每袋二百五十貫文
本七萬六千貫文
合得沉香九百一十二兩
胡椒一千八百六十九包二十一斤二兩 五十二分兩之六
象牙三十八合
丙銀每兩五十貫文
本一十二万三千五百貫文
合得沉香一千四百八十二兩
胡椒三千三十七包二十九斤五兩 五十三分
兩之二十三
象牙六十一合四分合之三
丁度牒二道一千五百貫文
本一十万五百貫文
合得沉香一千二百六兩
胡椒二千四百七十二包八斤三兩 五十三分
兩之一十七
象牙五十合四分合之一

術曰以分程求之衰分入之正負入之置共錢以人
數約之得數列如人數各為行請次置諸色各物
數為段子對本色有分者通之可約者約之為定
率 以第一行為右以貢一行為村 以第三行為次第四行為左 每以下位互遍
乘之每絡其價以少減多如同名相減異名相加
正無入負之負無入正之如同名相加異名相減
正無入正之負無入負之得一度為法以餘積為
實除之各得諸價以諸價列右行以各物數列左
行以兩行對乘得各本率以諸色求等約之得列
衰併諸衰為法以列衰遍乘各物諸數各為實

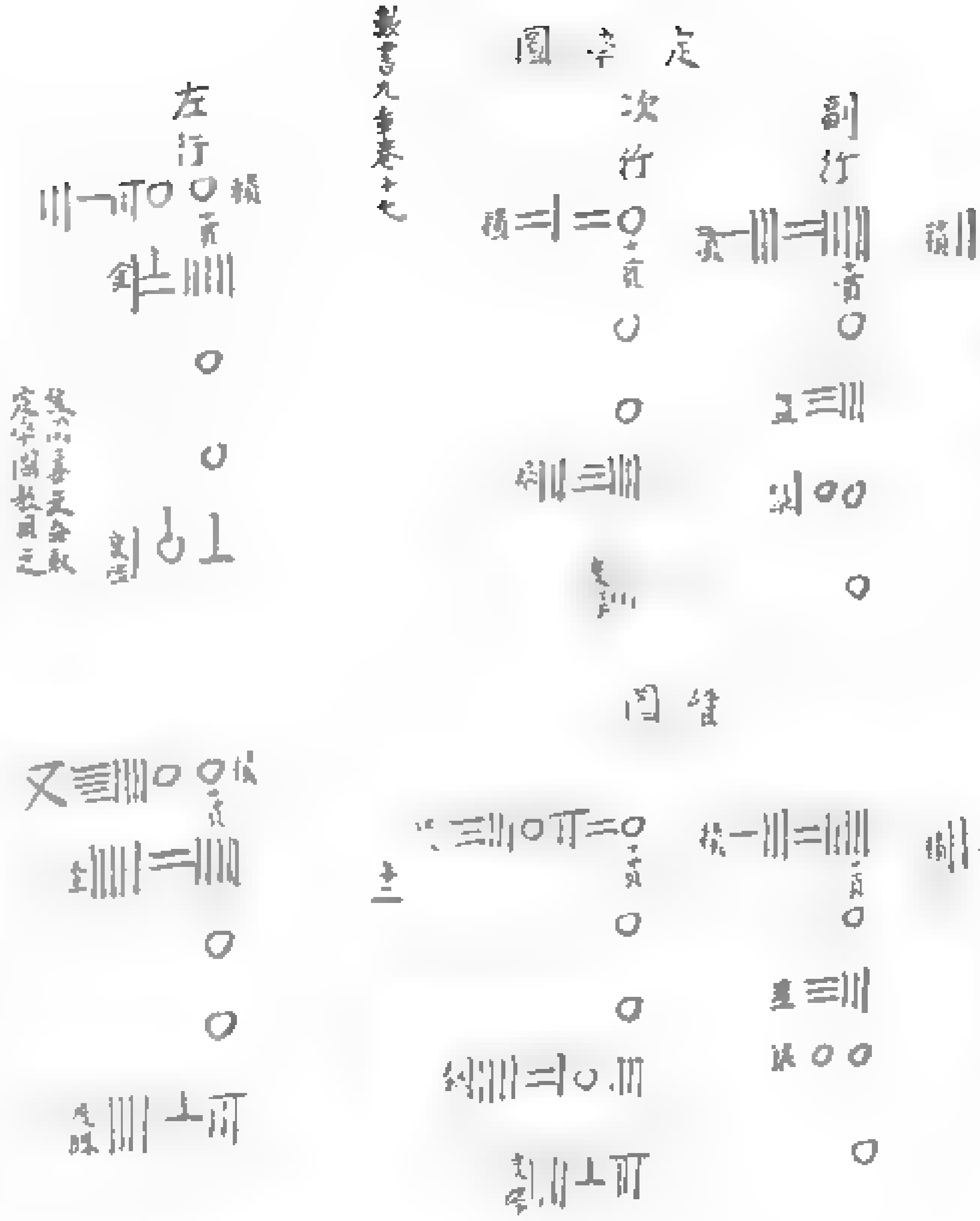
諸实並如絫法而一各得其物除不尽者以斤両
通而除之或又分母命之
草曰置估直四十二万四千貫以四人約之得一十
万六十貫為合積以人數列四位次置甲金二百
両於右上以四袋乘鈔一十道得四十袋於右副
為右行次置乙鈔八十八道以三袋乘之得盝二
百六十四袋及銀八百両為副行次置丙銀一千
六百七十両度牒一十五道為次行次置丁度牒
五十二道金五十八両八銖為左行於得前圖左
行上有金帶八銖是三分両之一乃以分母通乘

左行諸數只以分子一内入左上金内其左積得
三十一万八千貫左金得一百七十五両左度牒
得一百五十六道為次圖驗次圖四行皆可約等
右行求得四十約之副行求得八約之次行求得
五約之左行求得一約之各得數為定率圖



定率圖右積得二千六百五十貫金五両盝一袋
副積得一万三千二百五十貫盝三十三袋銀一
百両次積得二万一千二百貫銀三百三十四両
度牒三道左積得三十一万八千貫金一百七十
五両度牒一百五十盝道乃以定圖次行之度牒
三因左行左積得九十五万四千貫金五百二十
五両度牒四百六十八道次以定圖左下度牒一
百五十六乘中行積得三百三十六万七千二

百貫銀五万二千一百四兩

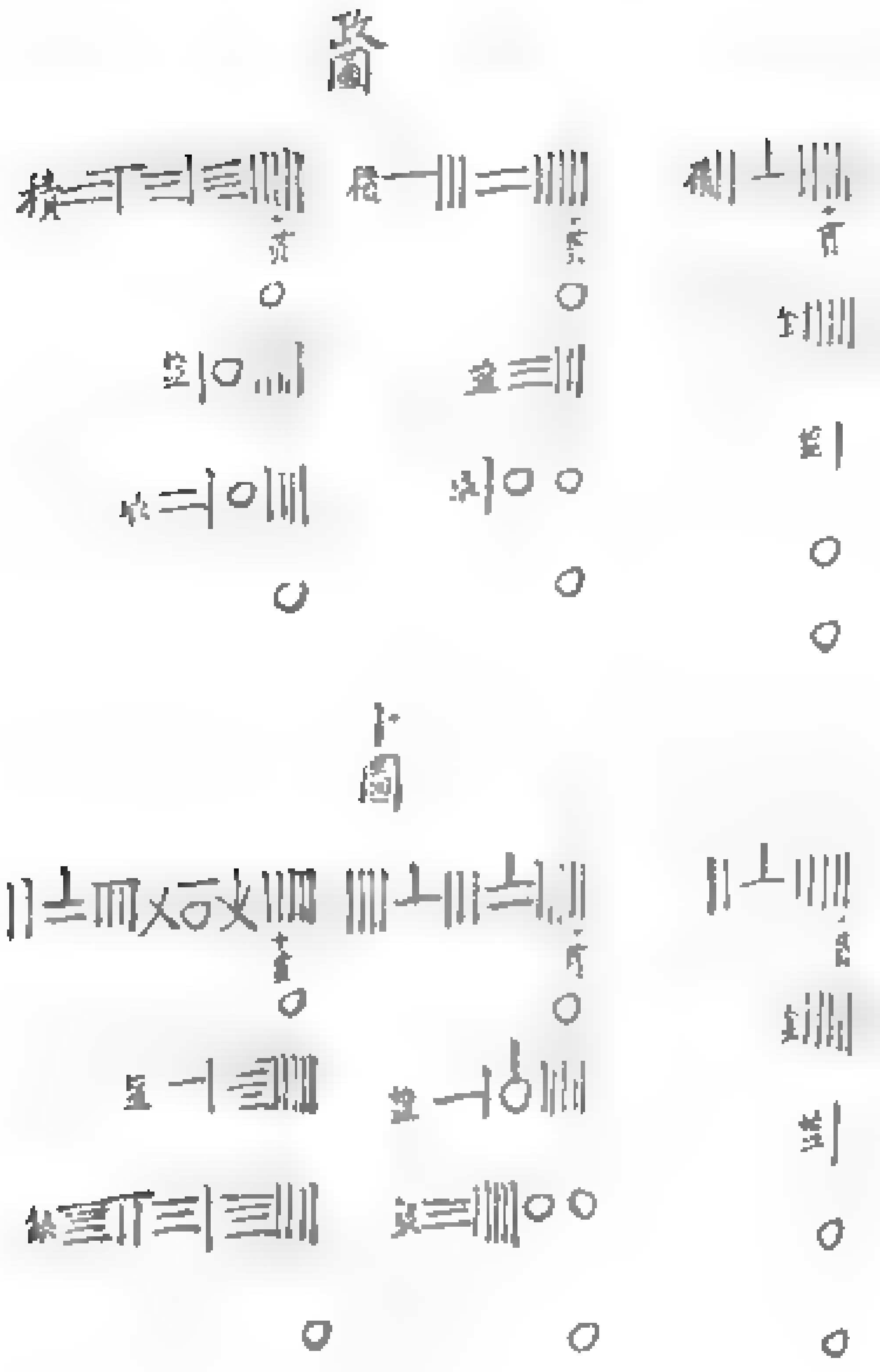


乃驗維圖左及次行之下虛隙等當相減之以積為編當以左之少積來減次之多積按術曰同名相減其次行之金空而左行之金五百二十五兩有為正次空為無按術曰正無人負之却以左行之金正加入次行金位為負乃成音維圖仍置定圖左行譜數

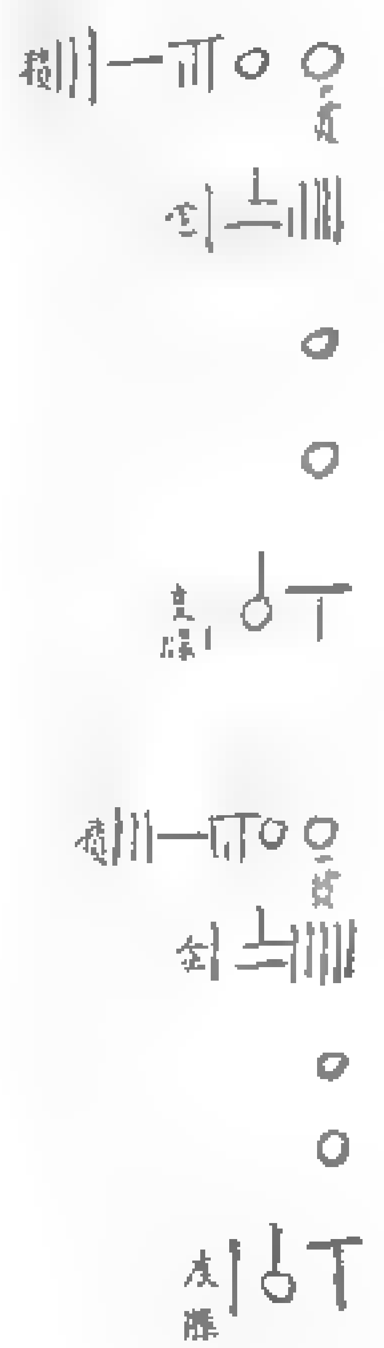
乃驗音圖次行積得二百三十五万三千二百貫正金五百二十五兩負銀五万二千一百四兩正餘三行皆正

今驗音次行之負金當以右行之正金補之而其數不等先以右金五約次金五百二十五得一百五以乘音圖右行畢其右積得二十七万八千二

百五十貫全五百二十五两正益一百五栥正其副次左三行如音圖故乃成爻圖今視爻圖右行之全正与次行之全負適等卯用右行直加次行按術以同名相加乃以右之全減其次之全負為空按術以異名相減之其餘益空為無人按術以正无人正之乃以爻圖右積二十七万八千二百五十貫加次積二百三十五万三千二百貫内得二百六十三万一千四百五十貫其次全空次益一百五〇正次積五万二千一百四两正仍置定爻圖右行数而成正圖

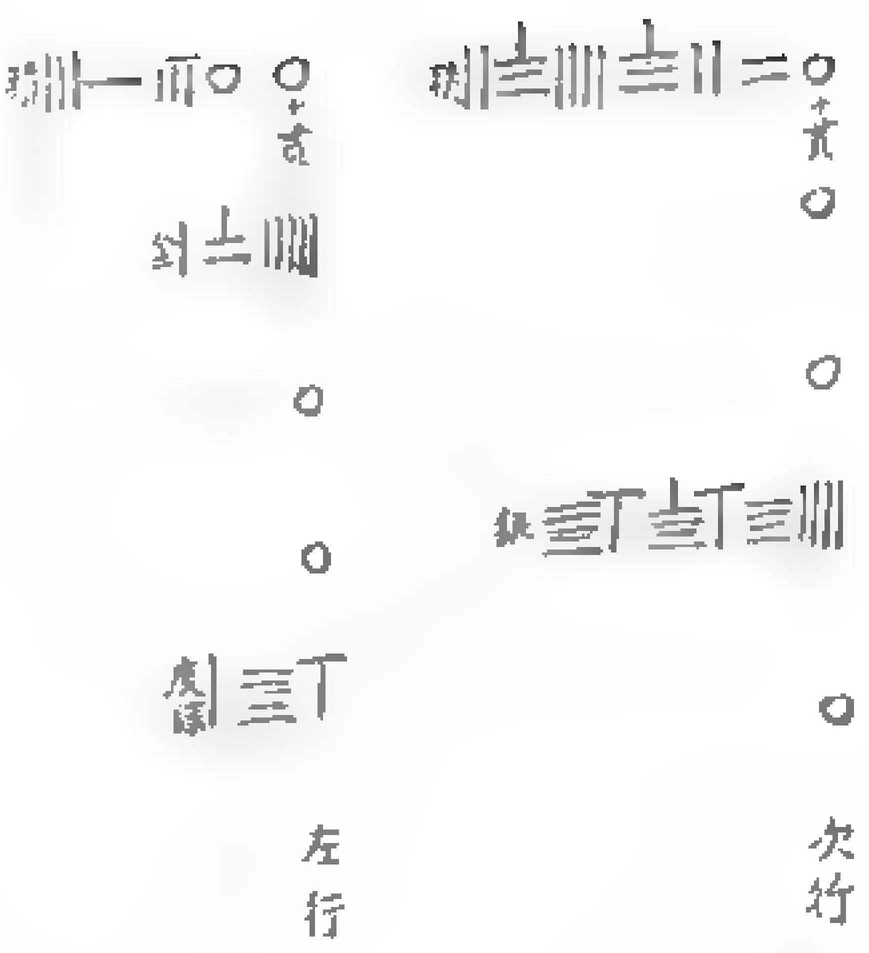


今視改圖從者乃摩其諸行本色可求等首全可益等益全多益少乃以改圖副次两行益数三十三與一百五十求等得三故以三約三十三得一十一以乘以約又以三約一百五十得五十五以乘副行果其副積得四十六万三千七百五十貫益一千一百五十五〇錄三千五百两次積二千八百



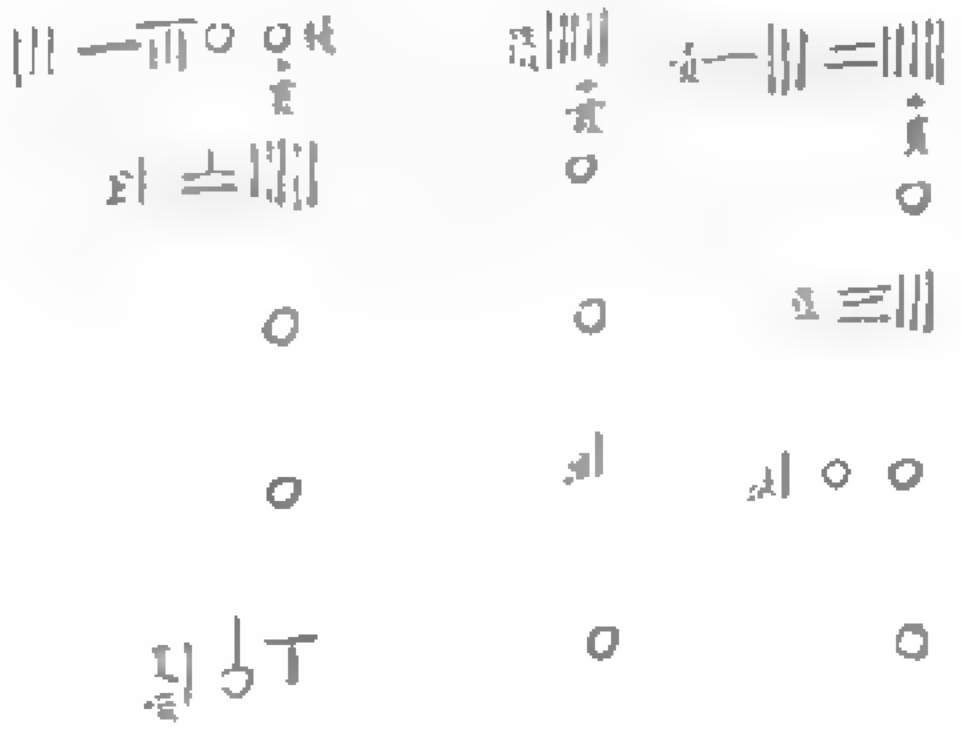
九十四万五千九百五十益一千一百五十五栥錄五十七万三千一百四十四两皆正列成卜圖

始以定圖為祖

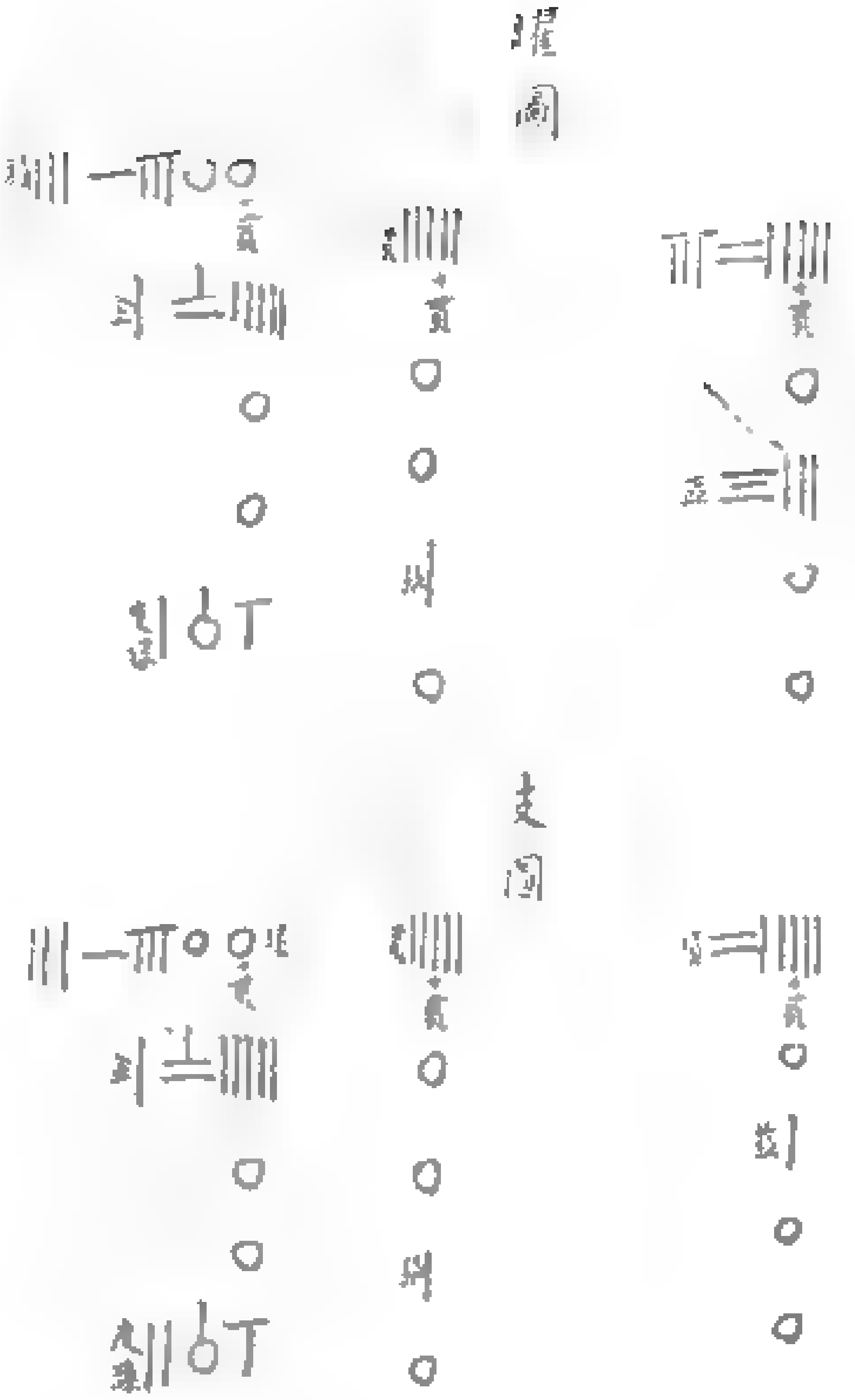


及視下圖副行積少次行積多即以副行求減次

行皆是同名相減之既要仍置足圖副行數其次
行乃得積二千八百四十八万二千二百貫以得
五十六万九千六百四十四兩列如宮圖驗宮圖
次行下只有銀五十六萬九千六百四十四兩獨
一數以為法以及積二千八百四十八万二千二
百貫為實實如法而一得五十貫為銀一兩價而
成干圖

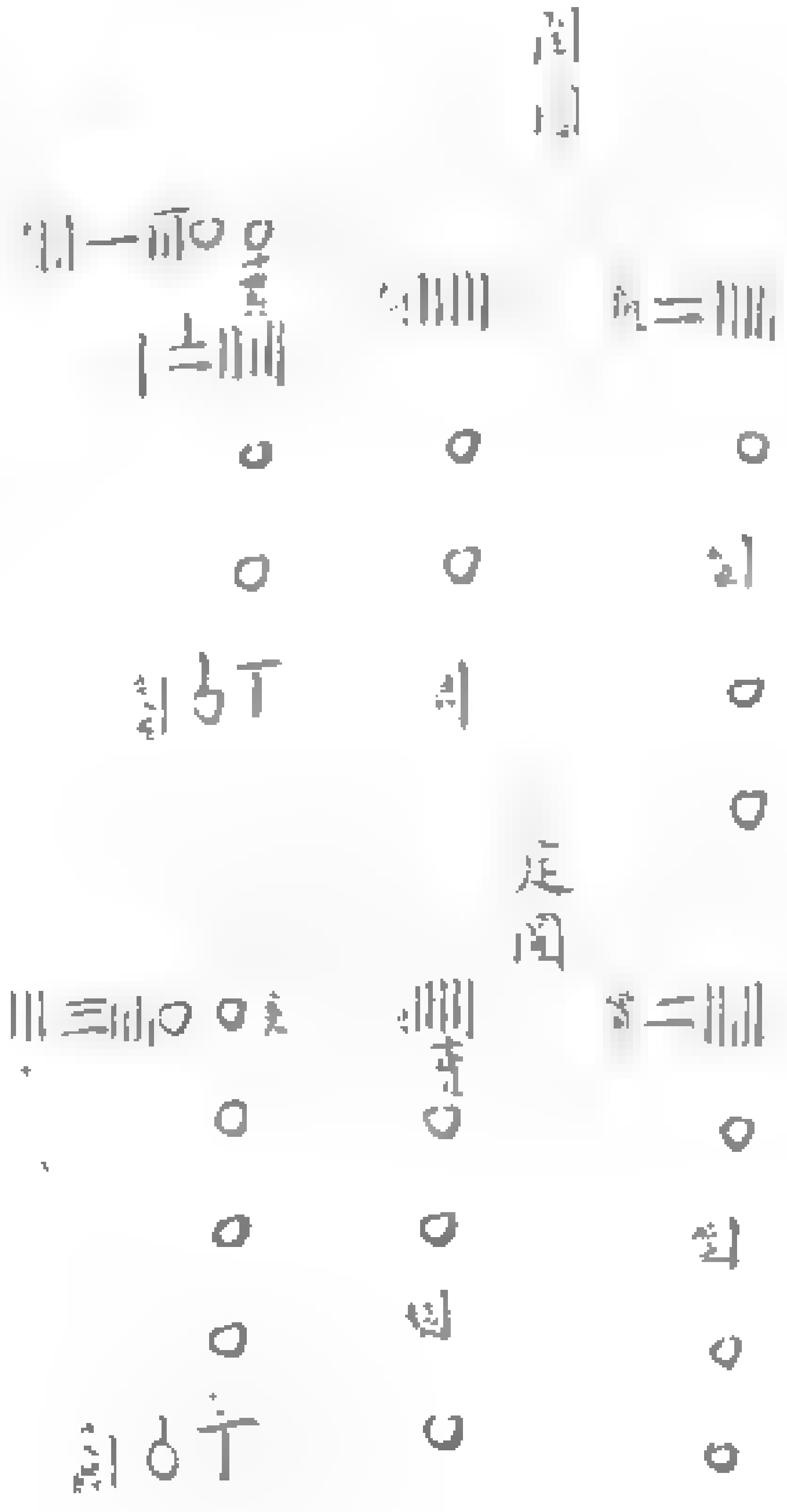


乃以干圖副行銀一百兩乘兩價五十貫得五千
貫以減干圖副行之積一萬三千二百五十貫訖
副積餘八千二百五十貫其下鹽得三十二袋銀
空而成坤圖
乃以坤圖副行之積八千二百五十貫為鹽實以
其下鹽三十三袋為法除之得二百五十貫為鹽
一袋價而成支圖



乃以支圖右行并一袋潙衆副行畢其副積只得二百五十貫次以副行直減右行畢右積餘二千四百貫金五兩並空乃成閏圖

乃以閏圖右積二千四百貫爲實金五百兩爲法除之得四百八十貫爲金一兩價成定圖次以定圖左金一百七十五兩偶乘右行直減左行訖左積得二十三爲四千貫度牒一百五十六道左金空而成定圖



金於定圖左積二十三万四千貫爲實以下左度牒一百五十六道爲法除之得一千五百貫爲度牒一道價以成次圖既得金銀每兩錢䍃每度牒每道各色之價次列甲乙丙丁四人衆之

右

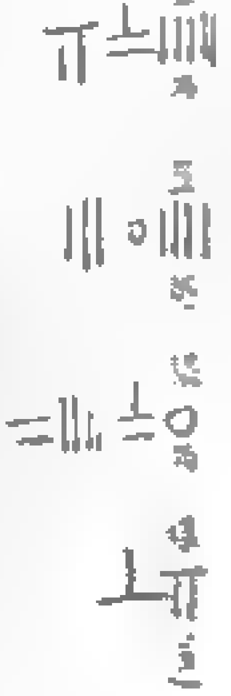
於圖

後以前圖右金二百兩併左金五十八兩八銖得
二百五十八兩以八銖為三分兩之一通分兩午
等七百七十五於左甲其右價四百八十貫乃以
左甲母三約之一百六十貫於右甲次以右益四
十貸併副益二百六十四貸得三百四貸於左乙
次以副緣八百兩併次緣一千六百七十兩得二

千四百七十兩為左併又以次行度膝一十五道
併左度膝五十二道得六十七道為左丁以兩行
對乘之

右行

左行



以右甲一百六十乘左甲七百七十五兩得一十
二万四千貫為甲元本以右乙二百五十貫乘左

乙三百四貸得七万六千貫為乙元本以右丙五
十貫乘左丙二千四百七十兩得一十二万三千
五百貫為丙元本以右丁一千五百貫乘左丁六
十七道得一十万五百貫為丁元本列四人各得
元本求得常五百貫皆以五百貫為法除之甲得
二百四十八乙得一百五十二丙得二百四十七
丁得二百一各為列衰於右行併右行列衰得八
百四十八為總法以置博到沉香五千八百八十八兩
遍乘列衰各為沉香實次置胡椒一万四百三十
包亦遍乘列衰為椒實次置象牙四百二十四條

以大小為合率之得二百一十二合亦逾衆列衰
為牙實

沉香滿衆四衰

甲得一百二十六万一千八百二十四乙得七十
七万三千二百七十六兩丙得一百二十五万六千
七百三十六丁得一百二万二千六百八十八各

為沉香實以總法八百四十八除之甲得沉香一
千四百八十八兩乙得沉香九百一十二兩丙得
沉香一千四百八十二兩丁得沉香一千二百六
兩

胡椒偏衆四衰

甲得二百五十八万六千六百四十乙得一百五
十八万五千三百六十兩得二百五十七万六千
二百一十丁得二百九万六千四百三十各為椒
實以總法八百四十八除之甲得三十五包不
盡二百四十包以包率四十斤乘之九千六百斤
又以法除之得一十一斤不盡二百七十二斤以
十六兩通之得四千三百五十二兩又以法除之
得五兩不盡一百一十二求等得一十六約之得
五十三分兩之七約甲得椒三千五十包一十二
斤五兩五十三分兩之七乙得一千八百六十九

包不盡四百四十八包以四十斤乘之得一万七
千九百二十又以法除之得二十一斤不盡一百
一十二斤以十六兩通之得一千七百九十二兩
又以法除之得二兩不盡九十六兩求等得十六
約之得五十三分兩之六為乙合得椒一千八百
六十九包二十一斤二兩五十三分兩之六兩得
三千三十七包不盡八百[illegible]三十四以四十斤通之
得三万三千七百六十斤又以法除之得三十九
斤不盡二百八十八以十六兩通之得四千六百
八兩又以法除之得兩五五兩不盡三百六十八兩求

芉得十六約之得五十三分兩之二十三為兩合
得耕三千三十七包三十九斤五兩五十三分兩
之二十三丁得二千四百七十二包不盡一百七
十四以四十斤通之得六千九百六十斤又以法
除之得八斤不盡一百七十六以十六兩通之得
二千八百一十六又以法除之得三兩不盡二百
七十二求芉得十六約之得五十三分兩之一十
七為丁合得耕二千四百七十二包八斤三兩五
十三分兩之一十七

求牙合數術乘四衰
甲得五万二千五百七十六合乙得三万二千二
百二十四合丙得五萬二千三百六十四合丁得
四万二千六百一十二合各為牙實以法法八
百四十八除之甲合得牙六十二合乙合得牙三十
八合丙合得牙六十一合不盡六百三十六求芉
得二百一十二約之得四分合之三丁合得牙五
十合不盡二百一十二求芉得二百一十二約之
得四分合之一

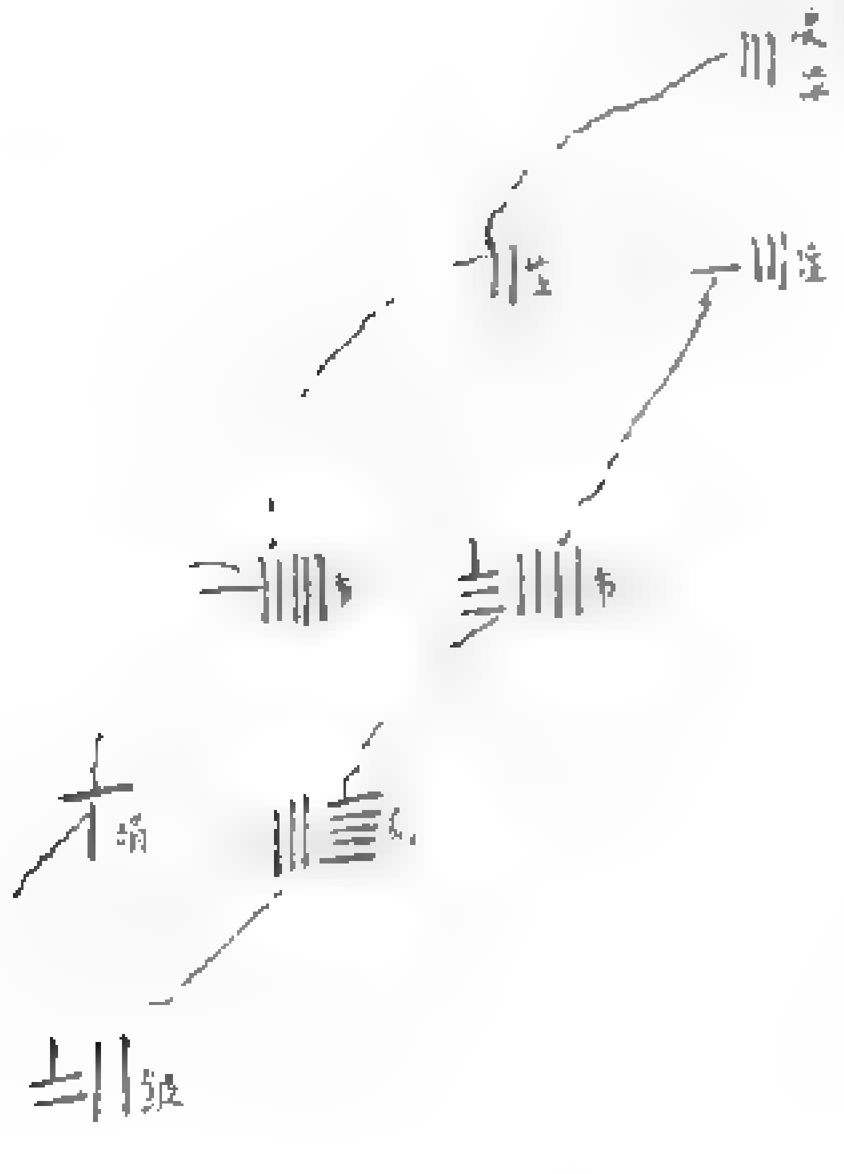
○互易推本

問出度牒差人管運每三道易鹽一十三袋鹽二袋
易布八十四尺布一十五疋為易絹二尺半絹六疋易
銀七兩二錢分紅到銀九千一百七十二兩八錢欲
知元關度牒道數幾何

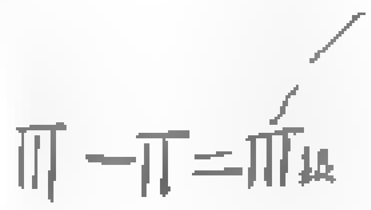
答曰度牒一百八十道

術曰以衰求互乘易去求之列各數以本色相對如

兩題以多一事者相乘為實以少一事者相乘為
法除之



上五事相乘為实



草曰先以变牒三道長盛二位得六以乘布一十五得九十又乘絹六尺得五百四十乃乘銀九万一千七百二十八銖得四千九百五十一万三千一百二十銖為实次以互一十三銖乘布八十四得一千九十二以乘絹三尺五分得三千八百二十二乃乘銀七十二銖得二十七万五千一百八十四銖為主除实得一百八十疋為元関变牒

數書九章卷十二

二十六

〇荻粟互易

問荻三升易小麦二升小麦一升五合易麻田八分油麻一升二合易粳米一升八合今將荻十四石四斗欲易油麻又將小麦欲易二十二石六斗欲易粳米几何

答曰油麻五石一斗二升

粳米一十七石二斗八升

術曰以乘术換易求之置元易率本色對列如隔翅以多一事者相乘為实以少一事者相乘為法除之各得所求消数不干其率者不置

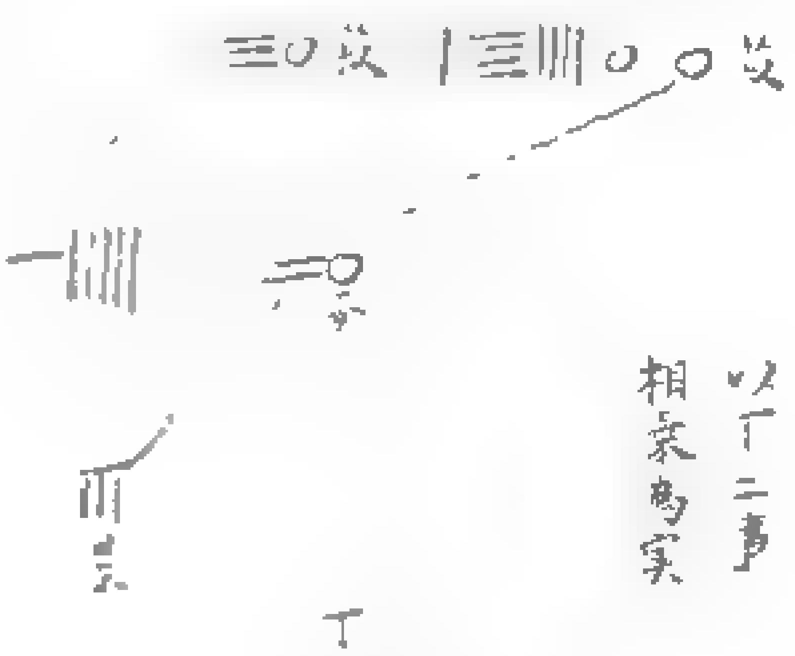
草曰置四率六位列六位率如隔翅皆化為合先將荻一十四石四斗作化一万四千四百合乃對前二句率数四位如隔翅至欲易油麻止共五事為上圖

次將小麥二十二石六斗化作二万二千六百合乃對後兩句率四位如隔翅至欲易粳米止共五事為下圖其上圖以荻一万四千四百合乘麥二十

上圖

以上二事相乘為实

以下二事相乘為实

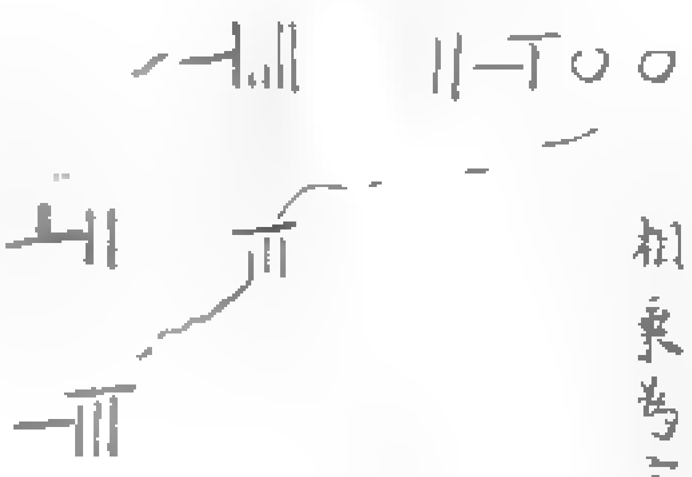


數書九章卷十二

下圖

以上二事相乘為法

以下二事相乘為实



二十七

得二十八万八千又乘油麻八合得二百三十万四千合為油麻實次以穀三十合乘黍一十五得四百五十合為法除之得五千一百二十合展為五石一斗二升為油麻　其下展以小黍二万一千六百合

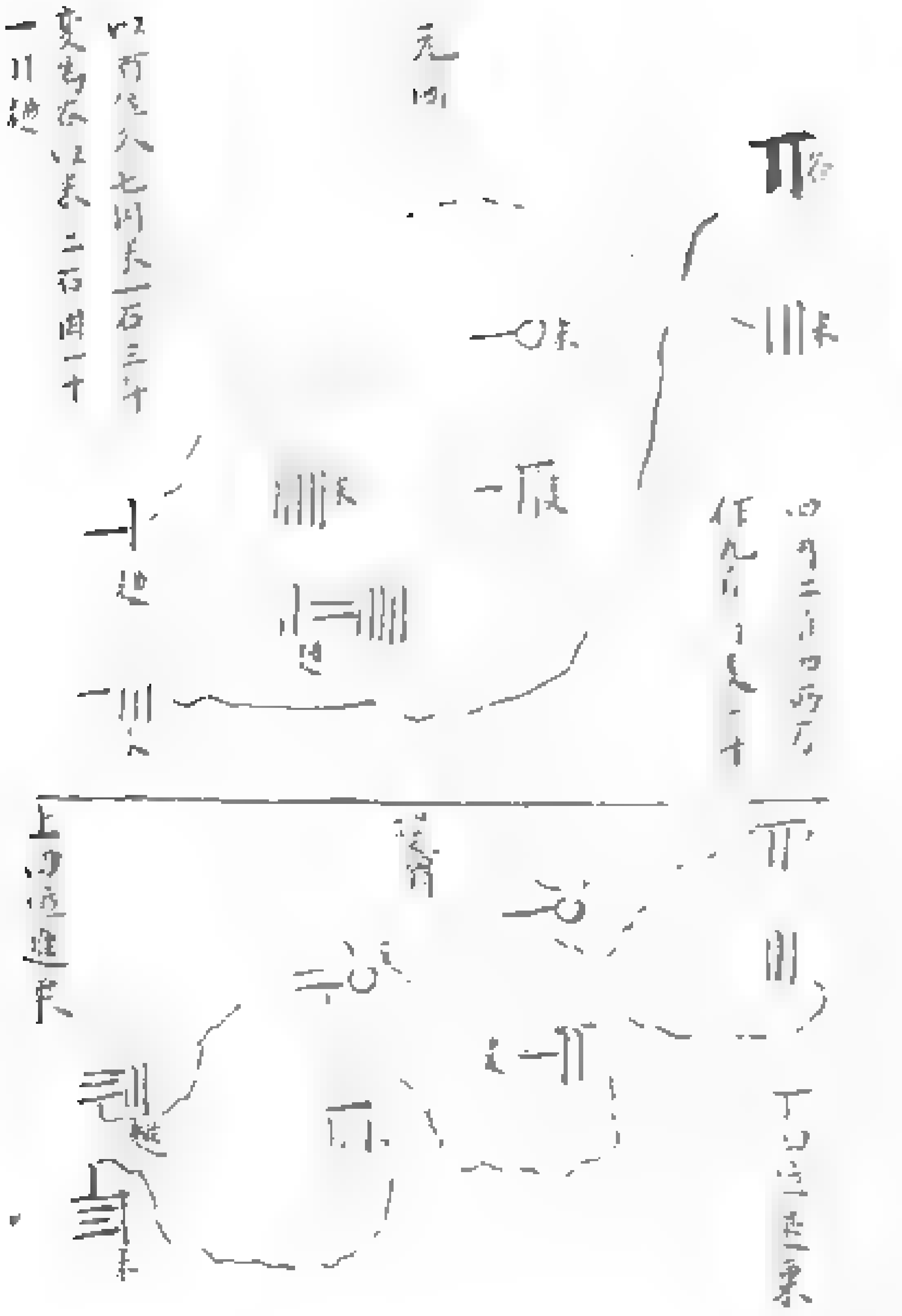
油麻八合得一十七万二千八百合又乘粳米一十八合得三百一十一万四百合為粳米實以小黍一十五合乘白麻一十二合得一百八十合為法除之得一万七千二百八十展作一十七石二十八升為粳米

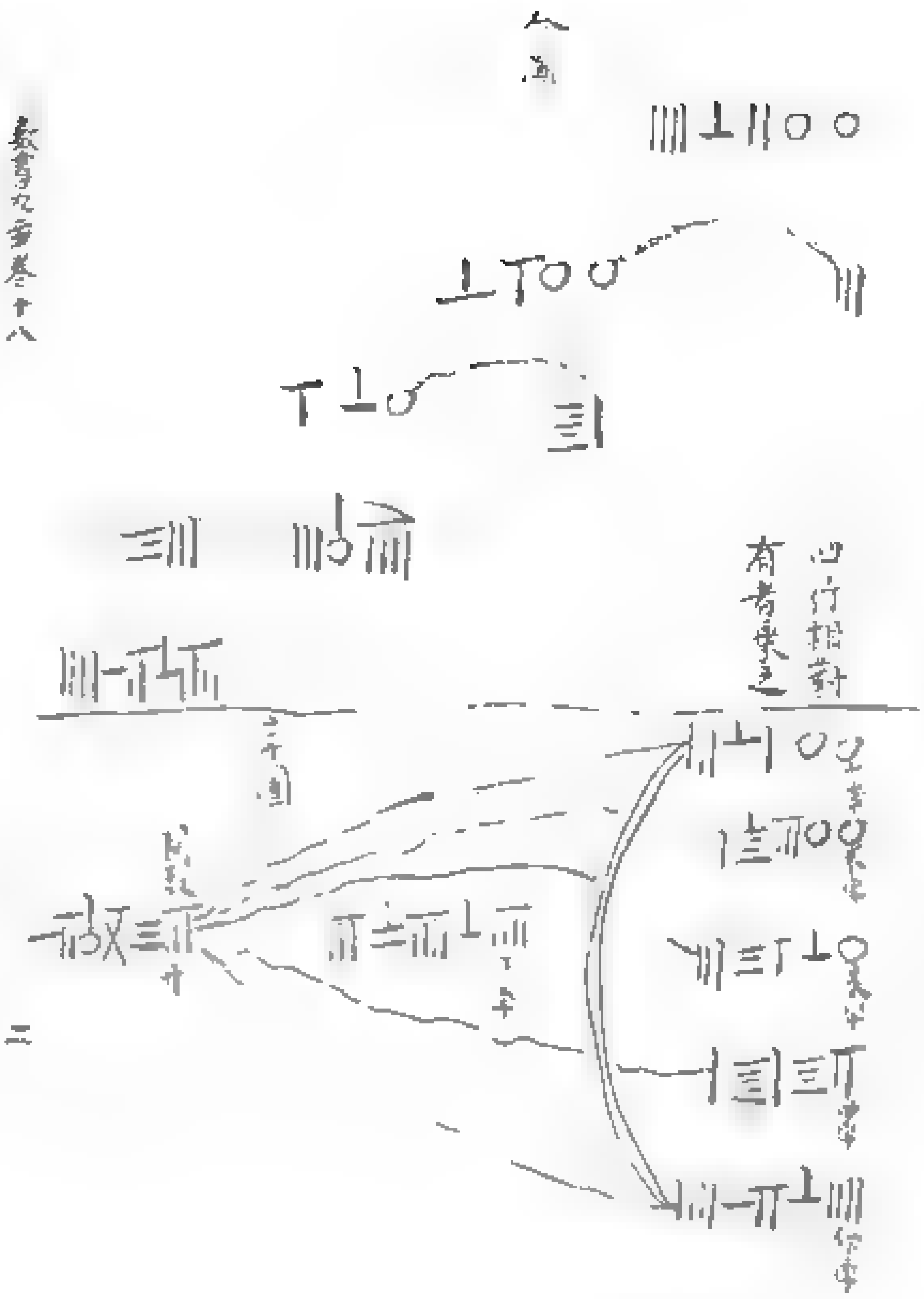
魯郡　秦九韶

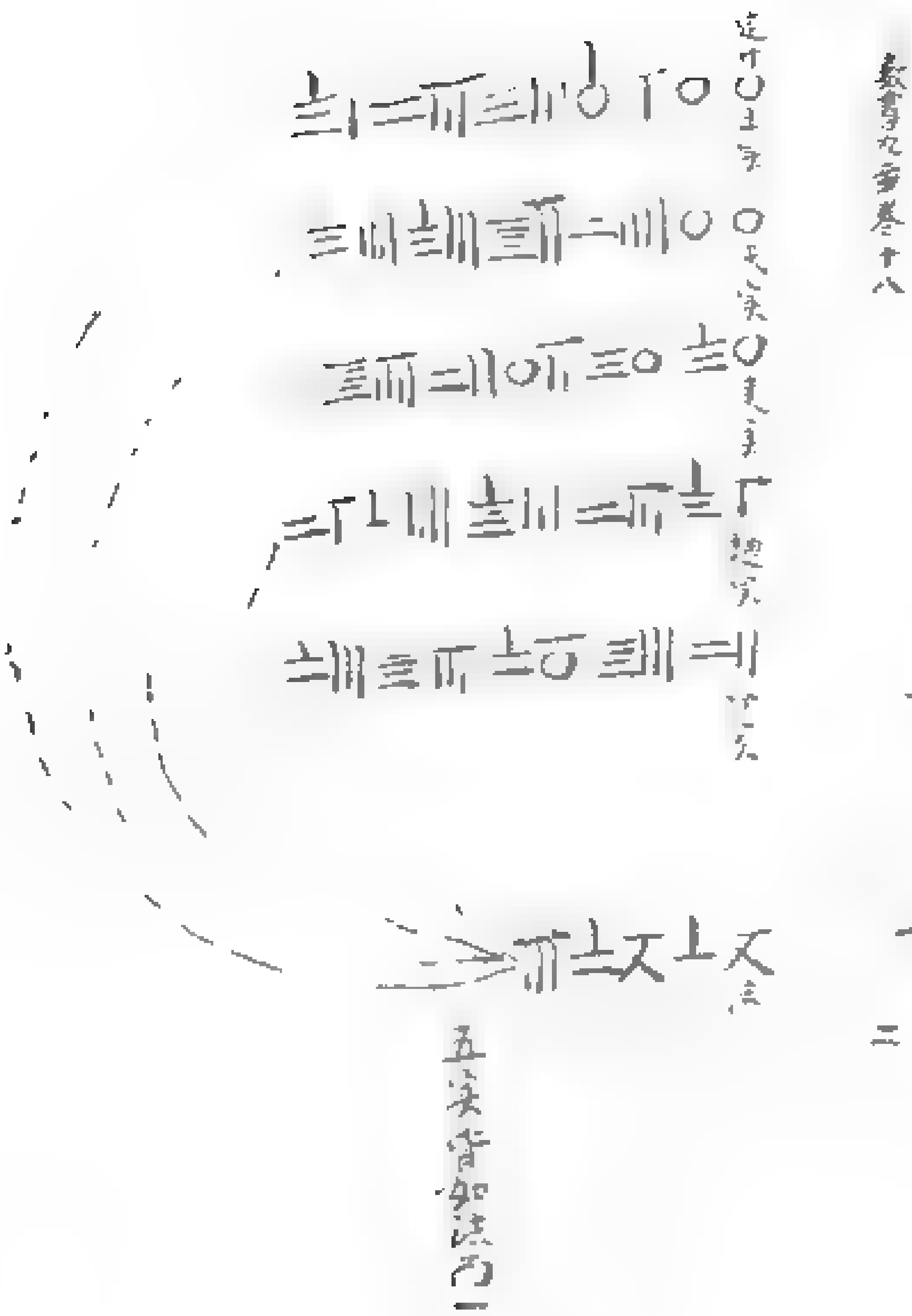
○推計互易

問乘車糯穀七石出糶米三石糶米一斗易小麥一斗七升小麥五升易麹二斤四兩麹一十一斤溼糯米一石三十八有糯穀一千七百五十九石三斗八升欲出穀糶米易麥皆麹造酒餘糯之米須令適足今合幾何

列答曰







穀數圖

穀田共數一千七百五十九石三斗八升
出穀九百二十四石
粳米三百九十六石
易麥六百七十三石二斗
踏地三万二百九十四角

糯數八百三十五石三斗八升
稻末三百五十八石二斗

術曰以粟米換易求置置諸率隨本色對列如爲題有分者通之異類者变之以上位者遞乘之以下位者逐乘之得合數有對者相乘之無對者直命之為諸率併上下無對者為法率（者指率當可之為）以今有物通乘諸率（或率）谷為実諸実並為如一法而一各得其已变者復互易乘除之即得所求

草曰置糯數七出米三於右行上副兩位次置糯米一斗麦一斗七升於副行副中兩位次置小麦五

升皆迴二斤四兩於次行中次兩位次置迴一十
一斤醞米一万三斗於左行次下兩位隨本色對
列如焉迴訖乃驗次行二斤四兩是四分斤之一以
母四通次行兩位以子一內次行次位其中位得
二十次位得九又驗左行下位是糯米是異類於
糯穀合变為糯穀乃以問中首句率數七米三变
之以七因米一石三斗得九石一斗於左下為穀
却以米三因迴一十一斤為三十三斤迴於左行
得变兩数以左行三十三乘次行二十得六百六
十次以子六百六十乘副行一十得六千六百次

以六十六百乘右上七得四万六千二百各於元
位却以右行副位三因副行一斗七升得五斗一
升又以五斗一升乘次行九得四百五十九又以
四百五十九乘左下九十一得四万一千七百六
十九列為合國數乃驗合國四行其副中次三位
以有對以對相乘合之其右上左下無對者直命
之皆為率列右行上率四万六千二百為出糯數
率副位得一万九千八百為得糯米率中得三万
三千六百六十為易得參率次得一万五千一百
四十七為糯到迴率下得四万一千七百六十九

為餘下糯穀率俱上下二率共得八万七千九百
六十九為泛率今六率共求寺得一約之只得元
率以率屬如用今有術穀一千七百五十九石三
斗八升皆化為升通乘五率不乘泛率得八十一
億二千八百三十二万五千六百升為出穀实得
三十四億八千三百五十七万二千四百升為糯
米实得五十九億二千二百七万三千八十升為
易参实得二十六億六千四百九十三万二千八
百八十六為糯趟实得七十三億四千八百七十
五万四千三百二十二升為餘穀实其五实皆為

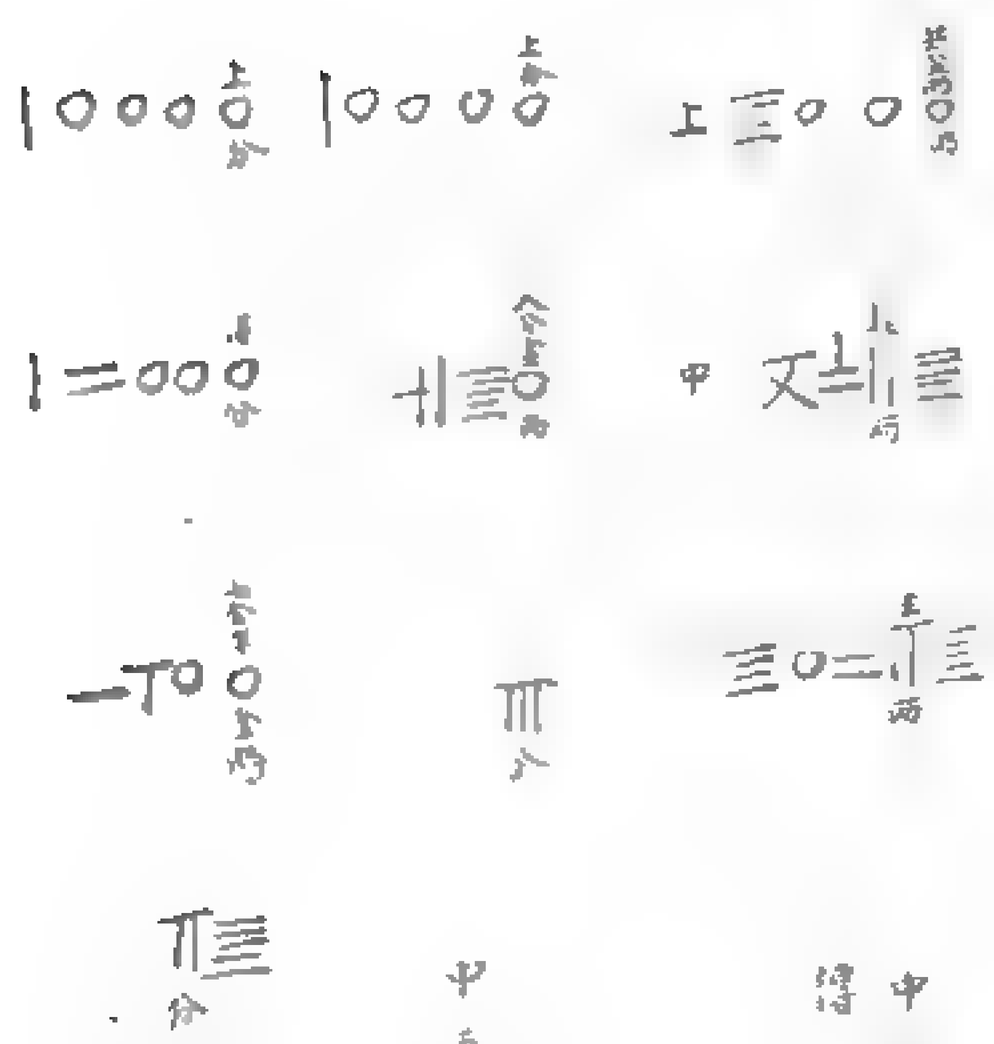
如一法八万七千九百六十九而一得九百二十
四石為出穀得三百九十六石為做到糯米得六
百七十三石二斗為易到小麥得三万二百九十
四斤為糯到迴得八百三十五石三斗八升為餘
下穀今得餘丁穀变為米乃以米率三因餘穀八
百三十五石三斗八升得二千五百六石一斗四
升為实以糯穀率七為法除之得三百五十八石
二升為醞米

○煉金計直

問庫有三色金共五千兩內八分金一千二百五十

兩兩價四百貫文七分五厘金一千六百兩兩價三
百七十五貫文八分五厘金二千一百五十兩兩價
四百二十五貫文並欲煉爲足色每兩工食藥炭錢
三貫文耗金九百七十二兩五錢欲知色分及兩價
各幾何
答曰色一十分
兩價五百三貫七百二十四文五百一十九分
文之二百一十二
術曰以方田及粟米求之置共數以耗減之餘爲法
以三色分欲各乘兩數併之爲色分實以三色價

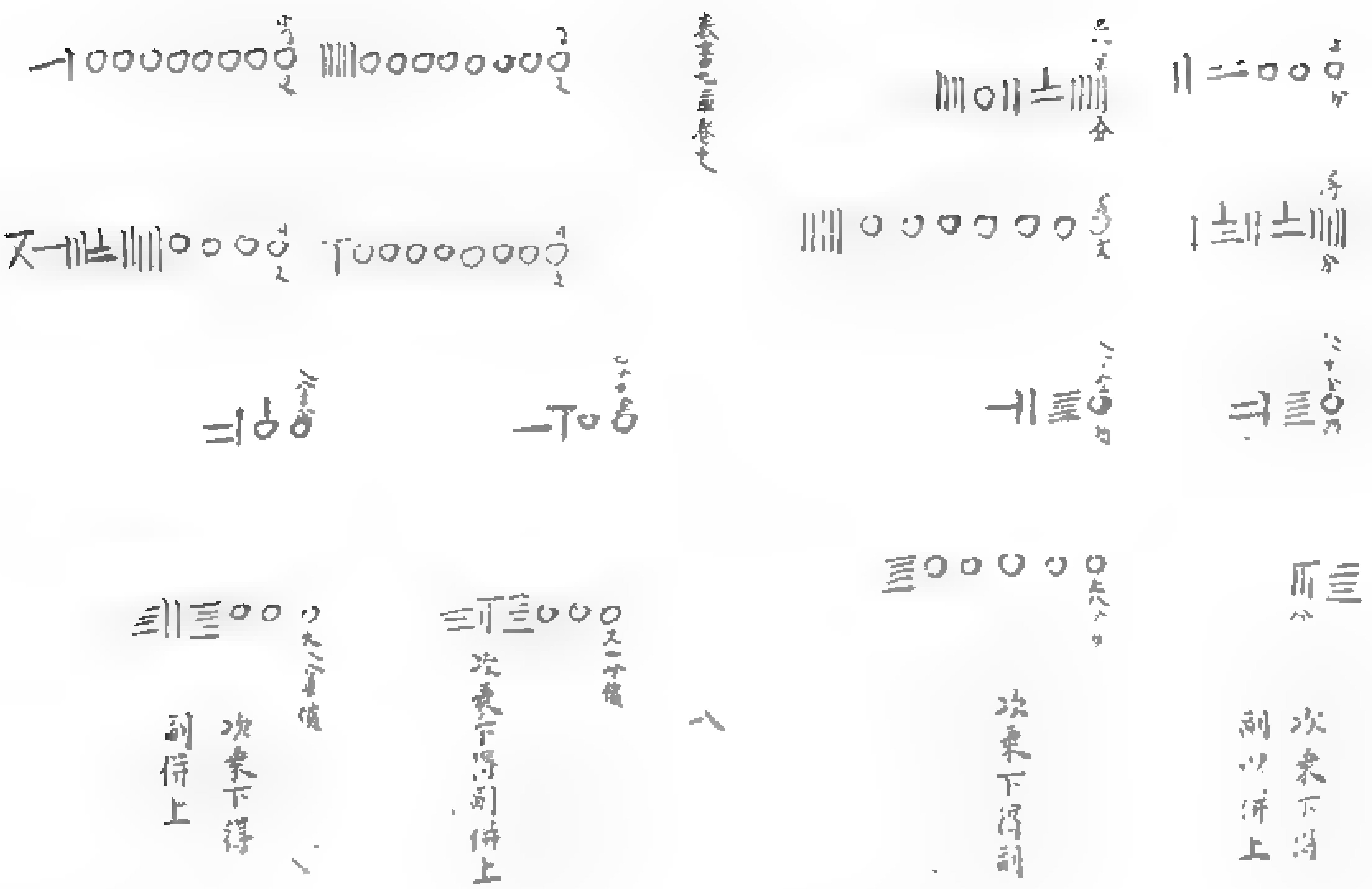
數各乘兩數爲寄以工藥價乘共金併價寄共爲
價實二實皆如法而一即各得
草曰置共金五千兩減耗九百七十二兩五錢外餘
四千二十七兩五錢爲法次置一千二百五十兩
乘八分得一萬分於上置一千六百兩以七分五
厘乘之得一萬二千分加上置二千一百五十兩
乘八分五厘得一萬八千二百七十五分又加上
共得四萬二百七十五分爲分實次置一千二百
五十兩乘四百貫得五十萬貫爲寄次置一千六
百兩乘價三百七十五貫得六十萬貫加寄次置
二千一百五十兩乘價四百二十五貫得九十一
萬三千七百五十貫又加寄次置共金五千兩乘
工藥錢三貫得一萬五千貫又加寄共得二百二
萬八千七百五十貫爲價實二實併如法四千二
十七兩五錢而一得其色一十分其價每兩得
五百三貫七百二十四文不盡一貫五百九十與
法求等得七十五其約之爲五百三十九文之二
百一十二



中減上
得下法

中乘下得上

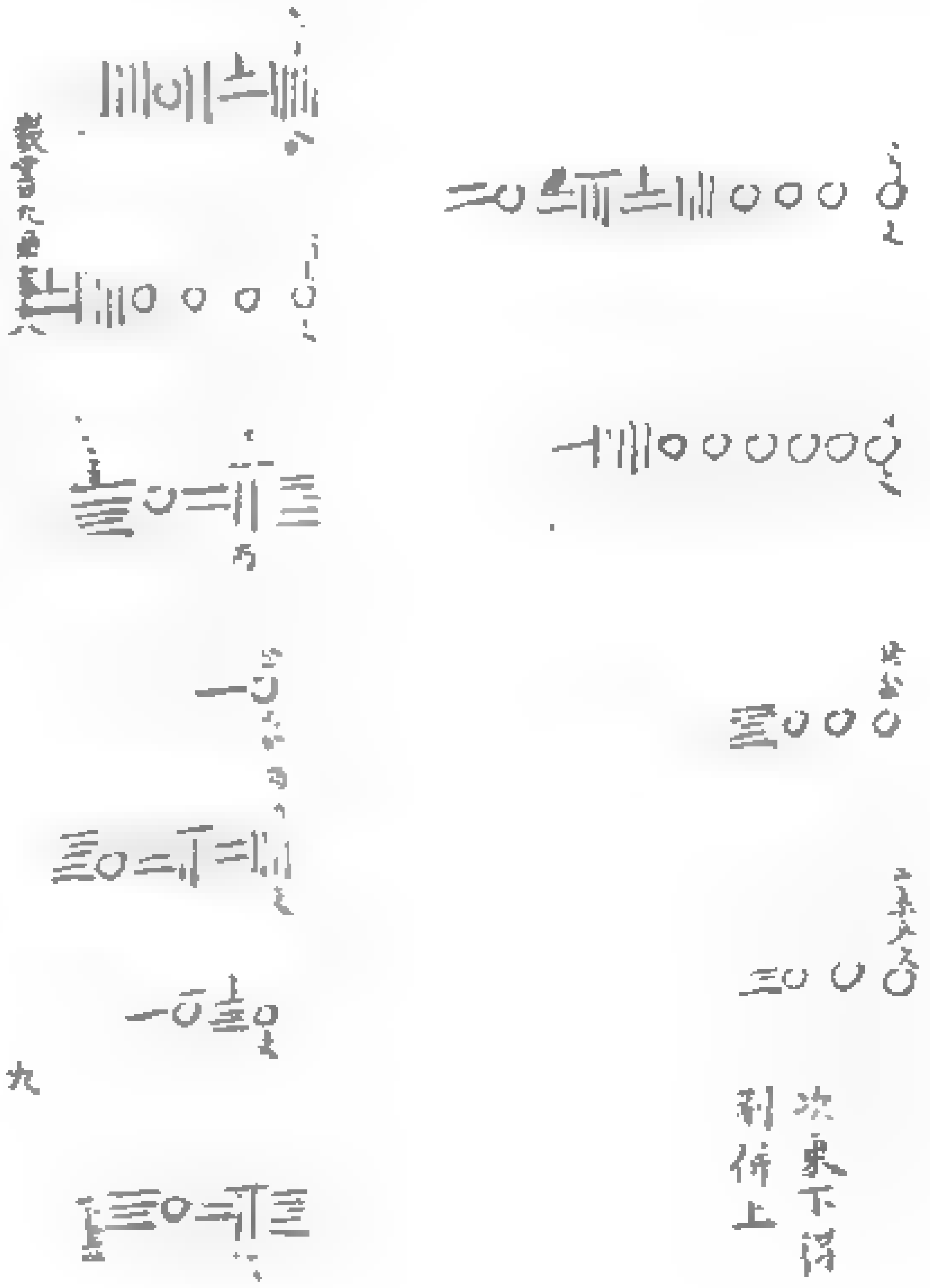
次乘下得
副以併上



其乙実餘盡得一十分為全息其價餘寺五百三貫七百二十四文為十分全每丙價不盡無一貫五百九十文與法求等得七半俱以約之為五百三十九分文之二百一十二

○推求本息

問三庫息則爲貫以上一釐千貫以上二釐五毫百貫以上三釐甲庫本四十九万三千八百貫乙庫本三十七万三百貫丙庫本二十四万六千八百貫今



一庫共納到息錢二万五千六百二十四貫二百文其典率甲及雖差乙方雖差丙莫參差欲知元典三例本息各幾何

答曰甲庫共納息九千三十三貫文

一厘息二千四百四十九貫文

二厘半息四千一百一十五貫文

三厘息二千四百六十九貫文

乙庫共納息一万五十一貫文

一厘息二百六十四貫五百文

二厘半息二千六百四十五貫文

三厘息七千一百四十一貫五百文

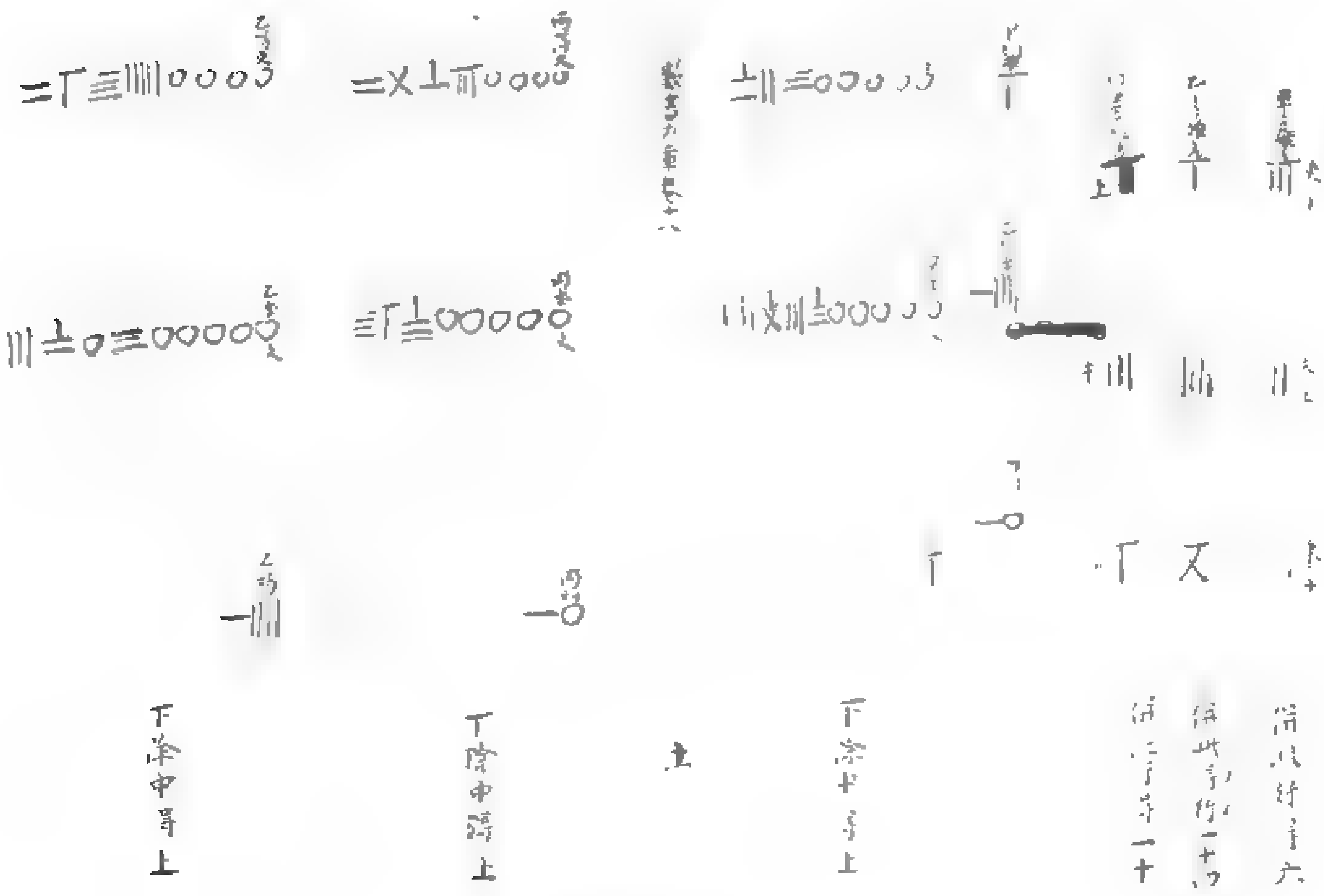
丙庫共納息六千五百四十貫二百文

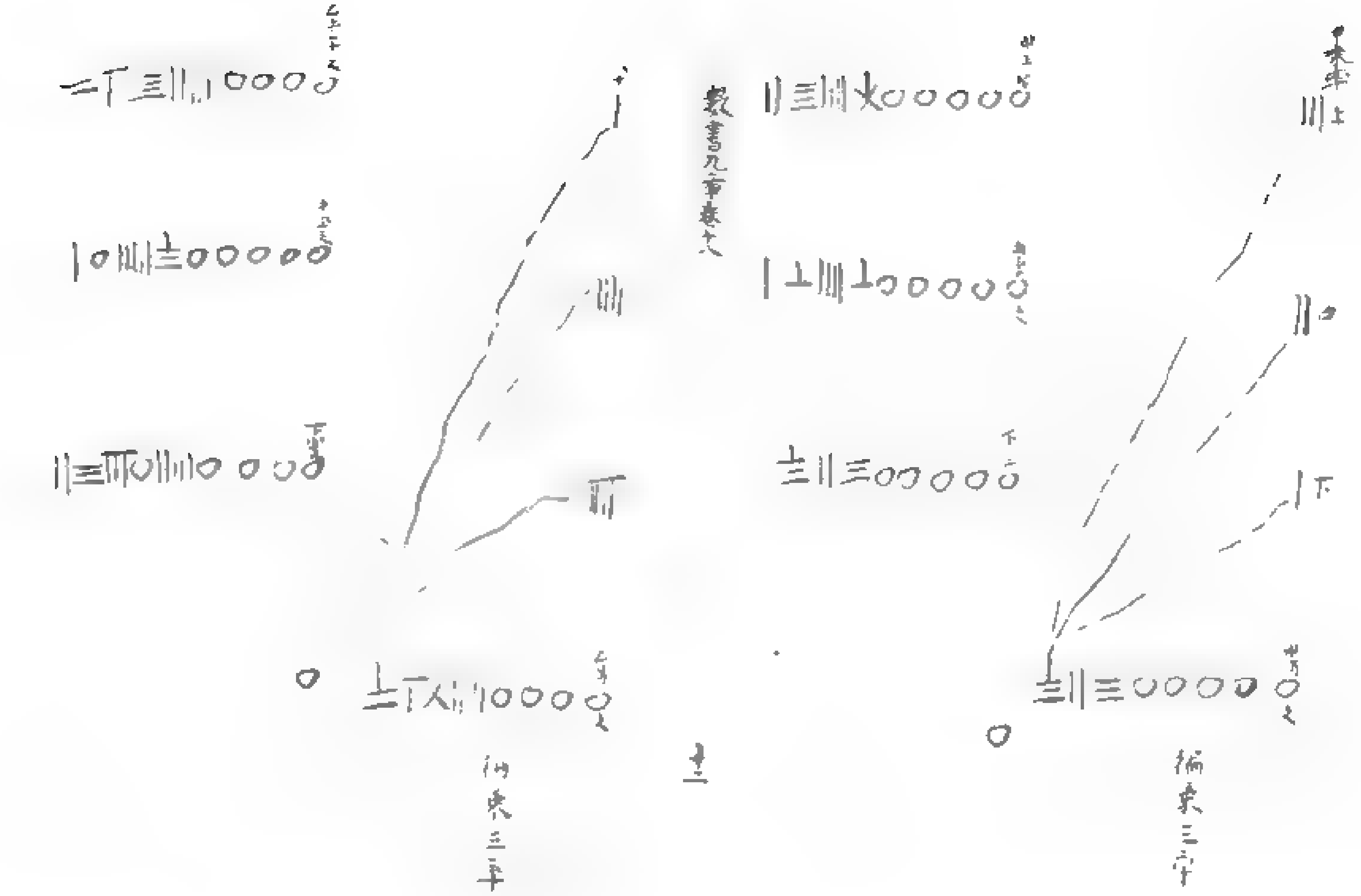
一厘息二百四十六貫八百文

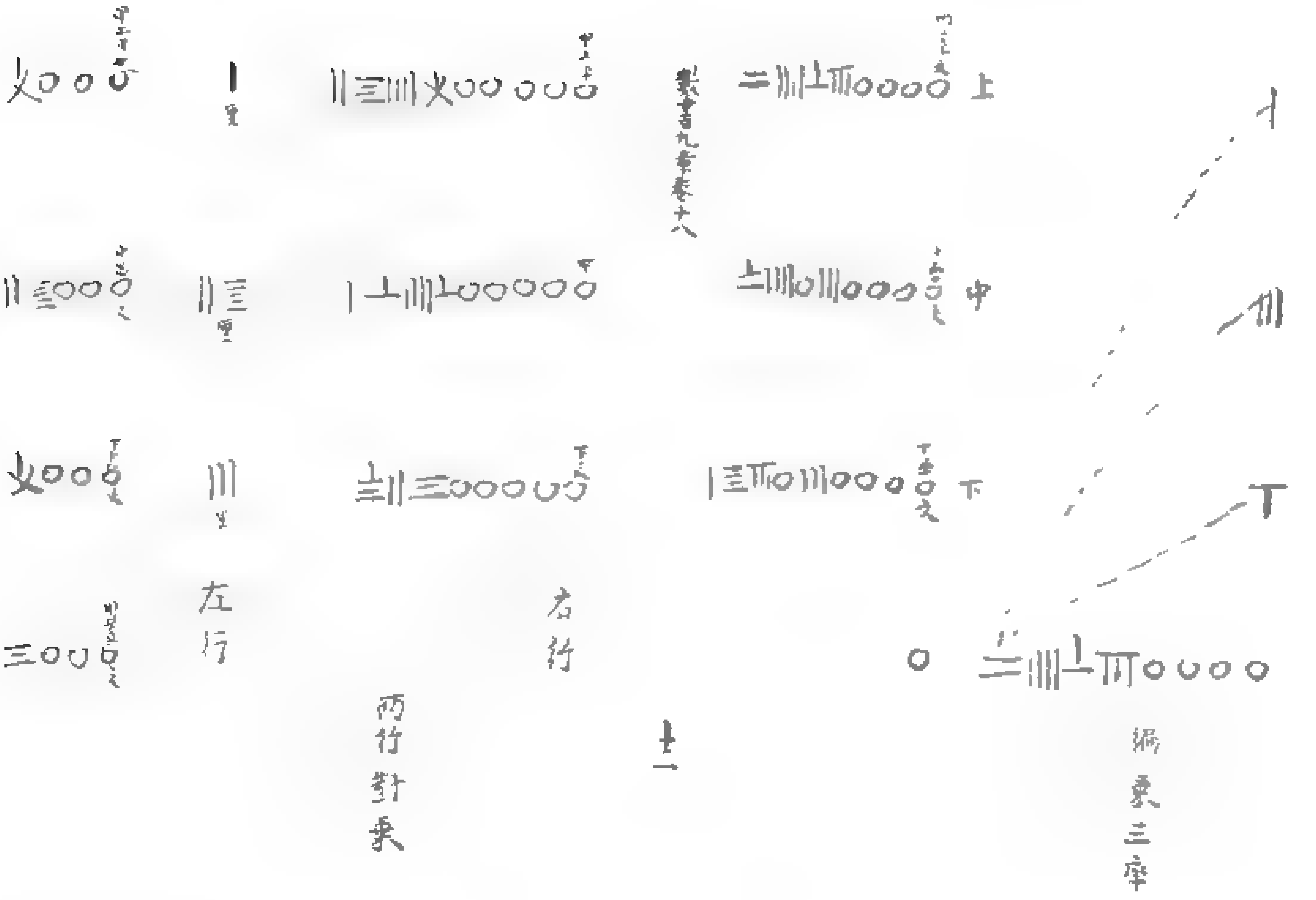
二厘半息一千八百五十一貫文

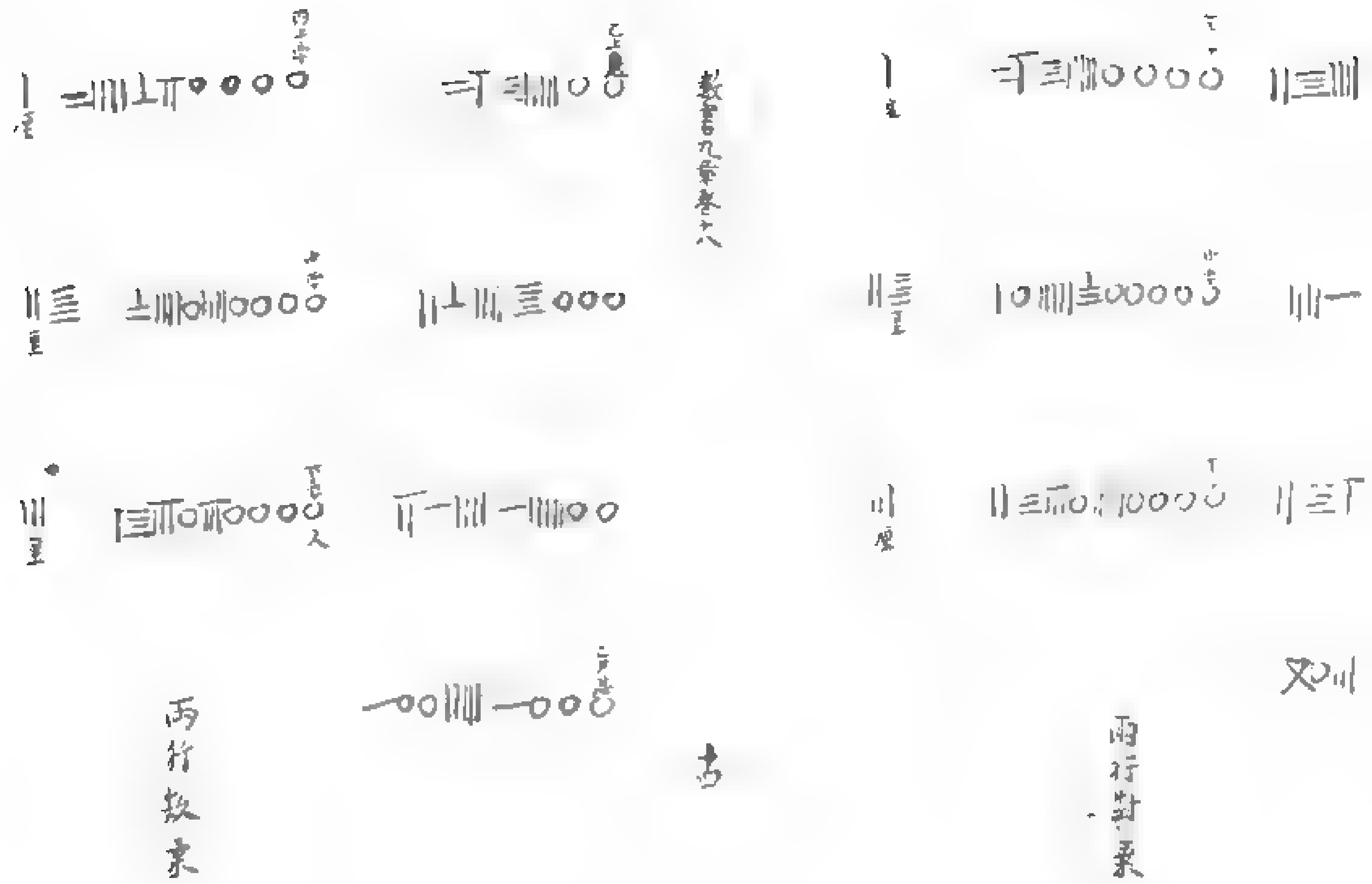
三厘息四千四百四十二貫四百文

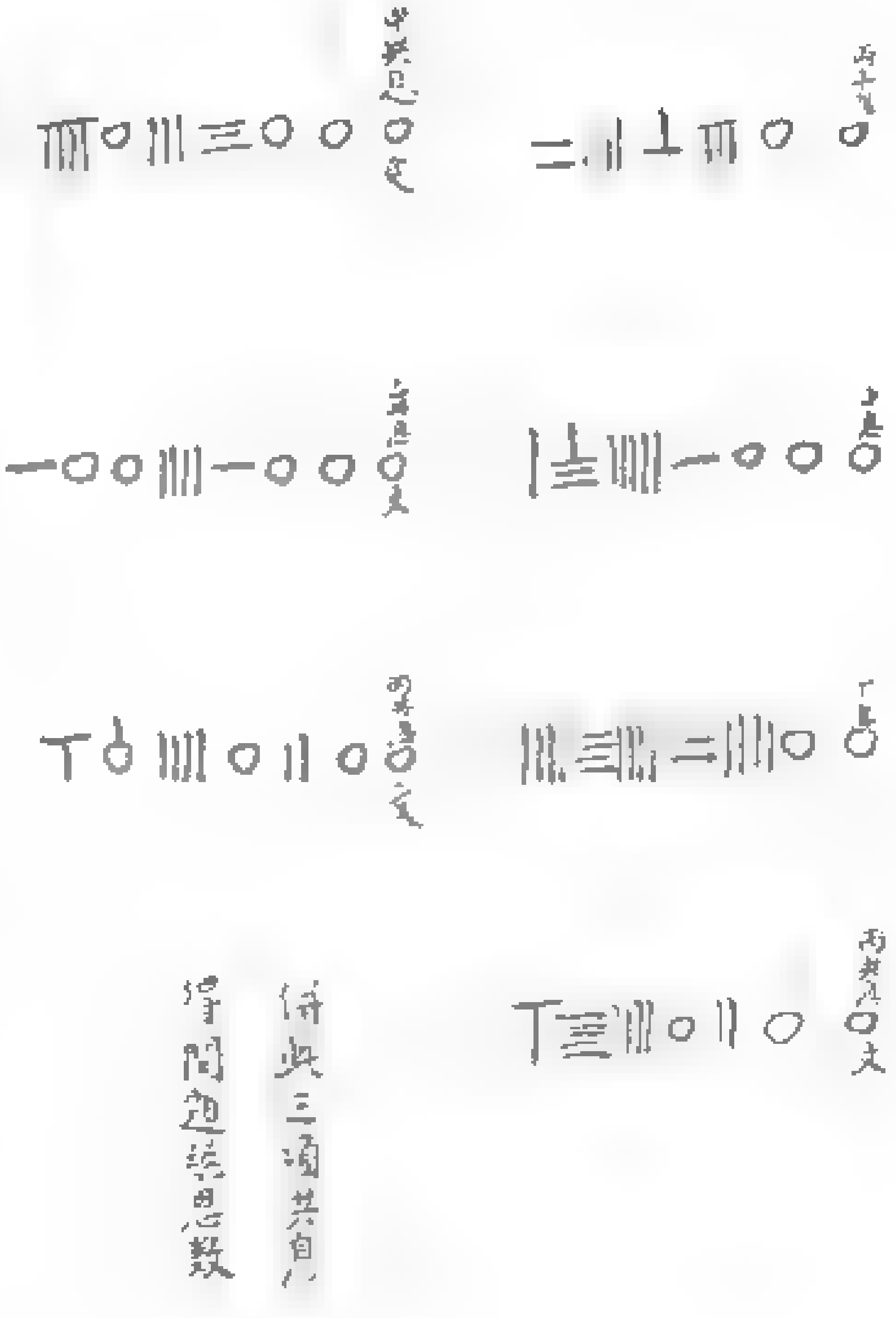
術曰置諸庫皆息之差照厘率為三行從併之為物率播命之為乘甲先以物率各乘自庫之本各得以通乘未併乘率然後各以厘率橫乘之次以從併之為各庫共息




數書九章卷十八
偏乘三率
十
偏乘三率


數書九章卷十八
上
中
下
左行
右行
兩行對乘
十一
偏乘三率





草曰置甲庫及雜差自下置一二三於右行次置乙庫方程差自上置一四九於中行次置丙庫蒺藜差自上置一三六於左行各為三庫上中下三等乘率乃從併甲差三二一得六為甲約率從併乙差一四九得一十四為乙約率從併丙差一三六得一十為丙約率直命九位數各為上中下乘率乃先以約率各約自庫之本乃以甲約率六約甲本四十九万二千八百貫得八万二千三百貫為甲得次以乙約率一十四約乙本三十七万三百貫得二万六千四百五十貫為乙得次以丙約

子020-321

率一十紡丙本二十四万六千八百貫得二万四千六百八十貫為丙得以各得乘併乘率其甲所得八万二千三百貫乘及錐乘率三二一得二十四万六千九百貫為上率得一十六万四千六百貫為中率得八万二千三百貫為下率

其乙所得二万六千四百五十貫以乘方錐差一四九得二万六千四百五十貫為上率得一十万五千八百貫為中率得二十三万八千五十貫為下率　其丙所得二万四千六百八十貫以乘蓑幕差一六三得二万四千六百貫為上率得七万

四千四十貫為中率得一十四万八千八十貫為下率然後各以息重数乘各庫三乘（此之文文為庫）其甲以一厘乘上率二十四万四千九百貫得二千四百四十九貫為上息以二厘五毫乘中率一十六万四千六百貫得四千一百一十五貫為中息以三厘乘下率八万二千三百貫得二千四百六十九貫為下息併上中下三息得九千三十三貫文為甲庫共息　其乙庫以一厘乘上率二万六千四百五十貫得二百六十四貫五百文為上息以一厘五毫乘中率一十五万千八百貫得二千六百四十五貫為中息以三厘乘下率二十二万八千五十貫得七千一百四十一貫五百為下息併上中下三息得一万五十一貫文為乙庫共息

其丙庫以一厘乘上率二万四千六百八十貫得二百四十六貫八百為上息以二厘五毫乘中率七万四千四十貫得一千八百五十一貫為中息以三厘乘下率一十四万八千八十貫得四千四百四十二貫為下息併上中下三息得六千五百四十貫二百文為丙庫共息却併三庫共息得二万五千六百二十四貫二百文為總息

○推求典本

問典庫今年二月二十九日有人取解一號主家聽得當事共計算本息一百六十貫八百三十二文稱係前歲頭臘月半解去月息二分二厘欲知元本幾何

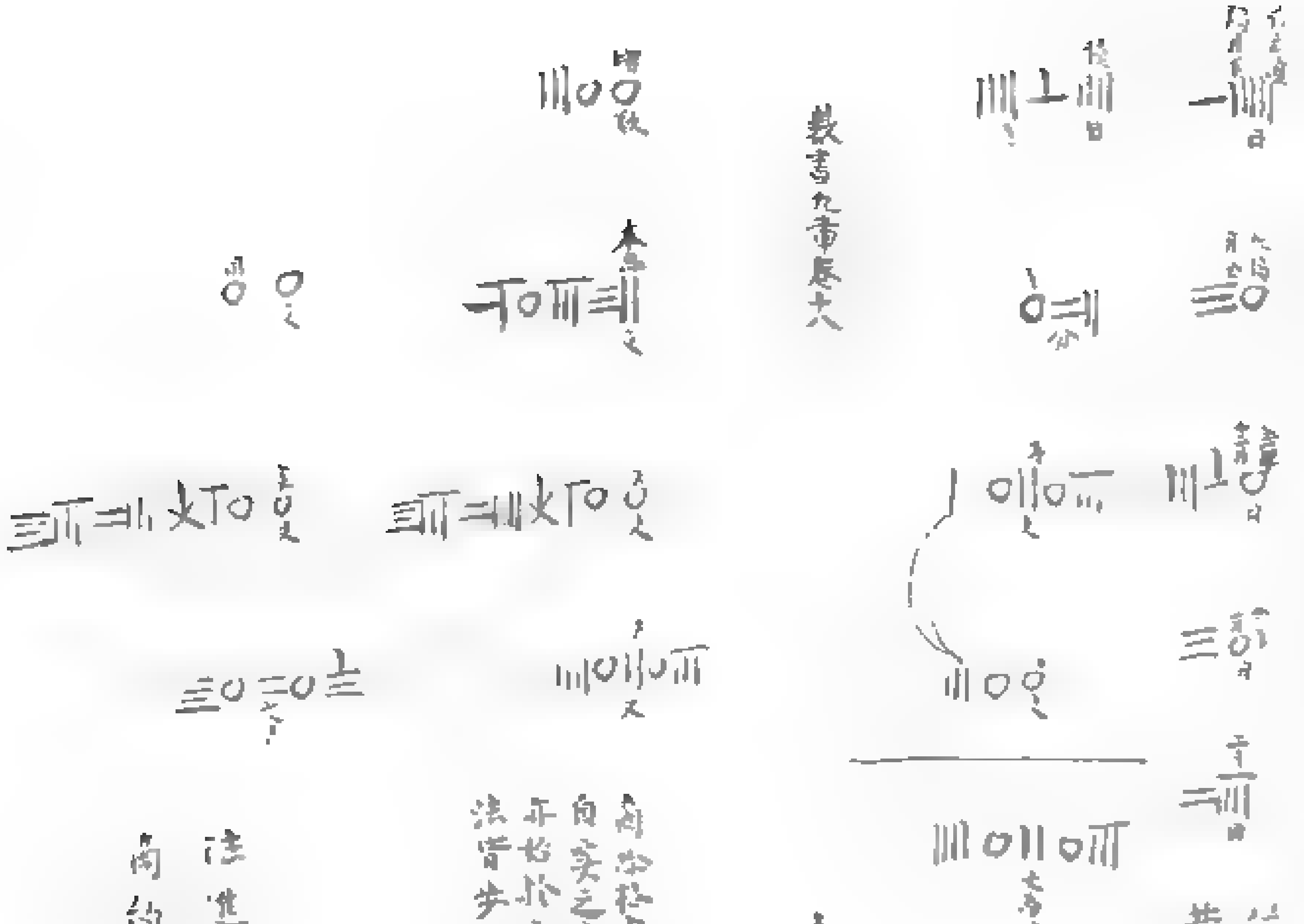
答曰本一百二十貫文

術曰以乘来求之置積日乘息分数增三百為法以三百乘共錢為實實如法而一得本

草曰置前年頭臘月半係四十五日併去年三百六十又加今年五十九日共得四百六十四為積日

乘息二分二厘得一百二丈八厘增三百丈得四百二丈八厘為法以三百丈乘共錢一百六十貫八百三十二丈得四万八十二百四十九貫六百丈為實以如法而一得一百二十貫文為元本

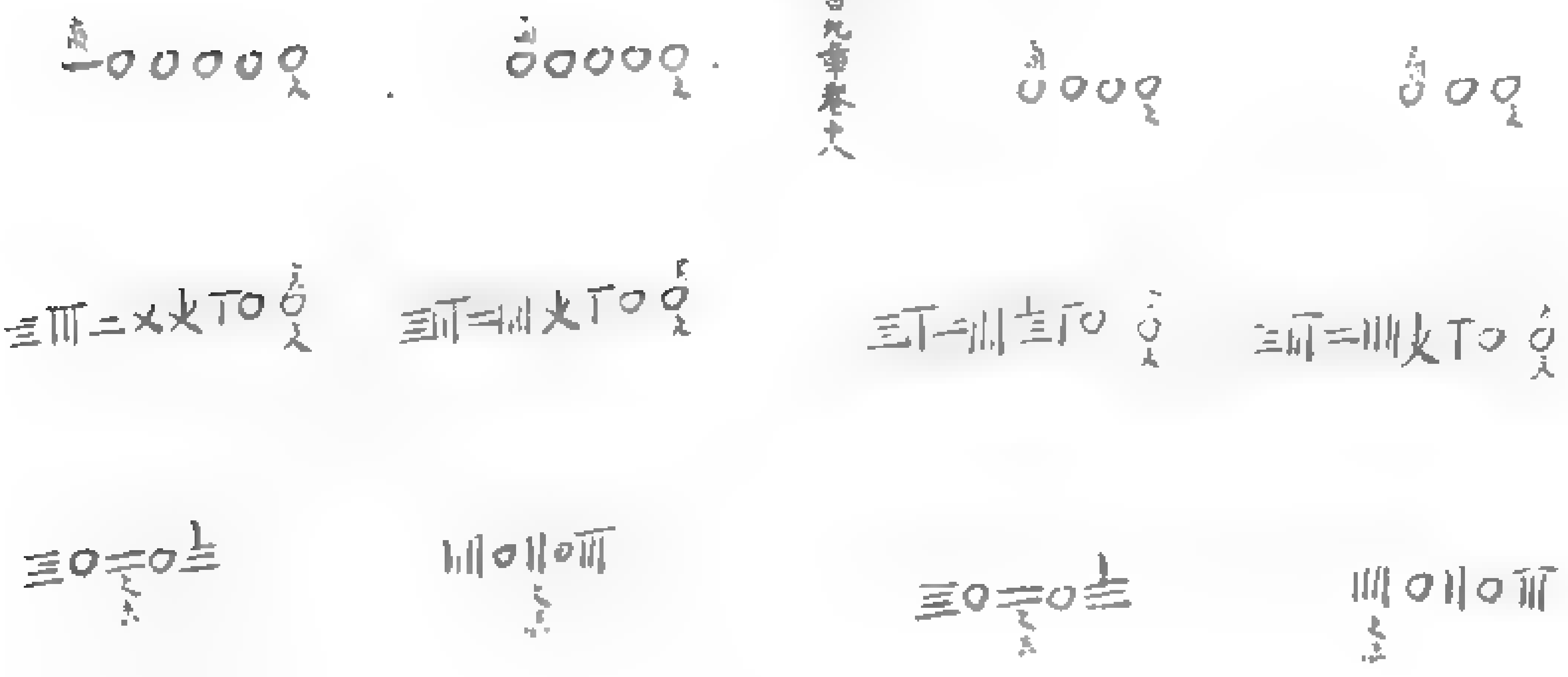
併此五項數共為積日



商約當以法丈之自實之丈下定步則商亦於於大實步則商法皆步約置之

法進一步

商約十



商約百

商約實

商約十貫

法不進乃命

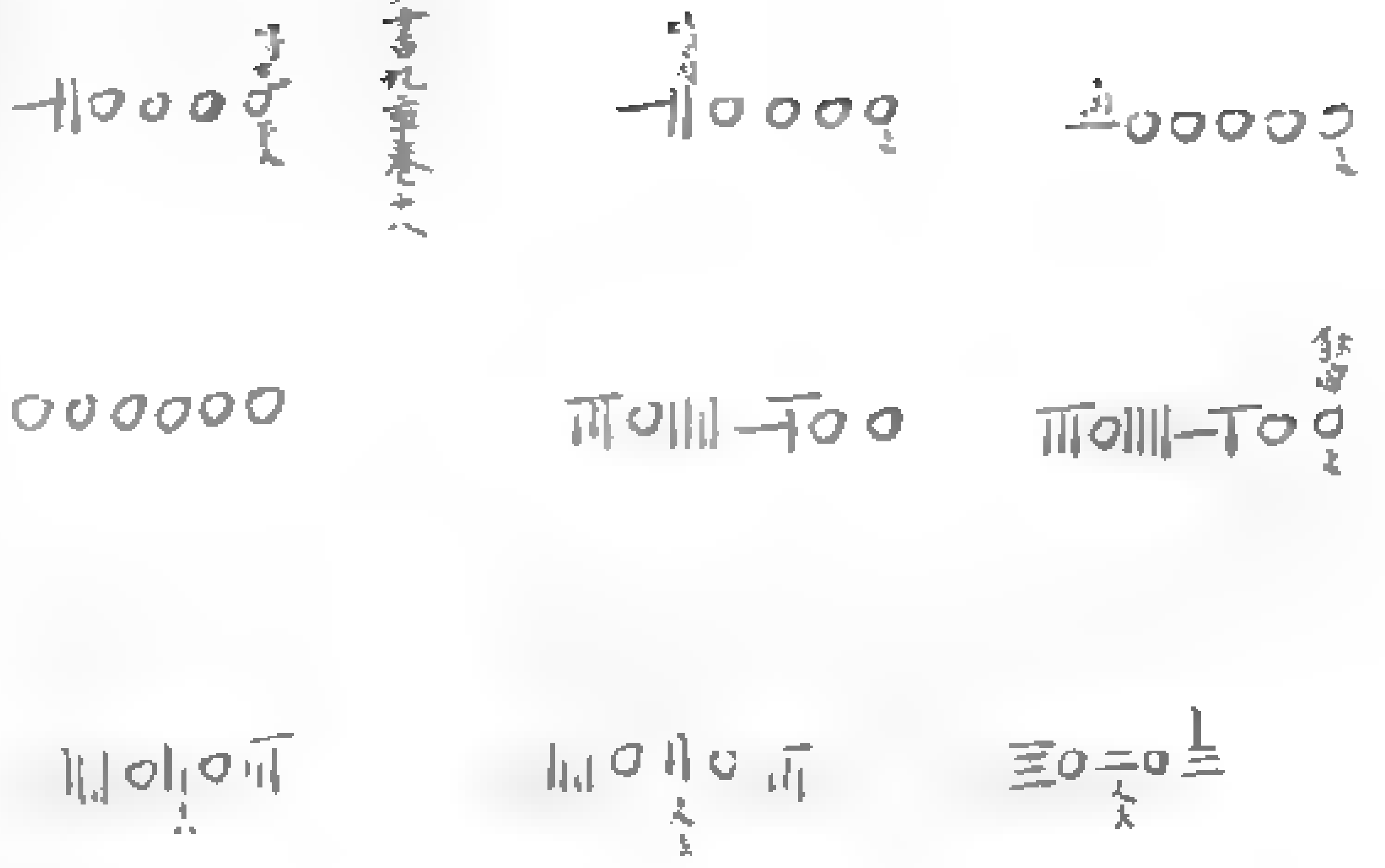
上商除實

○繳查推原

問房廊數內一戶日納一百五十六文八分足為準指揮未曾經減者減三分已曾經減三分者減二分三曾經減二分者更減二分今本戶累經減者欲知元額房錢幾何

答曰元額三百五十文

術曰以乘分求之列一十分兩行各三位列減分對



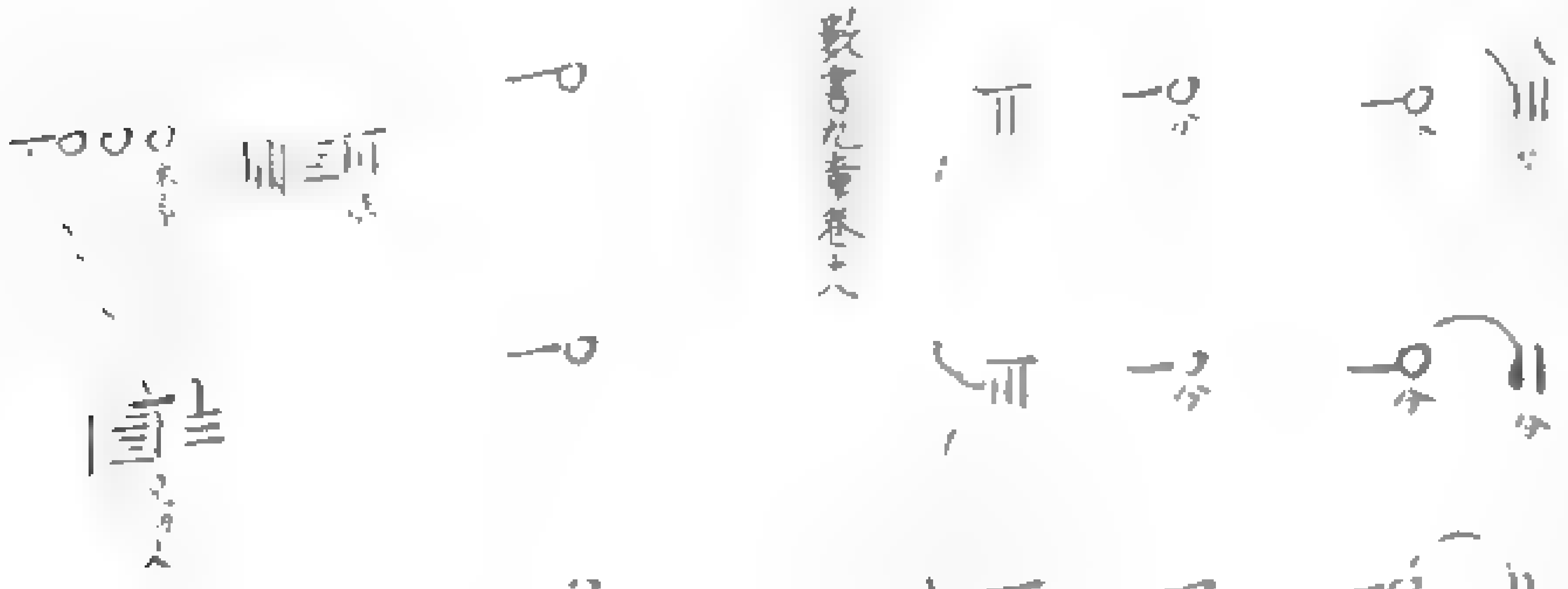
法一退

乃命續商除實適盡

平

前得一百二十貫為元本分同

減右行以餘者相乘為法以左行元分相乘乎訓錢為實如法而一得元額錢



右行

以減分損左行

左行

右行

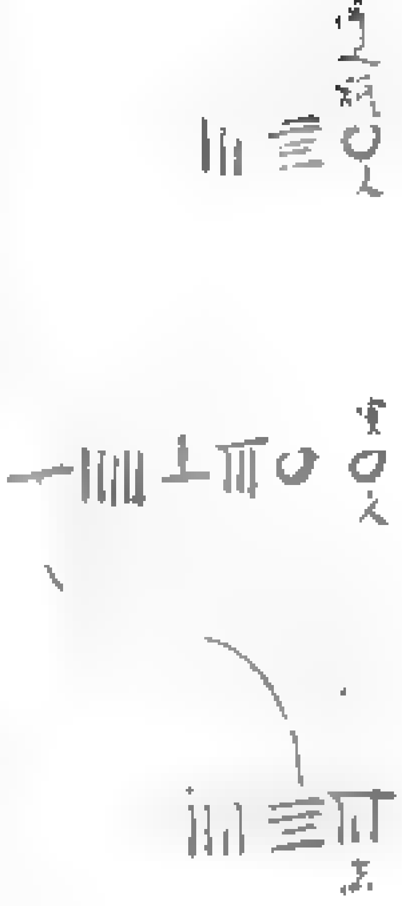
右行相乘為法

重

左行相乘為實

左行

以左行未見訓為實



置四引一十分三位於左行又引一十分三位於右行兵右上減去初賦三分右中減去次賦二分右下減去更賦二分右行餘七八八以相乘得四百四十八為法乃以左行三位一十分相乘得一千為乘率以乘見日行錢一百五十六文八分為一百五十六貫八百文為實實如法而一得三百五十文為本戶元額虧錢

數書九章十八卷宋淳祐間魯郡
秦九韶撰會稽王應遴曼父借閣抄
本而録也予轉假録之原無目録
予為增入旹
萬曆四十五年新正五日清常道人趙
琦美記

子020-325

同文算指前編二卷通編八卷

（意大利）利瑪竇授　（明）李之藻演

明萬曆刻本

同文算指前編二卷通編八卷兩江總督採進本

明李之藻演西人利瑪竇所譯之書也前編上下二卷言筆算定位加減乘除之式及約分通分之法通編八卷以西術論九章卷一曰三率準測即古異乘同除曰變測即古同乘異除曰重測即古同乘同除卷二卷三曰合類差分曰和較三率曰洪衰互徵即古差分又謂之衰分卷四曰疊借互徵即古盈朒卷五曰雜和較乘即古方程卷六曰測量三率即古句股曰開平方曰奇零開平方即古少廣卷七曰積較和開平方卷八曰帶縱諸變開平方曰開立方曰廣諸乘方曰奇零諸乘方皆即古少廣案九章乃周禮之遺法其用各殊爲後世言數者所不能易西法惟開方即古少廣句股各有專術餘皆以三率御之若方田粟米差分商功均輸五章本可以三率御之至於盈朒以御隱雜互見方程以御錯糅正負則三率不可御矣蓋中法西法固各有所長莫能相掩也是書欲以西法易九章故較量長短俱有增補其論三率比例視中土所傳方田粟米差分諸術實爲詳悉至盈朒方程二術則皆仍舊法少廣略而未備且法與數多出入之處梅文鼎方程論曰幾何原本言句股三角備矣同文算指於盈朒方程取古人之法以傅之非利氏之所傳也又曰諸書之譌誤皆沿之而不能察其必非知之而不用能言之而不悉亦可見矣誠確論也然中土算書自元以來散失尤甚未有能起而蒐輯之者利氏獨不憚其煩積日累月取諸法而合訂是編亦可以爲算家考古之資矣

刻同文算指序

數之原其與生人俱來乎始於一終於十十指象之屈而計諸不可勝用也五方萬國風習千變至于算數無弗同者十指之賅存無弗同耳我中夏自黃帝命隸首作算以佐容成至周大備周公用之列於學官以取士賓興賢能而官使之孔門弟子身通六藝者謂之升堂入室使數學可廢則周孔之教踳矣而或謂載籍燔於嬴氏三代之學多不傳則馬鄭諸儒先相授何物唐六典所列十經博士弟子五年而學成者又何書也由是言之算數之學特廢於近世數百年間爾廢之緣有二其一爲名理之儒土苴天下之實事其一爲妖妄

之術謬言數有神理能知來藏往靡所不效卒於神者無一效而實者亾一存往昔聖人所以制世利用之大法曾不能得之士大夫間而術業政事盡遜於古初遠矣余友李水部振之卓犖通人生平相與慨歎此事行求當世算術之書大都古初之文十一近代俗傳之言十八其儒先所述作而不倍于古初者亦復十一而已俗傳者余嘗戲目爲閉關之術多謬妄弗論即所謂古初之文與其弗倍於古初者亦僅僅具有其法而不能言其立法之意蓋復遠想唐學十經必有原始通極微渺之義若止如今世所傳則浹月可盡何事乃須五季也既又相與從西國利先生游論道

之隙時時及於理數其言道言理既皆返本蹠實絕去一切虛玄幻妄之說而象數之學亦皆遡源承流根附葉著上窮九天旁該萬事在於西國膠庠之中亦數年而學成者也吾輩既不及覩唐之十經觀利公與同事諸先生所言曆法諸事即其數學精妙比于漢唐之世十百倍之因而造

席請益惜余與振之出入相左振之兩度居燕譯得其算術如干卷既脫稿余始間請而共讀之共講之大率與舊術同者舊所弗及也與舊術異者則舊所未之有也旋取舊術而共讀之共講之大率與西術合者靡弗與理合也與西術謬者靡弗與理謬也振之因取舊術斟酌去取用所譯

西術騈附梓之題曰同文算指斯可謂網羅藝業之美朗廓著述之途雖失十經如棄敝屩矣算術者工人之斧斤尋尺曆律兩家旁及萬事者其所造宮室器用也此事不能了徹諸事未可易論頃者交食議起天官家精識者欲依洪武故事從西國諸先生備譯所傳曆法仍用京朝官屬筆

如吳太史而宗伯以振之請余不敏備員焉值余有狗馬之疾請急還南而振之方服除赴 闕儻一日者復如庚戌之事便當發此大業以啓方來則是書其斧斤尋尺哉若乃山林獻畝有小人之事余亦得挾此往也握算言縱横矣

萬曆甲寅春月友弟吳淞徐光啓撰

同文算指序

古者教士三物而藝居一六藝而數居一數于藝猶土于五行無處不寓耳目所接已然之迹非數莫紀聞見所不及六合而外千萬世而前而後必然之驗非數莫推已然必然總歸自然乘除損益神智莫增商謊莫掩顓蒙莫可誑也

惟是巧心濬發則悟出人先功力研熟則習亦生巧其道使人心心歸實虛憍之氣潛消亦使人躍躍含靈通變之才漸啓小則米鹽淩雜大至畫野經天神禹賴矩測平成公旦從周髀窺驗誰謂九九小數致遠恐泥嘗試為之當亦賢于博弈矣乃自古學既邈實用莫窺安定蘇湖猶存告餼其在於今士占一經耻握從衡之筭才高七步不嫺律度之宗無論河渠歷象顯忒其方尋思吏治民生陰受其敝吁可慨已往游金臺遇西儒利瑪竇先生精言天道旁及算指其術不假操觚第資毛穎喜其便于日用退食譯之久而成帙加減乘除總亦

不殊中土至於奇零分合特自玄暢多昔賢未發之旨盈縮句股開方測圜舊法最囏新譯彌捷夫西方遠人安所窺龍馬龜疇之秘隸首商高之業而十九符其用書數共其宗精之入委微高之出意表良亦心同理同天地自然之數同歟昔婆羅門有九執歷寓字為算開

元攟謂繁瑣遂致失傳視此異同今亦無從參考若乃
聖明在宥遐方文獻何嫌並蓄兼收以昭九譯同文之盛矧其裨實學前民用如斯者用以鼓吹休明光闡地應此夫獻琛輯瑞儻亦前此希有者乎僕性無他嗜自揆寡昧游心此道庶補幼學灑掃應對之闕爾復感存亡之永隔幸心期之尚存薈輯所聞釐為三種前編舉要則思已過半通編稍演其例以通俚俗間取九章補綴而卒不出原書之範圍別編則測圜諸術存之以俟同志今
廟堂議興曆學通算與明經並進傳之其人儻不與九執同湮至于緣數尋理

載在幾何本本元元具存實義諸書如第謂藝數云爾則非利公九萬里來苦心也

萬曆癸丑日在天駟仁和李之藻振之書於龍泓精舍

同文算指前編總目

卷上

定位第一

加法第二

減法第三

乘法第四

除法第五

卷下

奇零約法第六

奇零併母子法第七

奇零累析約法第八

化法第九

奇零加法第十

奇零減法第十一

奇零乘法第十二

奇零除法第十三

重零除盡法第十四

通問第十五

新安汪汝淳
澶淵王嗣虞
錢塘葉一元 同校梓

同文算指前編卷上

西海 利瑪竇 授

浙西 李之藻 演

定位第一

古法用竹徑一分長六寸二百七十一而成六觚爲一握度長短者不失毫釐量多少者不失圭撮權輕重者不失黍絫紀於一協於十長於百大於千衍於萬算之原也後世乃爲珠算而其法較便然率以定位爲難差毫釐失千里矣茲以書代珠始於一究於九隨其所得而書識之滿一十則不書十而書一于左進位乃作〇于本位一〇曰一十由十進百由百進千由千進萬皆倣此

假如四萬三千二百一十作何排列

〇 單數	一 十數	二 百數	三 千數	四 萬數

自左方寫起平行大數列左小數列右若從小數起積者每滿十則進位一十者書一二十者書二餘倣此若大數積多則於左方漸進加字如後圖萬億兆京是也若小數積餘則于右方漸退加字如兩下有錢錢下有分分下有釐又有毫有絲有忽之類是也

大衍式

四 單數	凡度十丈曰引五丈曰端四丈曰疋十尺曰

三十數
六百數
五千數
九萬數
一十萬數
六百萬數
○千萬數
八億數即萬萬數
三十億數
四百億數
二千億數
五萬億數
三十萬億數
七百萬億數
九千萬億數
六兆數即萬萬億
八十兆數
一百兆數
四千兆數
五萬兆數

丈十寸曰尺十分曰寸而計田則橫一丈縱六十丈爲畝（即闊一步長二百四十步）四分其畝爲一角角得方丈者十五十分其畝爲一分分得方丈者六得方尺者六百分以下釐毫析之而以百畝爲頃五頃四十畝爲丘凡量六粟爲圭十圭爲撮十撮爲抄十抄爲勺滿十而進之爲合爲升爲斗爲石亦曰斛凡衡以兩爲君兩有十錢錢有十分自分以下什而析之曰釐曰毫曰絲曰忽曰微曰纖曰沙曰塵曰埃曰渺曰漠至細之倪惟所立名而十六兩爲斤二百斤爲引今公私通用之則也古法之衡則十黍爲絫十絫爲銖八銖爲錙六銖爲分二十四銖爲兩兩即四分也兩又四之自乘一十六以象四時是命曰斤計銖三百八十有四當朞之日又以十五斤爲稱二稱爲鈞四鈞爲石度則古尺長短不一丈尺而外別以七尺爲施八尺爲仞亦爲尋倍尋爲常量則六十四黍爲圭又有四升之豆四豆之區四區之釜十釜之鍾十六斗之庾十六斛之秉今皆不用　凡錢千文爲緡五緡爲

九十萬兆數
二百萬兆數
六千萬兆數
四京數即萬萬兆（此下不即億兆）

錠凡鈔五貫爲錠錠當錢千
里法三百六十步步法今用五尺
歷法每度百分每分百秒西歷則積六十秒爲分積六十分爲度秒以下俱以六十析之

右式三位而成百五位而成萬九位而成億十七位而成兆二十五位而成京自京至垓自垓至秭以極於正於載皆以萬萬遞加是謂中數昔者黃帝爲法數有十等及其用也乃有三焉十等者億兆京垓秭壤溝澗正載三等者謂上中下也其下數者十十變之若言十萬曰億十億曰兆十兆曰京也中數者萬萬變之若言萬萬曰億萬萬億曰兆萬萬兆曰京也上數者數窮則變若言萬萬曰億億億曰兆兆兆曰京也從億至載終於大衍下數淺短計事不盡上數宏廓世不可用故其傳業惟以中數舉一中數而天地鬼神人物之紀思議之所不及者皆盡之矣況更有上數在乎由旬刹那吾無取焉爾

加法第二

凡數惟加法最易加之不已至於無算故算首論加加也併也積也一也少曰併多曰積皆加也列散數於上各橫置以類相比（加十從十百從百及兩從兩斗從斗之類）先從小數併之而以所得數紀本位下遇十則進一位遇百則進二位

第一圖　係進一位式

四七九〇	〇	併四七九得二十下紀〇　二進位
五〇八八	三	併五八八又併前二得二十三下紀三　二進位
六九七八	二	併六九七八又併前二得三十二下紀二　三進位
〇八六	七	併八六又併前三得一十七下紀七　一進位
一　五	七	併一五又併前一得七下紀七
七	七	只七下紀七

右式散數四項列格上併總得數七十七萬七千二百

三十列格下

第二圖　係進二位式

八九九八九八八九八九九八	二	初併一百零二下紀二　以一百進二位
〇〇〇〇三〇〇〇二〇〇〇	五	次併五下紀五
〇〇〇三二一一三一〇二三	七	再併一十六前一得一十七下紀七　一進位
六五四　四三	三	總併連前共得二十三
	二	下紀三　二進位

右式散數一十二項併總得數二萬三千七百五十二

以上二圖盡加法矣另有試法具後

一法先自上數下得若干復自下數上得若干然後紀總

一法以減法試加隨意減一行得若干再加所減仍得若

干

又有將散數總數錯綜覈之者有九減七減二法先減散

數餘若干次減總數餘若干以其所餘兩數對列相較同

則無差異則有差

第一圖用九減

四七九〇	〇
五〇八八	三
六九七八	二
〇八六	七
一　五	七
七	七

此法不論進位只以見數爲準

衆用九減去〇不用先以散數

九減之餘置於左次以總數九

減之餘置於右俱得八故知不

差

又用七減

四七九〇	〇
五〇八八	三
六九七八	二
〇八六	七
一　五	七
七	七
〇三五五	

此法與九減者稍異乃以實數七七減之

從左起連〇算者如首行首七竟減淨

次一〇減七餘三　次卽作三六減七餘一

次作一五減七餘一　次作一四七減無餘乃

於首行之左格外紀〇　又以次行之首

八九七減餘五　次卽作五〇七減餘一　次

作一七七減餘三乃於次行之左格外紀三

其第三行依法減之餘得五第四行依

法減之亦餘得五各以紀於其左　次將

總數七減如前法餘得六　乃合四項散數所七減而餘者俱見數更七減之三五五餘得六紀於✕左以總數所餘之六紀於右六六相合固知不差

六✕六

第二圖用九減

八九九八九八八九八九九八
○○○三○○○二○○○
○○○三二一一三一○二三
六五四　四三

二五七三二

一✕一

先減散去九不所六皆入共四十入餘三入加大行五得入又加大行得二十四又加末行減餘一打六九次圖總數共一十九九九減亦餘一紀右

又用七減

八九九八九八八九八九九八
○○○三○○○二○○○
○○○三二一一三一○二三
六五四　一　四三
二四五○一三三一五六六○

二五七三二

一✕一

照前七減法先將散數逐減紀左衆而減之餘一次將總數亦以七減餘一相合無差

右九減七減法繁碎難用然出巧思具至理錄之備翫

減法第三

減與加反用稽所餘其法先較數之多寡多中減寡亦自右方小數減起以漸進位其辨多寡之法於左方首位辨之首位相等乃視次位次復相等逐位退求則多寡分焉

四三二一○○三
九八七六八九二

此就三十二數減二十九數

八七○五四
六八九四四

此就四十五數減四十四數

○○○一○○七
九九九○○○七

此數首尾既相等然退至三位上一係一千一百九十九係九千一百九十九多寡自分

既審多寡乃以原數列上減數列下依法右起所餘逐紀於下如就多中減少者不須別立借法如後第一圖若少內減多須立借法以通其變如後第二圖云

第一圖

原數　八五一七二
減數　三二○四
五三一三二

此上下相減俱係以少減多不須更立借法

第二圖亦係以少減多但中有上數小下數反大者須立借法

七二八
二九八
五三九

二不能減九借作一十二減九得三進位還

圖前借過一今作八減九又不足仍借作一十八減九得九進位還

四○三六二○○○五四
七六五四三○九二九二
六三七一九九○七五一十

因前借過一今作四減入又不足借作一十四減入得六進位還

因前借過一今作○減七○無可減借作一十減七餘三進位還

因前借過一今作三減六借作一十三減六餘七進位還

因前借過一今作六減五餘一

一不能減三借作一十二減三餘九進位還

前借一今作○減一○無可減借作一十減一餘九進位還

前借一今作○減一十仍作○進位明加一

二併前加一共三然○不能減三借一十減三餘七進位還

前借一今作五減十仍借作一十五減十餘五進位還

前借一今作四減三餘一

右借法乃借大數兼小數以便總減者又法直於借數一十用減却加入本數尤爲便捷假如二不能減九當借作一十二內減九得三今却不作一十二只就所借一十之內先減九餘一次乃加二仍得三也先減後加比前較易

以上二圖減法盡矣其間有差與否何以驗之

一法用加法驗之以減數合減餘數得原數如三加六合原九之類

又法以減餘數減其原數應與所減數合如原數七減二餘五今却減五合餘二爲不差

亦有用九減七減二法者俱以第一行原數爲一項第二行減數第三行餘數共爲一項而較零之同否同卽不差

九減

四○○○一三四
六七八三三
三[illegible]二三一一

原數四一三四共一十二減九餘三絕

左減數六七八三三餘一

數三九三三三一

一共三十九亦餘三

三從右

三三相合無差

三　三

七減

四○○○一三四
六七八三三
三九三二三一一

五　五

原數首作四十餘五
次作五十餘一又
作一十餘三又作
三十一餘三又作
三十三餘五又作
五十四餘五絕左
數首作六十七餘
減四次作四十八餘
六又作六十二餘
六又作六十三無
零九其數首作二
十三餘二次作二
十一餘一次作一
十二餘五次作五
十三餘四次作四
十一餘六次作六
十一餘五絕右
五五相合無差

乘法第四

既知加減當論因乘單位曰因位多曰乘通謂之乘凡乘之數妙於九九作九九圖

九九相乘圖

一	二	三	四	五	六
二	四	六	八	一〇	一二
三	六	九	一二	一五	一八
四	八	一二	一六	二〇	二四
五	一〇	一五	二〇	二五	三〇
六	一二	一八	二四	三〇	三六
七	一四	二一	二八	三五	四二
八	一六	二四	三二	四〇	四八
九	一八	二七	三六	四五	五四

首橫一行自上讀下右直一行自右讀左其相値處卽是乘得數指掌可盡也

七	八	九
一四	一六	一八
二一	二四	二七
二八	三二	三六
三五	四〇	四五
四二	四八	五四
四九	五六	六三
五六	六四	七二
六三	七二	八一

附九九相乘歌

一一如一　一二如二　二二如四　一三如三

二三如六　三三如九　一四如四　二四如八

三四十二　四四十六　一五如五　二五得一十

三五十五　四五得二十　五五二十五　一六如六

二六十二　三六一十八　四六二十四　五六得三十

六六三十六　一七如七　二七十四　三七二十一

四七二十八　五七三十五　六七四十二　七七四十九

一八如八　二八一十六　三八二十四　四八三十二

五八得四十　六八四十八　七八五十六　八八六十四

一九如九　二九一十八　三九二十七　四九三十六

五九四十五　六九五十四　七九六十三　八九七十二

九九八十一

又法就小乘得大乘不用九而用十假如二數並列因其數大難乘未知乘得若干且連註二數而取十數與較看所不足若干因連註不足數於本數右平衡相對其所不足數必其小於原數者也小者易乘乃以不足數上下相乘註乘得數於下為單數又以不足數與原數上下互減註減餘數於其下為進位數即得所求大乘數

九 ╳	一
八	二
七	二

乘得一二如二而以右一減左八右二減左九俱餘七是為八九七十二

八 ╳	二
八	二
六	四

乘得二二如四左右上下互減俱餘六是為八八六十四

右法專為未熟大乘者設也若小數相乘不必用此蓋以小數減十則不足之數反多而乘出亦多但多出十數外者以十外之數寄於進位就於互除還之其數未嘗不合

七 ╳	三
六	四
四	二

乘得三四一十二下紀二以一十寄進位乃以右三減左六右四減左七俱得三合所寄進位一共得四是為六七四十二

三 ╳	七
三	七
	九

乘得七七四十九寄四於左三俱得七互減盡是為三三如九

既知乘數乃列乘位凡乘亦從右小數乘起次第進位徧乘有以一位乘一位者有以一位乘二位（十數）三位（百數）及數十位者有以二位乘一位或二位三位以至數十百位者其變無窮其法一定

若以幾位乘幾位者無拘上下隨意互乘

〇	〇	三	九	四
〇	〇	六	七	八
〇	〇	六	七	八
〇	〇	三	九	四

上圖位數相近隨意互乘如第一圖者先以八乘上四次九次三次〇〇六四俱徧各以其乘得數置本位下次乃以七乘四乘九乘三乘〇而以乘四所得置於七本位下以乘九所得置於七進一位下以乘

六三　三六
四　四

三所得置於七進二位下其餘徧乘倣此

單乘諸位仍以加法通併詳具于後

一位乘　此以八之一位徧乘上六位者從小數起數多進一位如常法

四　九　三　○　○　六
八
二　五　一　三　○　八　四

先以八乘四得三十二紀二進三

次以八乘九得七十二以三加前三共五紀五進七

次以八乘三得二十四以四加前七共一十一紀一進二又進一

次以八乘○無乘存前所進二及所進一共紀三

次以八乘○無乘紀○

次以八乘六得四十八紀八進四

二位乘　此以三十八乘三百九十四者是爲二位乘

四　九　三
八　三
二　五　一　三
二　八　一　一
二　七　九　四　一

先以八徧乘上三位如前法次亦以三徧乘上三位但以尾位所得置於三本位下而其進位及進乘所得皆以次遞進一位不可紊亂　如三乘四者得一二紀二於三下一進位　如三乘九者得二七加前一共二八紀八於三之次位二又進位　如三乘三者得九加前二得一一紀一於又次位一又進位　兩位所乘魚鱗相比則總併其數

以上二圖乘法之大略也驗其差否須以除法還原列乘出總數爲實如以第一行爲法除之必得第二行數如前一萬四千九百七十二爲實以三百九十四爲法除之必得三十八如以第二行爲法除之必得第一行數如前實以三十八爲法除之各得三百九十四數　合即不差

又有九除七除法列原數所餘於左列乘數所餘於右相乘列乘出數於上乃以乘積總數依法除之餘數列下上下相比同即不差中閒逐位乘出散數俱不用

九除

第一圖

上五　左四　右八　下五

只除見數首行餘四列左次行只八列右四八乘得三十二以九除餘五列上總數以九除亦餘五列下

第二圖

上五　左七　右二　下五

首行餘七列左次行餘二列右二七乘得一十四以九除餘五列上其積出總數亦餘五列下

七除

第一圖

上四　左四　右一　下四

依法實除原數餘四列左乘數餘一列右一四如四列上總數餘四列下

第二圖

上六　左二　右三　下六

依法實除原數首三十九餘四次作四十四餘二紀左乘數三十八餘三紀右二三乘得六紀上次除總數一十四除盡次九十七餘六次六十二餘六紀下

六位乘

八　七　六　○
四　九　三　○
二　一　七　二
二　○　一
四　三
○
二　三　一　七

先以四乘上諸位尾位所得挨身下次以九乘上諸位尾位亦挨本身下餘以漸進位排列

次以三乘上諸位挨身進位如

						四	三	○
							六	○
					一	七	二	○
				三	八	七	○	六
			一	二	九	○	二	○
		○	○	○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○	○	○
二	五	八	○	四	○	六	八	
二	五	八	二	一	○	一	二	六

前　次以○徧乘上位無乘各挨身照位作○紀之或空其本位亦可　次以六徧乘上位尾位所得就挨六之本身共餘以漸而進云

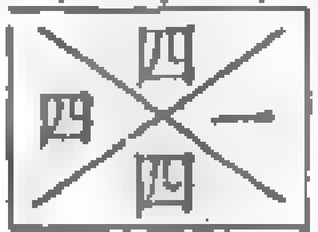
七位乘

				六	○	○	三	九	四
			四	三	○	○	六	七	八
			四	八	○	三	一	五	二
		四	二	○	二	七	五	八	
	三	六	○	二	三	六	四		
○	一	一	八	二					
一	五	七	六						
二	一	○	一	二	六	七	一	三	二

此即前數上下易位爲乘故散數不同而總數同

○無所乘姑空本位

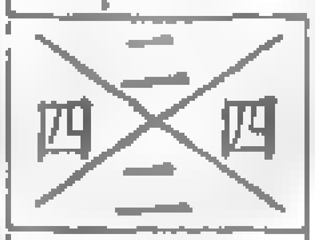
試上圖用九除



首行原數九除餘四列左次行乘數九除餘一列右一四如四列上總積數九除餘四列下

	一	八
二	四	○
三	五	八

用七除



依法按實七除首行餘四列左次行餘四列右四四一十六仍除餘二列上總數餘二列下

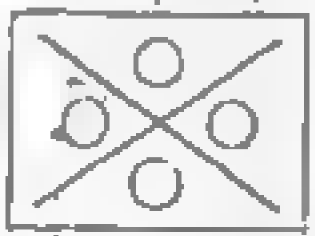
亦有原數乘數並除而一有零一無零照無乘例只作○

	四	○	六	八
			二	三
一	二	二	○	四
八	一	三	六	
九	三	五	六	四

用九除首行原數無餘列左次行乘數餘五列右以五遇○無乘只作○列上次除總數無餘亦只作○列下比同

亦有左右上下俱無零數者

		三	○	六	九
				四	五
	一	五	三	四	五
一	二	二	七	六	
一	三	八	一	○	五



用九除原數乘數俱無餘左右上俱○其總數又無餘亦作○比同

凡乘法或上行原數首尾俱係實數而次行乘數之尾却係幾○或次行乘數首尾俱實數而首行原數之尾却幾○者不必多作諸○第從簡便將各實數如法相乘訖却

照其尾餘幾○逐加於後即見全數蓋凡以○乘數者只是作○綠其無可乘出但存其位而已

三四○六
四○○○
一三六二四○○○

此原數首尾皆實而乘數尾却多○者○無可乘且置不用只以四乘六挨身下數乘徧而止乃將三○系之於尾但不可遺其○位所差不小

若原數及乘數之尾俱各有○若干即須一一相乘以存其位嗣以實數所乘出者挨次進位不得僅如前圖照位加○而已

二六二四○○○
三○四○○○○
○○○○○○○
○○○○○○
○○○○○
○○○○
○○○
○○
○
○○○○○○○

以下四○
乘上三○
該進七位
共得七○
四就本位
乘尾○起
挨進四位

三六二四○○○
三○四○○○○
四九六
○○
二
六九六○○○○

一
○
○○
○○○
○○○○
五四四九六
○○○○○○
四○八七二○○
四一四一六九六

方四四相乘得一十六也

一

五四
○○○
四○八七
四一四一

右圖上下尾位皆○須留其位故數尾四四未敢竟下挨身必○○徧乘共得七○爲尾上有○○○亦進三位乃下四四一十六若但就身下數乘畢補○如下圖然則尾

少三○其失非小

若以一數爲首而尾帶多○其數雖多總只是一以此相乘無復可乘但照首行原數挨身進位錄之乃視尾有幾○照加於後即成全數

七九六五三六
一○○○○○
六○○○○○

以一乘六一六如六紀六而已挨身下之其餘

八

三　五　六　九　七　八

準此

除法第五

凡數以少剖多曰除亦名歸除歸者各分所入除者分分除菽其義一也法列原數於上層列除數於次層（以原數為實除數為法）從左大數除起上下換身列位然必以小數系大數下若上層原數小下層除數大者須退一位系之詳具左

列位圖

不退位

陸　○　捌七　柒四

原數七八多於除數之四七故系四於七下系七於入下不退位

退位

○　捌七　柒四　叁

四比三反多故凡退位只退一位

同首退位

○　○　捌七　陸四

四實與四等然七不能除六故亦退一位

同首異尾退位

柒　肆二　○六　陸七

四七六皆相等但至上○下二則不能除亦退一位

若首尾俱等者只隨系不退

肆

貳　玖　柒七　肆四

柒四　肆

凡除法原數列上除數列下於原數尾右界格如半規然而於格外註所得數其歸除率以下字除上字要見幾除而盡如九除而盡者格外註九字八除而盡者格外註八字餘倣此所除不盡之數就原數變之抹原數而書其上凡欲知除出之數得幾位者視除數之末位去原數之尾位得若干字即是歸除所得位數

一位除　假如七萬六千○四十八數以八除之

五　九（　捌　肆　○八　陸八四　柒

格右為除得數第一除得九第二除得五未畢

先看八除七六得幾轉以乘法除之八九七十二是九也註九於格右尚餘四變六作四（寫四於六上）削去首七亦削去次行除數之八換身另下八以八除四○依乘法五八四十格右再紀五其上層四○俱削亦削八

同前

六　〇　五　九
捌八　肆八
〇八
四陸八
柒

第一除得九第二除得五第三除得〇第四除得六是爲每得九千五百〇六恰盡

第一次除得九削去七六及八以六變四　第二次除得五削去四〇及八盡　另挨身下八八雖不除四而當存其位乃於格右紀〇而存四削八　另挨身下八以八除八四得六八四十八恰盡紀六於格右削去四八及下八畢

若除數至二位三位者除訖一位挨身而退一位如魚鱗

然其格右所註數每次所除不論幾位總之只得一數但其除數首位必須兼顧次位如以首位除之已得其數卽取除餘變數爲實以所得其數呼次位乘之看是恰盡或有餘否方可紀於格右若有不足則將首位所除量減數以爲次位之地如九乘不足則減而用八如八乘不足則減而用七用六之類務取通融恰當其三位除四位除者亦如之

三位除　此有一百八十三萬二千四百八十七之數而以四百六十九除之

先以首四除一十八盡乘得四四一十六用四而餘二然次位是六以六乘二十三不足與不得不減數從三位只用三以除一十八除得三四一十二尚餘六四上八變六進位削一而格右紀三爲用數併削首位之四　削以三因丈位之六三六一十八六上三變五進位四上六變

三　柒　捌

同文算指前編

未盡再除　九　三

肆　五貳九　二五叁六　四六捌四　壹

四乃削三隅六下又削次位六　歸以三因九三九二十七九上二變五進位六上五變二乃削二削五亦削九是以三除之餘四十二萬五千四百八十七數故當用三餘再除如後圖

右圖下層次位以三因六三六一十八其六上三變五者三小八大照減法借進位一數於一十之內除八餘得二再加三是變五也

若除法未熟不妨小註於下假上層六三下層用三因六三六一十八卽於三下且註八於六下且註一三除八如前借法六除一乃還借除二爲六變四餘倣此

柒　捌　三肆九
三一五貳九六
一六二五叁六四
四六捌四
壹

另退一位挨下四六九先以四除四十二看得幾遍四凡數極於九用九乘四九三十六尚餘六四上二變六進位四削盡亦削下首位之四將右紀九歸以次位六因九六九五十四餘一十一六上五變一進位六變一亦削下位

六歸以次位九因九九九八十一尚餘三十三九上四變二進位一變三係借除進位一削盡亦削九其不盡三下三百八十七數再除如後圖

七　四二　六三　九四

未盡再除

〇九三
四柒九
〇六捌九六
一五三肆九六四
三一五貳九六四
一六二五叁六四
四六捌四
壹

復列四六九而四不能除三姑存其位作〇於格右其下層四六九皆削去又列四六九以四除三十三看除得幾轉四八三十二餘一矣然六來一十八則不足故減而用七除得四七二十八八四上三變五進位削三歸以六四七六七四十二六上八變六進位五變一亦削下位六 歸以九因七七九六十三九上七變四進位削六緣向有進位之數仍作〇以紀其位而朗九存一百〇四為不盡之數不復可分以法命之曰四百六十九之一百〇四也以四百六十九為母數以一百〇四為子數法別詳

右尾第二位變六作〇緣進位尚有一數須作〇以存其位此法切記

若上層除餘之數反多於下層除數者或上數與下數相等者定是除法有差（只就除過本位上下相較）亦不必另創第將差者抹去而另註所除數於上層之上另註除數於下層之下又另註除得之數於格右以從簡便

一　六　三　八/二　九/五

先以二除一十六當用五却誤用四是宜多反少者且如二因四得八六變八削一與六亦削下首位二歸以四因八四八三十二二八上二變〇進位八變五下削八歸以四因九四九三十六九上三變七進位

首誤用四抹去改註五

六
四五
五玖九
二七五肆九八
一六八九七壹九八二
一二四〇八(叁)七叁九(九)八二二
一五七(貳)六〇貳八(八)二一
一二(陸)四五八陸二(二)
(壹)壹

右誤除乃宜多反少者亦有宜少反多者具後

〇變六係借除進位五變四下位削九諸視之則餘數反多於分數其謬可知悉抹之而另註原數於上另註除數於下而用五以除之二五除首位一十五八得四十進位六變二五九四十五九上三變八進位二變七又進位二變一再列二八九用六除二六 十二二上七變五進位削一六八四十八八上八變〇進位五變一六九五十四九上一變七進位〇變四進位削一 再列二八九用一除二上四變二八上七變九進位二變一九上四變五進位九變八又列二八九用六除二六一十二二上八變六進位削一八上五變七進位六變一六九五十四九上九變五進位七變二外餘一百二十五數以法命之

六有奇
一
七六
六五
五玖九
二七五肆九八
一六八九七壹九八二
一二四〇八叁九(九)八二

次誤用七抹用六不差
首誤用六抹用五不差

此不當用六却誤以六除二六一十二二上六變四進削一丈位六八四十八却不足抹削另起另列二八九於下一六於上而以五分之二五除一十五八得四十進位六變二餘如前式不差 再列不當用七而誤用七二七一十四二上七變三進削多一八五十六即不足身三另列一七於上又列用六二六

一五㉗三七貳八㈧二
㈠二二㈥四陸二一㈡
㈠壹

一十二二上七變五進削
一六八四十八入上入變
○進位五變一六九五十變
四九上一變七進位○變
四進削一不差次用一次
用六俱不差

右式第二次誤用七除者首位二七一十四可除次位
七八五十六却只得三十八既已誤矣儻
不知還原如何其法只以下位見除二字
與所用七字相乘而加上見乘之三即是
還原二七一十四加三得一十七也舉此
一端以例其餘

七
(五
入叁九八
三七貳八二
一二陸二
壹

凡三位四位誤分改正俱用此法該進位
者照前法進位乘後加之式具後

六
(一
捌
㊃六肆三
㉗三五七〇三三二
㈠一二肆二

先用一除之二上四變二三上○變
七進位二變一次該用七却誤用
六二六一十二上七變五進削一
三六一十八三上四變六進位五變
三諦視之餘數反多於除數誤也欲
還原者先以下層三乘所用六三六
一十八加上餘數六得二十四知本
位還四而以二寄於進位大以進位
下商二乘六二六一十二加上餘數
三再加原寄二共得一十七知本位
還七進位再還一合正數

既已還其正數另以七除
之二七一十四二上七變
三進削一三七二十一二

六
六七
(一

改正前誤

捌三
一三㊃六肆三二
一三㉗三五七〇三三二
㈠一二肆二

上四變三進位三變一
另列二三用六除之二六
一十二三上三變一進削
一三六一十八削盡

若原數既已除盡或未盡有零而欲試其誤否亦用九除
七除二法
用九除者只據見積將下層除數除餘列左以格右用
數除餘列右以左右互乘九除餘數列上又以原總數
除餘列下如有未盡零數者於左右乘後并入總除列
上與原數除餘者相比

除畢無零

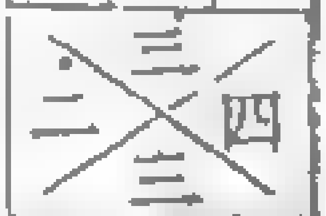
六
七
(一
捌三
一三肆三二
一三七〇三三二
一二肆二

用數一七六餘五列右
除數二三共五列左乘
得五五二十五九除餘
七列上原數四四入以
九除亦餘七列下無差

除畢有零

三
九
(一

〇捌六
三四三柒六三
一二八三〇陸六三二
一四二伍三二
二肆二



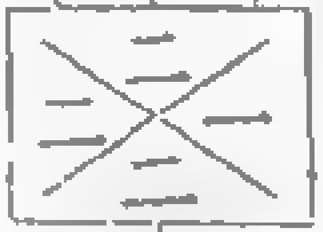
用數除四列右除數二列左相乘得八加上零數一三共得一十二以九除之餘三列上總數九除亦餘三列下相比無差

用七除者實積細除同前乘法其除數列左用數列右相乘除餘列上有零者亦併入乘數列上總數餘列下

無零

（一七六

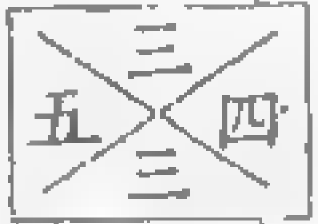
捌三二 肆二 〇 肆



用數一百七十六以七除餘一列右除數二十三以七除餘二列左右相乘一二如二列上又將原數四千〇四十八以七除餘二列下正同

有零

捌六（一九三三三六



用數一百九十三以七除餘四列右除數二百三十六以七除餘五列左相乘得二十以七除餘六若無奇零則紀六於上是已今有零數一百三十再七除餘四併六得一十以七除餘三列三於上又將原數四萬五千六百七十八亦以七除餘三列下正合

柒三 陸二 伍 肆

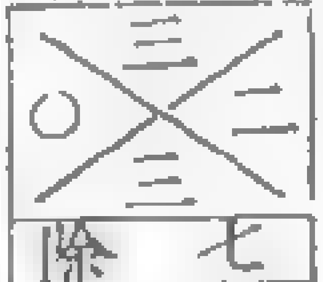
又法將除數用數相乘以合原數如奇零不盡者乘後併入假如前式原數四萬五千六百七十八者以除數之二百三十六乘用數之一百九十三共四萬五千五百四十八併入零數之一百三十合原數

若歸除至半欲訂其誤照前以除數之棄餘列左以用數棄餘列右相乘又取本位以上除賸數（列至巳抹本位而止其未抹到者不用）亦棄之以併所乘列上以抹過原數棄餘列下相比其九法棄見數七法棄實積數俱同前

此是用二除過一徧者截至左第四位止試之

（二 陸 伍 肆 三玖八 一二〇九 九一柒八 一二陸二

用數二列右除數二入九入無餘左列〇以〇乘二無乘都有零九一三除以九餘四上列四原數除過四位以九除亦餘四相合



用數二列二於右除數二千入百九十八以七除無餘列〇於左以二乘〇無乘都有零數九百一十三以七除餘三列上其原數已除四位六千七百〇九以七除亦餘三相合

凡除數隨上原數遞迤右退至於除數尾位撞遇原數尾位而止此外雖有未除零數總係餘分但可以法命之爲幾分之幾以其除數多零數少故也（多者爲母少者爲子）

若除數尾帶多〇而原數首尾係數中段係〇者但看尾隔幾位用數該幾位只須撞尾而止就截去餘〇且儘實數除訖嗣以餘〇加之以法命之式具下

三八〇〇〇〇〇〇〇
一三九四六〇〇〇七八九三
七六三

陸八
五六肆八三
二七五玖八三
二四叁三
壹

叁玖肆陸〇〇柒捌玖叁
三八〇〇〇〇〇〇

此以三千八百萬而除一百三十九億四千六百萬零七千八百九十三數其衆甚多而諦視尾位相值只該以三位除盡乃姑截去餘〇只以三八而除一三九四六每各得三百六十七其數已窮其餘皆奇零不盡之數乃於三八之尾照位塡〇爲母以零數爲子

命之云

壹

若除數首位數中位〇次又有數次又有〇者不可便以中〇爲止務須盡其實數而止惟尾後之〇如前法

三〇〇八〇〇〇〇〇〇
一〇九二〇七六九三
四六

二〇八
九四陸八〇
〇一肆〇〇
一玖〇三
一叁三
壹

叁玖肆陸〇〇柒陸玖叁
三〇〇八〇〇〇〇〇

用四除之 三四一十二 三上三變一 進前一 次〇〇皆無可除者故置不論 徑除第四位之八 四八三十二 入上六變四進位四變一 更列三〇〇八用六除之 三六一十八 三上九變一 進前一 置〇〇不分 六八四十八 入上〇變二 進位四變九 又進一變〇尚餘一〇九二爲不盡零數乃以除數餘〇綴除數之尾爲母以原數〇七六九三屑零數一〇九二之尾爲子是爲三億八十萬之一億九百二十萬七千六百九十三云

壹

凡除數首位只一其餘俱○者不必另尋用數即以原數
爲用至撞除數尾位而止此外皆係奇零不盡之數

四 七 八 ○ 九 一二○三四

以除數尾尋至原數尾該得五位
除盡亦只自原數首位起照取五
位爲用數其餘皆係小數不能除
夬故作零數

肆 叁 ○ 貳 玖 ○ 捌 柒 肆
○ ○ ○ ○ 一

肆 叁 ○ 貳 玖 ○ 捌 柒 肆

首列一除四得四　又列一除七
得七　一除八得八　一除○還
○　一除九得九

若原數餘○雖多而實數歸除已盡則其數外之○無復

可除雖不撞到尾位亦只據末抹○位逐加用數之後如
左圖

假如有數一億八千六百二十萬而以三百四十五除
之每各得五十四萬

○ ○ ○ ○ 四 五

首用五除　三五一十五　三上八變
三進削一　五四得二十　進位三
變一　五五二十五　五上三變八

進位六變三　又列用四除　三四一
十二　三上三變一　進削一　四四
一十六　四上八變二　進削一　五
四得二十　五上削○　進削二畢
既已除完其餘不復可除照○位加於
格外用數之右

○ ○ ○ ○ ○ 五
二八叁五四
一三陸四三
一三捌三
壹

右加減乘除四法共一卷算學綱
領習熟自精變化之妙詳載別卷

同文算指前編上卷

同文算指前編下卷

奇零約法第六

凡數除之不盡者以法命之曰幾分之幾除數爲母法列上奇數爲子實列下

假如列實四十六以七爲法除之尚餘四是謂七之四餘倣此

列位式

七 四　此七之四

五 三　此五之三

四八 二五　此四十八之二十五

若奇零有二項辨其孰多孰寡以子母二數互乘母數相同則但據子數

七 三　此少

七 四　此多

若子數相等母數不等者其母數小子數反大母數大子數反小

二 一　此子數得半

三 一　此子數不及半餘倣此

若子母數俱不等別其多寡者並列以彼此母子互乘得數各註其子數下

有差遠者

八 三 ✕ 六 二
一八 一六

二八一十六

三六一十八

有稍差者

四 一 ✕ 三 一
四○ 四一

一乘四十一仍四十一

二乘二十得四十

有相同者

四 三 ✕ 六 二
四八 四八

三乘一十六得四十八

四乘一十二得四十八

若子母積數太多繁雜理會即當約多就寡如二之一與一十六之八同則一十六之八即二之一

二 一　一六 八　二○○ 一○○　二○○ 一○○

上式係裁半法

四之三與八之六同則八之六即四之三

四 三　八 六　四八 三六　一二○ 九○

假如欲知何以皆爲四分之三但將子母兩數立通數乘之且如八之六有六數可以通乘六八四十八六六三十六母係六八子係六六便知四八之三六即是八之六此係有見成乘法可用者

其積數巳多而既難折半又無通數可乘則須另立紐數歸除其法以小減大減盡而止以最後減盡數爲用以除子母二數其所除得數即是約數

假如四十八之三十二即三之二

八二
四三

於八四內減二三餘六一卽以六再減二三二次盡乃以一十六為紐數以除八四得三是母約數以除二三得二是子約數

假如六百七十六之四百六十八卽一十三之九

六八
七六
六四

子減母餘二百八以二百八減子數用二轉餘五十二以五十二減二百八恰盡卽以五十二為紐數以除六百七十六得一十三是母約數以除四百六十八得九是子約數以凡小減大者卽係除法數相近名減若大小相違減幾徐者名除

其以寡減多終不能盡者不復可約只就見數為則

九七
五四
三〇
六二

以七四減九五餘二一 以二一減七四餘一 以一減二餘一不盡

以二〇減三六餘三 以三減二〇餘二 以二減三餘一不盡 以上不盡無紐

奇零併母子法第七

凡兩子母數不等須先併母較之以兩母相乘得共母數次以兩母互乘兩子得各子數

三三
四二

兩母互乘得 二一

次以四乘二得 八
以三乘三得 九

又有三四母子不同併較多寡者亦以各母次第徧乘歸併作一共母為實乃以各母之數為法除之卽以各子乘之得各子數

二二
三三
四三
五二

先併母數二乘三得六又以六乘四得二十四又以二十四乘五得一百二十為共母

一二〇

乃以首母二除得六十以首子一乘仍六十為其子數

以次位母三除得四十以子數二乘得八十為其子數

六〇/一二〇　八〇/一二〇

以三位母四除得三十以子數三乘得九十為其子數

以四位母五除得二十四子一乘仍二十四為其子數

九〇/一二〇　二四/一二〇

若母數相乘遇有紐數可用一數兩分是為紐數卽前法卽用紐數除之以其所得相乘以省約法

二一
三二
四三
五一

六三
四二

第一母與第二母乘得六爲當與第三母四相乘卻勿遽乘緣有二爲紐數可用且以紐數乘之二三爲六註三於六下二二爲四註二於四下而互乘之二乘六三乘四俱得一十二數是第一第二第三母相乘只得一十二也甚簡便至第四母無紐數仍以十二與五相乘得六十

右用一紐數而前之乘得一百二十者約爲六十所省多矣次乃如法以各母除以各子乘

乃以首母二除得三十子一乘亦三十

以次母三除得二十子二乘得四十

以第三母四除得一十五子三乘得四十五

以第四母五除得一十二子一乘仍一十二

六〇/三〇　六〇/四〇　六〇/四五　六〇/一二

凡兩數母子俱殊但有紐數可用皆可以此推之

六五/三七　可用三爲紐數　六二/一四　二三爲六故註二於六下　四三一十二故註四於三下

乃卽以二十四爲共母數而母除子乘如前法

以第一母六除此二十四得四以其子數五乘得二十爲二十四之二十

以第二母一十二除此二十四得二以其子數七乘得一十四爲二十四之一十四

四/二〇　四/四　二/二　二/一

奇零析約法第八

奇數有析之又析者如母七子四是爲七之四又析其四作五以爲母而五中餘三是爲五分四之三子中出子相聯而成則名七之四又五分四之三也

五三/七四　此五數乃從四數所化蓋以左子作右母

又有母二子一是爲二之一又以子一析爲六而六中餘一母六子一又以子一析爲四而四中餘三母四子三又卽以子三爲母而三中餘二連析四次總名二之一又六分一之一又四分一之三三之二

二/一　六/一　四/三　三/二

此三卽進位之三　此四卽進位一所化　此六卽進位一所化

右法須取捷歸併以便查算俱以母乘母子乘子依位列之如七之四又五分四之三者乃三十五之一十二

五三/七四　母數五七得三十五　子數三四得一十二　三五/一二

如前二之一又六分一之一又四分一之三三之二者

乃是一百四十四之六

三二/六一/四三/二一

母數三乘四得一十二又一十二乘六得七十二又七十二乘二得一百四十四爲共母數子數二乘三得六又一六只六又一六只六爲共子數

一四四/六

右一百四十四之六依約法乃卽二十四之一

以六除一百四十四得二十四恰盡故六爲紐數二十四爲母約數

以六除六得一盡故一爲子約數

一四四/六　二四/一

假如連析三次者五之三又三之二又四分二之三併之

乃六十之一十八
四三 母數四乘三得一十二又一十二乘
五三 五得六十爲共母數　子數三乘二 六〇 一八
三二 得六又六乘三得一十八爲共子數
右六十之一十八約之卽一十之三
用子數一十八除母數六十餘六
卽以六除一十八恰盡是六爲紐數以 一〇 三
六〇 一八 六除六十得一十故一十爲母約數以
六除一十八得三故三爲子約數
右累析乃曆家所常用者粟米方田諸家鮮用然亦可以

近譬假如右式五之三又三之二又四分二之三者今有
金一兩析之爲五每析二錢五之三乃六錢也又析爲三之二
則四錢矣又析爲四分之三則三錢矣總是一十分之三
化法第九
凡整數後帶奇零難於歸除須將整數盡依母數化之其
法以母數乘整數以乘得數併入子數卻以母數除之
假如有整六數零五分一之三者列六於左列五之三於
右 六 五三 每數皆剖爲五分五乘六得三十併
入子數三是爲五之三十三列下 五 三十三
假如有整七數零五分一之四者列七於左列五之四於
右 七 五四 每數皆剖爲五分五七三十五併
入子數四是爲五之三十九 五 三十九
於是乃化零數爲整數其法以母除子
七 五十六 此爲一剖七之五十六以母數除子數用八除盡知是整八數 八
九 四十七 此爲一剖九之四十七以母除子用五餘二知是整五數又零九之二 五 九二
奇零加法第十
數有奇零或兩零數或三四零數以至百千零數加併爲
一法具後

又 三一 三二 四三
積之 二三 一六
二四併 得六
又積上兩數 三三 二二
二四六併 得一十二
又 一〇 二〇 四 六
積之 二〇 二〇
一四併六爲一十乃加一整數

七三 七四 七五 七六

積之

七八
二一

三加四得七 五加六得一十一 十一合得一十八

歸之

七四
二

二七得一十四除去二整數尚零四了

若母數異則先併母數但有紐數者依紐數求其共母無紐數者以互乘求其共母而各以其原母除之又以原子乘之得子數乃視其子數多寡總而積之又以共母除積子以歸本數

又法求其子數徑用母子互乘亦得(三三 二四 是九)但積數多者未便須用母除子乘之法

三三 四三

乘出

二一

母乘母得一十二為共母

二八 二九 一一

原母三除一十二得四子二乘得八 原母四除一十二得三子三乘得九

積之

二七 二一

八合九得此

歸本數

二五 壹

一十七內除一十二為一 整外餘五為一十二之五

又

七六 三二 二一 一〇 五四

乘出

五〇〇五

母數七乘一十三得九十一

又以一十一乘得一千零一

又以五乘得五千零五

既得其共母數乃以母除子乘求其各子

以原母七除五千零五得七百一十五以原子六乘得四千二百九十

以原母一十三除五千零五得三百八十五以原子一十二乘得四千六百二十

以原母一十一除得四百五十五以原子一十乘得四千五百五十

以原母五除得一千零一 積得

以原子四乘得四千零四

五〇〇五	五〇〇五	五〇〇五	五〇〇五
四〇〇四	四五五〇	四六二〇	四二九〇

五〇〇五
一七四六四

歸得

叄 五〇〇四
二四九

若既有整數又有零數則先加積整數次乃加積零數其零數同母者只併子數其零數異母者依前法且併母數而位少者子母互乘位多者各以原母除原子乘

八 五三 積出

八 五三

右一整一零

八 三二 四

積出

一二 三三

四八自併得一十二外加三之二

右二整一零

七三 八 七六 四

積出

七八 二 一

四八 八自併得一十二其兩子數又併得

此兩整兩零

以上係同母數者

三三 八 四三

積出

二七 二 二

八四併得一十二 二奇零兩母乘得一十二 母子互乘併得一十

歸整

二五 二 三

餘一十五是為一十三整數

四　一　七內減原母分原子乘亦同　一　零一十二之五

以上係不同母數者

若欲試加法之有差則用奇零減法

奇零減法第十一

凡以奇數減奇數者審其多寡而於多中減寡其母數同者第就子數相減若母數異則先以其母相乘併為一母而係母除子乘求得各子乃以相減

一七/八　一七/五

此數多為原數

此數寡為減數

減餘　一七/三

母數不動子數八減五餘三

以上係同母者

九/八　三/二　二七/二四　二七/一八

兩母相乘得二十七為共母　二七

母九除得三子八乘三

母三除得九子二乘九

減餘　二七/六

二十四內減一十八餘六

以上係不同母者

若於整數內減零數者以零母化原整數就以作子相減

次合全數總計

假如整數一十內減一十一之六者（此一十一之六未滿整一數）就將一數拈出係奇母化為一十一以作子數於內減六一十一之六餘一十一之五總為九零一十一之五

原數　一〇

減數　一一/六

減餘　九　一一/五

內有一數應動拈出化之即以一一/一一（上是母下是化子）

為子是為一十一分之一十一

子數一十一減六餘五

整數一十動一餘九

以上是只減零數者

假如整數一十內減四零五之三者一十減四餘六又動一數以零母化之作子於內減去三（五分之三）尚餘五之二是為五零五之二

原數　一〇

減數　四　五/三

內整四數應減又剖一數為零數　五/五（上是化母下是化子）

以減六照前抽一化之為五之五

減餘　五　五/二

子數五減三餘二

整數內減四剖一餘五

以上是既減整又減零者

又有原數以整帶零減數亦以整帶零者先以整數相減次將各零母依法併合為一次乃子母互乘為子各系本子位下相減

原數　一〇　三/二

減數　六　四/三

此先減六於一十之內　母相乘

該餘四零二之一再抽　得八

一數化之然兩母不同　四/三 X 三/二　互乘得

且併母　子

八 四
八 一十六

當於四中減六因四寡六多借一整數以母化之爲八入仍併入子數四則八之四爲八之一十二

化出零 原數 八 一十二 減數 八 六

減餘 八 六 三 子數一十二減六餘六

整一十減六又借一析作零故餘三

又有以零數減整數帶零數者

原數 九 三 一十二 減數 二 四

整數不動先用乘法 併母再用母除子乘 或母子互乘得子

三 六 三 三 三 六 三 一 一 一 三 三 二

當於一十一中減一百三十二然多 不減少乃於整九

內借一數以母化爲三百六十三併入一十一則三百六十三之一十一爲三百六十三之三百七十四

三百七十七

化出 原數 三 六 三 三 三 七 四 減數 三 六 三 三 三 二

減餘 三 三 八

零數三百七十四減一百三十二餘三百四十二約之三之二百四十二約之爲三之二 整數九抽一餘八

以上是零整雜減者若原數減數不止二位相併

有三四零數以上者照前逐併母數互乘減之

若欲試減法之當否則用加法

本數九七 減數四 三 減餘 六 一 三

試法 原餘 三 六 一 所減 四 三

兩母乘得一百四十四爲共母子母互乘各得子

乘出原數 一 四 四 四 四 一乘四得四

乘出減數 一 四 四 一 〇 八 三乘三十六得一百零八

併得 一 四 四 一 一 二 用約法仍是九分之七

補前章以減法試加法

一 四 四 一 四 四 一 〇 八 四 併得 一 四 四 一 一

試法 本數 一 四 四 一 一 二 內減 一 四 四 一 〇 八 餘 一 四 四 四

若於內但減一百四十四之一百零八必餘一百四十四之四

假如不同母加積者試之兩母相除得母數將所互乘之數互減之其減餘者除以本母得子數

甲 四 三 乙 二 五 積得 四 八 五 六

試之 四 八 五 六 以甲母除之得乙母數以乙母除之得甲母數子數減二十餘三十六又以一十二除之得三三減三十六餘二十又以四除之得五互除還原

一 二 五 四 三

奇零乘法第十二

凡兩零相乘者皆以母乘母子乘子

四 三 三 一 乘得 一 二 六

凡零數與整數相乘者置整數與零子數並列其上立一數爲母與零母並列照前母乘母子乘子

整數 八
零數 五四
列位
一八 五四
置八於子位另立一爲母
乘得
五二 三二
以母數一五乘子數四八二十
歸整 五三
六
以五歸三十得六整數外餘五之二

凡整數帶零數與整數相乘或與零數相乘者先以整數與所帶零數之母相乘得若干併入零子列子位（化法）乃以整數照前法列於子位其上立一爲母而母子相對乘之

整兼零 六五 三
整數 八
三六一十八併一
五得二十三
八上立一爲母
列位
六三 二
八 二
乘得
六四 八 二
歸整
六四 〇 三

右係整兼零與整數相乘者

整兼零 三二 四
零數 二二
四三一十二併一
二得一十四
列位
三四 一
二二
乘得
六四 一二
歸整
六二 二

右係整兼零與零數相乘者

若兩位俱以整數兼零數者照前先化整數

二一 四
五二 三
二乘四得八併一共九
三乘五得一十五併一共一十六
列位
二九 五六 二
乘得
一〇四 一四 二
歸整
二〇四 一四 一

或問乘法乘少爲多今或乘多爲少何也曰立法如此乃是借虛馭實與除法相參爲用非整乘也

若欲試乘法之有差則用奇零除法

假如前兩零數相乘者
三二 四三
乘得
二六 一二

試之 原數 二六
除數倒位 三三 四二
二乘一十二得二十四
一十八
三乘一十二得三十六
二十四
三乘六得
四乘六得
還原
四八 二一 二六 三四
約之即四之三
約之即三之二

奇零除法第十三

凡奇零數又以奇零數歸除者列原數於右列除數於左卻將除數倒列子母（原數母上子下除數子上母下）兩平對乘其乘出數即歸得數

假如以奇零除奇零者
原數 三二
除數 六一
倒位 三二 一六
乘
二六 三六
即以乘法當除法一之二如二之一六如六爲得二分之六約之即一之三也

右法假如一年十二箇月今曰一之二則六箇月也六之一則二箇月也以二剖六各得三箇月

假如以零數除整數者以整數作子上立一爲母

原數六
除數二三
倒位
一六　二三
乘
一八　二
約之即一分之九

假如以整帶零而除整數者原數只借一爲母不動若除數則以所帶零母化其整數併子數

原數六
除數四三二
倒位
一六　四三　二
整數借一爲母　母三乘四得一十二併入子二
乘
四一八　二
約之得整一
零七之二

假如以整數除零數者

原數三二
除數六
倒位
三二　六二
借一倒置
乘
八二一
約之即九之一

假如以整數除整帶零者

原數六
除數三二
倒位
二三　一六　三
乘
六三　二
約之得整二零六之一

假如以整帶零而除零數者原零數不動其除數之整化用如前

原數三二
除數六二
倒位
三二　三二　二
以母二化整六爲一十二併子一得一十三
乘
九四　三
假如以零數而除整帶零者化用如前

原數六二
除數四三
倒位
二三　一　三四
母二化六得一十二併子一
乘
六三　五二
約之得八零三之二

假如以整兼零而除整兼零者俱以本零母化其整數

原數六二
除數三五二
倒位
二三　一　七五　一
三六乘一十二併子一　三五乘一十五併子二
乘
四五　三六
約之得整一零三十四之三十一

若欲試零除之差否則用零乘法以乘出之數爲主以對除數相乘仍合原數則不差

假如
原數三二
除數六二
試之
乘數三六
除數六二
相乘還原
二三六
一十二之六即原數二之一

重零除盡法第十四

歸除不盡曰奇零然有原數之内本來先帶奇零者如原數併二十零四分之一之類是大奇零數内又有小奇零也若欲除之使盡當先歸之使一列小奇零於右列大奇零於左兩母相乘爲總母又以小奇母乘大奇子併入小子爲共子數即是除盡之數若數繁者約之

假如四人剖一十五零三之二其不盡者整三數零三之二也三之二爲小奇列右四之三爲大奇列左如法乘之

即得四母除盡之數

小奇數 三/二（兩母乘二四一十二爲共母小母乘大子得九再併二共一十一爲共子是每分得一十二之一十一）除盡 一十二/一十一（四人各得之數）

大奇數 四/三

若小奇零之內復有小奇零剖而又剖零而又零至三至四者先以大者二位相併得母數及子數次乃遞互併完假如七除不盡而餘四數是爲七之四矣而又以此四中之一剖爲五停內得二又以此二中之一剖爲四停內得三又剖此三中之一爲三停內得二此乃大奇數內又帶三小奇數愈析愈繁最易淆亂者法具後

第四奇數 三/二

第三奇數 四/三

第二奇數 五/二

大奇數 七/四

先併 五二/七四（五七乘得三十五爲共母數五四乘得二十併入二共二十二爲子數）

再與第三奇數相併 四三/三五二二（四乘三十五得一百四十爲共母數四乘二十二得八十八併三共九十一爲子數）

再與第四奇數相併 三二/四二〇二九一（三乘一百四十得四百二十爲共母數三乘九十一得二百七十三併入二共二百七十五爲子數是爲四百二十之二百七十五）

通併 四二〇/二七五（以約法求得八十四之五十五盡）

以上用七除盡者每分得八十四之五十五

假如以一十二人剖二十整數零四之一者每人得整一尚有整八零四之一不盡以一十二之八列左以四之一列右

小奇數 四/一（四乘一十二得四十八爲共母四乘八併入一得三十三爲共子）

大奇數 一二/八

乘得 四八/三三（以三約之得十六之一十一盡）

右係捷法若依前章奇零加除二法者從小奇數除起以一十二除之借一爲母倒列對乘先得小奇乘數次以大奇數與對乘又依加法互乘求總子數約之得除盡數

小奇數 四/一（四乘一十二得四十八爲母一一如一爲子）

應除數 一二/一（立一爲母倒位）四八/一

乘得數 四八/五七六（以四十八乘一十二得五百七十六爲共母數又依加法母除子乘併得三百九十六或以四十八乘八得三百八十四以一乘一十二仍一十二相併亦同前數是爲五百七十六之三百九十六約之亦得一十六之一十一云）

大奇數 一二/八

以少減多得三十六為紐數以除母數得

除盡				約得
六	七	五	六	二
六	九	三	二	二

一十六以除子數得一十一亦與前法合

或問此係除法何以併子數卻用加法曰小奇數乘出即與大奇數敵故當加積算之若但以小母乘大子併小子其差多矣

通問第十五

前算法一十四章總歸加減乘除四術臨時制用存乎其人今設一十四問由淺入深由易入難精之躔度歷衍麤之米鹽淩雜皆可類見

問減二十三餘四十七原是幾數又問減一十一之四餘八零三之二原是幾數答曰此用加法以二十三加四十七原是七十數也以一十一之四加八零三之二原是九零三十三之一也

問八十七內減幾何該餘二十六又問一十三之八內減幾何該餘七之二答曰即用減法就八十七內且減二十六餘六十一得餘數就一十三之八內且除七之二餘九十一之三十得餘數

問加三十八得八十三原是若干又問加四零九之八得二十零二之一原是若干曰亦用減法於八十三內減三十八尚餘四十五其原數也於二十零二之一內減四零九之八尚餘一十五零一十八之一十一其原數也

問一百與三百四十九差幾何又問六零二之一與二十零四之三差幾何曰此即減法於三百四十九內減一百是為二百四十九於二十零四之三內減六零二之一是為一十四零四之一

問何數除之以九而各得三十四又問何數除之以四零三之一而各得三之二曰此用乘法九乘三十四得三百零六其實數也三之二乘四零三之一得整二零九之八其實數也

問有三十於此其五之三是何數又問有四零七之五於此其二之一是何數曰亦用乘法以五之三乘三十得一十八是其五之三也(依法以子數三乘三十得九十以母數五除之得一十八合問)以二之一乘四零七之五得二零一十四之五是其二之一也(依法化四併五為七之三十三以與二之一對乘得一十四之三十三約之為二零一十四之五合問)

問除四十八各得一十其除數若干又問除七之三各得三之二其除數若干曰此於除法反之只以一十除四十八該得四零五之四是其除數(以四零五之四為除數者依法化整及創曲對乘之子數五乘四十八得二百四十母數二十四除之得一十合問)只以三之二而除

七之三該得一十四之九是其除數以一十四之九爲除數者以九對七以三對一十四乘得六十三之四十二約之三之二也

問一十七與何數相乘而得一百又問三零二之一與何數相乘而得四之一曰此用除法以一十七而除一百當各得五零一十七之一十五以得數乘除數還原一百矣以整三零二之一而除四之一當各得一十四之一以得數乘除數還原四之一矣一十四之一乘三零二之一得二十八之七約之四之一也

問兩數相乘得四十八是何數又問兩零數相乘得二之一又或得六零四之三者各是何數曰熟於除法則隨

意用之其除四十八者隨意立一數如以六數除則各得其八乘之則六八四十八也如以一十除則各得其四零五之四乘之乃五之二百四十還原四十八也五五乘整四併子得二十四以一十乘得二百四十數以母五歸整是四十八其除二之一者亦隨立一數如以三之二爲除則各得四之三以四之三乘三之二得一十二之六約之則二之一矣其六零四之三者亦隨立一數如用三零二之一爲除則各得一零一十四之一十三乘之則六零二十八之二十一約之六零四之三也如用二零四之三爲除則各得四十四之一百零八乘之則一百七十六之一千一百八十八約之亦六零四之三也

問兩數除之得二十八又問兩零數除之得六之五其數幾何曰此用乘法亦隨意立一數乘之如二十八數以六數乘之得一百六十八即以六除之仍歸二十八矣如六之五者以二之一乘之得一十二之五即以二之一爲除仍歸六之五矣

問何數以七爲乘而所乘出之數歸之以八而得三又問何數以五之二爲乘而所乘出之數除以四之三而得三之一曰此兼乘除二法翻用之先以除數乘除得之數而以所云乘數除之其所除得數即所求數也假如

三與八相乘得二十四乃以七除之各得三零七之三其所求矣假如四之三與四之一相乘得一十六之三乃以五之二除之各得三十二之一十五其所求矣

問六在五十四之內約是幾分之幾又問五之三在一十之九內約是幾分之幾曰此用約分零除法以小除大其所除得數即是也以六除五十四各得九則六於五十四乃九之一也假如以五十四除六者依零除法各立一數爲母倒位對乘乃五十四分之六即以六數而除五十四然此可明零除倒位之義以一十之九而除五之三者倒位互乘得四十五之三十約之則五之三於一十之九乃三之二也

問六數是何數中九之一又問五之三是何數中三之二
曰同前仍用零除之法但以九之一除六數依法倒位
乘得五十四是六乃五十四中九分之一也但以五之
三除此三之二依法倒位乘得一十之九是五之三乃
一十分之九中三之二也
問化法假如一化爲八今七數共化幾分又問以一化四
見有四分之三設以一化一十二此四之三者得一十
二中之幾又問以一化七見有七之三設以一化八則
此七之三者是八中之幾曰此用乘法以前後數相乘
得之問化八者以七乘八得五十六是所求其化數矣

問以化四較化一十二者以前子四中之三與後毋一
十二倒位相乘得數三十六以前毋除歸本數九四盡即後
毋之子數也一十二之九問以化七較化八者亦然以前子
七中之三與後毋八倒位相乘得數二十四以前毋除歸
本數三七二十一得整三餘三不盡是零七之三數即後毋之子數也後毋八此前毋
七中之三即後毋八中之三零七之一也譬如大斛七斗抵小斛八斗今大
斛三斗以小斛斗量之得三斗零七分斗之三又如中
國計日以百刻西洋以九十六刻今問西洋之三十一
刻當中國之三十幾刻即以西洋九十六爲毋三十一
爲子却以中國之毋倒下作子與之對乘得三千一百

是爲九十六之三千一百即以九十六而除之得三十
二刻零九十六之二十八再尋紐數四約之乃是二十
四分刻之七也

同文算指前編下卷

同文算指通編序

自龜馬呈祥圖書闡秘羲軒聖人則而象之而容成隸首推演其法數學於是焉肇世所傳上中下三等法即未必盡出黃帝要之自然相生開天立教非聖人不能作也然古者列于六藝上有教下有習孔門七十二賢無通其事而學

者猶云藝成而下何至如今不通一事舉數學且失傳哉蓋自秦火爲虐古先象數圖書煨燼殆盡觭窺裨海之外垓埏之遠必有秦炬所不及異書異術可以同文互證而數年來乃得西國數學種種成書皆生平未見一大奇也往予晤西秦利公京邸與譚名理累日頗稱

金蘭獨至幾何圜弦諸論便不能解公歎曰自吾抵上國所見聰明了達惟李振之徐子先二先生耳未幾余有事巡方卒卒未再叩而公已即世求之方冊徐太史爲譯幾何李水部爲推算指而余乃獲因利公未泯之緒以尋古數學于不墜或曰世術乘除非數歟曰此寠

藪也用之離合變化而其法窮積渺忽遞至正載而又窮因顯測微因可見測不可見而又窮假令數術止是三尺之子頃刻可以擅能何以通之聖門遂稱賢哲而昔人攻治其業至五年而始成哉此其指可識矣夫天地名物無非此數律度量衡準繩規矩數所紀也故曰

極其數遂定天下之象然數有體有用
推之乎不可窮約之于無何有皆體也
參伍錯綜萬變莫測則其用也算指所
言大抵皆用之之法標準于損益乘除
極變于開方句股援新而傳諸舊合異
而歸諸同棼緒難領則立多端以析之
義意難明復設假例以通之而數之蘊

於是始顯變始盡其用心良已勤膈世
良亦切矣易曰制而用之謂之法又曰
利用出入民咸用之謂之神法而不適
於用與用而不利於用皆不足以盡神
是編所傳匪籌匪觚惟馮三寸不聿盡
乎天地名物律度量衡準繩規矩離合
變化因所見測所不見之用而無或差

忒此所謂神也振之夙稟靈心兼容武
庫而復孜孜問學意有所向輒屏營一
氣極慮研精以求至當是故獨至之解
每不可及用志不分之效也茲服闋入
長安屬禮官上書訪海內專門之業儻
造膝而求所謂同文之指幸出之枕中
公諸史館異日爲蘭臺石室之藏彰我

國朝同文之盛卽謂十經九執雖亡不
亡可也謹敘簡端弁質之太史公

鄭圃居士楊廷筠撰

同文算指通編總目

卷之一

三率準測法第一 補八條

變測法第二 補五條

重準測法第三 補十四條

卷之二

合數差分法第四上 補二十六條

卷之三

合數差分法第四下 補十五條

和較三率法第五 補三條

借衰互徵法第六 補三條

卷之四

疊借互徵法第七 補三條 又補盈朒十條 疊數盈朒八條

卷之五

雜和較乘法第八 俱補

遞加法第九 補例十二條

倍加法第十

卷之六

測量三率法第十一 補句股略十五條 總論

開平方法第十二

開平奇零法第十三

卷之七

積較和相求開平方諸法第十四 俱補 凡七則

卷之八

帶縱諸變開平方法第十五 俱補 凡十一則

開立方法第十六

廣諸乘方法第十七 一乘至七乘 尋原

奇零諸乘第十八

澹淵王嗣虞

新安汪汝淳

錢塘粟一元 同校梓

同文算指通編總目畢

西海 利瑪竇 授

浙西 李之藻 演

三率準測法第一

數有顯隱必賴顯以徵隱故列前三率求後一率先定三率之位大都取其相準如貨準貨錢準錢之類凡第三率必與第二率相乘而以第一率除之因得第四率為所求

舊名異乘同除

假如錢四貫得貨十二斤今問錢二十貫當得貨幾斤則以二十為三率以十二為二率與相乘以四貫為一率

第一率 四貫 二率三率乘得二百四十數以一率

第二率 十二斤 之四除之每分得六十數為所求蓋

第三率 二十貫 第一率與第三率相準也而第二率

第四率 六十斤 又與未知之第四率相準相準故以

相推妙在相準

假如米六十石足支五月今問有米一百三十二石足支幾月此以六十石為一率五月為二率今有一百三十二石為三率以與二率相乘以第一率六十除之

第一率 六十石

第二率 五月 以五乘一百三十二得六百六十數乃以六十除之得一十一

第三率 一百三十二石 月

第四率 一十一箇月

右試法二率三率相乘如前却以第四率除之仍得第一率則所推不誤

又法移第三率為第一率第四率為第二率却以第一為第三如前二三乘之以一除之所得第四率必合第二率

第一率 二十貫

第二率 六十觔 四乘六十得二百四十以二十除之得

第三率 四貫 十二

第四率 十二觔

第一率 一百三十二石

第二率 一十一月 十一乘六十得六百六十以一百三十二除得五

第三率 六十石

第四率 五月

又有化多為寡之法先尋紐數凡一數可以除盡兩數者為紐數其兩數亦取相準者為用因以相對乃取紐數所得置本位下乘除如前若無紐數者則否

一率 四|一 此以四為紐數而一率對二率 一 此亦以四為紐數而一率對三

二率 十二|三 一四如四三四十二數以一代四 十二 率一四如四五四二十故以一

三率 二十 二十 四以三代十二仍依法乘得六 五 代四以五代二十依法乘之得

四率 六十 六十 十 六十 六十如前

又式

一率 三十六|三 此以十二為紐數者三之為三 四 此以九為紐數而換一率三率

二率 四十八|四 十六故以三更之四之為四十 四十八 者四九三十六故代之以四也

三率　六十三　六十三（八故以四更之依前乘除仍得八十四）七（七九六十三故代之以七也仍前乘除亦得八十四）
四率　八十四　八十四　八十四

又三率準測之法以一率除二率得數乃以乘第三率所得第四率不異前法

一率　六十（先以一率除二率得六以乘第三率推得第四率）
二率　三百六十
三率　一百三十二
四率　七百九十二

又法先以第一率除第三率得數以乘第二率乘出數為第四率亦如前

一率　六十（以一率除第三率得二零六十之十二約之乃五分之一為用數以乘第二率仍得七百九十二如前）
二率　三百六十　以上二法皆用先除後乘但除之不盡必用零乘之法故不若從前先乘後除為捷
三率　一百三十二
四率　七百九十二

右準測法之變凡三而要緊在於定位孰為第一率孰為第二三率應前者前應後者後又或前者反後後者反前略具凡例如左

問用銀四十四兩買絹五十二疋今買二百六十疋該銀幾何此所問者二百六十疋則以二百六十為第三率以原買絹五十二為第一率相當而以四十四為第二率以當所測之第四率

一　五十二疋
二　四十四兩
三　二百六十疋
四　二百二十兩

問買絹五十二疋用過價四十四兩今有銀二百二十兩該絹幾疋此所指者銀數則以今有銀為三率原價為一率與相當而以買過絹為二率乘之

一　四十四兩
二　五十二疋

三　二百二十兩
四　二百六十疋

問用銀四十四兩不知糴米若干曾見有人以銀二百二十兩糴米二百六十石

一　二百二十兩
二　二百六十石
三　四十四兩
四　五十二石

問有人糴米五十二石不知得銀幾何曾見有人糴米二百六十石得銀二百二十兩

一　二百六十石
二　二百二十兩
三　五十二石
四　四十四兩
右四問總是一法所問不同以辨三率之位
問有人七日行二百一十里今行一千六百里須幾日
一　二百一十里
二　七日
三　一千六百里
四　五十三日又二百一十分日之七十

刻法每日一百依法以乘子數七十得七千以毋數二百一十除之得三十三刻又三分刻之一

問椒一觔不知其價見人買六十觔用價二十兩
一　六十觔
二　二十兩　二率乘三率仍得二十却以一率之六十除之除以多除少者說在前編奇零除法立一
三　一觔　為毋倒位互乘以除之
四　〇二〇 六二　約之乃三分兩之一也求分釐法依前編以兩化之仔乘毋除得三錢三分三釐三三
問穀每石價銀一兩七錢五分米每石價銀二兩五錢今有穀三百九十六石照價折米該若干
一　二兩五錢
二　一兩七錢五分

三　三百九十六石
四　二百七十七石二斗
若問米二百七十七石二斗照價該准穀若干者即以一兩七錢五分為第一率二兩五錢為第二率以二百七十七石二斗為第三率
問有八成金五十兩價銀二百兩今有九成金四十兩該銀若干此因有成色有兩數有價數法當取成色折足色後用凖測推之五八四十為第一率二百兩為第二率四九三十六為第三率
一　四十兩

二　二百兩
三　三十六兩
四　一百八十兩
問銀一百兩零七錢八分雇工築堤四百丈零四分今欲築堤一千丈零四分三釐該銀幾何此法化兩為分化丈為釐以列三率
一　四萬四十釐　化四百丈四分
二　一萬七十八分　化一百兩七錢八分
三　一十萬四十三釐
四　二百五十一兩八錢六釐又四千零四分釐之二千

一百二十約之乃二千二之一千六十五以毫歸整乃五毫三絲一忽九微六纖

問住居七箇月零十五日已支銀二百兩七錢八分又七分分之二若住六年該費若干此化年月爲日化兩爲分以列三率

一　二百二十五日

二　二萬七十八分又七分分之二

三　二千一百九十日

四　一十九萬五千四百二十八分又一千五百七十五分分之一千二十即一千九百五十四兩二錢八分六釐四毫七絲六忽八微七纖不盡

問有蠶十觔零五分觔之二又七兩零二分兩之一共價銀二兩六錢今有銀九錢買蠶幾何曰此謂三不同類之率因蠶有斤有兩又有零分銀亦有兩有錢故云取一最細數爲君以大數化之取原價二兩六錢爲二十六錢取原蠶十觔零五分觔之二又七兩零二分兩之一爲一百七十三兩零十分兩之九即一千七百三十九錢也每斤十六兩先以十斤乘得一百六十兩次以五之二乘得五之三十二乃共得一百六十六兩零五之二也次加七兩得一百七十三兩其所零二之一併前所零五之二用併母法互乘積之爲十分兩之九繳之如上數

一　二十六錢

二　一百七十三兩一十分兩之九

三　九錢

二率乘三率依前編零乘之法歸整得一千五百六十五又一十之一乃以第一率用零除之法則一十乘二十六得二百六十

四　六十兩又二百六十之五十一十爲四率約之如上照斤法得三斤十二兩一錢九分又六十五之四在兩通問十四

問欲買綾紬八分丈之七價若干曰曾買三分丈之一原價四分兩之三算之

一　三一

二　四三

三　八七

二三相乘得三十二之二十一以一除之依零除借母例位乘得三十二之六十三歸整爲一兩又三十二之三十一也即一兩九錢六分八釐七毫五絲

四　一兩三一三二

問煉礦求銀初火煉得三之二再火得七之五又入火得五之四凡三火共得足銀一十六兩原礦若干此併子併母求之以三子相乘二五得一十又四乘得四十爲首率以三母相乘三七二十一又以五乘得一百零五爲次率一十六爲三率

一　四十

二　一百零五

三　一十六兩

四　四十二兩

問築牆上廣一尺下廣四尺高一丈二尺今上廣如故下廣僅二尺一寸可高若干法以較求之取原上廣較原下廣所差爲一率以原高數爲二率今築下廣較原下廣差

爲三率

一　三十寸 上廣不及下廣數

二　一百二十寸 高

三　一尺九寸 今下廣減原下廣

四　七十六寸

右法若以築高七尺六寸問上廣若干者以築高數乘原上下廣較而以原高數除之

問築牆上廣二尺下廣六尺高一丈今已築至上廣三尺六寸量高若干亦以上下廣較爲一率原高爲二率今所築中廣以較下廣差數爲三率

一　四十寸 原上下廣較

二　一百寸 原高

三　二十四寸

四　一百二十寸

右法若問築至高一丈二尺問上廣若以築至數乘原上下廣較而以原高數除之

問築牆上廣十尺下廣三十尺高四丈今欲築至上廣九尺該接高幾何以今上廣較原上廣餘一尺爲主置第三率置原高四丈爲二率以原上廣不及下廣二十尺爲首率

一　二十尺 原上下廣較

二　四十尺 原高數

三　一尺 今上廣較原上廣數

四　二尺

又法以原上下廣較減原高爲實以今上廣與原上廣較得數爲法除之亦同

右法若問再加二尺上廣幾何者以再加數與原上下廣較相乘而以原高數除之

問驛使先發三十七里別以一騎追之馳一百四十五里尚不及二十三里須追幾里可及此以先發及追去未及之里推之知馳一百四十五里只追上一十四里以追上數爲第一率疾馳數爲二率不及數爲三率

一　一十四里

二　一百四十五里

三　二十三里

四　二百三十八里又十四分里之三

問甲乙二人同步甲疾乙遲甲行百步乙纔行六十步假使乙先行百步甲方舉步追之該幾步可及

一　甲行疾四十步

二　甲日行一百步

三　乙先去一百步

四　乙會甲二百五十步

問商人糴米三千五百石每石價銀六錢五分外用腳價銀五分就糴處以采腳價則原數內該腳夫若干商存若干此以每石糴價為首率總米為次率腳價為三率依法乘除先得腳價米為四率以減總米餘為存商之數

一　六錢五分

二　三千五百石

三　五分腳價

四　二百六十九石二斗三升〇七勺又六十五分勺之四十五(約之為一十三之九)以減總米餘三千二百三十石〇七斗六升九合二勺又六十五分勺之二十(約之為一十三之四)為存商之數

右係初糴未經運送者故以原糴價算若已搬運到倉則併糴價雇值每石共值七錢矣以七分為首率依衰分法求之只該腳米二百五十石

問[illegible]蘭二百五十觔換綿八十八觔若蘭百觔十觔一觔一兩各該綿幾何此求觔兩法蘭數為首率綿為次率列蘭百觔等為三率有零分者以觔法十六化之再除

一　二百五十觔

二　八十八觔

三　一百觔　一十觔　一觔　一兩

四　三十五觔五之二(即三兩二錢)　三觔八兩(三錢二分)　五兩六錢(三分二釐)　三錢五分(二釐)

以上十五問見三率布置之序餘可觸類而通

變測法第二

前準測法皆以二率乘三率而以一率除之蓋以三率視四率猶以一率視二率多寡相等可例推也又有變測之法假如第一率多于第二率而其第二率反少于第四率或一率少于二率而二率反多于四率者此當審其不相準之數而變法測之則以第一率乘第二率以第三率除之舊名同乘異除

問布長九丈濶三尺作衣一襲今有布但濶二尺亦欲作衣一襲增布若干此以三尺為一率以九丈為二率乘之以二尺為三率除之

一　三尺

二　九丈

三　二尺(若欲復前準測之法則移二率為一率移一率為二率卻以二率為三率而仍以二三相乘以一率除)

四　一十三丈五尺

問原借九成金五十四兩今以八成金抵還照成色該還若干

一　九成

二　五十四兩

三　八成　若欲復前準測法則以八成為首率九成為二率而以原借五十四

四　六十兩七錢五分為三率

問毋銀四千兩生息三年今毋銀七千四百八十兩數多于前只須幾年即可當前三年之息此以四千為一率三年為二率乘之今毋為三率除之

一　四千兩

二　三年

三　七千四百八十兩

四　一年二百二十日六時四刻又三百七十四分刻之八十六　若復前準測法則以今毋為一率原毋為二率三年為三率

問荒年麥斗石價錢六百文作麥餅每餅重十兩值十文今麥價四百文或貴至八百文而價仍每餅十文則其餅該增減若干

一　錢六百

二　餅十兩

三　錢四百　錢八百　移三率為一率移一率為二率而以二率為第三率

四　餅十五兩　餅七兩五錢　乘之即前準測法

問二百四十方步為一畝今濶八步長三十步今濶只六步或濶至十二步各該長幾何

一　八步

二　三十步

三　六步　十二步

四　四十步　二十步

問方倉貯米三百八十四石原高八尺濶一丈二尺深一丈今另建一倉照前米數亦高一丈但減深八尺或增深一丈六尺各該濶幾何

一　一丈

二　一丈二尺

三　八尺　一丈六尺

四　一丈五尺　七尺五寸

問築一臺每日用夫三十工四年而成今每日用夫五十工或減至二十工各該幾時完工或不待四年于二年一百四十六日而成又或遲至四年零二百九十二日而成每日各應用夫若干此四難俱用一法而化年為日以一率乘二率以三率除　每年作三百六十五日

一　三十工　三十工　一千四百六十日　一千四百六十日

二　四年　四年　三十工　三十工

三　五十工　二十工　八百七十六日即二年一百四十六日　一千七百五十二日即四年二百九十二日

四　八百七十六日　六年　五十工　二十五工

問以兵八千五百共守一隘其糧僅支十一月若待餽運

至日尚須二十五箇月計當撤兵幾何留兵幾何而後可
供二十五月之食
一　十一月
二　八千五百人
三　二十五月
四　三千七百四十人當留　四千七百六十人當撤
以除得數爲留數餘爲撤數
問象牙一枝因無大秤用小秤稱之不及其錘重一斤十
兩外加一錘重一斤四兩八錢稱得六十七斤依小秤算
該幾斤法併原加錘數爲首率以稱得數爲次率原錘數
爲三率

一　四十六兩八錢
二　六十七斤
三　二十六兩
四　一百二十斤又五之三 用加六求之即九兩六錢
問原秤稱物重八斤二兩失去原錘欲另鑄錘配用不知
輕重另借別錘以較原稱之物只六斤則原錘若干此須
化斤爲兩以加六通後稱數九十六兩爲首率以所借錘三十七兩
爲次率原稱數一百三十兩爲三率得所求原錘數以斤法除
之
一　九十六兩
二　三十七兩
三　一百三十兩
四　二十七兩三錢又十三分錢之三 以斤法除得一斤十一兩二錢二分七毫不盡
問空車日行七十里若重載即日行五十里今載粮到倉
五日三返路遠若干法以五日爲首率以空車重車日行
數相乘爲次率併空車重車日行數以三返乘之爲三率
一　五日
二　五百二十里
三　三百六十
四　四十八里又三十六之二十二

重準測法第三
凡數兩相較者皆兩兩相準故以已然爲一二率見在爲
三率以測四率若已然者先有雜數見在者又有雜數此
當以類次第歸併而疊用三率之法推之準而又準測而
又測爲重準測法
問每人每月織絹六疋若八人四年該幾疋此以一人爲
第一率以六疋爲第二率以八人爲第三率八六乘得四
十八爲第四率又以四十八爲所問第二率化四年作四
十八箇月爲第三率依法乘得第四率
一　一人 先以人數測絹數　一月 即八人之一月次以月數測絹數

二　六疋　四十八疋

三　八人　四十八月（即四年）

四　四十八疋　二千三百四疋

又併法以一人乘一月為第一率以六疋為第二率以八人乘四十八箇月為第三率而二三相乘以一除之

一　一人一月乘只是一數（凡不同數者用此乘法併之如人與月不同是也若月與年則同數者竟當化一年為十二月不必相乘矣）

二　六疋

三　三百八十四

四　二千三百四疋

問雇役一千里運貨二百斤給值四兩今貨三百斤運四千里該值幾何此以一千里乘二百斤為一率以四兩為二率以三百乘四千為三率

一　二十萬

併　二　四兩

法　三　一百二十萬

四　二十四兩

用　一　二百斤（此以貨價）　一千里（次以里價）

重　二　四兩　六兩

準　三　三百斤　四千里

法　四　六兩　二十四兩

問三人用米五石值銀三兩計食五旬每人每日該銀米幾何此以三人乘五十日為第一率以三兩及五石各為第二率以一人乘一日為第三率二三相乘一率除之

一　一百五十（三乘五十）

併　二　三兩（三百分）　五石（五百升）

法　三　一（一乘一）

四　二分　三升三合零三之一

一　三人（先以人準銀米）　五十日（次以日準銀米）

重　二　三兩　五石　一兩　一石三三

準　三　一人　一日

四　一兩　一石三三　二分　三升及三之一

問毋銀三百兩四年得子銀一百兩今有毋銀一千五百八十兩七年該出子銀幾何此以三百乘四年為一率以一百為二率以一千五百八十乘七為三率

一　一千二百

併　二　一百

法　三　一萬一千六十

四　九百二十一兩又三分兩之二

一　三百　四年（先以四年子毋相）

重　二　一百　五百二十六兩又三之二

準　三　一千五百八十　七年
四　五百三十六兩又三之二　九百二十一兩又三之二
問母銀十兩三箇月得子銀四兩若母銀一百兩欲得子
銀二千兩須幾年此因有月在內須作重準測法先知百
兩三月所得然後再測若只如前併法以四乘十共作一
率則所差多矣式具後
一　十兩（此未言三箇月但十兩之得四兩以三月則百兩之得四十兩亦是三月緊要在此便可再測）　四十兩（既得上數乃以銀準月而推）
二　四兩　三月
三　一百兩　二千兩
四　四十兩　一百五十月

右法試之以十兩乘三月為第一率以四兩為第二率以
一百兩乘一百五十月為三率而以二三相乘以一率除
之（此係併法蓋帶月作一率三率者）
一　三十（以一十乘三）
二　四
三　一萬五千（以一百乘一百五十）
四　二千
問有夏布四十五疋以換綿布兩價不等夏布每三疋價
二錢綿布每七疋價七錢五分該換若干疋法先以三率
法求夏布四十五疋共價若干次即以所獲價為第三率
以七錢五分配為第一率七疋為第二率推之
一　三疋　一　七錢五分
二　二錢　二　七疋
三　四十五疋　三　三兩
四　三兩　四　二十八疋
問將銀二十三兩買布七十五疋每疋長四丈濶二尺今
另買布濶一尺六寸長與前等該減前價若干此先求每
尺之價以四丈乘全布又以濶二尺乘（六千尺）為首率價銀
為二率另立一尺為三率求得四率為尺價次求應減之
價乃移三四率為一二率以兩濶相減餘四寸乘原長三

千尺（一千二百尺）為三率
一　六千尺　一尺
二　二十三兩　三釐八毫三絲又三之一
三　一尺　一千二百尺
四　三釐八毫三絲又三之一　四兩六錢
問重舟日行八十里輕舟日行一百里今重舟先去一十
五日輕舟幾日追及先求重舟一十五日行若干里得數
用為重測之三率而以輕舟每日多行二十里為首率推
之得四率為追及之日
一　一日　一　二十里

二　八十里　二　一日
三　二十五日　三　一千二百里
四　一千二百里　四　六十日
問車輪半徑一尺九寸五分假令一日轉二萬周該幾里
此因有里有尺又有寸有分須用兩測先倍半徑得三尺
九寸爲全徑數三因得一百一十七寸爲一周數以一周
爲一率一百一十七寸爲二率二萬周爲三率推得尺寸
共數乃以其數爲第三率以里法一千八百尺除之
一　一周　一　一千八百尺
二　一百一十七寸　二　一里

三　二萬周　三　二十三萬四千尺
四　二十三萬四千尺　四　一百三十里
問用磚砌滿九里每磚濶六寸每層該磚若干此以里求
寸當化里爲寸每里一萬八千寸九里得一十六萬二千
寸乃求磚數
一　一里　一　六寸
二　一萬八千寸　二　一磚
三　九里　三　一十六萬二千寸
四　一十六萬二千寸　四　二萬七千○磚
問撥夫一百名築城二百丈八箇月工完今仍用夫一百
名給銀一百兩欲築城二萬丈幾月完工此以二百爲一
率以八爲二率以二萬爲三率不用銀數以與夫數相同
不算
一　二百丈
二　八月
三　二萬丈
四　八百月
問用夫三百名七箇月修過墩臺四十五座今有夫一千
七百八十名亦七箇月可修墩臺若干座此與前法相同
除月不用

一　三百名
二　四十五座
三　一千七百八十名
四　二百六十七座
問選鋒兵一名每月給銀四兩今有選鋒一萬三千名九
箇月該給幾何此以一名乘一月爲一率以四兩爲二率
以九乘一萬三千爲第三率
一　一
二　四
三　一十一萬七千

四　四十六萬八千
問馬十匹每一日用料七斗今有馬百匹養二十日用料幾何此以十匹乘一日爲一率以七斗爲二率以百乘二十爲三率
一　一十匹
二　七斗
三　二千匹
四　一千四百斗
問開河長七百五十五丈上廣五丈四尺下廣四丈深一丈二尺每夫每日開二百尺問幾工可完即以二百尺爲

首率併上下廣折半得四十七尺以深乘之得五百六十四尺爲次率以長爲第三率
一　二百尺
二　五百六十四尺
三　七千五百五十尺
四　二萬一千二百九十一工
問開濠下廣七尺上廣九尺深四尺長一千八百尺每夫每日穿一百四十四尺今用夫二百名幾日畢工此以二百人乘一百四十四尺得二萬八千八百爲法置第一率併上下廣折半以深乘得三十二尺爲二率以長爲第三

率
一　二萬八千八百
二　三十二
三　一千八百
四　二日
問十二人九日共刈麥二十畝今有三十人刈麥四十五畝該幾日此因有人數又有日數又有畝數當用重準法又以一率小于三率而四率反少于二率兼用變準法而重率則仍用準測法
一　十二人（先以人較日一率二率相）　二十畝（次以日較畝二三相乘）

變　二　九日（乘三率除之）　重　三日又五分日之三
準　三　三十人　準　四十五畝
　　四　三日又五分日之三　八日又十分日之一
問負米一石一斗二升行三十步日五十次今負米一石二斗行四十步日可幾次此全用變準法以三十步乘一石一斗二升爲首率五十次爲二率今負米一石二斗以乘四十步爲三率
一　三百三十六
二　五十次
三　四百八十

四　三十五次

問金錢一文值銀一兩一錢五分今有銀一千兩該金錢幾文此用化法二率乘三率以一率除

一　一百一十五分

二　一文

三　十萬分

四　八百六十九文又二十三分錢之一十三

問金錢每文得銀一兩一錢五分今金錢四千文銀幾何

一　一文　一百分

二　一百一十五分　一兩

三　四千文　四十六萬分

四　四十六萬分　四千六百兩

問京砂煉金每日所得重三十銖今積得七斤八兩已採幾日法先化斤為銖每斤三百八十四銖先求七斤八兩得銖若干乃以共銖求數此是斤秤法

一　一斤　三十銖

二　三十銖　一日

三　七斤八兩　二千八百八十銖

四　二千八百八十銖　九十六日

問煉銅入鑪一次每十斤得八斤今入鑪三次得七十五斤一十三兩四錢四分原生銅若干此用化法化八斤一萬二千八百分為首率化十斤一萬六千分為次率化三火銅一十二萬一千三百四十四分為三率得四率為二火銅數乃即用四率為三率以求一火銅得數又用為三率以求生銅其一率二率不動依法乘除得數乃以斤法一十六除之

一　一萬二千八百分

二　一萬六千分

三　一十二萬一千三百四十四分　一十五萬一千六百八十　一十八萬九千六百

四　一十五萬一千六百八十分　一十八萬九千六百　二十三萬七千分即一百四十八斤二兩

又捷法以八斤自乘六十四再乘五百一十二為法以除三火銅

亦得二三七因有再乘各再進位以七為兩亦同前法

問將銀雇匠採石不知銀數石數只云每石六十丈價七兩七錢船價三錢總用鍜鐵炭火銀二百兩是六十分之二則原銀幾兩買石幾丈石價船價總若干各若干法據鍜鐵炭火銀二百兩為六十分之二已知原銀是六千兩內減二百兩只以五千八百兩為實在之銀起算作第三率以六十丈為第二率相乘得數乃以七兩七錢併船價三錢共八兩為第一率除之得四率為買石總數再置石總為第二率以七錢七分為三率乘之六十丈為一率除之得石總價以減總銀餘得船價

一　八兩　六十丈

二　六十丈　七錢七分

三　五千八百兩　四萬三千五百丈

四　四萬三千五百丈　五千五百八十二兩五錢（此係石價乃減絕銀餘二百一十七兩五錢爲船價加級錢宍火二百兩仍足六千兩）

問毋銀六十兩置貨賣得六十四兩或只賣得五十七兩今有銀一百兩置貨賣之依前算該得多銀幾何或折銀幾何此以六十爲一率以所賣二數較之一增四兩一減三兩各爲二率以一百兩爲三率

一　六十兩　六十兩

二　四兩多數　三兩折閱數

三　一百兩　一百兩

四　六兩又三分兩之二　五兩

問有貨一百斤賣得子銀六十四兩不知毋銀幾何兹毋銀一百兩欲得子銀六兩零三分兩之二其法以子併毋爲一率以毋爲二率以所問六十四爲三率（所問六十四兼有子毋故相準第一率亦兼子毋配之所求第四率係原買毋銀故第二率亦以毋銀配之）

一　一百六兩又三分兩之二（除貨一百斤不用只以銀數相準）

二　一百兩

三　六十四兩

四　六十兩（每六十兩得子四兩則一百兩得子六兩零三分兩之二矣然則以六十四兩賣者必以六十兩買也）

問寶石一顆賣銀二百兩以其毋銀較之每百兩折銀一十兩原買毋銀若干此因百兩之內折一十當以九十兩爲一率以一百爲二率以二百爲三率

一　九十兩（欲以二百之子推求二百二十二兩有零之毋先以九十兩之子及一百兩之毋爲一率）

二　一百兩（二率）

三　二百兩

四　二百二十二兩零九分兩之二

問寶石一號賣價三千六百兩今欲每毋一百兩得利一十兩以須至寶價內原減得三兩方獲此利試問原買價幾何此與前法相同以一百一十爲第一率（因所問在三千六百兼子毋故第一率亦兼子毋言之除所減三兩不用）以一百爲第二率（求毋數故以毋數配之）以三千六百兩爲第三率

一　一百一十兩

二　一百兩

三　三千六百兩

四　三千二百七十二兩又十一分兩之八（再加三兩即原買數）

問紵絲一千疋賣銀三千六百兩若原買價多六兩即每百兩折十兩欲知原價幾何此因百兩內已折一十兩以九十兩爲一率以一百兩爲二率以三千六百兩爲三率

一　九十兩
二　一百兩
三　三千六百兩
四　四千兩再減六兩即原價
問貨每一斤賣銀二錢即每銀百兩已得息三十兩設若
每斤賣至二錢四分則百兩獲息幾何其法先求每斤二
錢之內每銀子銀各若干然後再據子母推之先列所知
子母全數一百三十兩為第一率以每銀一百兩為第二率
知每一百三十之內以三十為子以推二錢之內以若干
為子乃以二十分為第三率依法乘除得二錢之母銀亦

即二錢四分之母銀也次乃以母銀為一率以二錢四分
內之子銀為二率以一百為三率
一　一百三十兩　一十五分又十三之五二錢內母數
二　一百兩　八又十三之八二錢四分內除去第一率得此數
三　二十分　一百兩
四　十五分又十三之五此是母數外皆利息　五十六兩
問貨一百斤賣銀十兩總計每母百兩內已折十兩若使
每百斤只賣銀八兩則百兩之內所折幾何此須先知一
百斤之貨原值若干乃可畫推先從百兩折十兩得九十
為第一率以一百為第二率以所折十兩為第三率依法

乘除得百斤原本之數為第四率即以此為重準之第一
率內推只賣八兩所折為第二率以總數一百為第三率
一　九十兩　十一兩九之一
二　一百兩　三兩九之一第一率內只賣八兩則所折者此數
三　一十兩　一百兩
四　十一兩又九之一此得百斤工價未折之數　二十八兩
問買布五萬疋用銀一萬兩納過課銀五百兩費過車脚
三百兩又納課銀二百兩又雇船一百兩又過關一百兩
又食費一千兩其費如此必每疋賣銀幾何然後每疋獲
息銀二錢法以五萬為第一率以本價及諸費共一萬二

千二百兩化錢數為第二率以一疋為第三率
一　五萬疋
二　十二萬二千錢
三　一疋
四　二錢零五十分錢之二十二此係每疋本銀費過之價此外再加二錢共須四錢零五十分之二十二方得利二錢
問布每疋長四十尺內該抽稅抽一尺有客持布三百
稅司收布一十五疋半外貼錢六百文其布價每疋幾何
此已知抽稅者為二十取一也先求三百疋應抽之數數
外皆應貼錢此所貼者半疋二十尺之價也倍之得每疋
價
一　二十疋　一　二十尺即半疋

二　一疋　　二　六百文
三　三百疋　　三　四十尺
四　一十五疋　　四　一千二百文
問有客販參不記母銀幾何但云每參六觔價銀七錢七
分車脚三分又用過牙銀一百兩是原母三千之一其母銀
數及參數價數各若干此以價七錢七分併車脚三分得八錢為
首率參六觔為次率其牙銀一百係母銀三千之一以加一倍
得母銀六千內減牙銀餘五千八百兩為三率得第四率
為參總率另以六觔為首率減車價三分以七錢七分為次
率參總為三率求得第四率為參共價其參總率及參價

乃六觔所推各以六除得參觔數及每觔價數
一　八錢　　六觔（但以首率除二率得每斤價一錢二分八釐三毫三之一以首率除三率得共參七千二百五十斤）
二　六觔　　七錢七分
三　五千八百兩　　四萬三千五百
四　四萬三千五百　　五千五百八十二兩五錢（以減五千八百餘二百一十七兩五錢是車價）
問以銀二十二兩八錢買黃白𩓐均平其黃𩓐每三觔價
四錢白𩓐每一觔價五錢二色之價各若干此以兩母子
互乘（三五一十五　一四如四）併得一十九為首率兩母相乘為次率
總銀為三率求得二色各觔數
二　一兩九錢

二　三觔
三　二十二兩八錢
四　三十六觔（以價乘白𩓐得一十八兩以價乘黃𩓐四除之得四兩八錢）
問飯僧不知人數初日每五十人米八斗次日每九十人
米七斗共用米三十二石一斗米與僧各若干法用重測
先置子母互乘（九十乘八得七百二十　五乘七得三百五十）併之（一千七十）為首率
兩母相乘（四百五十）為次率共米為三率得僧數乃以僧數為
三率各以子乘母餘得二日米數
一　一千七十　　五　　九
二　四百五十　　八　　七

三　三十二石一斗　　一千三百五十　　一千三百五十
四　一千三百五十僧　　二十一石六斗　　一十石五斗

同文算指通編卷二

合數差分法第四上

總數一也而分之糅襍不齊者亦以準測齊之大抵以總數爲第一率以總數所得爲第二率（如以毋得子或以分銀得年月之類）分布而各爲之宗爲第三率若三率不盡者亦用重準之法測之

問四商共販得子銀六千兩而各出毋銀不同甲毋六十乙毋一百丙毋一百二十丁毋二百每人該分子銀若干

先以四人共毋爲第一率以所獲共子爲第二率分置四毋各一宗爲第三率以第二遞乘第三以一率除

一　四百八十

二　六千

三　六十甲　一百乙　一百二十丙　二百丁

四　七百五十　一千二百五十　一千五百　二千五百

問三商置貨同舟甲貨值三百兩乙貨值五百兩丙貨值一百八十兩遭風共棄貨值四百兩各照原值攤認法併三人值爲第一率以所棄值爲第二率分三人貨值爲第三率疊以三率法乘除

一　九百八十

二　四百

三　三百甲　五百乙　一百八十丙

四　一百二十二兩又九百八十分兩之四百四十　二百四兩又九百八十分兩之八十　七十三兩又九百八十分兩之四百六十

問三人共買貨四千斤值銀五百兩甲取一千三百斤乙取一千四百六十斤丙取一千二百四十斤各該認價若干此以總貨爲第一率以總價爲第二率以各人所取數分三宗爲第三率

一　四千斤

二　五百兩

三　一千三百甲　一千四百六十乙　一千二百四十丙

四　一百六十二兩又二分兩之一　一百八十二兩又二分兩之一　一百五十五兩

問三商共得子銀一千兩所出毋銀多寡不一先後亦不一甲毋二百兩滿八箇月乙毋四百五十兩滿六箇月丙毋五百兩滿十箇月此子銀一千者每人應分若干其法以各毋乘各月（以八乘二百得一千六百以六乘四百五十得二千七百以十乘五百得五千共九千三百）總寔之爲第一率以所獲總子爲第二率以各毋及月分所乘出三宗爲第三率

一　九千三百

二

三　一千六百甲　二千七百乙　五千丙

四　一百七十三兩又　二百九十兩又九　五百三十七兩又九
九十三分兩之四　十三分兩之三十　十三分兩之五十九

問三商共販得子銀一千兩甲母三百兩十箇月乙母七百兩丙母八百兩俱不知月其子銀則甲得分五百兩乙得三百兩丙得二百兩要知丙丁二人出過母銀幾月其法先取甲之知母知子知月者爲算以所分五百爲第一率以一十月乘三百兩爲第二率共三千已知甲之五百乃三千中之五百矣次列乙丙所得子各一宗爲第三率二三相乘而以一率除之得第四率即乙丙母銀乘月之數次乃各以其母除之仍得月數此于四率外加一率兼重

準測法云

一　五百 甲之子
二　三千 甲月與母乘
三　三百 乙之子以乘三千得九十萬以五百除　二百 丙之子以乘三千得六十萬以五百除
四　一千八百 此兼乙母乘乙月之數　一千二百 此兼丙母乘丙月之數
二月又七分月之四 以乙母七百除得乙月　一月又二分月之一 以丙母八百除得丙月

問四商居積二年得利一萬兩甲原母三千兩至滿八月先取出一千兩至滿十九箇月又加一千二百兩乙原母二千四百兩至滿六箇月取出八百兩至滿十五箇月又加一千四百兩丙原母二千兩滿七月悉收回至滿一十七箇月別出母一千六百兩丁初不出母六箇月後方出一千八百兩又過四箇月取出九百兩至滿十六箇月又增入一千五百兩此四人者於所獲息一萬兩內計母計月各該分若干其法以四母各乘其月甲作三段乘三千兩乘八箇月得二萬四千數八月之後取去一千只存二千至十九月滿共十一箇月以十一乘二千得二萬二千數其十九月之後又加一千二百共三千二百自第二十箇月起到底計五月以五乘三千二百得一萬六千共得六萬二千乙作三段乘二千四百兩乘六箇月得一萬四千四百兩此後除去八百兩只存一千六百兩至滿十五月實九箇月以九乘一千六百得一萬四千四百兩其十五箇月之後又加入一千四百兩共本銀三千兩到底計九箇月以九乘三千得二萬七千共得五萬五千八百數丙作二段乘二千兩乘七箇月得一萬四千兩自滿十七箇月以後出本至二年止共七箇月以七乘一千六百得一萬一千二百共得二萬五千二

百數丁作三段乘自六箇月以後出本一千八百兩滿四箇月以四乘一千八百得七千二百此後取去九百實在九百至第十六箇月滿計六箇月以六乘九百得五千四百此後又出本一千五百共二千四百到底計八箇月以八乘二千四百得一萬九千二百共得三萬一千八百數四人共計一十七萬四千八百爲第一率以所獲息爲第二率分各母乘月數爲四宗作第三率

一　一十七萬四千八百
二　一萬兩
三　六萬二千 甲　五萬五千八百 乙　二萬五千二百 丙　三萬一千八百 丁
四　三千五百四十六兩又一千七百四十八分兩之一千五百九十二　三千一百九十二兩又一千七百四十八分兩之三百八十四　一千四百四十一兩又一千七百四十八分兩之一千一百三十二　一千八百一十九兩又一千七百四十八分兩之三百八十八

問三商同夥甲母四百兩乙三百兩八錢六分丙一千兩
零七錢九分三商共折銀一百兩各認若干此皆化兩爲
分甲四萬乙三萬八十六丙十萬七十九併三人總分數爲第一率以所折
爲第二率分各母數三宗爲第三率

一 十七萬一百六十五

二 一萬

三 四萬甲 三萬八十六乙 十萬七十九丙

四 二千三百五十又十七萬一百六十五之十一萬二千三百五十 一千七百六十八又十七萬一百六十五之八千二百八十 五千八百八十一又十七萬一百六十五之四萬九千六百三十五

問三商甲出母銀二百兩經十二月乙出母銀二百四十

兩不知月丙出金若干不出銀經十箇月共得子銀一百
三十八兩甲分六十乙得四十八丙得三十今問乙該幾
箇月丙之金值幾何此以甲銀乘甲月共二千四百而知子銀
六十出自二千四百也以六十爲第一率以二千四百爲
第二率以乙丙各子爲第三率二三相乘各以一除之其
所得數乙一千九兼乙丙之母與月皆在其中矣乃以乙母除
乙之四率而知乙之月八以丙月除丙之四率而知丙之
母金值銀一百二十兩

一 六十

二 二千四百 以上俱甲

三 四十八乙 三十丙

四 一千九百二十 一千二百

八月 以本銀除之得此數 一百二十兩 以月分除得此數

問三賈共販一年甲先出母銀一千兩乙母後二箇月方
出丙母後四箇月方出俱不知其數幾何但所得子銀則
均分要知乙丙各母之數此以所巳知甲母甲月相乘爲
第一率乙丙准此爲算而各以其月除之乙十月丙八月即各得
其母之數

一 一萬二千甲母乘月

二 一千二百乙母 一千五百丙母

右試法合三總數爲三萬六千作第一率隨意立一數爲
子數作第二率又以總數分爲三宗各二千作第三率而各
以第一除之甲乙丙所得皆同

一 三萬六千

二 九百 隨意立此數

三 一萬二千

四 三百

問三商共得子銀一百九十兩其分息則乙比甲僅三之
一丙比甲僅四之一其母銀則甲出八十兩十二箇月乙
不知幾何但知八箇月丙亦不知幾何但知四箇月要知

三人各息若干丙丁各毋若干此須再用重準測法求之
先以甲毋及月相乘九百六十為第一率以其三之一乙三百二十
四之一丙二百四十兼各毋與月者為第二率既得毋月乘數
即以乙丙各月除之知各毋數然後可以察其分息之數
矣另併三人所乘毋數月數為第一率以總子為第二率
分甲乙丙毋所乘得為第三率二三相乘以一除之各得
第四率為所分子銀數

一 九百六十甲毋乘甲月
二 三百二十乙得甲三之一 二百四十丙得甲四之一
三 四十兩乙以八除得此 六十兩丙以四除得此

右已知乙丙之毋銀再測如左

一 一千五百二十甲九百六十乙三百二十丙二百四十併此數
二 一百九十
三 九百六十甲 三百二十乙 二百四十丙
四 一百二十 四十 三十

問三商共毋一千五百二十兩得子一百九十兩照毋分之甲得一百二十兩乙得四十兩則丙所得若干又甲乙丙各毋若干法就總子銀內減去甲乙所得子剩三十為丙之子仍以總子為第一率以共毋為第二率以各分子銀三宗為第三率二三相乘以一除之得第四率為各毋

一 一百九十
二 一千五百二十
三 一百二十甲之子 四十乙之子 三十丙之子
四 九百六十甲之毋 三百二十乙之毋 二百四十丙之毋

問三商總毋一千五百二十兩總得子一千七百十兩子毋共分甲分一千八十兩乙分三百六十兩丙分二百七十兩則每人各毋若干其法併三人子數為第一率毋為第二率以各人所分得三宗為第三率依準測法得四率為各毋數就各以四率之數減其第三率之數餘者為各子數

一 一千七百一十

二 一千五百二十
三 一千八十甲 三百六十乙 二百七十丙
四 九百六十 三百二十 二百四十

問二商共得子銀二百兩甲分五十兩乙分一百五十兩其毋則乙多甲一倍又零八兩二人各出毋幾何其法置甲五十乙倍之該得一百合分一百五十則知以贏毋八兩故于一百數外多獲五十也依法列三率知五十之出于八則知一百五十之出于二十四矣

一 五十
二 八

三　五十甲　一百五十乙
四　八　二十四
問二商共貿甲毋一百二十兩乙毋一百八十兩共一牙儈毋子銀一百兩與牙銀十兩後得子銀一千兩各該分幾何其法于一千內除去牙銀一百兩以實在子銀九百兩爲算乃併甲乙毋爲第一率實在子銀爲第二率分甲乙毋二宗爲第三率
一　三百
二　九百
三　一百二十甲毋　一百八十乙毋
四　三百六十　五百四十

問三商共得子銀一千五百二十兩其毋銀則甲出一千八十兩乙出三百六十兩丙不知所出幾何只言分得子銀二百四十兩今欲知丙毋幾何甲乙所得子幾何其法先就總子數內減去丙子一千二百八十爲甲乙共得子數乃併甲乙毋爲第一率以甲乙共子爲第二率分甲乙二毋數爲第三率法得第四率爲甲乙子數
一　一千四百四十併甲乙毋
二　一千二百八十併甲乙子
三　一千八十甲毋　三百六十乙毋
四　九百六十甲子　三百二十乙子
已知甲乙毋子之數卽可因丙子以求丙毋乃併甲乙子爲一率併甲乙毋爲二率丙子爲三率
一　一千二百八十併甲乙子
二　一千四百四十併甲乙毋
三　二百四十丙子
四　二百七十丙毋
問三商毋銀各等一年內共得子銀一千兩但甲毋閱七月乙毋閱六月丙毋則滿一年各該分子銀若干其法積甲乙丙總月爲第一率以總子爲第二率列三人各月數

爲第三率
一　二十五月併甲乙丙
二　一千兩
三　七甲　六乙　十二丙
四　二百八十兩　二百四十兩　四百八十兩
問織絹毋定用絲一斤工價卽與絲四兩今有絲四十三斤一十二兩其織絲工絲各若干法當化斤爲兩然後歸兩作斤併工絲絹絲共二十兩置首率總絲爲七百兩置次率列工絲絹絲置第三率依法乘除
一　二十兩

二　七百兩
三　四兩工價　一十六兩綫絹
四　一百四十兩歸之乃八斤一十二兩　五百六十兩歸之爲二十五斤

問甲乙丙三人以田多寡均應一年差役甲田三百五十畝乙田二百八十畝丙田一百七十畝各役幾時此併三人田共八百畝爲首率以一年爲三百六十日置次率列三人田數置第三率

一　八百畝
二　三百六十日
三　三百五十畝甲　二百八十畝乙　一百七十畝丙
四　一百五十七日半　一百二十六日　七十六日半

問派糧八百四十石四縣照田地多寡納之甲田三千六百三十五畝乙田二千四百六十六畝丙田三千五百七十七畝丁田四千三百二十二畝各納若干亦併總畝置首率總糧置次率列四縣各田數置第三率

一　一萬四千畝
二　八百四十石
三　三千六百三十五畝甲　二千四百六十六畝乙　三千五百七十七畝丙　四千三百二十二畝丁
四　二百一十八石一斗　一百四十七石九斗六升　二百一十四石六斗二升　二百五十九石三斗二升

問五縣輸穀二萬石照依人戶多少道里遠近價值上下而均輸之每車載二十五石行一里僦值一錢甲縣二萬零五百二十戶穀石價二兩乙縣一萬二千三百十二戶穀石價一兩遠輸二百里丙縣七千一百八十二戶穀石價一兩二錢遠輸一百五十里丁縣一萬三千三百三十八戶穀石價一兩七錢遠輸二百五十里戊縣五千一百三十戶穀石價一兩三錢遠輸一百五十里各該若干先求各衰權甲縣自輸本縣無僦里以穀價二兩爲法除甲戶得一千〇二十六衰乙丙丁戊俱有僦價各以僦一錢乘所輸里數而以每車二十五石除之得各運價以乘各戶而求各衰乙縣行道二百里乘除之得八錢併穀價一兩八錢以除乙戶得六百八十四衰丙縣行一百五十里乘除得六錢併價共一兩八錢除丙戶得三百九十九衰丁縣行二百五十里乘除得一兩併價共二兩七錢除丁戶得四百九十四衰戊縣行一百五十里乘除得六錢併價共一兩九錢除戊戶得二百七十衰併五衰共二千八百七十三爲首率以總穀爲次率列各衰爲三率

一　二千八百七十三
二　二萬石
三　一千二十六甲　六百八十四乙　三百九十九丙　四百九十四丁　二百七十戊
四　七千一百四十二石三斗五升九合九勺　四千七百六十一石五斗七升三合三勺　二千七百七十七石五斗八升四合四勺　三千四百三十八石九斗升四合[illegible]勺　一千八百七十九石五斗六升八合三勺
僦價無　二十兩　一十五兩　二十五兩　一十五兩

問有田一萬八千八十八畝三子遞分伯比仲多一倍仲

又比季多一倍各該若干此倍增倍減法也以一二四為衰分（季一仲二伯四）合總為第一率田數為第二率分各衰為三率

一 七

二 一萬八千八十八畝

三 四伯 二仲 一季

四 一萬三百三十六 五千一百六十八 二千五百八十四

問有銀九十二兩四子遞分各幾何併各衰（伯四仲三叔二季一共得一十）為首率銀數為二率各衰為三率

一 十

二 九十二

三 一季 二叔 三仲 四伯

四 九兩二錢季 一十八兩四錢叔 二十七兩六錢仲 三十六兩八錢伯

問官銀一千一百零七兩令五等戶減半出辦甲戶一十六乙戶二十五丙戶三十一丁戶四十八戊戶六十二每等每戶各若干亦先以各衰乘各等戶數併（甲衰乘得二百五十六乙衰乘得二百丙衰乘得一百四十二丁衰乘得九十六加戊衰併得七百三十八）為首率總銀為次率列各衰為三率推得各等共數再以各戶除之得各戶數

一 七百三十八

二 一千一百零七兩

三 二百五十六甲 二百乙 一百四十二丙 九十六丁 六十二戊

四 三百八十四兩 三百兩 一百八十六兩 一百四十四兩 九十三兩

二十四兩 一十二兩 六兩 三兩 一兩五錢

問用金八十一兩造杯一套五箇每杯重若干此挨次衰分併各衰（五四三二一共一十五）為首率總金為次率列各衰為三率

一 一十五

二 八十一兩

三 五 四 三 二 一

四 二十七兩 二十一兩六錢 一十六兩二錢 一十兩八錢 五兩四錢

問派糧一千一百三十四石令五等戶挨次上納甲戶二

十四乙戶三十三丙戶四十二丁戶五十一戊戶六十各等各戶各若干法亦以各等戶數乘各衰併為首率糧數為次率分各衰列三率推得各等人戶所納再以戶數乘之得各等共數

一 五百四十

二 一千一百三十四石

三 一戊 二丁 三丙 四乙 五甲

四 二石一斗 四石二斗 六石三斗 八石四斗 一十石五斗

一百二十六石 二百一十四石二斗 二百六十四石六斗 二百七十七石二斗 二百五十二石

問派糧三百八十五石五斗二升甲乙二等戶四六辦納

甲二十六戶乙四十戶各等若干每戶若干凡求四六衰者就身六乘四除首位四以六乘得二十四即以四除得六後多數倣此此先以六乘甲戶四乘乙戶六乘二十六得一百五十六數四乘四十得一百六十數併為首率總糧為次率列各衰上六下四為三率推得每戶應納之數再以甲乙各戶數乘之得各共數若先以總衰除總糧得一石二斗二升乃以甲乙衰各乘亦得

一　三百一十六

二　三百八十五石五斗二升

三　六上　四下

四　七石三斗二升甲一戶　四石八斗八升乙一戶

一百九十石三斗二升　一百九十五石二斗

問徵銀一千七百一十六兩以四等人作四六派出各該若干法併各衰丁四丙六乙九甲一十三零二之一為首率銀數為次率列各衰為三率求得各衰數此四六衰是一倍有半加之若先以總衰除總銀得五十二兩八錢後以各衰乘之亦同

一　三十二又二之一

二　一千七百一十六兩

三　四丁　六丙　九乙　一十三又二之一甲

四　二百一十一兩二錢　三百一十六兩八錢　四百七十五兩二錢　七百一十二兩八錢

問徵糧一千二百六十六石令五等人作四六納之各該若干法併各衰戊四丁六丙九乙一十三又二之一甲二十又四之一共五十二又八之六為首率其甲與乙須用奇零併于併法併之增至多等皆然總糧數為次率列各衰為三率測得各衰數若先以總衰除總糧得二十四石後以各衰數乘之亦同

一　五十二又八之六

二　一千二百六十六石

三　四戊　六丁　九丙　一十三又二之一乙　二十又四之一甲

四　九十六石　一百四十四石　二百一十六石　三百二十四石　四百八十六石

問派糧二百六十一石令三等戶三七出辦甲戶二十一乙戶三十二丙戶四十三各等幾何每戶幾何凡求三七衰分者用三除七乘遞求若零分多者就首衰之數以三因之法消息之如二位者只用三七如三位者首位三就以三因得九為首衰四位者首位三以三因得九又三因得二十七為首衰如五位者又以二十七三因得八十一為首衰凡此皆以省零分也此問法以各等乘各衰併之

甲二十一戶乘甲衰四十九得一千二十九乙三十二戶乘乙衰二十一得六百七十二丙四十三戶乘丙衰九得三百八十七共二千零八十八為首率以總糧為次率列各衰為三率推得第四率是各戶應出之數再以數乘之得各等共數

一　二千〇八十八

二　二百六十一石

三　四十九甲　二十一乙　九丙

四 六石一斗二升五合 二石六斗二升五合 一石一斗二升五合
一百二十八石六斗二升五合 八十四石 四十八石三斗七升五合
問制錢三萬八千二百八十文四人作三七分之各若干
法先併各衰丁二十七兩六十三乙一百四十七甲三百四十三共五百八十為首率以
總銀為次率列各衰為三率推得四率
一 五百八十
二 三萬八千二百八十文
三 二十七 六十三 一百四十七 三百四十三
四 一千七百八十二文 四千一百五十八文 九千七百文 二萬一千六百三十八文
問派銀八百二十八兩二錢令五人三七納之每人應若

干先併各衰戊八十一丁一百八十九丙四百四十一乙一千零二十九甲二千四百零一共四千一
百四十一為首率以總銀為次率列各衰為三率
一 四千一百四十一
二 八百二十八兩二錢
三 二千四百〇一甲 一千〇二十九乙 四百四十一丙 一百八十九丁 八十一戊
四 四百八十兩二錢 二百〇五兩八錢 八十八兩二錢 三十七兩八錢 一十六兩二錢
問官銀二千六百三十五兩令四等人二八出之各若干
凡求二八衰分者用四乘之遞求次衰此問法先併各衰
丁二丙八乙三十二甲一百二十八共一百七十為首率總銀為次率列各衰為
三率得各銀數此二八衰分是四倍加之若先以總衰除總銀得一十五兩五錢後以各衰乘之亦同

一 一百七十
二 二千六百三十五兩
三 二丁 八丙 三十二乙 一百二十八甲
四 三十一兩丁 一百二十四兩丙 四百九十六兩乙 一千九百八十四兩〇甲
問派糧二千六百五十五石九斗令五等戶二八辦納甲
戶三十乙戶四十丙戶五十丁戶六十戊戶七十各等每
戶該若干法置五等衰以各戶數乘之併甲三十戶乘衰五百一十二得
一萬五千三百六十乙四十戶乘衰一百二十八得五千一百二十丙五十戶乘衰三十二得一千六百丁六十戶
乘衰八得四百八十戊七十戶乘衰二得一百四十併共二萬二千七百為首率總糧為次率
列各衰為三率推得四率是各等每戶納數再以各等戶

數乘之得各等共糧數若先以併衰除總糧得一斗一升七合為最下衰然後以各衰乘之
亦同
一 二萬二千七百
二 二千五百六十五石
三 五百一十二甲 一百二十八乙 三十二丙 八丁 二戊
四 五十九石九斗〇四合 一十四石九斗七升六合 三石七斗四升四合 九斗三升六合 二斗三升四合
以上四六三七二八俱增衰法
問官絹四百七十丈零一尺八寸四分令三等人戶辦納
以一十分之六遞減其上等計二十五戶中等三十戶下
等四十八戶每等每戶若干法先置各衰以各等戶乘併
之上等戶數乘一百衰得二千五百中等戶數乘六十衰得一千八百下等戶數乘三十六衰得一千七百二十

(八共六千零二十八)為首率以總絹爲次率列各衰爲三率推得第
四率爲各等一戶所出數再以各戶數乘之得各等數

一	六千零二十八			
二	四百七十丈一尺八寸四分			
三	一百	六十	三十六	
四	七丈八尺(上等戶)	四丈六尺八寸(中等戶)	二丈八尺八分(下等戶)	
	一百九十五丈	一百四十丈四寸	一百三十四丈七尺八寸四分	

問官糧一百六十八石四斗八升八合令四等戶辦納遞
減十分之七甲戶二十二乙戶三十六丙戶四十二丁戶
四十八每等每戶各幾何立各衰以各戶數乘併(甲戶數乘一千

衰得二萬二千乙戶數乘七百衰得二萬五千二百丙戶數乘四百九十衰得二萬五百八十丁戶數乘三百四十三得一萬六千四百六十四通共八萬四千二百四十四)爲首率總糧爲次率列各衰
爲三率推得第四率各等一戶所出數再以戶數乘之得
各等數

一	八萬四千二百四十四			
二	一百六十八石四斗八升四合			
三	一千	七百	四百九十	三百四十三
四	二石(甲)	一石四斗(乙)	九斗八升(丙)	六斗八升六合(丁)
	四十四石	五十石零四斗	四十一石一斗六升	三十二石九斗二升八合

右併衰係減衰法凡十之五十之九之類倣此

問穀二百四十石作五等分之甲乙二人數與丙丁戊三
人數等各幾何此遞差偏多偏寡法先併各衰爲二宗數
之用餘數增入各衰併甲乙二衰(甲五乙四)得九又併丙丁戊
三衰(丙三丁二戊一)得六以減九餘三却于五等衰各增三數(甲得八乙得七丙得六丁得五戊得四共三十)併之爲首率總米爲次率推得第四
率遞差八石其甲乙二人所分得數與丙丁戊三人正相
當(此是以入遞加)

一	三十				
二	二百四十石				
三	四(戊)	五(丁)	六(丙)	七(乙)	八(甲)
四	三十二石	四十石	四十八石	五十六石	六十四石

右增衰凡增衰偏多偏寡者倣此如三人分要甲數與
乙丙數同者七人分要甲乙丙數與戊己庚辛數同之
類

問四商共得子銀三百四十兩其母以四遞加(如乙五則丙九丙七則丁十一丁九則甲十三是也係衰分遞加)但知甲原母二百八十六兩餘遞
減各該若干須知十三之于九與二百八十六之於某數
相同按衰母遞測之由甲母以推丁母由丁推丙由丙推
乙法以甲衰十三爲第一率甲母二百八十六爲第二率
以丁衰九爲第三率依準測法得丁母數餘倣此

以甲知丁　以丁知丙　以丙知乙
一　十三甲衰　十一丁衰　九丙衰
二　二百八十六甲母　一百九十八丁母　一百二十六丙母
三　九丁衰　七丙衰　五乙衰
四　一百九十八丁之母　一百二十六丙之母　七十乙母
右法已知各母再欲知其應分子銀以四遞加之數則併甲乙丙丁母爲第一率總子爲第二率分四母爲第三率
一　六百八十併母
二　三百四十總子
三　二百八十六甲　七十乙　一百二十六丙　一百九十八丁

四　一百四十三　三十五　六十三　九十九
問三商共銀七百六十兩分之則甲得十分乙得七分丙得二分各若干其法併甲乙丙衰爲第一率以銀數爲第三率
一　一十九甲一十乙七丙二共此數
二　七百六十
三　一十甲　七乙　二丙
四　四百　二百八十　八十
問應徵糧七十三石二斗派令三等人戶照分攤出上等二十五戶每戶作五分辦中等四十戶每戶三分辦下等六十戶每戶一分辦各戶若干各等共若干法以各分各戶相乘併之得以五乘二十五得一百二十五以三乘四十得一百二十下等六十無乘共三百零五爲一率以總粮爲二率以各衰五三一爲三率推得三等戶所應出分數再以各戶數乘之得各等共數
一　三百零五
二　七十三石二斗
三　五　三　一
四　一石二斗　七斗二升　二斗四升
三十石上　二十八石八斗中　一十四石四斗下
問硃砂每斤三兩六錢石青每斤二兩四錢今有銀一千

二百兩議買硃青二色硃數比青增一倍各斤數與價若干法因硃砂加倍卽倍其價三兩六錢爲七兩二錢併青價二兩四錢共九兩六錢爲一率以總銀爲二率以各價爲三率推得斤數爲四率再各以價乘之
一　九兩六錢
二　一千二百兩
三　三兩六錢　二兩四錢
四　二百五十斤價九百兩　一百二十五斤價三百兩
問綾每尺價銀九分二釐羅每尺八分五釐絹每尺二分六釐今有銀一百二十一兩一錢七分五釐買綾一停羅

二停絹三停各實數與價若干法用二乘羅價一錢七分三乘
絹價一錢八釐併綾價共二錢七分為一率總銀為二率各價
為三率得四率為各實數各以原價乘之
一　三錢七分
二　一百二十一兩一錢七分五釐
三　九分二釐　八分五釐　三分六釐
四　三十二丈七尺五寸綾　六十五丈五尺羅　九十八丈二尺五寸絹
三十兩一錢三分　五十五兩六錢七分五釐　三十五兩三錢七分
問芝蔴每三斗換米五斗每米五斗抵荳七斗今有芝蔴
四百五十石換米荳共九百一十石各用芝蔴若干所換

米荳各若干法用重準先併米五荳七共一十二為首率
以芝蔴總數為二率分列米五荳七為三率求得芝蔴合
換米荳各數以為重測之第三率以米荳共數為二率芝
蔴總數為首率求得米荳各數
一　一十二　四百五十石
二　四百五十石　五　七
三　五　七　一百八十七石五斗　二百六十二石五斗
四　一百八十七石五斗以換米　二百六十二石五斗以換荳　二百九十七石五斗　六百一十二石五斗
問銀一千零八兩買綵二停綿二停綫一停共三百六十
兩其價綫一兩抵綿一兩六錢抵綵二兩欲知三色併價

各若干者併各衰綵二綿二綫一共六置第一數以總銀為第二率
分各衰列第三率推得第四率是各色數乃照前價取綵
一百八十兩以二十除之得九十衰取綿一百二十兩以一十六除
之得七十五衰併綫六十衰共二百二十五為法除總銀
得綫價以一十六除綫價得綿價以二十除綫價得綵價
一　六
二　三百六十兩
三　三綵　二綿　一綫
四　一百八十兩　一百二十兩　六十兩
二兩一錢四分綵價　二兩八錢綿價　四兩四錢八分綫價

問冰片每兩價二兩七錢五分沉香每兩價銀三錢五分
奇南每兩價銀八錢有人以沉香一十七斤三兩又有人
以奇南一十三斤十二兩各欲換冰片若干法置冰片價
為首率化沉香奇南斤數為兩置次率各價為三率
一　二兩七錢五分
二　二百七十五兩　二百二十兩
三　三錢五分　八錢
四　三十五兩沉香所換　六十四兩奇南所換
問養軍二萬五千二百名月糧米麥荳兼支米每四名支
三石麥每九名支五石荳每七名支八石各幾何即以七

九四各列第一率以軍總數爲二率以八五三列三率

一	七	九	四
二	二萬五千二百名		
三	八荳	五麥	三米
四	二萬八千八百石	一萬四千石	一萬八千八百石

問刻漏一壺貯水令漏開三孔其一孔最大漏水二時而盡一孔次之三時而盡一孔最細六時而盡假如三孔俱洩則幾刻水盡其法先以三孔與時刻相較以各時爲第一率以一壺爲二率以最小時爲第三率要見大孔二時漏盡一壺則六時漏盡三壺其餘倣此而推

一	二時大	三時次	六時小
二	一壺		
三	六時		
四	三壺	二壺	一壺

又法總而計之凡六時漏盡六壺知三孔俱開則其水一時漏盡只以分數算之

一	二時	三時	六時
二	一壺		
三	一時		
四	二分水之一	三之一	六之一積之共一壺即是一時盡一壺也

右三數併滿一時其法易算若併有奇零者另法求之

假如築臺一座甲六年完工乙九年完工丙十八年方完今三人同築須幾時可完此先知每人每年所爲之工得若干而總算之六年者每年得六分之一其九年者每年得九分之一其十八年者每年得十八分之一依併法每年共得三分之一約計三年通完三年之內甲成二分之一乙成三分之一丙成六分之一共足十分之數

問漏壺一座上有渴烏注水下有天池洩水今塞其下竅注水于壺四時而水滿開其下竅洩水壺外六時而洩盡

若使上注下洩相併則此壺須幾時可滿法以四時爲一率以一壺爲二率以一時爲三率測之而得一時之所注四分壺之一又以六時爲一率一壺爲二率一時爲三率亦得一時之注六分壺之一乃以四之一減六之一得十二之一於是又以十二之一爲第一率以一時爲第二率以一壺爲第三率得四率以十二時注滿凡用準測法者三

一	四時	六時	十二分壺之一
二	一壺	一壺	一時
三	一時	一時	一壺
四	四分壺之一	六分壺之一	十二時

問塞下竅四時水滿通下竅六時水盡今上注下泄則四箇時滿幾分曰六時盡者四時泄三分之二以除全壺餘三分之一爲水滿數又問如此則幾時可滿一壺曰依前法當以十二時滿又問假如塞下竅注上竅三時而滿塞上竅開下竅八時而盡若上注下泄須幾時可滿曰以三時滿者一時之率三之一以八時盡者一時之率八之一就三之一減八之一餘二十四之五爲一時之率則全壺得四時零五分時之四也又問一壺既以三時而滿假如四時又五分時之三可滿幾壺曰滿一壺又十五分壺之八又問八時盡一壺若四時又

五分時之四該幾何曰此五分壺之三卽于前數一時滿一壺者除之便得問八時盡一壺三時得幾何曰三時泄得八分之三以除前壺餘八分之五是三時滿八分之五又問三時滿八分之五則全壺幾時滿曰四時零五分時之四

同文算指通編卷二

同文算指通編卷三

合數差分法第四下

問四人共分金七百八十五兩多寡不同乙得甲十之七丙得乙十四之三丁得丙十二之九各實數幾何其法先併各衰雜數甲一十則乙七乙十四則丙三丙十二則丁九併各子以乘各母從小數併起除丁九無併其丙衰係十二又係三則以十二併三依約法三四一十二且作四以乘乙之十四得五十六爲乙衰乙係五十六又係七則以五十六併七依約法七八五十六且作八以乘甲衰之十得八十爲甲衰已得各衰併數丁九丙十二乙五十六甲八十共一百五十七數爲第一率以銀總數

爲第二率以各衰爲第三率

一　一百五十七數併衰

二　七百八十五兩總銀

三　九丁衰　十二丙衰　五十六乙衰　八十甲衰

四　四十五兩　六十兩　二百八十兩　四百兩

問發兵百人外有領隊四人旗牌六人共破一寨得器械七萬二千四百件卽以充犒旗牌比領隊得八分之五兵比旗牌得五分之三各該得若干其法衰作八五三兵三旗牌五又合三五成八得領隊之衰各以本數乘本衰領隊四乘八得三十二旗牌六乘五得三十兵百乘三得三百合總數爲第一率所獲數爲第二率各衰所乘三

宗爲第三率

一　三百六十二 併各衰乘數

二　七萬二千四百

三　三十二 領隊　三十 旗牌　三百 兵

四　六千四百　六千　六萬

問三人共拾得遺錢三千四十二文甲欲得二之一乙得三之一丙得四之一各該若干 此問併其分數及浮總數蓋曰甲嬝乙則二之一嬝三一乙嬝丙則三一之嬝四一也 其法當先併毋尋其通四分三分二分之一者爲主依法二三乘得六又乘四併得二十四約之得十二以甲乙丙分之其數皆通之 甲二之一則用六乙三之一則用四丙四之一則用三 乃併甲乙丙衰 甲六乙四丙三 共十三爲第一率以錢數爲第二率分甲乙丙衰作三宗爲第三率乘除得數乙得甲三之二丙得甲二之一

一　十二

二　三千四十二文

三　六 甲衰　四 乙衰　三 丙衰

四　一千四百四　九百三十六　七百二

問三縣共派糧一千四百七石小縣派三分之一次縣派五分之三大縣派十一分之八各該納若干 衰法同前 其法亦以各毋相乘以求通數以二乘五又乘十一得一百一十

二五乘得十又十乘十一得一百一十也小縣分得五十五次分得六十六大分得八十 于是則三縣之毋數皆通而併之爲第一率以糧數爲第二率分三縣各衰爲第三率

一　二百一 併各衰

二　一千四百七石

三　五十五 甲衰　六十六 乙衰　八十 丙衰

四　三百八十五石　四百六十二石　五百六十石

問四人共分銀三百九十六兩甲得二分之一外加十兩乙得五分之三內欠二十兩丙得三分之一外加八兩丁得四分之一內欠六兩每人實數幾何此將總數內除去加數 實在三百七十八兩 加上欠數 共得四百零四兩 乃依前法併其毋數 二乘五得一十以乘三得三十又以乘四得一百二十 約之得六十爲通數而各以其所得子數通之 甲二之一爲三十乙五之三爲三十六丙三之一爲二十丁四之一爲一十五 併爲第一率以加除所得銀數爲第二率以甲乙丙丁各衰四宗爲第三率依準測法得第四率再照數或加或減其所分即總合前數矣

一　一百一兩 併各衰

二　四百四兩

三　三十 甲　三十六 乙　二十 丙　一十五 丁

四　一百二十　一百四十四　八十　六十

問兄弟三人不知歲數但云季得伯四之三仲得伯六之五仲多季只八歲各幾何此帶毋子差分也已知兩毋爲伯衰用併法先併其毋四六相乘得二十四爲伯衰之實乃用毋子互乘以求仲季之衰以四乘五得二十爲仲衰以六乘三得一十八爲季衰列三率而仲季相去較八歲爲二率以仲季二衰之較一十八截二十餘二爲首率此以所已知之衰較及歲較求各衰之歲實故用較爲首率後皆倣此

一　二

二　八歲

三　二十四　二十　一十八

四　九十六歲伯　八十歲伯　七十二歲季

問四人分錢不知數但云乙得甲六之五丙得甲四之三丁得甲二十四之一十七其丁與丙差四文每人幾何此同上法已知三毋卽甲衰用併毋法四乘六得二十四又自乘得五百七十六爲甲衰之實乃以乙丙丁之原毋除原子乘以求其子而得四百八十爲乙衰四百三十二爲丙衰四百零八爲丁衰列三率以丙丁較四爲一率以丙丁二衰之較二十四爲首率不用約法覽之易曉

一　二十四

二　四

三　五百七十六甲　四百八十乙　四百三十二丙　四百零八丁

四　九十六　八十　七十二　六十八

右二法以借衰互徵求之亦同

問大小船數相等共載鹽四千三百五十引大船每三隻載鹽五百小船每四隻載鹽三百該船幾隻每船載幾引此用重準測法以四之三百及三之五百子毋互乘一得九百一得二千併得二千九百爲首率兩毋相乘得十二爲次率總鹽爲三率求得四率是大小船數卽以爲第三率分置所載率五百三百爲次率與相乘又分置兩毋三四爲首率除之得各鹽數

一　二千九百　三　四

二　一十二　五百　三百

三　四千三百五十　一十八

四　一十八大小各船數　二千　一千三百五十

問鰲燈一座大小燈毬一等大燈三毬油四兩小燈四盞油三兩其小燈多大燈二之一共用油十八斤七兩大小燈各若干此用重準測法因有二之一立大毋二小毋三通斤爲兩共二百九十五兩又通兩爲銖每兩二十四銖共七千八十銖以先求大小每毬油數取每三毋四爲首率二十四銖爲次率分四兩三兩爲三率得第四率爲大小每毬油數

一　三　　四
二　二十四銖
三　四大　　三小
四　三十二銖　　一十八銖
乃以母二乘三十二得六十四銖爲大總以母三乘一十
八得五十四爲小總併得一百一十八爲首率以總油七千
八十爲次率分母二母三爲三率得第四率是大小戥各數
而各以油銖數乘之又以每觔三百八十四銖除之
一　一百一十八
二　七千八十銖
三　二大　　三小
四　一百二十戥三十二銖乘併三千八百四十銖是十斤　一百八十戥一十八乘得三千二百四十銖是八斤七兩

問大船三桅六槳小船一桅八槳今望見桅五十七槳二
百零四其大小船各幾艘法併大小船每艘桅槳凡九共
一十八爲第一率以大小共二艘爲第二率併桅槳全數
得二百六十一爲第三率推得大小船共二十九艘減小
船之一補大船合問
一　一十八
二　二艘
三　二百六十一
四　二十九艘內大船一十五小船一十四
問有銀一萬七千六百九十兩買騾三百匹馬七百匹其
每匹價馬多于騾七兩七錢各價幾何此匿價差分法當
先除所差而後準測之以所多七兩七錢乘七百匹得五
千三百九十兩以減原銀餘一萬二千三百兩乃併騾三
百馬七百共一千匹置首率以減餘銀數置次率一匹爲
三率推得四率爲騾價加七兩七錢即馬價再以各匹數
乘之合總
一　一千匹
二　一萬二千三百兩

三　一匹
四　十二兩三錢騾價　　二十兩馬價
又法以所差七兩七錢乘三百匹得二千三百一十兩加
入總銀共得二萬兩爲次率如法準測得二十兩爲馬每
匹之價減較七兩七錢亦得騾價
一　一千匹
二　二萬兩
三　一匹
四　二十兩馬價　　十二兩三錢騾價
問以銀二萬九千二百八十兩買上田三百畝中田一百

五十畝下田四百五十畝其上價比中價每畝多四兩七錢中價比下價每畝多一十三兩五錢各幾何此亦原價差分法當除兩差之積而後算之以一十三兩五錢乘三百得四千〇五十兩以一十八兩二錢乘一百五十得二千七百三十兩併得六千七百八十兩以減原銀餘二萬二千五百兩即以置次率却併三等田數得九百畝置首率一畝爲第三率推得每畝二十五兩爲第四率是下田價加一十三兩五錢爲中田價再加四兩七錢爲上田價再以各數乘之合總

一　九百

二　二萬二千五百兩

三　一畝

四　二十五兩下

又法增差積算之以四兩七錢乘三百得一千四百一十兩又以兩差一十八兩二錢乘四百五十得八千一百九十兩併得九千六百兩加入原總銀得三萬八千八百八十兩爲次率與三率一畝相乘首率九百除之得上田每畝價四十三兩二錢減十三兩五錢即中田價再減四兩七錢即下田價

問官銀一萬七百七十八兩六錢五釐糴米麥荳三色均平共每一石價米二兩三錢五分麥一兩九錢五分荳一兩四錢五分各價幾何各石幾何併三價共五兩七錢五分爲法置第一率總銀爲第二率列三色每石價爲第三率推得第四率是各價數其各石數以法徑除總銀即得

一　五兩七錢五分

二　一萬〇七百七十八兩六錢〇五釐

三　二兩三錢五分　一兩九錢五分　一兩四錢五分

四　四千四百〇五兩一錢八分九釐米　三千六百五十五兩三錢五分三釐麥　二千七百一十八兩〇八分三釐荳

三色共二千八百七十四石五斗四升

和較三率法第五

凡數分合不離三率而互和難測則立較以測之立中率以較之凡兩數三數多數悉與中率相較而互置較位爲第三率以較積爲第一率諸如前

問上酒每斗價二錢中酒每斗價一錢二分今雜併一酒每斗立價一錢五分則此十酒內有上酒若干中酒若干其法先定三等之程列所立價一錢五分次連列上中二價與較而列上差數于中左列中差數于上左互對次併兩差列左下而以併差爲第一率以一斗爲第二率以各差爲第三率

立價一十五　上中二價　上二十　中十二
相較差　中三　上五
差積八

一　八
二　一斗
三　三上　五中
四　八分斗之三　八分斗之五

問甲金一兩准銀一十五兩乙金一兩准銀一十二兩今欲鎔爲一處使每金一兩准銀一十四兩則甲乙金各該幾兩亦列法如左較之併差爲首率一兩爲次率各差爲三率

立價一十四　價甲十五　乙十二
較　二　一
差積三

一　三
二　一兩
三　二甲　一乙
四　三分兩之二　三分兩之一

問玉率方寸重七兩石率方寸重六兩今有璞方三寸重二百七十六兩內玉石各若干法以見方三寸自乘再乘得立方二十七寸以通玉石玉該一百八十九兩石該一百六十二兩各列右立總重數互較得數列左併差爲首率開方寸爲二率分差爲三率

立一百七十六　玉一百八十九　石一百六十二
一十四　一十三
差積二十七

一　二十七差
二　二十七寸
三　一十四玉　一十三石
四　一十四乘重九十八兩　一十三乘重七十八兩

問銀與金方四寸共重九百零四兩每銀方寸重十二兩金方寸重十六兩各若干以四寸自乘再乘得開方六十四寸以通金玉銀一千二十四兩金七百六十八兩以總重互較三率如前

立九百四　銀一千二十四　金七百六十八
一百三十六　一百二十
差積二百五十六

一　二百五十六
二　六十四寸
三　一百三十六銀　一百二十金
四　三十四乘得五百四十四兩　三十乘得三百六十兩

問椒一斤價四錢丁香一斤價三錢桂皮一斤價六錢茴麲一斤價一兩硇砂一斤價八錢今以銀七錢買上五色共一斤則每色該得若干列法如左立七錢爲主餘物以次列之較其所差而依次互列須易其位大抵有對者對

互（椒砂互 丁魏互）無對者另求一對（桂無對借砂作對而互又列桂較之一于砂數三之傍）
而增系之凡相對互位者務取一大于立價一小于立價
如砂數大對椒數之小亦以差併為第一率一斤為第二
率併各物較為三率

立七錢　椒四　丁三　桂六　魏十　砂八
乙　一　三　一　四　乙三
差積十三

一　十三
二　一斤
三　一椒　三丁香　一桂皮　四阿魏　四砂
四　十三之一（分斤）　十三之三　十三之一　十三之四　十三之四

又列法但取一大一小雜互更位（椒砂互椒魏又互丁砂互桂砂又互丁魏互桂）
（魏又互）凡六互得差積二十八（椒丁桂俱小 魏砂俱入）若俱大數俱小
數者則不可互耳（椒丁桂俱小 魏砂俱大）其與立數等者亦可互但
作〇以倒其所互乃以二十八為第一率分各差積為第
三率

立七錢　椒四　丁三　桂六　魏十　砂八
一　一　三　一四三　一四二
三　三十　一
差積二十八

一　二十八
二　一斤
三　四椒　四丁　四桂　八魏　八砂
四　二十八之四（分斤）　二十八之四　二十八之四　二十八之八　二十八之八

又法隨意易位亦以大數互小數比前稍異亦得差積十三

三
立七錢　椒四　丁三　桂六　魏十　砂八
三　一　一　三　一四
差積十三

一　十三
二　一斤
三　三椒　一丁　一桂　三魏　五砂
四　十三之三（分斤）　十三之一　十三之一　十三之三　十三之五

問鵝䌷段大綠者每丈四兩天青每丈六兩大紅每丈十
兩今以銀四百八十兩買䌷八十丈則各色各該幾丈其
法先以總價和總丈之數而勻之（每丈得六兩）立六為中數依

前互法列之

立六兩
四　六　一十
四　四　〇二
四十五六十丈五
差積十

一　一十
二　八十丈
三　四綠　四青　二紅
四　三十二丈　三十二丈　一十六丈

問有酒四等甲酒每瓶二錢一分乙酒每瓶二錢七分丙
酒三錢丁酒四錢今有酒共三百瓶每瓶立價三錢三分

則每瓶若干瓶依法列之但此以三十三為主數（即三錢三分）而其餘惟四十（即四錢）為大其二十一（即二錢一分）二十七（即二錢七分）此三十（即三錢）皆小數則此三小數皆與四十之大數相互云共積四十二為第一率

立 三錢三分
二錢一分　七
二錢七分　七
三錢　七
四錢　十二

三六 差積四十二

一 四十二
二 三百瓶
三 七　七　七　二十一
四 五十瓶　五十　五十　一百五

問銀四百兩買藥四百斤內丁香每斤該六錢胡椒每斤該七錢桂九錢蘇合一兩一錢辰砂一兩二錢阿魏一兩六錢每色各該幾斤方合總數其法亦先折中價如四百斤需四百兩則每一兩得一斤其中價乃依互法參之

立一十　丁六　椒七　桂九　合十一　砂十二　魏十六
六　二　二　四　三　四

此以丁魏互又以合互椒砂互又以椒魏互桂砂互
三 差積三十二

一 三十二
二 四百斤
三 七丁　入椒　二桂　四合　四砂　七魏
四 八十七斤又二之一　一百　二十五　五十　五十　八十七斤又二之一

又法
中價一十　丁六　椒七　桂九　合十一　砂十二　魏十六
一二六　一二六　一二六　四三一　四三一　四三一

此以丁互合又互砂又互魏以椒互合亦互砂亦互魏以桂互合互砂互魏以上三位互下三位編互
差積五十

一 五十一
二 四百斤
三 九　九　九　八　八　八
四 七十斤又五十一之三十　同上　同上　六十二斤又五十一之三十八　同上　同上

右五十一分斤之三十以末兩者化一斤為一千六百分以子數三十乘之以毋數五十一除之得九兩四錢一分又五十一之九也

又法
中價一十　丁六　椒七　桂九　合十一　砂十二　魏十六
一　二　六　四　三　一

以丁合互椒砂互桂魏互
差積十七

又法
中價一十　丁六　椒七　桂九　合十一　砂十二　魏十六
六　二　一　一　三　四

此以丁魏互椒砂互桂合互
差積十七

又法
中價一十　丁六　椒七　桂九　合十一　砂十二　魏十六
二　一　六　三　四　一

此以丁砂互椒合互桂魏互
差積十七

問金鑄編鐘一口計重三百兩俱九六成色今見有九九成色及九三成色二等金約該每用若干此以九六為中價依法互之

立 九六甲金九九 五 乙金九一 三 差積八

一 入

二 三百兩

三 五甲 三乙

四 一百七十七兩五錢 一百一十二兩五錢

問米麥五百石共價四百零五兩七錢米每石價八錢六分麥每石價七錢二分五釐其各石數價數若干先以米麥每石之價乘五百石米得四百三十兩麥得三百六十二兩五錢即以總價立爲中率先得石數次得價數

立 四百五兩七錢 米四百三十兩 四十三兩二錢 麥三百六十二兩五錢 二十四兩三錢 差積六十七兩五錢

一 六十七兩五錢

二 五百石

三 四十三兩二錢米 二十四兩三錢麥

四 三百二十石乘石價得二百七十五兩二錢 一百八十石乘石價得一百三十兩五錢

問銀二十八兩二錢買銅錫鐵共重三百斤其價銅一斤銀一錢五分錫一斤銀九分鐵一斤銀四分此三物各該若干此貴賤衰分三色者以總物歸總銀立九分四釐爲中價

立 九分四釐 銅 五十四 錫 五十四 鐵 五十八 四 鐵互錫 差積一百六十八

一 一百六十八

二 三百觔

三 五十四銅 五十四錫 六十鐵

四 九十六又七之三 同上 一百零七又七之一

問用銀九十三兩買綾羅紗絹共一百六十疋每疋價綾九錢羅七錢紗五錢絹三錢疋數銀數各幾何先以總疋除總銀立五錢八分一釐二毫五絲爲中價

立 五錢八分一釐二毫五絲 綾九萬 三萬八一二五 八千一二五 羅七萬 同上 紗五萬 三萬一八七五 一萬八七五 絹三萬 同上 羅絹互 羅紗又互 綾紗互 綾絹又互 差積一十六萬

一 一十六萬

二 一百六十疋

三 三千八百一十五 綾羅同 四千三百七十五 紗絹同

四 三十六疋又四之一 四十三疋又四之三 以各疋價乘之合總

又法先以四約總疋得羅紗各四十疋以減總疋餘八十疋爲綾絹共數又于總價內減羅價二十八兩餘四十五兩爲綾絹共價乃以疊借互徵之法推之前銅錫鐵三色亦然

借衰互徵法第六

數有隱伏非衰分可得者則別借虛數以類徵之或合率增減或毋子射覆如藏鬮然借彼徵此借虛徵實大抵即三率之法而觸類長之

問三人共買宅一區用價二千七百兩其指價則乙視甲加倍丙視甲乙又加倍各若干此倍增法也隨意立一數爲甲衰但用小數而以乙丙衰遞加之如甲衰一則乙衰二丙衰六也如甲衰六則乙衰十二丙衰三十六也餘倣此并各衰爲第一率甲衰一者一二六共九也甲衰六者六及十二及三十六共五十四也餘倣此隨取一衰爲第二率甲且用以總價爲第三率依互測法得甲數倍之得乙數二倍之得丙數

一　五十四

二　六此只借甲衰用乙用丙皆同

三　二千七百

四　三百甲　六百乙　一千八百丙乙丙皆從甲倍出

問貯絹不知幾何但云其三之一共四之一共五之一併得四千七百疋其實數幾何曰此尋一通數可以乘三之一及四之一及五之一者而測之如用六十以通各分之三一是二十也四之一是十五也五之一是十二也併之共四十七爲第一率即以六十爲第二率四十七出于六十絹總數爲第三率

一　四十七

二　六十

三　四千七百

四　六千疋

問鹿馬不知幾匹但云加一倍又加二之一又加三之一又加四之一又加一共得一百十二匹今算實幾匹可用前法否曰此有最後所加一數即不同前法當先減一數只以一百十一算之次立通數可兼各衰者如用十二爲通數加一倍二十四又加二之一六及三之一四四之一三共得三十七爲第一率即以十二爲第二率就前一百十一數內減一爲第三率百十一準而測之知三十七出于十二則知一百十一出于何數矣再加一合問

一　三十七

二　十二

三　一百十一

四　三十六　再加一乃三十七匹

問牧羊不知數但云加一倍又加二之一又加四之一外加一得一百其原數若干此亦除去加一數只用九十九爲第三率而另借一數爲通數如用一十二爲次率以加一倍二十四加二之一六四之一三併得三十三爲首率依法推之知一十二出于十三則知九十九所出也再加一合問

一　三十三

二　一十二

三　九十九

四　三十六倍之爲七十二加二之一得九十加四之一得九十九外加一得一百

問價銀五千兩買駿馬一匹園宅一區園價比馬多三倍宅比園多四倍各價幾何此與首問法同隨意立一數通各衰假如立馬衰三十園宅以次增衰（園多三倍得一百二十宅又多四倍該六百）併為第一率（七百五十）於各衰隨取一數為第二率（且用馬衰）總銀為第三率（五千兩）如準測法得第四率（如用馬則得馬價餘依倍推之）

一　七百五十兩

二　三十（馬）

三　五千兩

四　二百（馬）　八百（園）　四千（宅）

問入園摘瓜摘過三分之二又五分之一尚剩三十六瓜

此園原有幾瓜法先求一通數內除三之二及五之一而剩三十六數者假如借立三百內減三之二除二百亦于三百內減五之一除六十通減二數只餘四十為第一率以三百為第二率知四十出于三百則知三十六出于何數矣

一　四十　（右所云三之二又五之一者併之未滿原數故可以右法推之若云三之二又五之三則浮于原數知為虛設不必算矣）

二　三百

三　三十六

四　二百七十（原瓜數）

問二分之一三分之一四分之一五分之一六分之一共併得五百二十二數其原數幾何先立一通數可剖為二分之一以至四五六分皆可者如借六十為主依法分之（其二之一為三十其三之一為二十其四之一為十五其五之一為十二其六之一為十）併各率（八十七）為第一率以六十為第二率知八十七出于六十則五百二十二出于何數可推也以五百二十二為第三率

一　八十七

二　六十

三　五百二十二

四　三百六十（其二之一乃一百八十其三之一乃一百二十其四之一乃九十其五之一乃七十二其六之一乃六十共五百二十二數）

問倉中有粟幾石不言其數但言外加二之一又三之一又四之一又加一百石便成三百石此其原粟幾何其法先減一百石在外只就二百起算乃隨借一數可以通二之一及三之一及四之一者如借二十四為通數外加二之一（十二）又加三之一（八）四之一（六）併之（五十）為第一率所借二十四為第二率知五十出于二十四則二百出于何數可推也以二百為第三率而得第四率外加所減（百）一合問

一　五十

二　二十四石

三　二百

四　九十六石外加二之一爲四十八加三之一爲三十二加四之一爲二十四又加一百共三百

問水碓五副大小不等共舂麥五十石甲碓每一時舂七斗乙碓每一時舂五斗丙四斗丁三斗戊一斗五碓齊舂須幾時可完完時每碓各舂得幾何其法隨意立一時數假如借四箇時畢之以討各碓所舂甲二十八乙二十丙一十六丁十二戊四共得八十併爲第一率四時爲第二率知八石畢于四時則五十石可推也以五十石爲第三率

一　八石

二　四時

三　五十石

四　二十五時以各率乘甲以七乘得一十七石五斗乙五乘得一十二石五斗丙四乘得一十石丁三乘得七石五斗戊一乘得二石五斗共五十石

問貸貲商販三次俱獲倍息每次歸還三百兩三次母子適盡原貸若干先借一爲母貲以加三次倍息初一次二其三得四併得八爲首率減母貲之一只併三次倍息一二四併得七爲次率知七出于八則知三百原母所出矣以三百爲第三率

一　八

二　七

三　三百兩

四　二百六十二兩五錢

問商販四次俱獲倍息每次費銀九十六兩四次子母俱盡原母若干亦借一爲母加四次倍息一二四八併得一十六爲首率減母貲之一只併四次倍息一二四八併得一十五爲次率知十五原於十六則知九十六原於何數也以九十六爲三率

一　一十六

二　一十五

三　九十六兩

四　九十兩

問有商挾貲赴集初次所獲比母銀多三之二以併入母銀再往獲五之四三次往又獲四之三實計所獲併母銀共四百兩所原挾貲若干其法先借一數以遞乘各母而例推之假如借一十爲通數以乘各母乘三得三十以三十乘五得一百五十以一百五十乘四得六百併之爲第一率以所借一十爲第二率知六百出于一十而四百之所從出可知也以四百爲第三率

一　六百

二　一十兩

三　四百

四　六兩又三分兩之二此係初販原貲三乘得二十兩又五乘得一百兩又四乘得四百兩

問攜酒郊遊三入肆中俱飲酒一斗九升每飲添酒輒倍餘酒至三次酒盡原攜若干法借一爲原酒加三次倍率一二四併得八爲首率減原酒之一只三次倍率七爲次率以所飲一斗九升爲三率知七出于八則知一斗九升所自出矣

一　八

二　七

三　一斗九升

四　一斗六升八之五　卽六合二勺五抄

又法併三次倍率七以乘所飲一斗九升得一石三斗三升　一之三十廿五

減半三次得原攜數同前

問載米賑濟不言其數每次散米一千五百石亦每次糴增俱倍餘米之數五賑恰盡無餘原米若干法立一爲原數加五次倍率一二四八十六併得三十二爲首率減原數一只併五倍率三十一爲次率知三十一之原于三十二卽知一千五百之原

一　三十二

二　三十一　二三相乘得四萬六千五百石以減半五次亦同四率

三　一千五百石

四　一千四百五十三石三十二之四　卽一斗二升五合

問立一虛數以乘四得數又以乘三得數又以乘六得數外加一十共八百前所立虛數幾何其法先除所加一十只以七百九十起算亦借一通數假如借一十爲主以遞乘各數乘四得四十又乘三得一百二十又乘六得七百二十　併之爲第一率七百二十以所借爲第二率十　知七百二十之出于一十而七百九十之所從出可知也以七百九十爲第三率而得第四率

乃以一十加之

一　七百二十

二　一十

三　七百九十

四　一十又三十六之三十五　以乘四得四十一三又九之三、四十六　八萬以乘三得一百二十一又三之二又乘六得七百九十加一十合前

問老人不知其年但云加二之一又減四之一得九十九歲實年幾何其法借一虛數外加二之一又減四之一而例之假如借八十爲算依法加減加二之一得一百二十又減四之一得九十得數爲第一率八十爲第二率知九十之出於八十而九十九之所從出可準也以九十九爲第三率

一　九十

二　八十

三　九十九

四　八十八

問遠望一塔上露出二丈四尺其下有樹遮之云尚有三
分之一又五分之二共該高幾何亦借立一數以其三之
一及五之二類準之如借立三十為主酌減餘分三之一乃一十一
五之二一十二乃以其所剩數該剩八即所露為第一率以三十為第二
率知八之出于三十而二十四尺可測也以二十四為第
三率

一　八尺

二　三十尺

三　二十四尺

四　九十尺　此塔高之數內減三之一乃三丈減五之二乃二丈六尺此外尚剩二丈四尺

問旗竿一根其三之一是白色五之一是黑色九之二是
青色外尚餘十二尺紅色竿長幾何亦借一數以通各數
而觀其所剩以類徵之假如借四十五數以減各分減三之一
得十五減五之一得九減九之二得一十其餘四十五內減前各數剩十一為第一率以所
借為第二率四十五知十一之出於四十五而十二之所從
出可推也

一　一十一

二　四十五

三　一十二尺

四　四十九尺又十一分尺之一其白色三之一乃十六尺又十一之四黑色五之一乃九尺又十一之九青色九之二乃十尺又十一之十也

問白布三十疋青布四十疋共價六百六十兩其青布每
疋比白布價多一倍各價幾何法借一虛數為白價倍之
為青價而以前疋數乘之假如借立四兩倍得八各乘青
白四乘白得一百二十八乘青得三百二十併之四百四十為第一率以所借四為
第二率知四百四十之出于四而六百六十之所出可知
也以六百六十為第三率

一　四百四十

二　四兩

三　六百六十

四　六兩　此係白價倍之為青價十二兩各乘疋數白得一百八十兩青得四百八十兩

同文算指通編卷四

疊借互徵第七（附盈朒）

借虛徵實其術精奕又有子毋雜互隱與難知者則兩借虛數以徵之徵之于實尚遠也或兩浮而盈或兩縮而不足或一盈一不足俱以借數列上以較原數以多寡之差列下而左右互乘焉其法有二凡俱盈俱不足者以差數相減餘爲法以乘數相減餘爲實若一盈一不足者以差數相併爲實而以法除實則二法相同舊有盈朒一章大都類此而此則於未有盈朒之先借數推出盈朒以求隱數故曰借徵其顯有盈不足實數者但依舊法求之諸盈

不足者兩盈者兩不足者盈適足者不足適足者及疊互毋子者各具數條見例

問設一虛數以其半爲用內除三之一又除四之一尚餘三百其原總數幾何其法先另借一通數以分其半而通各分先借二十四爲數列左上（其半爲十二其三之一爲四其四之一爲三尚餘五）以比三百則不足二百九十五列左下另借九十六爲數列右上（其半爲四十八其三之一爲十六其四之一爲十二尚餘二十）以比三百不足二百八十列右下次以左上乘右下又以右上乘左下各得數附註其下以少減多其餘爲實而以左下右下相減其餘爲法除之

九六 不足 二八〇 乘得六千七百二十
二四 不足 二九五 乘得二萬八千三百二十
減餘一十五
減餘二萬一千六百

除得一千四百四十合原總以減半爲七百二十其三之一乃二百四十其四之一乃一百八十加三百合一半七百二十之數

假如借四千八百爲通數列左上（其半爲二千四百其三之一爲八百其四之一爲六百餘一千二百）以比三百則盈七百列左下又借二千四百爲通數列右上（其半爲一千二百其三之一爲四百其四之一爲三百餘五百）以比三百盈二百列右下亦以二數相減餘爲法而以左上乘右下以右

上乘左下相減餘爲實而以法除之

二四〇〇 盈 二〇〇 乘得九十六萬
四八〇〇 盈 七〇〇 乘得一百六十八萬
減餘五百
減餘七十二萬

以法除實亦得一千四百四十合原總數

又假如借二千四百爲通數列左上（即前第二式右上者尚餘五百）盈二百列左下再借九十六列右上（即前第一右上者餘二十）不足二百八

十列右下此係一盈二不足者相併爲法次以左上乘右下以右上乘左下亦相併爲實以法除實仍得一千四百四十

九六 不足 二八〇 乘得 六十七萬二千
二四〇〇 盈 二〇〇 乘得 一萬九千二百
積 四百八十
積 六十九萬一千二百

問三人共銀四十四兩乙多甲一倍外又多四兩丙兼甲乙之數外又多六兩每人實數幾何（此大約當以四分分之而貿）先借一十爲通數列左上（甲一十乙倍得二十又加四共二十四丙兼二數又加六得四十）共七十四以比四十四盈三十列左下又借六列右上（甲六乙倍之加四得十六丙兼二數加六得二十八）共五十以比四十四盈六列右下以相減餘爲法乃以左上乘右下以右上乘左下亦以相減餘爲實而以法除之得五爲所求之甲數倍之又加四得一十四爲乙數兼之又加六得二十五爲丙數

六 盈 六 乘得 六十
一〇 盈 三〇 乘得 一百八十
減餘 二十四
減餘 一百二十

右圖以甲之左數一十乘六及以右數六乘三十者固除得甲五若以乙之二十四乘六及一十六乘三十亦得乙數以丙之四十乘六及二十八乘三十者亦得丙數以共數七十四乘六及五十乘三十者亦得共數

甲乙丙 六 一六 二八 五〇 盈 六
甲乙丙 一〇 二四 四〇 七四 盈 三〇
減餘 二十四

問甲乙各不知數取乙九與甲則甲倍于乙取甲九與乙則甲乙正等原數各若干借一百爲等數乙既得甲九則甲原一百九列左上而乙九十一列其次甲若取乙九則甲一百十八而乙八十二以視甲之半盈二十三（因甲取乙九當倍乙故）列左下另借五十爲等數乙既得甲九則甲原五十九列右上而乙四十一列其次甲又取乙九則甲得六十八而乙三十二以視甲之半不足二列右下盈不足相併二十五爲法左上乘右下右上乘左下相併爲實以甲乘者除得六十三爲甲數係乙乘者除得四十五爲乙數

甲 五九 乙 四一 不足 二 乘得 甲二百一十八 乙一百八十二
甲 一〇九 乙 九一 盈 二三 乘得 甲一千三百五十七 乙九百四十三
積 二十五
積 甲一千五百七十五 乙一千一百二十五

問携酒遊山到處沽增一倍俱飲六升至第四處飲訖無餘原携若干借五升四合列左上倍之（一斗八合）減六（四升八合）又

倍之（九升六合）減六（三升六合）三次倍之（七升二合）減六（一升二合）四次倍之（二升四合）以減六不足三升六合列左次另借六升二合列右上倍之（一斗二升四合）減六（六升四合）又倍減至四次（倍得一斗二升八合減存六升八合復倍得一斗三升六合減存七升六合又倍得一斗五升二合減存九升二合）盈九升二合列右次盈不足相併爲法以左上乘右下右上乘左下併爲實以法除實得

四五 不足 三六 乘得一千二百三十二

積一百二十八 積七千二百

二六 盈 二九 乘得四千九百六十八

五升六合二勺五抄爲原酒數

問貸穀不知數每年加息一倍一年還穀五斗至五年本利俱完其原貸若干先借四十三石列左上倍之（八十六）減

所還（餘三十六）又倍之（七十二）又減（餘二十二）仍倍之（四十四）不足六石列左下又借四十四石列右上倍之（八十八）減所還（餘三十八）又倍之（七十六）又減（餘二十六）仍倍之（五十二）盈二石列右下併盈不足爲法左上乘右下右上乘左下得數併爲實以法除實得原穀四十三石七斗五升

四四 盈 二 乘得八十六

積八 積三百五十

三四 不足 六 乘得二百六十四

或依三率置五十爲實置三年之倍（一、二、四）併得七乘之加一爲法除之亦同

問逐兎百隻毎三人得四隻該幾人先借七十二人列左上以四乘三除（九十六）盈四隻列下另借九十人列右上以四乘三除（一百二十）不足二十列下盈不足併爲法左上乘右下右上乘左下得數併爲實以法除實得七十五人

〇九 不足 〇二 乘得一千四百四十

積一二十四 積一千八百

二七 盈 四 乘得三百六十

此問依三率三乘四除即得借此見例云

問甲乙丙共數六十乙多甲一倍外加四丙兼甲乙數外加六各該幾何先借六爲甲通乙丙數列左上（甲六乙十六丙二十八）共得五十比正數不足一十列左下又借八爲甲通乙丙數列右上（甲八乙二十丙三十四）共六十二比正數盈二列右下相併爲法次以左上乘右下以右上乘左下亦相併爲實

依法除得七零三之二爲甲數倍之加四得十九零三之一爲乙數兼甲乙加六得三十三爲丙數總合六十數

八 二〇 三四 六二 盈 二 乘得一十二

積一十二 積九十二

六 一六 二八 五〇 不足 一〇 乘得八十

問試以三十數隨手剖爲二以其一加六十以其一加二十而加六十者爲加二十者之三之二其剖分之數各幾何此取三十而隨意剖之且借二十爲甲數列左上列乙一十于次而各如問加焉察其數（甲二十加六十得八十乙一十加二十得三十）甲觀乙固不足三之二者（乙三十則甲之三分二該九十今卻八十）以不足一

十列左下又借二十四爲甲數列右上亦列乙六于其次
各加如問而察其數（甲二十四加六十得八十四乙六外加二十得二十六）甲又盈
乙三之二（乙二十六則甲之三分二者該七十八今却八十四）以盈六列右下盈不
足積併爲法次以左上乘右下以右上乘左下併爲實以
法除實得二十二又二之一爲甲數然後求三之二則七
零二之一
爲乙數也

四 六
二 一 盈 六 乘得 一百二十
積 一十六
二〇
二〇 不足 一〇 乘得 二百四十
積 二百六十

問甲乙丙三數甲加七十三得爲乙丙數者二乙加七十
三得爲甲丙數者三丙加七十三得爲甲乙數者四其實

數各幾何此因有三之二及四之三當借奇數爲通數以
求甲數而又因乙丙之加窄迫難折則疊用前法以徵之
且如借一乃奇數也以當甲列左上（左圖）加七十三（共七十四）當
兼乙丙而倍之（既以七十四爲兼乙丙當之則乙丙當併得其半共得三十七）因以折
半三十七爲乙丙數而乙與丙又衰分爲（乙加七十三得甲丙三之二又）
之（因尋乙所衰于丙者）依前法隨意衰之爲兩如借二爲乙衰另列于
左上（右圖）則丙係三十五矣列左次乃以二加七十三（得七十五）
以較甲丙合數未足三之二（甲一丙三十五共三十六則其三之二乃該一百零八今）
（乙衰二加七十三只有七十五）尚縮三十三列左下又借五當乙（三十七中之五）
列右上則丙係三十二矣列右次乃以五加七十三（得七十八）

以較甲丙有三之二否不足二十一（甲一丙三十二共三十三則其三之二該）
（九十九今乙衰五加七十三只七十八）列右下兩不足相減餘爲法而以左
上乘右下以右上乘左下相減餘爲實以法除實得一十
零四之一爲乙實乃列乙實于左圖初借立一之次既已
得乙實即得丙實（乙丙共三十七也乙得一十零四之一則丙得二十六零四之三）列于
又次

乙丙
五 二
二 三
不足 二 乘得 四十二
減餘 一十二
乙丙
二 五
三 三
不足 三 乘得 一百六十五
減餘 一百二十三
四二
一〇

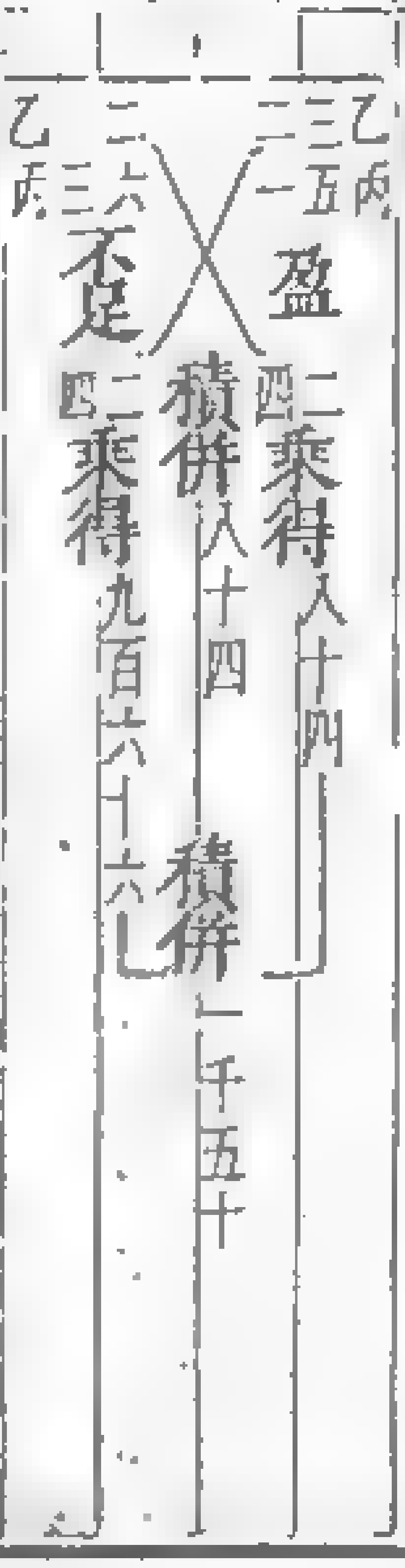
又另借三爲甲衰列右上加七十三（共七十六）以其半爲乙丙

衰（得三十八）而隨意分
之爲兩另作一法
如前焉如以二爲
乙衰列左上其餘
三十六乃丙衰列

甲 三
乙 二 三
丙 二 五 三
盈 三 六 三
甲 一
乙 一〇 四
丙 二 六 四
盈 五 四 四 三
減餘 之 一十八又四

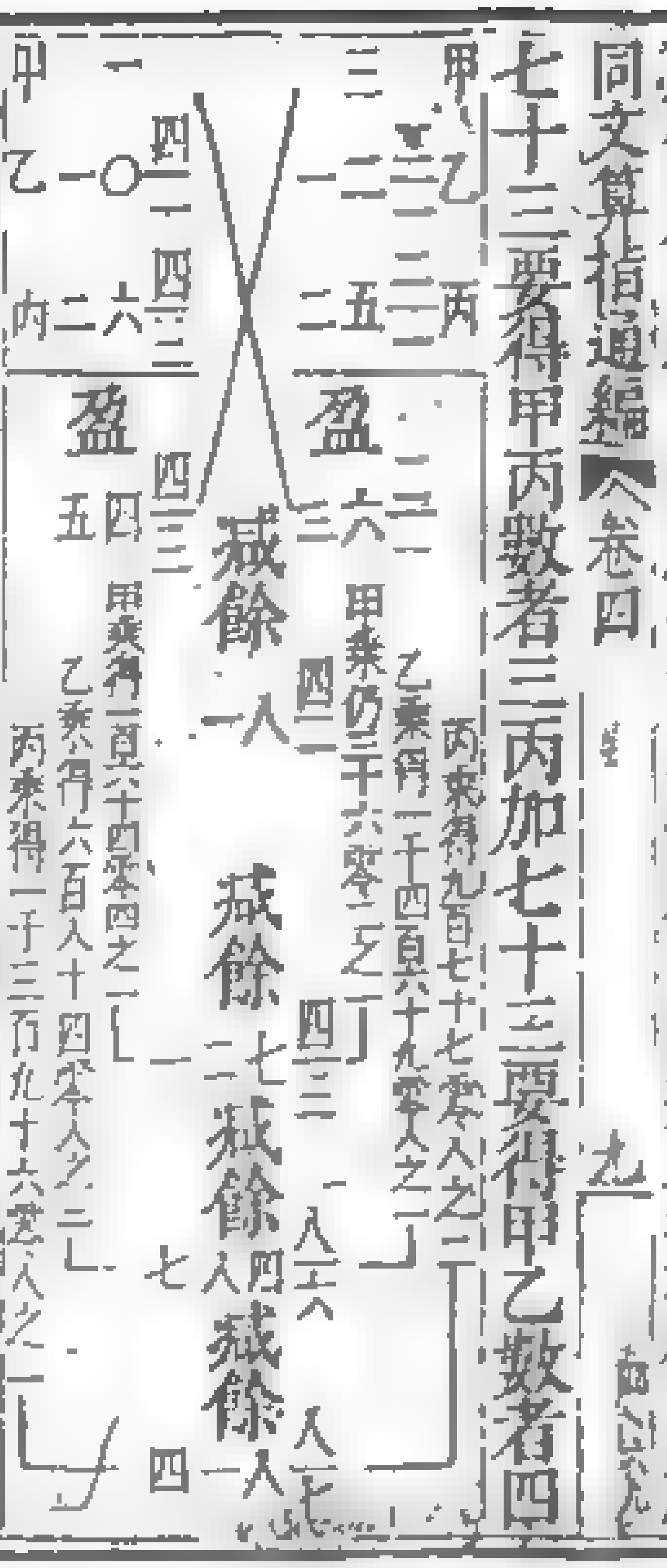
左次即以乙衰之二加其七十三（得七十五）與甲丙相較是三
之二否不足四十二（甲三丙三十六共三十九其三分之二乃一百一十七也今乙衰加之只七十五）
即以不足列左下另借二十三爲乙衰列右上其半十
五爲丙衰列右次以乙衰二十三加七十三（得九十六）與甲丙
相較是三之二否又盈四十二（甲三丙十五共十八其三分之二當是五十四今乙）

（衰之數與加數却有九十六）以盈列右下盈與不足相併為法仍以左
上乘右下以右上乘左下而相併為實以法除實得一十
二零二分之一為乙實乃列乙實于前所借甲三之次因
得丙實（乙丙共三十八乙既得一十二又二分之一則丙得二十五零二分之一）亦列于又次
俱照前式



乃依所問察之甲加七十三要兼乙丙數又多一倍乙加

七十三要得甲丙數者三丙加七十三要得甲乙數者四



如右圖左上甲衰及所加（共七十四）已兼乙丙之數與其倍數（乙丙共三十七乘而倍之則七十四也）而左次乙衰所加（共八十三）亦乘甲丙
數之三（甲丙共二十七又四之三以加二倍合乙衰）俱合原問惟左又次丙衰
及所加（共九十九零四之三）以合甲乙（共十一零四之一）如原問但欲得甲

乙數者四只須四十五今却九十九零四之三乃盈五十
四零四之三到此不合矣仍依互乘之法求之
右上甲衰及所加（共七十六）亦合乙丙兼數與倍數（乙丙共三十八兼倍之則七十六也）右次乙衰及所加（共八十五半）亦合甲丙亦具三因（甲丙共二十八半三因之得八十五半）惟右又次之丙衰及所加（共九十八零半）以合甲
乙（共十五又二之一）以四因之當得六十二今却九十八零二之
一乃盈三十六零二之一也不合原問仍依互乘之法求
之　于是以左上甲衰乘右下以右上甲衰乘左下相減
餘為實以左下右下相減餘為法除之得七為甲衰如欲
得乙衰則以乙之左右上下互乘相減以法除之得一十

七為乙衰如欲得丙衰亦以丙之左右上下互乘減除得
二十三為丙衰
問設有一數以與三相乘外加一十又以此乘四外加二
十又乘五外加三十又乘六外加四十即共得六千七百
此其原設數幾何其法先借二為主列左上以乘三（得六）外
加十（共十六）又與四相乘（六十四）加二十（共八十四）又與五相乘（四百二十）
加三十（共四百五十）又與六相乘（二千七百）加四十（共二千七百四十）以
比所問數（六千七百）不足三千九百六十列左下次借三列右
上以乘三（九）外加十（共十九）又乘四（七十六）外加二十（共九十六）又
乘五（四百八十）外加三十（共五百一十）又乘六（三千六十）外加四十（共三千一百）

以比所問數（六千七百）不足三千六百列右下兩不足相減餘
為法除之得一十三係原設

三　不足　三六〇〇　乘得　七千二百
二　不足　三九六〇　乘得　一萬一千八百八十
減餘　三百六十
減餘　四千六百八十

右法已除得十三者與三相乘（三十九）加一十（四十九）又與四
相乘（一百九十六）加二十（共二百一十六）以乘五（一千八十）加三十（共一千一百一十）
以乘六（六千六百六十）加四十實得六千七百合問

問二人共分銀一百兩不得其均若均分則每人當五十
兩然須甲還所得銀三之一乙又還所得銀五之一方得
每人五十兩其不均之分各得若干先借三十兩為甲衰
列左上亦列乙衰七十于次乃減甲三之一（減一十存二十）亦減
乙五之一（一十四）而以乙減歸甲（甲二十加乙一十四共三十四）以比五十
不足一十六列左下另借六十為甲衰列右上亦列乙衰
四十于其次乃減甲三之一（減二十存四十）亦減乙五之一（八）而
以乙減歸甲（甲四十加乙八共四十八）不足二列右下兩不足相減餘
為法以左上乘右下以右上乘左下相減餘為實以法除
實得六十四兩零七分兩之二為甲衰就一百兩內減甲
衰餘三十五兩又七分兩之五為乙衰合原分不均之數

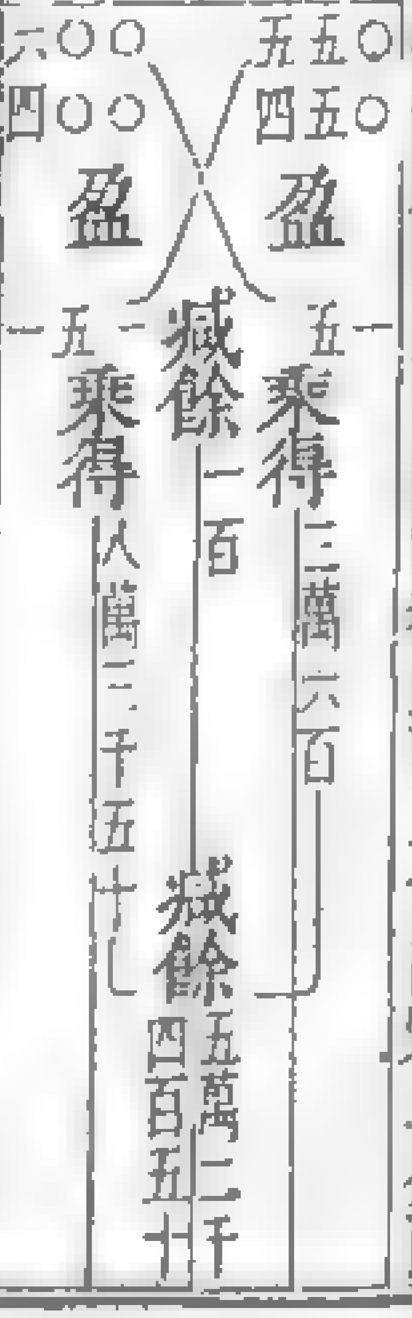
六〇　四〇　不足　二　乘得　六十
三〇　七〇　不足　一六　乘得　九百六十
減餘　一十四
減餘　九百

問二人共分銀一百兩未得其均須甲捐所得三之一乙
亦捐所得四之一和合平分乃各得五十兩其未均之數
各若干先借六十為甲衰列左上亦列乙四十于左次乃
減甲三之一（減二十存四十）減乙四之一（減一十存三十）和所減（甲二十乙一十
共三十）而均分之（各得十五）以甲所得十五合減存四十之數（甲原
存四十加十五得五十五）以比五十盈五數列左下另借二十四為甲

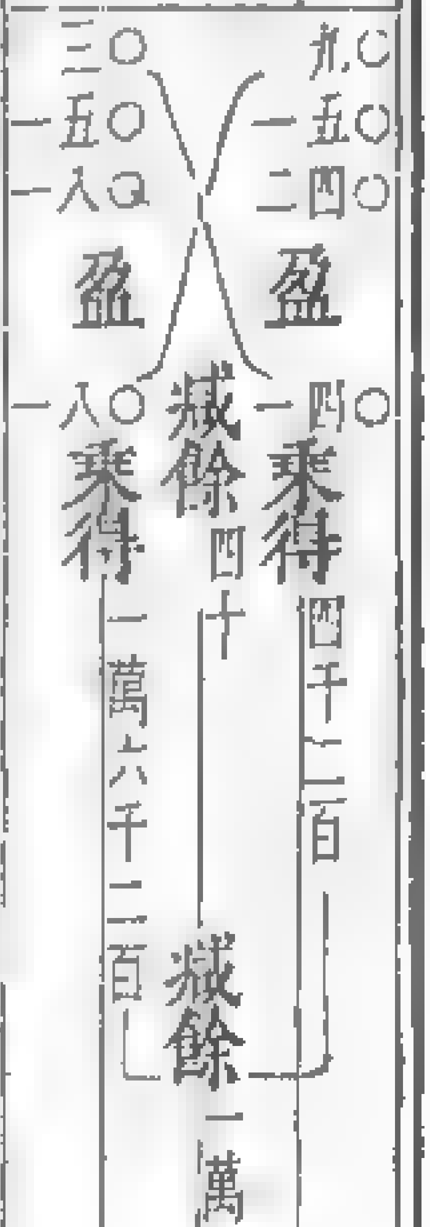
衰列右上亦列乙衰七十六于右次乃減甲三之一（減八存一
十六）減乙四之一（減一十九）和所減（甲八乙一十九共二十七）而均分之（各得十三
零二之一）以甲所得一十三半之數合減存一十六數（共二十九半）
以比五十不足二十半列右下盈不足相併為法右上乘
左下左上乘右下相併為實以法除實得五十二兩零十
七分兩之一十六為甲衰其餘四十七兩又十七分兩之
一為乙衰

二四　七六　不足　二〇　乘得　一千二百三十
六〇　四〇　盈　五　乘得　一百二十
積　二十五二一
積　一千三百五十

問以一千斛爲二甲多于乙四十九作何斛之其法借六百爲甲衰列左上亦列乙四百于次相較差二百以比四十九則盈一百五十一列左下另借五百五十爲甲衰列右上亦列乙四百五十于次相較差一百以比四十九則盈五十一列右下兩盈相減餘爲法以左上乘右下右上乘左下相減餘爲實以法除實得五百二十四零二分兩之一爲甲衰餘爲乙衰

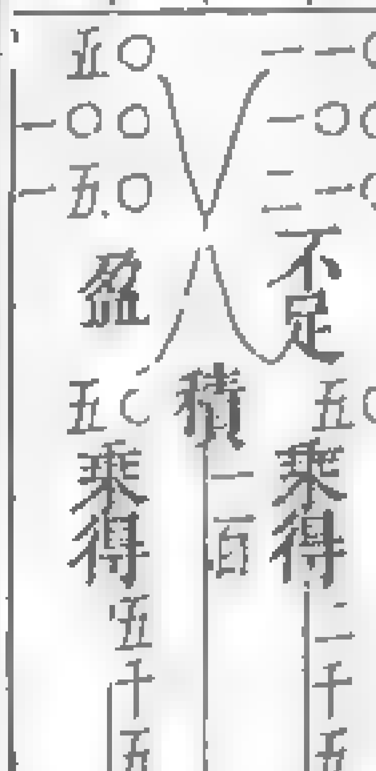


問香爐二座其蓋重一百五十斤以蓋加甲爐則多于乙二倍以蓋加乙爐則與甲爐正等此二爐各重若干其法借三十爲甲衰列左上蓋一百五十列左次共一百八十又列其次以三之一爲乙衰得六十以乙加蓋得二百一十比甲衰三十盈一百八十列左下另借九十爲甲衰列右上蓋一百五十列左次共二百四十又列其次取其三之一爲乙衰得八十以乙加蓋二百三十比甲衰九十盈一百四十列右下兩盈相減餘爲法左右上下互乘仍相減餘爲實以法除實得三百斤爲甲爐以加蓋得四百五十斤其三之一得一百五十斤爲乙爐



問香爐二座有一蓋其蓋重百兩加甲爐則其重比乙多二倍加乙爐則其重比甲多一倍此二爐各重若干其法借五十爲甲衰列左上蓋數一百列左次共一百五十又列其次而以其三之一五十爲乙衰以甲加蓋多乙二倍故加蓋得一百五十比甲衰五十盈五十列左下既倍甲五十只該一百今却一百五十故盈五十另借一百一十爲甲衰列右上蓋數一百列右次共二百

一十又列其次而以其三之一爲乙衰七十加蓋一百七十比甲衰一百一十不足五十列右下倍甲一百一十即該二百二十今却一百七十故不足五十盈不足相併爲法左右互乘積爲實以法除實得八十兩爲甲爐其加蓋三分之一得六十爲乙爐



問有人買雞鴨不知其數但云以其二之一加三之一又加四之一再加二十二共得一百此是幾何其法借一通數可以二三四分之者爲主先借十二列左上而以二之

一六三之一四四之一三併之得十三再加二十二共得
三十五以比一百不足六十五列所不足于左下另借六
十列右上而以二一十三一十二四一五十併之得六十五加
二十二共得八十七以比一百不足一十三列所不足于
右下兩不足相減爲法左右互乘相減爲實以法除實得
七十二爲所問之數以其二之一三十六三之一二十四四之
一十八再加二十二共一百隻

六〇 不足 一三 乘得 一百五十六
　　✕ 減餘 五十二　　減餘 三千七百四十四
一二〇 不足 六五 乘得 三千九百

問二商各携毋銀未知其數但云取乙十二兩與甲則乙
有甲六之一取甲十五兩與乙則甲有乙十之一其實數
若干法從乙起算先借二十兩爲乙衰列左上內減十二
餘八以當甲六之一用六因求甲四十八內還乙所加二十存
數三十六又捐十五與乙甲剩二十一其乙原餘八又取甲十二共二十今又加得三十
五以甲剩數較乙加數甲是乙十之一否甲二十一則乙當二百一十今
乙只三十五不足一百七十五列左下另借一百爲乙衰列右
上內減十二得八十八以六因求甲衰五百二十八亦還所加二十存
數五百一十六內除十五與乙甲剩五百一乙原餘八十八又取甲十二共一百今
加十五該一百一十五以乙較甲甲是乙十之一否甲五百一則乙當五千一十今

乙只一百一十五不足四千八百九十五列右下兩不足相減爲
法左右上下互乘相減餘爲實以法除實得十七兩零五
十九之二爲乙毋內捐十二兩與甲則實得五兩又五十
九之二以六因求甲得三十兩零五十九之十二內亦減
十二實得十八兩零五十九之十二再捐十五兩與乙加
乙原數十七兩又五十九之二共得三十二兩零五十九
之二以十之一
約之則三兩零
五十九之十二
也爲甲毋

一〇〇 不足 五九 八四 乘得 九萬七千九百
　　✕ 減餘 四千七百二十　　減餘 八萬四百
二〇 不足 七五 乘得 一萬七千五百

問二人所各携銀不知其數但云減乙六兩與甲則甲多
乙一倍減甲三兩與乙則與乙正等各實數幾何從乙多
數起算先借一十五兩爲乙衰列左上內減六存九以當
甲之半則甲該一十八內又除所加六得十二爲甲衰正
數內減三與乙則甲剩者九以甲所剩九較乙衰十五及
所加之三乃盈九甲九乙十八也列所盈于左下另借二十爲乙
衰列右上內減六存十四倍之爲甲衰當是二十八亦減
所加六實得二十二爲甲衰正數若取三與乙則甲剩十
九以甲之十九較乙之二十及所加之三又盈四甲十九乙二十三
三列盈數于右下兩盈相減爲法左右上下互乘相減餘

爲實以法除實得二十四爲乙衰內減六與甲餘倍之得
三十六甲先借六與乙則甲之本數只三十矣就三十之
內減其三兩併入乙二十四兩爲二十七甲三十減三亦
二十七故
其數正等

二〇 盈 四 乘得六十
一五 盈 九 乘得一百八十
減餘五　減餘一百二十

問漏壺一座注水其中下有三孔其甲孔流水二時而盡
乙孔流水三時而盡丙孔流水六時方盡若三孔俱開則
幾時水盡且借四時爲用列左上而各推其孔之大小流
水之遲速測之（甲二時一壺則四時當盡二壺乙三時盡一壺則四時當盡一壺零三之一丙六時盡一壺則四時當盡三分壺之二）得數併計之共以四時盡四壺而所問

者一壺也爲盈三列左下另借十時爲用列右上亦以時
推其多寡（甲二時一壺則十時該五壺乙三時一壺則十時該三壺零三之一丙六時一壺則十時該一壺零三之二）得數併計共以十時盡十壺比原問一壺又盈九
列右下兩盈相減剩六爲法上下左右互乘相減亦得六
爲實以法除實得一是三孔俱開則壺水一時瀉盡也

一〇 盈 九 乘得三十六
四 盈 三 乘得三十
減餘六　減餘六

問漏壺一具上有渴烏注水凡十二時而滿下有竅通天
池瀉水凡十八時而水盡若上注水下瀉水當幾時水可
滿且借二十爲滿候列上以推注瀉之時已知下瀉十八
時盡一壺則二十時當盡一壺零九分壺之一而其上注
二十時必能滿至二壺九之一方與此合乃且注且瀉只
有一壺三之二不足九分壺之四列左下另借三十時爲
滿候列右上而各推其時已知下瀉十八時盡一壺則三
十時當盡一壺零三之二而其上注三十時必須滿至二
壺三之二方與此合而又不然只滿二壺半亦不足六分
壺之一列右下兩不足相減餘爲法乃以右上乘左下以
左上乘右下減餘爲實以法除之

三〇 不足 六一 乘得六之二十
二〇 不足 九四 乘得九之一百二十
減餘一十八之五　減餘五十四之五百四十

問甲匠做工三十日完加乙匠則十八日完若獨用乙匠
須幾日完先要知甲匠十八日所做之工乃三十日內五
分之三則知乙匠十八日之工乃其五分之二也試借四
十日爲乙衰列左上以十八日完五之二推之則四十日
完九分工之八不足九之一列左下別借六十日爲乙衰
列右上亦以十八日五之二推之則六十日完全工外又
溢九之三列右下兩盈不足相併得九之四爲法次以左

上乘右下右上乘左下相併得九之一百八十爲實以法除實得四十五日完工

六○　盈　九三乘得九之一百二十
積得九之四
四○　不足　九一乘得九之六十

右乙匠十八日完五分工之二所少五之三者併該二十七日完以二十七加一十八是四十五也

問甲乙丙三人共博甲羸乙金二之一乙羸丙金三之一丙又羸甲金四之一事畢各剩金七百兩三人原携毋金若干法曰知三人原共金二千一百兩（三歸七百）三分之當于甲衰七百内與丙四之一又得乙二之一于乙衰當加入丙三之一又與甲二之一于丙衰當得甲四之一又與乙三之一乃先借一百兩爲甲衰列左上内除四之一（二十五）該存七十五而總有七百兩是所羸于乙者爲六百二十五兩而乙衰當爲一千二百五十兩矣列左次内輸去二之一則所剩當亦爲六百二十五兩又羸丙三之一而爲七百兩則亦得丙七十五兩而丙所携毋爲二百二十五兩矣又列其次内輸與乙三之一尚存一百五十加入得甲四之一（二十五）共得一百七十五兩以較原問不足五百二十五列左下別借二百爲甲衰列右上内除四之一（五十）

剩一百五十而總有七百以乙二之一足之則知乙衰二之一該五百五十兩而乙總數爲一千一百兩矣列右次内輸與甲二之一當剩五百五十兩又以丙三之一足之而爲七百兩則亦得丙一百五十兩而丙所携毋爲四百五十兩矣又列其次内輸與乙三之一尚存三百兩加所得甲四之一（五十）僅得三百五十兩比原問不足三百五十列右下兩不足相減剩爲法左右上下互乘相減剩爲實以法除實得四百爲甲毋推知乙毋八百（以甲四百減四之一存三百加入乙二之一該增四百是知乙毋八百）丙毋九百（以乙八百減二之一存四百加入丙三之一該增三百是知丙毋九百也甲毋四百羸四百輸一百乙毋八百輸四百羸三百丙毋九百輸三百羸一百俱剩七百而二入所携與所羸所輸者得矣）

二○○
一一○○
四五○　不足三五○　乘得三萬五千
減餘一百七十五
一○○
一二○○
二二五　不足五二五　乘得一十萬○五千
減餘七萬

問甲乙丙三商共販得子銀四百兩係毋銀分之乙比甲多分十二兩丙比乙多分十六兩要知各分若干先借一兩爲甲衰列左上推得乙該十三兩丙該二十九兩共四十三兩以視四百不足三百五十七兩以次列左下別借

二兩爲甲衰列右上推得乙該十四兩丙該三十兩共四
十六兩以視四百不足三百五十四兩以次列右下兩不
足相減剩爲法左右上下互乘得數減剩爲實以法除實
得一百二十爲甲衰以推乙衰一百三十二兩丙衰一百四
十八合問

二四〇　二三〇　四六　不足　四　三五　乘得三百五十四
二三九　二四三　不足　三　五比　乘得七百一十四
減餘二　減餘三百六十

問調兵征倭內有南北西三處兵馬南兵四萬北兵爲南
兵及西兵二分之一西兵爲南兵北兵三分之一要知北
兵與西兵各若干併南兵共若干先借二萬爲北衰列左
上推得南西二兵共該六萬而西兵僅該二萬列左次若
爲南北三之一則南北共只六萬而實七萬是盈一萬也
列左下又借二萬四千爲北衰列右上推得南西二兵共
該四萬八千而西兵僅該八千列右次若爲南北三之一
則南北共只二萬四千而實六萬四千又盈四萬也列右
下兩盈相減剩數爲法上下左右互乘得數亦相減剩爲
實以法除實得三萬二千爲北衰推知西兵二萬四千總
共九萬六千而北得南西二之一西得南北三之一

二四〇〇〇　入〇〇〇　盈　四〇〇〇〇　乘得一十二億
三〇〇〇〇　二〇〇〇〇　盈　一〇〇〇〇　乘得二億四千萬
減餘二萬　減餘九億六千萬

問黃金百斤製鑪一座既成慮匠人盜金和銀銷毀驗之
恐傷工本欲知和銀若干法以器貯水令滿已知水幾斤
乃以金鑪百斤入器內溢水六十五斤加水令滿別以純
金百斤入之溢水六十斤另貯滿水以銀百斤入之溢水
九十斤今借銀四十斤爲匠所換數列左上存金六十斤
列左次其鑪溢水六十五斤若以純金只溢六十斤推之
實在鑪內之金六十斤只該出水三十六斤又以純銀溢
水九十斤推之所和之銀四十斤亦該出水三十六斤共
該溢七十二斤今視原數六十五斤盈七斤列左下又借銀三
十斤爲匠所換數列右上存金七十斤列右次以純金溢
水六十斤推之則鑪金七十斤該出水四十二斤又以純
銀溢水九十斤推之則和銀三十斤該出水二十七斤共
該溢六十九斤今視原數六十五斤又盈四斤列右下兩盈相
減剩爲法左右上下互乘得數減剩爲實以法除實得一

十六斤零三分斤之二爲匠人盜和銀數其實在純金五六
八十三斤三分斤之一也蓋比例推之金百斤滲水六十
斤則八十三斤及三分斤之一該出水五十斤銀百斤盜
水九十斤則一十六斤及三分斤之二該出水一十五斤
合之得六十五斤合問

七〇 三〇 盈 四 乘得一百六十
六〇 四〇 盈 七 乘得二百一十
減餘三
減餘五十

問綾七尺羅九尺兩價適等其每尺之價羅少于綾者其
較三十六文此綾羅各價若干是爲匿價衰分法先借七

十二文爲綾價列左上則羅價當三十六文列左次各以
尺數乘之（綾七尺得五百〇四文羅九尺得三百二十四文）羅視綾不足一百八
十文不相等也又列其下別借一百文爲綾價列右上則
羅價當六十四文列右次各以尺數乘之（綾七尺得七百文羅九尺得五百七十六文）羅視綾不足一百二十四文亦不相等也又列其
下以兩不足相減餘爲法乃以左上乘右下右上乘左下
得數亦相減餘爲綾實以法除之得綾每尺價一百六十
二文再以左次乘右下右次乘左下各得數相減餘爲羅
實以法除之得羅每尺價一百二十六文又各以尺數乘之
綾七尺共一千一百三十四文羅九尺亦一千一百三十

四文正等

一〇〇 六四 不足 一二四 上乘得八千九百二十八 次乘得四千四百六十四
七二 三六 不足 一八〇 上乘得一萬八千 次乘得一萬一千五百二十
減餘五十六
減餘九千七十二
減餘七千五十六

問金九錠銀十一錠其重適等互換一錠則金輕十三兩
金銀每錠重若干此因互換一錠而金輕十三兩因知金
銀之較爲六兩五錢也乃先借一十三兩爲金衰列右上
則銀該六兩五錢列右次各以錠乘（金九錠得一百一十七兩銀一十一錠得七十一兩五錢）

金視銀盈四十五兩五錢列下另借二十四兩爲
金衰列左上則銀該一十七兩五錢列左次各以錠乘（金九錠得二百一十六兩銀十一錠得一百九十二兩五錢）金視銀盈二十三兩五錢又
列其下兩盈相減餘爲法

一三〇 六五 盈 四五五 上乘得十萬九千二百 次乘得七萬九千六百二十五
二四〇 一七五 盈 二三五 上乘得三萬五百五十 次乘得一萬五千二百七十五
減餘二百二十
減餘七萬八千六百五十
減餘六萬四千三百五十

以左上乘右下右上乘左下得數相減餘爲金實左次

乘右下右次乘左下得數相減餘爲銀實俱以法除得金
一錠重三十五兩七錢五分銀一錠重二十九兩二錢五
分而各以錠乘金九錠共三百二十一兩七錢五分銀十
一錠亦三百二十一兩七錢五分正等

問牛羊共二百羣總價一百六十八兩每牛三頭銀十二
兩羊四羫銀一兩五錢欲知牛羊各數各價若干此于大
總內又立小總法先以三歸十二得牛一頭價四兩以四
歸一兩五錢得羊一羫價三錢七分五釐而化兩及錢分
皆爲釐算之先借六十爲牛衰列左上則羊該四十列左
次而以各價乘之牛六十頭乘四千釐得二十四萬羊四十羫乘三百七十五釐得一萬五千併共

得二百五十五兩以視共價盈八十七兩列左下又借三十爲牛
衰列右上則羊該七十列右次而以各價乘之牛得一十二萬釐羊得二萬六千二百五十釐併共得一百四十六兩二錢五分以視共價不足二十一兩
七錢五分列右下併盈不足爲法依式互乘

三〇 七〇 不足二一七五
六〇 四〇 盈八七〇〇
上乘得十三萬五百
次乘得八萬七千
上乘得二十六萬一千
次乘得六十萬九千
併得一萬八百七十五
併得三十九萬一千五百
併得六十九萬六千

乃以左右上數互乘下併爲牛實左右次數互乘下併爲
羊實以法除得牛三十六羊六十四以各價乘得總

問雞兎同籠不言其數但云九十六頭三百零八足其雞
兎各幾何法以九十六頭爲主先借到雞四十八隻列右
上兎亦四十八隻列右次而以各足乘之雞二足乘四十八得九十六足兎四足乘四十八得一百九十二足併二百八十八足以較三百〇八足不
足二十列右下又借作雞六十隻列左上則兎該三十六
隻列左次而以各足乘之雞二足乘六十得一百二十兎四足乘三十六得一百四十四併二百六十四足以較三百〇八足不足四十四列左下
兩不足相減餘二十四爲法又以左上乘右下右上乘左
下各得數相減餘爲雞實以法除之得雞三十八隻其左

次右次亦如法乘減餘爲兎實以法除得兎五十八隻各
以兩足四足乘之合三百〇八足之數

四八 四八 不足二〇
六〇 三六 不足四四
上乘得一千二百
次乘得七百二十
上乘得二千一百十二
次乘得二千一百一十二
減餘二十四
減餘九百十二
減餘一千三百九十二

又法置九十六頭倍之得一百九十二以減總足餘一
百一十六足以二歸之得五十八爲兎數却以四足乘
之得二百三十二又以減總足餘七十六以二歸之得

三十八爲雞數蓋以兩物皆借作兩足起算者

以上原二十二條補七條與舊法盈朒略似然本無盈朒而借立一數以求盈朒乃以盈朒推之者與前借衰互徵之法俱極超妙雖至隱至奥之數用此推求未有不渙然氷釋者學人熟此二法於算義思過半矣其舊法盈朒童人所恒習亦附數條于後用相比擬

舊法未知借推之妙只立盈與不足或兩盈兩不足爲母兩毋相減爲法以毋子互乘之數求其物實以兩子或併或減之數求其人實大抵一盈一不足者相併爲實兩盈兩不足者減餘爲實俱如前法耳又有疊數盈朒（如幾人分幾許盈幾數幾人分幾許不足幾數之類）列作上中下三位所求人實亦取下層盈不足併減同前而取兩上相乘以爲通法更乘人實然後乃以上中互乘減餘爲法除之又以上中乘出之數互乘下層仍前併減以爲物實以法除之與人實同

問醵金買物每人出五兩盈六兩每人出三兩不足四兩人數物價各若干　左列五之六右列三之四互乘併之爲物實另併兩子（六四）爲人實兩毋相減餘二爲法除人實得人數五除物實得物價一十九兩或先得人數以乘出率五內減盈六及以乘三外加不足四皆同

三　不足　四　乘得二十
較二　╳　積　一十爲人實　積　三十八爲物實
五　盈　六　乘得一十八

右法若依借衰者且借立一數與五相乘內減六得若干又與三相乘外加四得若干如相同即所求之數若不同者則依盈朒推之假如借四人列左上以乘五減盈六得一十四亦以乘三加不足之四得一十六兩數相較不足二列左下又借七人列右上以乘五減盈六得二十九亦以乘三加不足之四得二十五相較盈四列右下以併左下共六爲法左右上下互乘併得三十爲實以法除實得五人以乘出率五內減盈六得一十九兩若以乘三加不足亦同

七　盈　四　乘得一十六
╳　積　六爲法　積　三十爲實
四　不足　二　乘得一十四

（此併二數爲法併乘數爲實以求人數與前兩毋減餘爲法而除人實物實及以乘出爲物實而以毋較除之者法稍異耳）

問衆人分穀每人五石盈三十石每人六石不足四十石其人穀各若干　以五之三十列左六之四十列右互乘併之爲穀實併兩子（三十四十）爲人實兩毋（五六）相減餘一爲法除人實得人數七十除穀實得三百八十石或先得人數即

以乘分率五外加盈三十及以人數乘分率六內減不足
四十亦同（前條係出率故減盈增不足此條係入率故增盈減不足）
六〇不足 四〇乘得 二百
較一 積七十為人實 積三百八十為物實
五〇盈 三〇乘得 一百八十
右法若用借裝者試借三十人列左上以乘五（一百五十）加三
十（一百八十）亦以三十乘六（一百八十）減四十（一百四十）以前數較盈
四十列左下另借一百人列右上以乘五（五百）加三十（五百三十）
郎以一百乘六（六百）減四十（五百六十）亦以前數較不足三十列
右下盈不足相併為法左右上下互乘併之為實以法除

實得七十為人數乃以人數乘五（得三百五十）外加盈三十為
三百八十石又以人數乘六（四百二十）內減不足四十亦三百
八十石
一〇〇盈 三〇乘得 九百
積七十 積四十九百
三〇不足 四〇乘得 四十
問以絹一疋作帳先揩成六幅比舊帳長六寸後揩成七
幅比舊帳短四寸新絹舊帳幅各長若干此先以幅數乘
盈不足數求之置六幅列左上以乘盈六寸得三尺六寸
列左下置七幅列右上以乘不足四寸得二尺八寸列右
下左右上下互乘併之為絹實另併盈不足（三尺六寸 二尺八寸）為
舊帳幅實而以七幅六幅相減餘一為法除之得絹長四
丈二尺舊帳幅長六尺四寸
七不足 二八乘得 一丈六尺八寸
較一 積六尺四寸為舊帳實 積四丈二尺為新絹實
六盈 三六乘得 二丈五尺二寸
問直田一段欲截一半另倒第云截長六步不足七步截
長八步盈九步所截步及原濶步各若干列六之七及八
之九互乘併之為截積（半之）實併子數為原濶之實而以兩
母相較餘二為法除之得原濶之步八得截積之步五十
九

八盈 九乘得 五十四
較二 積十六為濶實 積一百一十為截積實
六不足 七乘得 五十六
以上係一盈一不足者
問每人出銀三兩五錢盈六兩每人出銀二兩三錢盈二
兩八錢人數物價各若干此以兩出率左右列及以兩盈
各置出率之下互乘得數相減餘為物實以兩盈相減餘
為人實又以出率相減餘一二為法除物實得價五十兩除
人實得一十六人
三三盈 二八乘得 九十八
較二 較二十為人實 較一百為物實
五二盈 六〇乘得 一百九十八

問每人出銀五兩不足四兩每人出五兩四錢不足二兩
人數物價各若干列兩出率及兩不足互乘得數亦相減
餘爲物實以兩不足相減餘爲人實又以兩出率相減餘
四爲法除人實得五人除物實得價二十九兩

五四 不足二〇 乘得一百
較四 ╳ 較二十爲人實　較一百一十六爲物實
五〇 不足四〇 乘得二百一十六

問井不知深將繩摺作三股入井汲水餘繩四尺次將繩
摺作四股入井繩餘一尺井深繩長各若干置三股四股
爲毋各以所盈數乘之以三乘四尺得一十二尺以四乘一尺得四尺左右列位

互乘得數相減餘爲繩實以前所乘出兩盈數相減餘爲
井深之實乃以二毋相減餘一爲法除繩實得繩長二丈
六尺除井實得井深八尺

四 盈 四 乘得一十二
較一 ╳ 較八爲井實　較三十六爲繩實
三 盈 一 乘得四十八

以上兩盈兩不足者

問每人出銀二兩五錢盈六兩每人出二兩三錢適足人
數物價各若干置出率各以盈適足乘之除適足無乘只
以左盈乘右出率爲物實以盈數爲人實仍以兩出率相
減餘二爲法除物實得物價六十九兩除人實得三十人

或不乘盈數徑求人數而以所得之人數乘適足之出率
者亦得物價同前

二三 適足
較二
二五 盈 六〇 乘得一百三十八爲物實

問每人出銀七兩不足一十四兩每人出九兩適足人數
物價各若干仍前列位以右九乘左不足爲物實以不足
爲人實兩出率減餘二爲法除人實得七人除物實得價
六十三兩或不以乘法求物實徑求人數而以人數乘適
足之出率亦得物價同前

九 適足
較二
七 不足 一四 乘得一百二十六爲物實

問以米換布換九疋適足換七疋多米四斗其米數布價
各若干置出率及盈適足以盈數爲實以兩出率減餘爲
法除之得每疋值米二斗乃以適足之九疋乘之得總米
一十八石

七 盈 四爲米實
較二
九 適足

以上係盈與適足及不足與適足者

問每八人共出銀七兩盈四兩五錢每九人共出六兩不足三兩人數物價各若干此曡數盈朒也布位三層先立通數以乘人率法取左上右上相乘爲之七十二乃以上中二位左右互乘得數左六十三右四十八相減以其餘數一十五爲後除人實物實之法而各以乘得之數與下位左右互乘左二百一十六右一百八十九併之四百零五爲物實以法除得價二十七兩仍併盈不足數爲人實之率七十五而以前求通法七十二乘之得數五千四百爲人實亦以法除得三十六人此法與前數條大畧相同但物實則以上中乘出之數乘其下位盈朒之數而人實則增二上相乘通數以與再乘其所除人實物實之法則前條直以出率減餘爲之此以上中互乘得數相減餘數爲之此其小異耳

上　中　下

九　乘七二　八

六　互四八　不足三〇　互乘得一百八十九

七　乘三六　盈四五　互乘得二百一十六

較五　積七五　通法乘五四〇〇人實

積四〇五物實

問每六人共出銀九兩盈三兩每四人共出銀七兩盈六兩人數物價各若干法以左上右上乘得數爲通法二十四次以上中互乘左得三十六右得四十二相減餘六爲除人實物實之法六又以互乘所得之數與下兩盈數互乘左得二百一十六右得一百二十六相減餘爲物實九十以法除得價一十五兩以兩盈相減餘三爲人實之率而以通法二十四乘之得人實七十二以法除得一十二人　其曡數兩不足倣此

上　中　下

四　乘二四　六

七　互四二　盈六　互乘得一百二十六

九　乘三六　盈三　互乘得二百一十六

較六　較三　通乘七二爲人實

較九〇爲物實

問每三人共出銀伍兩多一十兩每五人共出銀九兩適足人數物價各若干法以左上右上相乘得數爲通法一十五次以左上乘右中七二十右上乘左中五二十相減餘二爲除人實物實之法次以右中得數乘左下盈得二百七十兩爲物實以法除得價一百三十五兩就以左下盈一十爲人實率而以通法一十五乘之爲人實一百五十以法除得七十五人

上　中　下

五　乘一五　三

九　互二七　適足

五　乘二五　盈一〇　乘得二百七十爲物實

較二　通乘一百五十爲人實

其曡數不足適足倣此

右曡數盈朒

問銀未知數以買物用三分之二盈三兩用五分之三不足一兩銀數物價各若干法取子毋互乘以通盈朒之數如子數二互乘毋五得一十以通朒一兩得一十兩列左

子數三互乘毋三得九以通盈三兩得二十七兩列右乃以
以左中乘右下七十二百右下乘左下十九併之三百六十而以兩子
相乘六為法除之得六十為銀實而以左上右上減餘一為
法除之仍得總銀六十兩次併盈朒二數三十七為物實而
以法除得價三十七兩

上 中 下
三 盈 二 九 盈 七二 互乘得 二百七十一
╳乘六 較 ╳ 積三七 積三百六十以乘子六除得銀實六十
五三 不足 一〇 不足 一〇 互乘得 九十七

問銀未知數取六分之四買物盈二兩取四分之三買物

盈三兩五錢銀數物價各若干以子數四互乘毋四得一
十六以通盈三兩五錢得五十六兩列左以子數三互乘
毋六得一十八以通盈二得三十六列右乃以左中乘右
下五百七十六以右中乘左下一千零八減餘四百三十二亦以兩子相
乘一十二為法除之得三十六為錢實以左中右中減餘二為法
除之得總銀一十八兩別以兩盈相減餘一十二為物價之實
仍以法除得物價一十兩

上 中 下
一十六四 盈三〇 八一 盈三十六 乘得五百七十六 一千零八
╳ 較 ╳ 較二〇為物實 較四十二以子乘二除得三十六為銀實

四三 盈三五 六 盈五六 乘得 一千零八

問派納官銀不言其數但知有甲乙二等戶乙戶所辦當
甲戶十之八先令甲等八戶乙等五戶納之不足五兩後
令甲等六戶乙等八戶納之不足二兩其派銀數及各戶
則例若干法以甲乙二衰乘戶數各併之列位以甲衰一十乘八得八十乙衰八以乘五得四十併得一百二十戶列右又以甲衰十乘六得六十以乙衰八乘八得六十四併得一百二十四戶列左
以兩不足數系之互乘相減餘為銀實二百六十兩乃
以二上相減餘四為法得官派銀六十五兩別以兩不足
數相減餘三兩為則例之實以法除之得五錢而以各衰乘
之甲衰一十乘得五兩為甲等一戶辦數乙衰八乘得四

兩為乙等一戶辦數

一二四 不足 三〇 乘得 三百六十
較四 ╳ 較 二 為則例實
一二〇 不足 五〇 乘得 六百二十
較 二六〇 為銀實

問錢未知數以買物取二分之一盈四文取七分之三適
足錢數物價各若干先取毋子互乘一乘七得七列右三
乘二得六列左而以六互乘盈四得二十四列右下即以
為物價之實兩毋減餘為法一除得物價二十四文又以
適足之毋七乘盈數四得二十八得數為錢實一百六十八而以原子

一三相乘得數為法三除之得錢二十五文

三一 盈四　六 盈四 二為物實乘得一百六十八為錢實
乘三　較一
七三 適足　七 適足

問糴麥不知數但云取三分之一糴銀八兩適足七三取八分之三糴銀十兩不足二石總麥石數若干每銀一兩糴麥若干法取兩子毋互乘得數各通糴銀（以毋三互子三得九通八兩得七十二以毋八互子一得八通一十兩得八十）另以所通得數七十二列左八十列右乃以適足銀八乘不足之麥二得數一十六石列右下如不足適足例而取適足所通出之銀率二七十以乘不足所

乘出之麥率一十六得數一千一百五十二又以兩子相乘三為法除之以為麥實左中右中相減餘八為法除得總麥四十八石另以不足乘出一十六為銀實亦以法除八得麥二石價銀實一兩

八三 ○ 一 不足二○ 八 不足一六 乘得一二 以三除 為麥實八 除得麥四八
乘三　較八
三一 八 適足　二七 適足　右毋子盈朒

同文算指通編卷五

雜和較乘法第八

諸物互和未易縷析必取互乘之數較餘為用以少除多得一數以推其他而纖悉見矣若條縷多者別立正負為算別同異以分加減總歸于去煩就簡故率除首列同乘減盡一數而其餘則各類相同者減之相異者加之其最繁者亦視首列所主為用如首以同名減則其下同減而異併首以異名減則其下異減而同併大要與盈縮相近而又濟盈朒之窮（盈朒各方程又前疊借互徵亦同頭緒多者賴此為便）

問鼎三爵二共重一百五十五兩又鼎四爵五共重二百

六十五兩鼎爵各重若干將二項左右對列各作三段遞互徧乘之又相對較之視其餘數以少除多而互得其重如以爵乘則反得鼎重以鼎乘則反得爵重且如以右鼎徧乘左行（重二百六十五 鼎四得一十二 爵五得一十五）以左鼎徧乘右行（鼎三得一十二 爵二得八 重一百五十五得六百二十）各得數相減兩鼎數相等減盡不用兩爵數減餘七又兩重減餘一百七十五以少除多七為法一百七十五為實除得爵重二十五兩以右中爵二乘之得五十兩以減右總餘一百零五兩亦以右鼎三除得每鼎重三十五兩

鼎三得一十二 以乘左行 爵二得八　重一百五十五兩得六百二十

鼎四（以乘右行得一十二）桑五（得一十五）　重二百六十五兩（得七百九十五）

右法若以桑徧乘其以七爲法亦同所得減餘之實凡二百四十五以法除之先得毎鼎三十五兩以右鼎三乘之得共鼎一百五兩以減右行重數餘一百兩爲二桑重數若以左鼎四乘之得共鼎一百四十兩以減左行重數餘一百二十五兩爲五桑重數

問紗三疋絹四疋共價四兩八錢又紗七疋絹二疋共價六兩八錢紗絹各價若干亦將二項左右列之各三段徧乘如以右紗徧乘左行（紗七得二十一　絹二得六　價六兩八錢得二十兩四錢）左紗徧乘右行（紗三同上　絹四得二十八　價四兩八錢得三十三兩六錢）各得數對減其兩

紗減盡不用兩絹減餘二十二爲法兩總減餘一十三兩二錢爲實以法除實得絹毎疋價六錢就以右絹四乘得共價二兩四錢以減右總價尚餘二兩四錢爲右紗三疋之價得毎疋價八錢

紗三（與左乘得二十一）絹四（得二十八）共四兩八錢（得三十三兩六錢）

紗七（與右乘得二十一）絹二（得六）共六兩八錢（得二十兩四錢）

右式若以絹徧乘其法同前但減餘之實一百七十六以法除之亦得八錢爲疋紗之價以右紗三乘得二兩四錢就以減右總價餘二兩四錢爲四絹之價若以左紗七乘得五兩六錢就減左總價餘一兩二錢爲二絹之價

問筆三管換硯七箇貼硯價四百八十文別以硯三箇換筆九管貼筆價一百八十文筆硯各價幾文依前左右三行列之而以硯爲正筆爲負互乘得數却于正負同名者對減異名者對加求之

硯正七　筆負三（負九）　價正四百八十文（正一千四百四十）

硯正三（正二十一）　筆負九（負六十三）　價負一百八十文（負一千二百六十）

右硯正七乘左（硯正二十一　筆負六十三　價負一千二百六十）左硯正三亦乘右（硯正二十一　筆負九　價正一千四百四十）得數兩硯正同名減盡兩筆負同名減餘五十四爲法兩價正負異名加併得二千七百爲實

以法除實得五十文爲一筆之價取右行筆負之三乘之得一百五十加入價正四百八十共六百三十卽右硯七箇總價以七除得九十文爲一硯之價若取一筆之價以左行筆負之九乘之得四百五十則當就內減總一百八十餘二百七十卽左行三硯之價

若移置筆負爲法徧乘者得異併之實四千八百六十文以法除之（五十四）得九十文爲硯價

問七鍘九鈒共重九兩四錢鍘重鈒輕于中互換其一輕重適等不知各重若干此依互換者列位一係六鍘一鈒一係一鍘八鈒而中分其總重之數

鍘六　釵一　四兩七錢
鍘一　釵八（四十八）　四兩七錢（二十八兩二錢）
先以右鍘六徧乘左行（釵八得四十八價四兩七錢得二十八兩二錢）次以左鍘
一徧乘右行（鍘一價四兩七錢）對減餘四十七者爲法餘二十三
兩五錢者爲實以法除實得五錢爲一釵數以減右行總
重（四兩七錢）餘四兩二錢即六鍘共數六除之得每鍘重七錢
若移用右行鍘一左行釵八爲法徧乘者得減餘之實
三十二兩九錢以法除之（四十七）先得七錢爲一鍘之重
問錢一萬文以買二馬一牛則不足半馬之價以買一馬
二牛則餘半牛之價其牛馬價各若干此當以不足半馬

者損爲一馬零二分馬之一及一牛以餘半牛者益之爲
一馬及二牛零二分牛之一依法列之而以整帶零之法
乘除之
馬一匹二之一　牛一頭　價一萬文
馬一匹（一匹二之一）　牛二頭二之一（三頭四之三）　價一萬文（一萬五千）
先以右馬偏乘左行（馬一匹二之一牛三頭四之三價一萬五千）次以左馬偏
乘右行（馬如上牛一　價一萬文）其兩馬減盡兩牛減餘二頭又四之
三爲法兩價減餘五千文爲實以法除實得一千八百一
十八文又十一之二爲牛價以減右行總價（一萬文）餘八千
一百八十一文又十一之九以馬一匹又二之一除之得

五千四百五十四文又十一之六爲馬價
問甲乙二窖積粟不知各幾何但云取乙三之一與甲及
取甲二之一與乙則各滿二千石其原窖幾何此零法照
前列位互乘甲得六千乙得四千減餘二千爲實而以兩
毋相併得五爲法除之得四百以乙毋之三乘之得一千
二百石爲乙窖原粟餘八百石以甲毋二乘得一千六百
石爲甲粟其必各以毋乘者蓋前所除得只是子數必歸
毋見整故也
甲二之一　二千文（六千）
乙三之一　二千文（四千）

問治地不知畝數每工種麥三畦種菽四畦共三百零一
工其菽麥畝并工數各若干此爲雙頭單脚互乘取三四
左右列之併得七爲法其下列工數
麥三畦　——三百〇一工——
菽四畦
若求菽數者右三乘總工（九百三）以法除得一百二十九爲
菽畦以四乘得工五百一十六即以右三除得麥畦數若
求麥數者左四乘總工（一千二百四）以法除得一百七十二爲
麥畦以三乘得工數如前亦以左四除得菽畦
鍋夫不知數但云二人共飯三人共酒四人共肉總用

飯酒肉六十五分計夫若干列三位維乘（二乘三得六又三乘四得一十二）
（二又四乘二得八）併得二十六爲法另用乘併之法（以二乘三得六以乘四得二十
四）得數以乘總分（六十五）　二人
得一千五百六十爲實　三人　六十五分
以法除得六十爲夫數　四人
問銀二百六十四兩買牛羊共一百牽毋牛三頭價二十
兩毋羊四羜價一兩五錢內牛羊併價各若干以牛羊各
價依子毋左右列之互乘得數（牛乘羊四兩五錢羊乘牛八十兩）減餘七
十五兩七錢爲法另列總牽總價于下如求牛數者先以
羊四乘總價（一千五十六）以羊價乘總牽（一百五十）減餘（九百零六）爲實

以法除得一兩二錢爲牛衰以右位牛三乘得三十六頭
以二十乘得共價二百四十兩就總內減牛數餘爲羊數
牛三　二十兩
羊四　一兩五錢　一百牽　二百六十四兩
若先求羊數者以牛三乘總價（七百九十二）以牛價乘總牽（二千）
減餘（一千二百零八）爲實亦以法除之得一十六爲羊衰以左位
羊四乘得六十四羜以一十五乘得二十四兩就總內減
羊亦得牛數
問用匠五千名包磚板隄共四千九百九十五方定限毋
日匠九名包板隄十一方匠七名包磚隄四方磚板隄匠

各若干以毋子左右對列互乘得數（九乘四得三十六七乘十一得七十七）
減餘四十一爲法另列總匠總隄于下
九名　十一方
七名　四方　五千名　四千九百九十五方
若求板隄數者左七乘總方（三萬四千九百六十五）四乘總匠（二萬）減
餘（一萬四千九百六十五）爲實以法除之得三百六十五爲板衰以
乘右九得板匠三千二百八十五名以乘十一得板隄四
千一十五方于總內除板隄餘皆磚數或求磚隄數者右
九乘總方（四萬四千九百五十五）十一乘總匠（五萬五千）減餘（一萬零四十五）爲
實以法除之得二百四十五爲磚衰以乘左七得磚匠一

千七百一十五方以乘四得磚隄九百八十方于總內除
磚隄餘即板數
問七人釀金不知總數亦不知各數第云甲乙共二十三
兩七錢戊己庚共二十六兩一錢亦不知丙丁共數此七
人各若干法先求隔毋且以甲乙二列左戊己庚三列右
取右衰三增一爲四（與後章求隔毋法同）仍以右衰（三）乘之得數（十二）
減半（六）又減去右衰（三）餘三爲右中率取左衰（二）乘總位
（七人）得數（十四）內減右衰（三）餘十一爲左中率而各以共金數
列其下
右三　三　二十六兩一錢
左二　一十一　二十三兩七錢

乃以左二徧乘右中三得六下二十六兩一錢得五十二兩二錢以右三徧乘左中十一得三十三下二十三兩七錢得七十一兩一錢各得數相減中餘二十七為法下餘一十八兩九錢為實以法除實得七錢為隅毋之數別取甲乙共數二十三兩七錢併入隅毋七得二十四兩七錢減半得一十二兩二錢為甲金數內減差數七得十一兩五錢為乙金數其餘以七遞減各得丙十兩八錢丁十兩一錢戊九兩四錢己八兩七錢庚八兩

問竹第一莖九節下大上細下三節共盛粟三升九合上四節共盛粟三升中二節不知數要見每節盛粟若干亦先求隅毋數為逐節相較之率取上三列左下四列右以右四加一為五與右四相乘得數二十減半十又減右四得

六為右中率別以左三乘總位九得數二十七內減右中率六得二十一為左中率各以所共盛之數從之

右四	六	三升
左三	二十一	三升九合

乃以左三徧乘右中六得一十八下三升得九升以右四徧乘左中二十一得八十四下三升九合得一十五升六合得數相減中餘六十六為法下餘六十六為隅毋率別以左三共粟為實三升九合以法六十六乘之得二百五十七分四釐以三除之因係二節故也得八十五分八釐是第八節數加毋率六分六釐得九十二分四釐是第九節數若減毋數六分六釐得七十九分二釐是第七節數其餘遞減毋率第六節得七十二分六釐第五節得六十六分第四節得五十九分四釐第三節得五十二分八釐第二節得四十六分二釐第一節得三十九分六釐而仍以法除之第一節六合第二節七合第三節八合第四節九合第五節一升第六節一升一合第七節一升二合第八節一升三合第九節一升四合其以中餘六十六為法下餘為實以法除實者得一合為隅毋率以三除左總三升九合得一升三合為第八節數以一合加減之亦得第七第九節數以次推之同前

問四雀六燕七鴿共集于衡重八錢九分又三雀五燕九鴿共重八錢一分又五雀七燕八鴿共重一兩六分三禽各重若干法置左右中三行三色及總重作四段列之先以右行五雀徧乘中行雀一十五燕二十五鴿四十五共重四兩零五分又以

中行三雀徧乘右行雀一十五燕廿一鴿廿四共重三兩一錢八分對減餘數另列于後圖右餘四燕廿一鴿共重八錢七分次以右行五雀徧乘左行雀二十燕三十鴿三十五共重四兩四錢五分以左行四雀徧乘右行雀二十燕廿八鴿三十二共重四兩二錢四分亦對減而以餘數另列于後圖左餘二燕三鴿共重二錢一分

五雀中一十五左二十	七燕中二十一左二十八	八鴿中二十四左三十二	共重一兩六分中三兩一錢八分左四兩二錢四分
三雀一十五	五燕二十五	九鴿四十五	共重八錢一分四兩五分
四雀二十	六燕三十	七鴿三十五	共重八錢九分四兩四錢五分

再置前圖減餘而以右燕四徧乘左行左燕二亦乘右行

餘四燕	餘廿一鴿四十二	共餘八錢七分一兩七錢四分
餘二燕	餘三鴿十二	共餘二錢一分八錢四分

乘訖對減鴿餘三十爲法共重餘九錢爲實以法除實得
三分爲一鴿之衡就以乘左餘鴿三得九分以減左重餘
一錢二分爲二燕之衡卽知毎燕重六分也既得一鴿之衡以乘右餘
鴿二十一及減右重亦得毎燕六分乃于前左行原價八錢九分之内減去
原鴿七二錢一分原燕六二錢六分各重數其餘三錢二分以雀四
除之得毎雀重八分或于前右行中行原數内減乘皆同
問牛一頭馬一匹驢三匹皆載物七百斤上坡皆不能上
牛借馬一匹馬借驢一匹驢借牛一匹方上其三等力各
若干列左中右三行以三畜及總物爲四段

正牛一　借馬一　○　七百斤

○　正馬二二　借驢一一　七百斤

借牛一　○負一二　正驢三六　七百斤斤一千四百

先右行正牛一徧乘左行得數又以左行借牛一徧乘右
行得數乘借馬一一如一乘物仍七百斤對減盡因左行中○無減乃倣
右馬乘出之數爲立負馬一以俟另乘次以中行正馬二
徧乘左行中下得數負一得二原驢得六下物一千四百斤復以左行負一
爲法徧乘中行中下得數正馬得二借驢得一下物仍七百斤以對減正
負馬同名減盡正借驢異名相併得七爲法下物同名相
減餘七百斤爲實以法除實得驢力一百斤取中行物實
七百内減一驢之力餘六百卽二馬之力以二除得毎馬三

百斤又于右行物實七百亦減一馬之力餘四百卽一牛力
右法或更置其位先求一馬之力

借驢一　正馬二六左○　七百二千一百左減餘一千四百

○　借馬一六　正牛一六　七百四千二百左減餘三千五百

正驢三　○負六六　借牛一　七百七百

先以右行借驢一徧乘左行中下得數亦卽以左行正驢
三徧乘右行中下得數正馬得六下物二千一百因左馬空○乃如右
馬乘得之數亦置負六相減三畜俱減盡下物餘一千四
百次以中行借馬一徧乘左行中下得數而以左行負六
徧乘中行中下借馬六正牛六下物四千二百牛數正借異名以相併得

數七爲法下物中左同名相減得三千五百又以右下餘
物減之得二千一百爲實以法除實得三百斤爲一馬之
力然後取右行物實減二馬力餘一百見一驢之力又取
左行物實減三驢之力餘四百見一牛之力
問砝二斤黄三斤價錢二千四十文又黄五斤碌六斤價
六百四十文砝三斤碌七斤價二千九百八十文三色各
價若干依式左右中列之

砝二　黄三九　○　價二千四十文六千一百二十

○　黄五四十五　碌六　價六百四十文

砝三　○負九四十五　碌七四十二　價二千九百八十文五千九百六十

先以右行䘵二徧乘左行得數（䘵得一千四百價得五千九百六十）次以左行䘵三徧乘右行得數（黄得九價得六千一百二十文）於左行○位照右立負九而與右行相對三色俱減盡其價餘一百六十文

又以中行黄五另列右徧乘左行（䘵七十價八百）以左行負九另列左徧乘右行（䘵得五十四價得五千七百六十）

黄五（四十五）　䘵六（五十四）　價六百四十（五千七百六十）

○負九（四十五）　䘵餘一十四（七十）　價餘一百六十（八百）

以相減黄與○同數減盡䘵係正負異名併得一百二十四為法兩價同名相減餘四千九百六十為實以法除實得四十文為䘵一斤之價乃於前圖中行原價內減䘵六斤價（二百四十）餘四百文悉黄價以黄五除之得每斤價八十

文又于右行原價減黄三斤價（二百四十）餘一千八百文悉䘵價以二除之得每斤九百文

問鴈二雉三換穀五十七升鴈五兔四換穀一石雉三兔二換穀五斗三升每色每箇價穀若干先以右行鴈二徧乘左行得數（鴈一十兔八穀二石）亦以左行鴈五徧乘右行（鴈一十雉十五穀二石八十五升）以相減鴈盡雉係○照立負十五兔無減仍八

穀餘八十五升

鴈二　雉三（左一十五）　○　穀五斗七升（左二石八斗五升）

○　雉三（左四十五）　兔二（右三十）　穀五斗三升（右七石九斗五升）

鴈五　○負十五（中四十五）　兔四（右八中二十四）　穀一石（右二石減餘八斗五升中乘一石五十五升）

另以中行雉三徧乘左行中下（雉負四十五兔二十四穀二石五斗五升）左行雉負徧乘中行中下（雉四十五兔三十穀七石九斗五升）以相對雉減盡兔係正負異併得五十四為法價穀同名相減餘五石四斗為實以法除實得一斗為一兔價就于中行穀內減二兔價餘三斗三升悉雉價以中雉三除之得每雉一斗一升即于右行穀內減三雉價餘二斗四升悉鴈價以右鴈二除之得每鴈一斗二升

問賣二牛五羊買十三豕餘價銀五兩賣一牛一豕買三羊適足賣六羊八豕買五牛不足三兩各價若干此以賣

為正買為負餘為正不足為負而正為主則同減異併負為主則同併異減如前求之列左右中三行以右行牛二徧乘中行得數（牛正二羊負六豕正二）其中行牛一亦徧乘右行（牛二同正減盡羊正五與中行負六異名併得負十一豕負十三與中行豕正二係異名併得正十五價正五中空無減）又右行牛二徧乘左行（牛十羊十二豕十六價六）其左行牛五亦徧乘右行（牛十正負異名減盡羊正二十五與左正十二同名併得正三十七豕負六十五異減豕正餘得負四十九價正二十五異減左負餘負一十九）依法或減或併訖

牛正二（中二左一十）　羊正五（中五左二十五）　豕負十三（中十三左六十五）　正五兩（中五左二十五）

牛正一（右二）　羊負三（右六）　豕正一（右二）　○足

牛負五（右十）　羊正六（右十二）　豕正八（右十六）　負三兩（右六）

乃別列減併之數仍分正負互乘之如後圖羊負十一爲法以乘左行中下 羊正得四百零七豕負得五百三十九價負得二十兩九錢 亦以羊正三十七而乘右行中下 羊負同數異名減盡豕正得五百五十五與左豕負異名減餘一十六價正一十八兩五錢與左異減餘二兩四錢 以減餘豕正一十六爲法價正二百四十爲實以法除實得豕價一兩五錢就以右行豕正十五乘 二十二兩五錢 加正價 五兩 共二十七兩五錢俱羊價以十一除之得每羊二兩五錢復以前圖右行豕負十三乘豕價得數 一兩五錢 加入正價 五兩 共二十四兩五錢爲牛羊總價內減右行五羊之價 一十二兩五錢 餘一十二兩爲牛價以牛二除之得每牛六兩

羊負一十一	豕正一十五 五百五十五	價正五 一十八兩五錢	
羊正三十七 四百七	豕負四十九 五百三十九	價負一十九 二十兩九錢	

問買柰二梨四共錢四十文梨二桃七亦共錢四十文桃四榴七共錢三十文梨八柰一共錢二十四文各價幾文

列甲乙丙丁四行每行五段先以甲丁柰爲法彼此互乘以甲柰二徧乘丁 梨空桃空榴一十六錢四十八文 丁柰一徧乘甲 桃榴俱空 錢仍四十文對減餘八文 因丁梨空當照甲立負四次當以乙丁柰互乘乙無柰取梨二徧與丁乘 梨負得八桃空榴三十二錢一十六文 丁亦以負梨四徧乘乙 梨八減盡桃二十八榴空錢一百六十文併得一百七十六文 因丁桃空亦照乙立負二十八次以丙桃徧乘丁 桃一百一十二榴一百二十八錢七百零四文 丁亦以桃負二十八徧乘丙 桃一百一十二減盡榴一百九十六減餘六十八錢八百四十減餘一百三十六文 相減訖取此餘榴六十八爲法餘錢一百三十六文爲實其甲乙與丁互乘之數但求應立負數以爲乘母而減併之數皆置不用者也以法除實得二文爲榴價乃就丙價三十文內減七榴之價 一十四 餘錢一十六文俱桃價以四除得每桃四文又于乙價四十文內減七桃之價 二十八文 餘錢一十二文俱梨價以二除得每梨六文又于甲價四十文內減四梨之價餘一十六文俱柰價以二除得每柰八文

甲柰二	梨四	○	○	四十文
乙○	梨二	桃七 二十八	○	四十文
丙○	○	桃四	榴七 一百九十六	三十文 八百四十文
丁柰一	○負四 八	負二十八	榴八 二十六 百二十八	二十四文 四十八文

問井不知深用甲繩二不及泉借乙繩一補之及泉用乙繩三則借丙一用丙繩四則借丁一用丁繩五則借戊一用戊繩六條則借甲一乃俱及泉其井深若干五等繩各長若干列五行以五繩之數爲母借繩一爲子先取甲二乘乙三得六以乘丙得二十四以乘丁得一百二十以乘戊得七百二十併入子一共七百二十一爲井深積列位

甲二	乙一	○	○	○	七百二十一

二 ○ 乙三 丙一 ○ ○ 七百二十一
三 ○ ○ 丙四 丁一 ○ 七百二十一
四 ○ ○ ○ 丁五 戊一 七百二十一
五 甲一 ○負一 ○負一 ○負一 戊六 七百二十一

乃取五行為主而以一二三四其與相乘先以一行甲二為法徧乘五行甲一得二戊六得十二積七百二十一得一千四百四十二五行甲一亦乘一行對減甲二一得二對減盡乙一得一正五行乙空立負一積七百二十一得本數以減五行仍餘七百二十一次以二行乙三為法乘五行乙負一得負三戊正十二得三十六積七百二十一得二千一百六十三五行乙負一亦乘二行乙三得三對減盡丙一得一因五行丙空立負一積七百二十一得本數併入五行積二千一百六十三共二千八百八十四再以三行丙四為法乘五行戊正三十六得一百四十四積二千八百八十四得一萬一千五百三十六五行丙負一亦乘三行丙四得四對減盡丁一得一因五行丁空立負一積得本數與五行積一萬一千五百三十六對減餘一萬八百一十五又以四行丁五為法乘五行丁負一得負五戊正一百四十四得七百二十積一萬八百一十五得五萬四千七十五五行丁負一亦乘四行丁五得五減盡戊一得一併入五行戊正七百二十共七百二十一積得本數併入五行積五萬四千七十五得五萬四千七百九十六乃以最後所得求之以積五萬四千七百九十六為實戊七百二十一為法除之得戊繩七尺六寸以減四行總積七百二十一餘六百四十五以丁五除之得一百二十九為丁繩一丈二尺九寸以減三行積七百二十一後同餘五百九十二以丙四除之得丙繩一丈四尺八寸亦減

二行積餘五百七十三以乙三除得乙繩一丈九尺一寸以減一行積餘五百三十以甲二除得甲繩二丈六尺五寸

遞加法第九

數始于微積于鉅漸加漸頤覽之茫如然有定數可推如人數物數有分有總但知一隅亦可例推也為立法如左

有循次順加者

一 二 三 四 五 六 七
八 九 ○ 一一 一二 一三 一四 一五 一六

此類順加

有超位加者凡二等一陽數一陰數

一 三 五 七 九
一一 一三 一五 一七 一九 二一
二三 二五 二七 二九 三一

此類陽位超

二 四 六 八
一○
一二 一四 一六 一八 二○ 二二
二四 二六 二八 三○ 三二

此類陰位超

有超位加三數或四數以至多數者

二 五 八 一 四 七 ○ 三 六 九 三

一二一一二二二二三

五八一四七 此類超三

三三四四四

四八一六○四八二六○四

一一二二二三三四四

八三六○四 此類超四

四五五六六

右超位加各審其毋如超一超二超三四之類各以所超為毋其間少者易知多者難定大率以退位減之餘數即毋

凡超位數截取三位較之其前後二位數必倍于中位數

三五七一四七四八二

二一一三二三

若截四位較之則前後二位與中二位數等

三五七九

以上皆取位置勻列超毋相同者論之雖所超多位如超五超六至千萬位但同超毋者截取前後遠數相併較其進內挨身兩位相併其數皆等

二四七○三六九二五八一

一一一一三二二三

四七 同前加三數

三三

右凡加數以求總積之實不論累加超加及超一超二超三等但係遞加者只除首位單一不用外取次位與末位數併為實其中間亦不拘幾位但察自前至後布位之數為法乘之所得之數皆倍各位實積之數以減半得總數如右式以前四後三十七併之共四十一數係一十二位以一十二乘四十一得四百九十二減半為二百四十六即其十二位之全數若以前四後十六併之共二十 係五位 乘得一百減半得五十即五位全數也如數遞首位算則再加一云

二八六四二○八六四 此超八

一二三四四五六 遞加者

右式假如方箭一束外周六十四枝問中積數幾何者凡方物必以八包一每層超八遞加今畫中心一枝不算即一位之以內層之八併外周六十四共七十二以八位乘之得數五百七十六減半得八位之總數加中心之一為二百八十九枝凡平方面有中心之一者做此

一六二八四○六 此超六遞加者

一一二三三

右式假如圓箭一束外周三十六枝問中積者凡圓物必

以六包一每層以六遞加今置中心一枝不算外以內層之六併外周三十六共四十二以六位乘之得數二百五十二減半得六位之總數再加中心之一為一百二十七枝凡平圓面倣此

一	
九	
八	一
七	二
六	三
五	四
四	五
三	六
二	七
此超九	遞加者

右式假如有三稜物一束外周七十二枝問積者凡三稜物必以外九包中一每層超九遞加置中心一枝不算外以內層之九併外周七十二共八十一以八位乘之得數六百四十八減半得八位之總數再加中一為三百二十五枝

凡三稜面者倣此

若順數而加自一而二而三而四以遞相加者另是一法但取最後二大數相乘得數亦以減半即得最後第二位以至首位之數惟餘最後第一位在外又併入得全數

一		
二	○	一
三	一	一
四	二	一
五	三	一
六	四	一
七	五	一
八		
九		

右式假如有物倚墻一面尖堆最下一行闊十五枚問總積若干取最下二行一十五一十四相乘得數二百一十減半一百○五又加入下行十五得一百二十　枚合總

一法取下行加一為法以乘下行得數減半亦同

若首位不係一數而自二數或三或四為首者併首尾二位為實而以首位數減尾位數其餘數加一為法乘之減半合總

假如有物倚墻一面平堆下闊十四枚上闊四枚問總積者併首尾二位得一十八為實就尾位減首位得一十外加一共一十一乘之蓋原係十一位也以乘得數一百九十八減半得九十九枚合總

又假如衆人醵錢首位出八文末位出六十文問總數總人者以首位減末位餘五十二外加一係五十三位乃併首尾二位錢數以乘五十三得三千六百四文合總

若自一而三而九俱以陽數超加者但看位數以自乘得全數

一	
三	
五	
七	
九	
一	一
三	一
五	一
七	一
九	一

此皆陽位但據位數自乘如係一十位自乘得一百之類其陽數超加已知首尾兩位之數而未知中間若干位者但取尾位之數外加一以減半得位數如右式尾位十九加一得二十減半則十位也但係陽數雖至百千萬位皆同此法

若自二而四而六俱以陰數超加者取最後一位之數減

半即得位數再以減半數外加一而與位數相乘即得自首至尾全數

二	四	六	八	一○	一二	一四	一六	一八	二○	二二

四 取二十四減半見位數又減半加一為十三以

二 乘位數十二得一百五十六見全數

又若自二數起遞加至一百數止但取一百減半知是共五十位再加一為五十一以乘位數五十得二千五百五十即五十位之全數

若多中起數超位遞加但知位數及首位數及所超毋數

而未知最後一位數者但審布位若干於內減一以乘超毋（如超一則一為毋超八則八為毋之類）得數加入首位數即得尾位之數既得首尾二位乃照前首尾相併而以位乘減半得全數

三	一一	一九	二七	三五	四三	五一	五九	六七	七五

此超八遞加者計十位減一為九與八相乘得七十二再加首位三得七十五為末位數又以七十五加三得七十八以乘十位得七百八十減半三百九十合全數

假如有牛四十區但云第一區是三十頭餘區遞加二十頭今問第四十區幾頭答依前法就四十減一為三十九與超毋二十相乘得七百八十再加首區三十知是八百一十乃最後一區之數也再問各區總數幾何照法以首區三十加末區共八百四十以乘區數四十得三萬三千六百減半得一萬六千八百頭為各總數○若但知末區數及毋數位數而不知首區數者照前以區數減一與毋數相乘得數而以末區數減之即得首區之數（如前乘得七百八十而末區係八百一十相差三十知首區係三十頭）

六七○	
六四○	三四○
六一○	三一○
五八○	二八○
五五○	二五○
五二○	二二○
四九○	一九○
四六○	一六○
四三○	一三○
四○○	一○○
三七○	

假如發兵破一賊巢有二十人先登以登城先後敘賞其第二十人賞銀一百兩第十九人賞一百三十兩其餘遞加三十兩問第一人該銀幾何此以二十為位減一為十九以乘超毋三十得五百七十再加尾位一百得六百七十兩為第一人所賞之數也若問此二十人共銀幾何照法併首尾二數得七百七十與位數二十相乘減半得七千七百兩見全數

若但舉總數及超數及首尾共數而不知係幾位亦不知首尾二位數各若干者以總數為實以首尾數減半為法除之得位數又以位數減一乘超毋得數即用此數為主若

七	一
七	七
八	三
八	九

以併首尾共數減其半即尾數若以較首尾共數減其半即首數

右式假如貸錢起息每日增錢六文共積子母錢三百二十文不言每日細數但云併初末日共錢一百六十文問初末日各幾文其起息計幾日者以日爲位立總錢三百二十爲實併初末減半得八十除之得四日依法減一爲三乘增毋之六得一十八以併初末數得一百七十八減半是末數若以較初末數餘一百四十二減半是初數

若但舉中積及位數及首尾之較若干以求首尾各幾何者倍中積爲實以位爲法除之得數以較減之半其餘得首數乃以較加之得尾數

	六	八
	七	四
	八	〇
	八	六
	九	二
	九	八
一	〇	四
一	一	〇
一	一	六
一	二	二
一	二	八
一	三	四
一	四	〇

右假如織布自冬至始歷十三日共織一千三百五十二寸因晷漸長其功日加六寸末日視首日多織七十二寸問首日末日各織幾許者倍中積得二千七百四寸爲實以積日十三爲法除之得二百零八以較減之得數又減半合首數六十八以較併入亦減半合末數一百四十

若但知位數總數及超毋數而未知每位得若干數者取位數列之去尾位併之（如係九位則但用一二三四五六七八共三十六數除九不用）以乘超毋得數減總乃以位數歸其餘得首位數乃以超毋遞加得各位細數

一	一
一	四
一	七
二	〇
二	三
二	六
二	九
三	二
三	五

共九位以三爲超毋總數二百〇七

假如兄弟九人遞差三歲共二百〇七歲欲知每人幾何者照右法置毋數（三十六）乃取位數內除去尾數九只以八位細數併之得三十六以乘毋得數（一百零八）以減總數餘九十九以九除之得最幼一人歲數（一十一）乃以三遞加之得諸人歲數

	六	五
	八	二
	九	九
一	一	六
一	三	三
一	五	〇
一	六	七
一	八	四

共八位以一十七爲超毋總數九百九十六

假如鈔九百九十六錠分給八人遞差一十七錠各若干取位數除去尾八併自一至七之數共二十八以乘超毋一十七得數（四百七十六）以減總餘五百二十以八除得最少一人數（六十五）仍以一十七遞加得諸人數

若超位遞加但知係幾位及各位總數而未知超毋幾位亦未知各位細數與首尾二位數第云前幾位共若干後幾位共若干以求各位細數者依毋子互乘法求之以所

知前幾位後幾位爲母以前共若干後共若干爲子互乘
得數相較爲實又併其母減半以較總位餘若干而以兩
母相乘之數乘之得數爲法以法除實得超母加入所知
之數如係二位者加入折半得多者數如係三位者加入
三歸得中數乃依超母遞加遞減得全數

四	〇
三	七
三	四
三	二
三	八
三	五
三	二
一	九

假如八人差等分錢但知甲乙共七十七文巳庚辛共六十六文問每人幾文者以二人乘六十六得一百三十二以三人乘七十七得二百三十一以相較餘九十九爲實併分母三二得五減半得二零二之一以減總位八餘五零二之一仍以分母所乘之六乘之得三十三爲法以法除實得三爲超母之數併入甲乙減半得四十爲甲數若求巳庚辛則三歸之得中間之庚數乃以超母遞加遞減得全數○外如係戊巳庚辛四位者二歸之得巳庚共數又加減超母之半得巳庚數

倍加法第十

數有挨次遞加者以一數爲遞母而累加之其母不易焉另有以倍而加者

一
二
四
八
六
二
四
八
六
二
四

一
三
六
一二
二五
五一
一〇二

右二因加

一
三
九
二七
八一
二四三
七二九
二一八七
六五六一
一九六八三

右三因加

三
六
一二
二四
四八
九六
一九二
三八四
七六八
一五三六

右亦二因加

右法皆取乘法如第一式倍一加者以二一見二以二二見四以二四見八以二八見十六也第三式倍一加者以三三見六以三六見十二也第二式倍三加者以三三見九以三九見二十七以三箇二十七見八十一也此由少進多之法假如欲尋其母則取挨身小數減其大數知之以二減盡者倍一也以三減盡者倍二也凡挨次遞加者由少加多其多至于無窮蓋凡數從多減少其減至于單數而止無復零分之可減也惟此倍加之數則進而加之無窮減而約之亦無窮剖之又剖細微毫忽按法而約求焉豈可以數盡乎

二六八四二六八四二一三
一五二六三二四二八二十六二
五二一

此以倍一約之其數無窮餘法皆同

右數假如截取三位以首尾二位相乘其所得數與中一位數之自乘者等（假如八四二共三位以二八相乘得十六以中間之四自乘亦十六）若截取四位而以首尾二位相乘其所得數與中二數相乘者亦等（假如十六〇八〇四〇二〇共四位以十六乘二得卅二以中間之八與四乘亦得卅二）雖至許多位但以首尾二位相乘其所得數與挨身次二位俱相等步步乘入皆無不同至於最中若有單位以之自乘亦復如是

三六二四八六二四
一二四九九八
一二

此外乘與進內乘皆同中單自乘亦同

凡倍加之數不論幾位欲知總數但取首尾二位爲主以首最小數減尾最大數而以其所剩大數係後法求之

如係加一倍者（即因二）先取尾大數倍之內減首數得全數

如一二四八（一六三二六四）此七位者取尾六十四倍得一百二十八數減首位一得一百二十七即此七位之細數（加一倍者自一起手用此法其加二加三者雖亦自一起手但各另有倍母則另如後法以倍母爲首位不以一爲首位云）

如係加二倍者（即三因法）取尾後最多數內先減首位之數而以餘數二歸（緣三因者係加二倍故以二爲倍母而用一）取其所得之數併入尾位大數即得中間幾位細數凡四因五因以至六七等類皆同此法而四因三歸五因四歸（各成列數之一者係所倍之數爲母也）

餘皆同

三二八二八二八二
一四九六七八五
一七〇二一
三二九
一四

此係四因者三倍于本數以相加也用尾位數內減首位數實剩四萬九千一百四十九以倍母之三除之得一萬六千三百八十三加入四萬九千一百五十二共得六萬五千五百三十五是八位全數

又有加一倍又二之一遞進者即四六衰分法也

四
六
九

一三 二一
二〇 四一
三〇 八三
四五 十六九

此一因半

右四六衰分倍加係一因有半者若欲求其各位總數亦取尾位數（四十五又十六之九）內減首位數（除四得四十一又十六之九）如前法亦減除法一數（一因半減其一也如前三因者用二及四因用三之類）而用半以除之（以半爲倍母以除之者是一化爲二）得八十三零八之一以併尾數總共

得一百二十八零十六分之十一也為七位細數
凡二因半三因半等類倣此其除法俱只減其一數
凡倍加數不論共有幾位但就中抽取一位自乘但看自首挨來是第幾位假如第五位其前有四位矣今以五位自乘其所得之數即與此後第四位之數相同（即九位）不特此也又如取第五位與第七位相乘其五位前凡有四位則其第七位後亦管四位其五位七位乘得之數即與第十一位之數相同如後式
假如後式十六係第五位前有四位後亦管到四位今以十六自乘得二百五十六恰與後四位之數相同

一	二	四	八	一六	三二	六四	一二八	二五六	五一二	一〇二四

又假如三十二係第六位前有五位
今以三十二自乘得一千二十四即合後第五位之數
又假如八係第四位與七位之六十四相乘以八前凡有三位則六十四之後亦管到三位今以八乘六十四得五百十二數亦與第十位之數相合其相離亦三位故也
又法不必算其前後之位但看所自乘數為第幾位以本位數加一倍內減一即得同數之位假如第六位倍之得十二內減一為十一位則第六位自乘所得之數正合第十一位之數與前法理同而更為捷徑
又法不必減一但先排倍數于右次排位數于左相對而于位前加一（即以〇見所減之一）其餘以次祭之

倍數	位數
一	〇
二	一
四	二
八	三
一六	四
三二	五
六四	六
一二八	七
二五六	八
五一二	九
一〇二四	一〇
二〇四八	一一

凡所得位數但係自乘者只一位以位數倍之但係互乘者有兩位以兩位數積之

右式假如以四自乘得十六矣其四之本位是二位倍二得四則十六之數即第四位之數也此一位自乘之法
又假如八乘三十二得二百五十六數其八之本位係三位三十二之本位係五位三與五併共得八即係第八位數
以上乃首位起一者
若首位非自一起（如二或三或四或五之類）則自乘互乘皆先取首位之數分之（如首位四則以四分其所得）而後倍位積位 如前法

倍數
五
一〇
二〇
四〇
八〇
一六〇
三二〇
六四〇
一二八〇
二五六〇
一二〇

位	數
〇	
一	
二	
三	
四	
五	一
六	一
七	
八	一
九	二
一〇	五

假如以八十自乘得六千四百因首位非從一起而從五起先以首位之五而分之得一千二百八十數仍取列位之四倍之爲八則對八之數

又假如以四十與六百四十相乘得二萬五千六百以首位之五分之得五千一百二十次以兩位相積其一是三其一是七合對十之數

凡倍一加者即因 就中隨意截取一位以其本數減一即合此位以前各位之細數此除本身而言然必從一數起

者合此

位數	倍數
〇	一
一	二
二	四
三	八
四	一六
五	三二
六	六四
七	一二八
八	二五六
九	五一二

假如截取一百二十八數內減一得一百二十七數即合第六位以前之總數蓋自六位之六十四以前各位細數總得此

又假如右式以對八位之二百五十六數而求本位以前各位之總依前法以次位求之次位減一得五百一十一乃對八以前各位細總也若就以此八位爲主以加一作五百一十二以自乘得二十六萬二千一百四十四數內再減一此何數乎按實對八之位乃係第九位此前既有九位此後亦管九位乃是第十八位以前各位細數也蓋以倍位所對之本數自乘則得對位加倍之本數此用倍位法看之如不以本數乘而以積出本位以前諸位之全數乘則又推得本位以後相對若干位之全數此則不用倍位而用實位得之者實位者如本位前實有九位則本位後再管十位即其相對之位之全數也須減一數始合不減一數則進越一位矣

倍位	實位	倍數
〇	一	一
一	二	二
二	三	四
三	四	八
四	五	一六
五	六	三二
六	七	六四
七	八	一二八
八	九	二五六
九	一〇	五一二
一〇	一一	一〇二四
一一	一二	二〇四八
一二	一三	四〇九六
一三	一四	八一九二
一四	一五	一六三八四
一五	一六	三二七六八
一六	一七	六五五三六
一七	一八	一三一〇七二
一八	一九	二六二一四四
一九	二〇	五二四二八八

假如借銀一忽每日加息一倍至第六十四日該息幾何

依前法推之試如一二四八此四位共十五數加一自乘

得二百五十六內減一餘二百五十五即係八位之數蓋自首位一至第八位之一百二十八其細數乃二百五十五數也再以此加一二百五十六自乘得六萬五千五百三十六內減一餘六萬五千五百三十五即知其爲第十六位之數再以此數加一得六萬五千五百三十六自乘得四十二億九千四百九十六萬七千二百九十六內減一即知其爲第三十二位之數凡四十二億九千四百九十六萬七千二百九十五數又以之加一自乘得一千八百四十四兆六千七百四十四萬零七百三十七億又九百五十五萬一千六百一十六忽內減一即知其爲第六十四

位之數凡一十八兆四千四百六十七億四千四百零七萬三千七百九兩五錢五分一釐六毫一絲六忽也

同文算指通編卷五

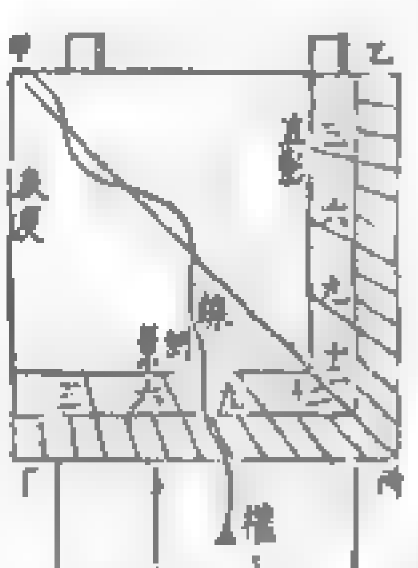
同文算指通編卷六

測量三率法第十一

凡測山岳樓臺城郭之高川谷之深土田道里之遠舊名句股法立表或立重表參望相直乃以開方求之今立器以代表名曰矩度而以三率代開方之算句股者植立地上爲股其影橫地上爲句今半矩木尺其制也矩度之形平方而取橫直二邊各刻爲度互爲句股立爲直影倒影二算義同句股而法稍捷

製矩度法以堅木或銅版其制平方上畫甲乙丙丁四直角方形務取極方詳具幾何原本用甲乙邊立兩耳平對各通一竅名

曰通光以便窺望以甲角爲矩極系線任其垂下以權鎮之次自甲至丙斜界一線分矩面爲兩平分乃並乙至丙及並丙至丁各依原邊線又平行二線俱勻分十二度其度各自其邊界望矩極分之近極爲虛線外周爲實線或



每度更分三分五分六或分至十二皆隨版體大小爲分愈細則法愈密矣用時甲昂乙低以目射兩竅與所望之物參相直視其繩之所直何度何分以算推之或不設兩竅只立相等兩小表亦可凡測望必以所求物與立矩

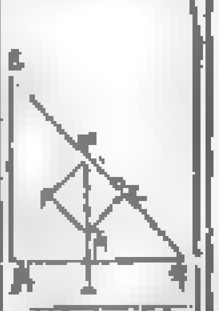
度處爲直角形取平（縣石幾何）有不平者須先準平然後測量

次論直倒二景直影者繩在乙丙界內即句影也如立表地中影落地面者是倒影者繩在丁丙界內即股影也如立表墻上影射墻面者是凡有所窺測而望者前卻其步使其繩適在甲丙是爲句股平等知句即得股知股即得句其不然者須將倒直互變推求且如求高求深所求在股即權繩宜在直度而卻在倒度則當變倒爲直若求遠求近所求在句其權繩宜在倒度而卻在直度則當變直爲倒各以通二度之窮其互變之術皆以矩全度爲準（少者用十二多者用一百四十四）假如繩在倒影三度今欲變爲直影度者

法以矩度（一百四十四）爲實三度爲法除之得四十八爲直影度假如繩在倒影五度三分度之二欲變直度者因有三之二每度以三通之得一十七爲法亦以三通其矩度得四百三十四爲實以法除之得二十五度餘十七分度之七爲直度也其繩在直度而欲變爲倒度者亦如之（詳見徐太史測量法義）

量影測高

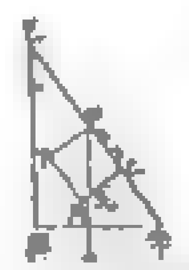
已知影長若干欲測其高者如測日影即以矩度向日目切于乙甲耳在前日光透于耳之兩竅權線與矩度相切任其垂下審值何度何分若在十二度之中正對角線丙



際則影與物必正相等知影幾何長即得物幾何高矣

若權線在直影邊則影小于物以直影上所值度分爲第一率以矩度十二爲第二率以物影度爲第三率二三相乘一除之得第四率爲其物高

假如欲測巳庚之高線在直影乙戊得八度正其庚辛影

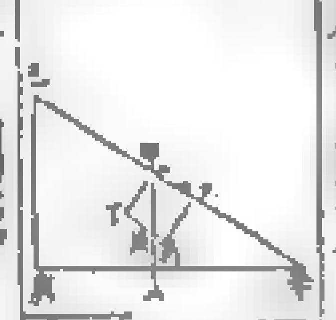


長三十步即以矩度十二乘庚辛之三十得三百六十爲實以乙戊八度爲法除之得四十五即巳庚高四十五步

若權線在倒影邊則影大於物以矩度爲第一率以倒影

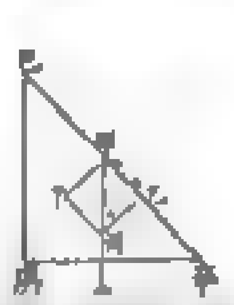
上所值度分爲二率以物影度爲三率算之得物之高

假如欲測巳庚之高線在倒影丁戊得七度五分度之一庚辛影六十步即以丁戊七度五之一乘庚辛之六十得



二千一百六十爲實以矩度六十分爲法除之得巳庚之高三十六步（因權值有零分五分度之一故以分母五通七度通作三十五分以分子一從之爲三十六分其表度十二亦通作六十分）

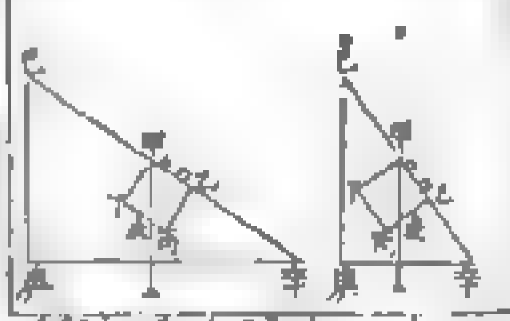
從高測影



若巳知物高若干欲測其影者以矩度承日審值度分若權線在丙則影與物等

若權線在直影邊即物大于影以矩度十二

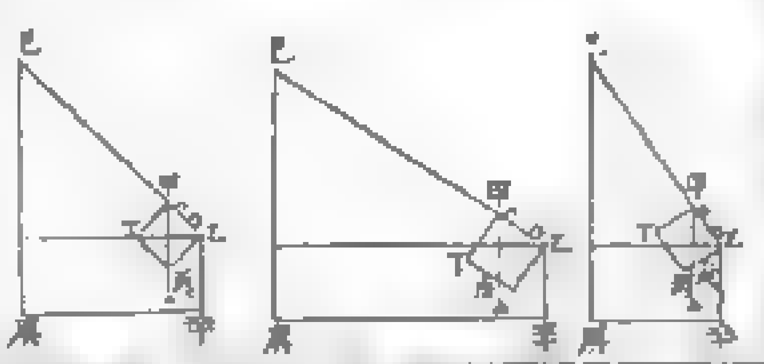
為第一率直影度分為第二率物高度為第
三率算之得數為影度
若權線在倒影過即物小于影以倒影度分
為第一率矩度為第二率物高度為第三率
算之得數為影度



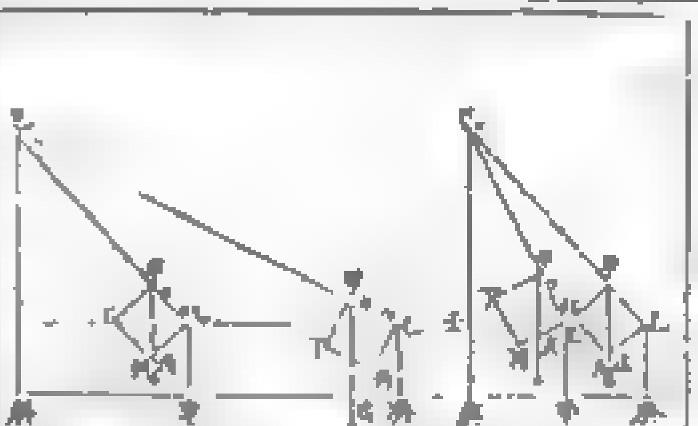
以目測高

已知庚辛之遠欲測巳庚之高人目在辛先量自目至足
其高幾何乃以矩度向所測物頂甲耳在前目切乙後目
與矩耳及高相參直細審權線值何度分假如權線在直
影乙戊以乙戊度為第一率矩度為第二率次量庚距辛之

遠幾何為第三率二三相乘以一除之得
物之高
假如權線在倒影丁戊即以矩度為第一
率丁戊倒影為第二率庚辛為第三率照
前算之
若權線不在丙而有平地可前可却仰任
意前却至權線值丙而止不必推算既知
辛庚即知巳庚

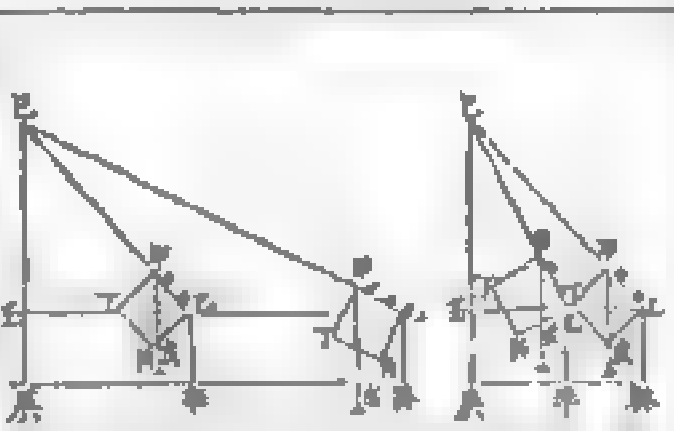


若人目在辛求巳庚之高而為山水林木屋舍所隔或地
非平面不欲至庚或不能至者則用兩直影之較起算其
法依前以矩竅向物頂審權線在直影否如在倒影即以
所值度分依法變作直影次從所立之辛依地平取直線
或前或却任意遠近至癸仍以矩竅向物頂審權線在直



影否如在倒影亦以所值度分變作直影
乃以兩直影度分相減之較為首率以矩
度為二率辛癸大小兩矩之較為三率依
法算之得巳壬之高又加自目至足乙癸
之數得巳庚之高
假如欲測巳庚之高如前圖先從辛立望
得直影小乙戊為五度次却立于癸得直

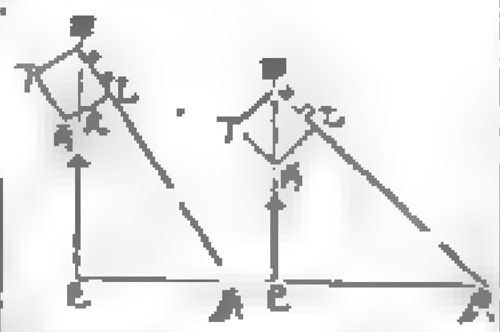
影大乙戊為十度兩影之較五度為首率
矩度為次率次量足距之較從癸至辛十
步為三率依法算得二十四步加目至足
之乙辛或乙癸試作一步即知巳庚之高
二十五步　如後圖先于辛得直影小乙
戊為十一度次退立于癸得倒影九度當
如前變法作大乙戊直影十六度 以景較



五度以為首率矩度為次率次量距之較癸辛二十步為
三率依法算得四十八步加自目至足或一步即知巳庚
之高四十九步

地平測遠

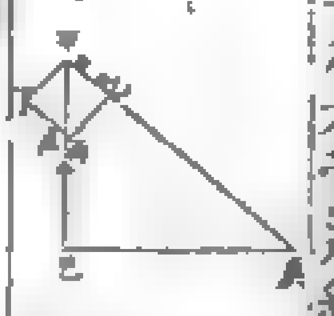
欲于巳測巳庚之遠先除自目至足之高爲甲巳若量極遠則立樓臺或山岳之上以目下至地平爲甲巳與高法以巳前次以矩極甲角切于目以乙向遠際之庚如前法稍移就之得甲乙庚相參直細審權線値何度分



如權線在丙則高與遠等

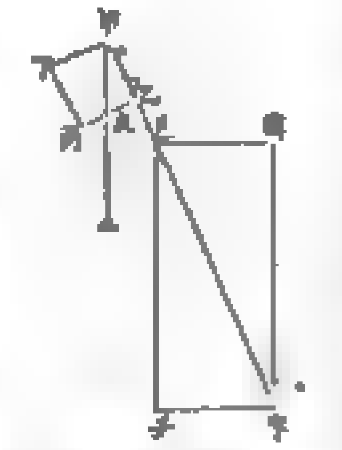
若權在乙丙直影邊卽遠數不及高數以矩度十二爲首率直景乙丙爲二率甲巳爲第三率算之得巳庚遠

若權在丁丙倒影邊卽遠過于高以倒影丁丙爲首率以矩度十二爲次率甲巳爲三率算之此所置一率二率視前測高之法互換云

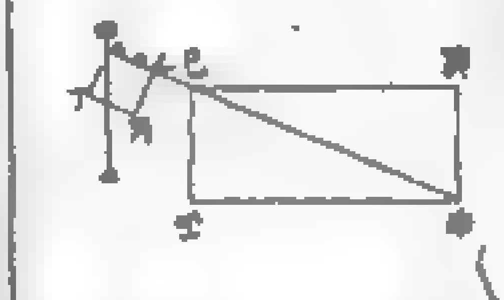


測深

凡從井上測深者井口或徑爲巳庚井面爲辛壬欲測巳壬之深用矩極甲角切目以乙從巳向對面水際之辛如



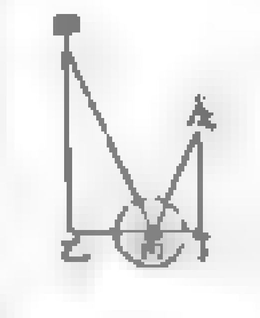
前法稍移就之令目與竅與辛相叅直垂下權線假如線在直影乙戊三度爲首率矩度爲次率次量巳庚井口十二尺爲三率算得四十八尺爲巳壬之深



若權線在倒影三度則依法變爲直影得四十八度而以矩度十二爲首率變得直影度爲次率井口乘之歸除數同

以上用矩度者如無矩度另有用鏡用表用尺諸法具後

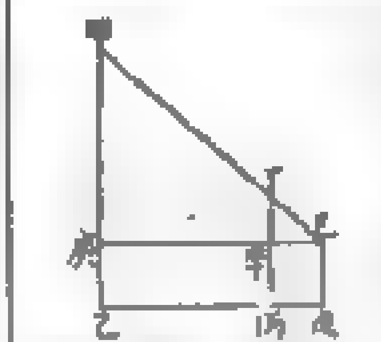
平鏡測高 用盂水亦同



欲知甲乙之高置平鏡于丙人立于丁其丙丁取平人目在戊向物頂之甲稍移就之令目見甲在鏡中心而甲影從鏡心射目乃量自丁至丙之度爲首率丁戊爲次率乙丙爲三率算之得甲乙高

以表測高 凡立表必三面垂線以取端直

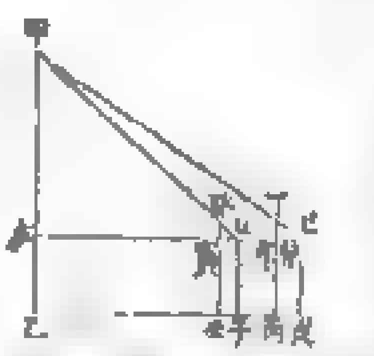
巳知乙戊之遠而欲測甲乙之高立表于丙爲丁丙退立于戊置乙丙戊爲極平線人目在巳視表末丁至物頂甲相參直次量目至足數移置表上爲辛以截取丁辛之數其辛巳線與乙丙戊爲平行若其表僅與身等或小

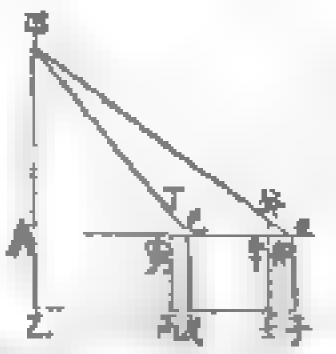


于身則另立一小表爲巳戊而以目切之爲巳亦可乃以丙戊爲首率丁辛爲次率乙戊爲三率算之得甲庚之高

加目至足之數巳戊即得甲乙之高

若戊不欲至乙或不能至則用兩表之較爲首率如前圖立

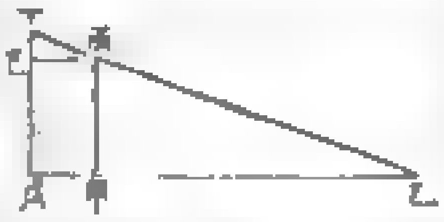




于戊目在巳望丁至甲移巳置辛得丁辛數乃或前或却又立一表（或即用前表或兩表辛）爲癸壬目在丑望癸至甲亦移丑至寅得癸寅數此癸寅與丁辛之度相同而丑寅度必小于巳辛度以相减截巳辛于卯得卯辛較爲首率以表目相减之較癸寅或丁辛爲二率以兩目相距之較巳丑或戊子爲三率算之得甲庚加自目至足之數得

甲乙之高（前圖爲進步立重表者　後圖爲退步立重表者）

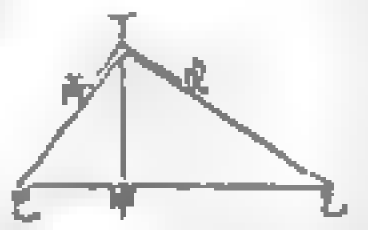
以表測地平遠



欲于甲測甲乙之遠依地平立丙甲表此表稍矬于身以便窺望次却立于戊目在丁視表末丙與遠際乙相叅直次移丙度于巳截取丁巳之度爲首率以丙巳或甲戊爲次率丙甲表度爲三率算之得甲乙之遠

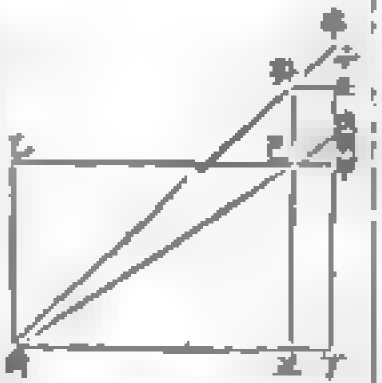
以矩尺測遠

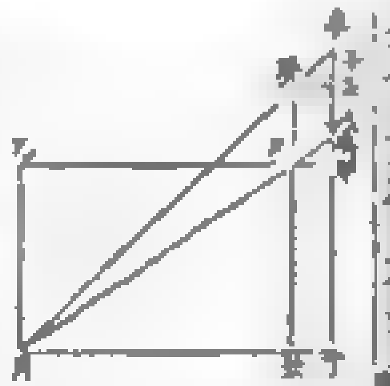
欲于甲測地平遠者先立一表爲甲丁與地平爲直角次以矩尺之內直角置表末丁上以丁戊尺向所望遠際之乙稍移就之使丁戊與乙相叅直次迴身從丁丙尺上亦望地平之巳使丁丙與巳相叅直乃量巳至表下甲爲首率表身丁甲爲次率又爲第三率依法算之得甲乙遠



以重矩兼測無廣之深無深之廣

有甲乙丙丁壁立深谷不知甲乙之廣欲測乙丙之深則用重矩法先于甲岸上依垂下直線立戊甲巳句股矩尺其甲巳句長六尺人從股尺上視句末巳與谷底丙相叅直以目截取戊甲股上之庚庚甲之高得

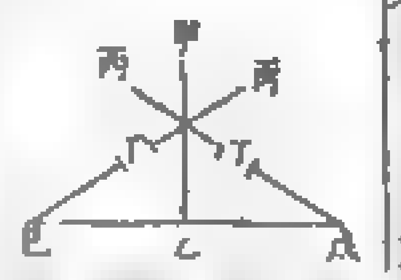




五尺次又于甲上依垂下直線取壬壬去甲一丈五尺于壬上亦依垂直線更立一辛壬癸句股矩尺壬癸句亦長六尺從股尺上視句末癸與谷底丙相叅直而以目截取辛壬股上之辛辛壬之高八尺如欲求深者以前股所得庚甲五尺與兩句間壬甲十五尺相乘得七十五尺爲實以兩股所得庚甲辛壬相减之較辛子三尺爲法除之即得乙丙深二十五尺如欲求廣者以句六尺與兩句間十五尺相乘得九十尺爲實以辛子三尺爲法除之即得甲乙之廣三十尺（測深法與重表測遠同　測遠法與重表測高同）

移測地平遠及水廣

凡測江河谿壑之廣遠身不能至而其傍近有平地與彼



相當者立表於乙際爲甲乙與地平爲直角

次用一小尺或竹木等爲丙丁斜加表上稍

移就所望之戊使丙丁戊相參直次以表帶

尺旋轉向平地以目視丙丁尺端所直得巳

次自乙量至巳卽得乙戊之數　如不用表卽以身代作

甲乙表不用尺或以笠簷至目代作丙丁亦便

以四表測遠前測遠諸法不依械高不得極遠此法能于平地測極遠

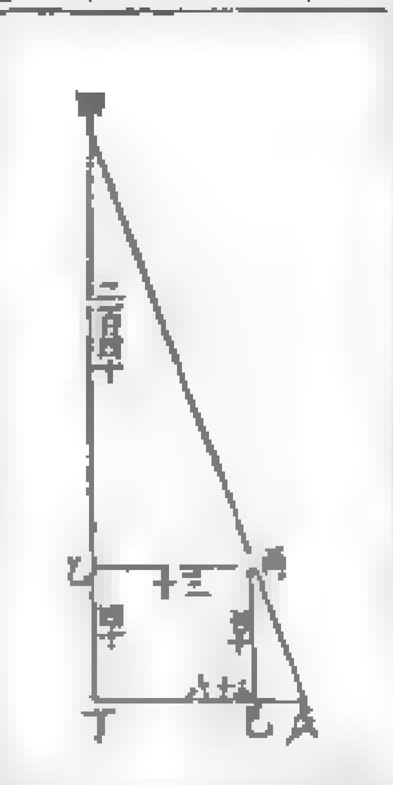
遠望一山或城或臺爲甲欲測其遠擇平曠處立表前云依此

辰今十三平線必依直線取平此不必拘爲乙次任却

後若干步更立一表爲丁望

兩表與甲一直線次從乙丁

各橫行若干步取平方爲四



角形其二角爲丙爲巳就丙上更立一表又從丁巳直行

若干尺望丙與甲一直線此際立表爲戊乃以乙丙截丁

戊之較爲首率乙丁爲次率乙丙爲三率算之得乙遠

假如丁戊三十六乙丙三十相減餘六乙丁四十以六爲

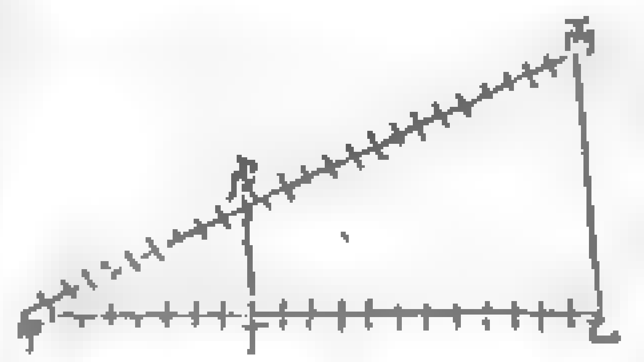
首率四十爲次率三十爲三率算之得二百四十爲甲乙

遠

測高深遠近不藉布算而得其度

凡測量必先得三率而推第四率三率者其一直影度或

倒影度其二所立處距所測物之底若不能至者則其影



較度或兩測較度也其三表度或距較

度也設如測一高其影較八而距較十

步其影較八率一與表十二率二之比例若

距較十步率三與其所求之高率四　如不藉

算法則于平面畫作甲乙甲丙兩直線

任相交于甲從甲向乙用規作八平分

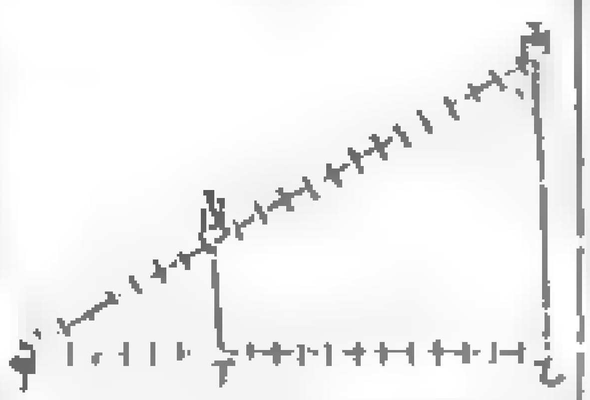
爲影較甲丁次用元度從丁向乙規取

十二平分爲矩度丁乙次從甲向丙規取十平分爲矩較

甲戊此用度與前兩率度任等不等乃從戊至丁畫一直線次從乙亦畫

一直線與戊丁平行而截甲丙線于丙次取甲戊元規度

從丙向戊畫得若干分卽所求之高



又法若影較七度有半距較八度三分

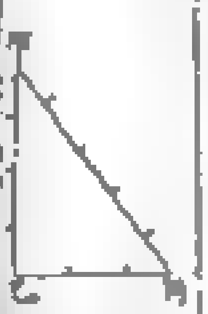
度之一卽物高度十三步三分步之二

如後圖加目至足高卽得全高

附句股略

測量之法專用乎矩則句股所必藉也故補入句股以顯測望原本舊法句三股四弦五蓋句自乘股自乘併之即弦自乘數故得句股可以求弦得句弦可以求股得股弦可以求句而引伸其義可以求句股中容方容圓可以各較求句求股求弦可以各和求句求股求弦其變無窮今撮其要者十五則著於篇

句股求弦



甲乙股四乙丙句三求弦以股自乘得十六句自乘得九併得二十五爲實開方得甲丙弦五 開方法見後篇

句弦求股

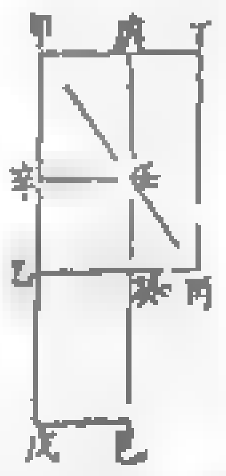
如前圖乙丙句三自乘得九甲丙弦五自乘得二十五相減得較十六開方得甲乙股四

股弦求句

如前圖甲乙股四自乘得十六甲丙弦五自乘得二十五相減得較九開方得乙丙句三

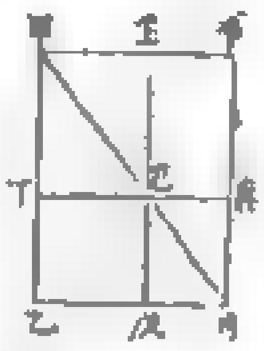
句股求容方

甲乙股三十六乙丙句二十七求容方以句股相乘得甲乙丙丁方形爲實并句股得甲戊長線六十三爲法除之



得庚戊長方其辛乙乙癸各邊俱一十五零六十三之二十七約之爲七之三爲句股內所容方形

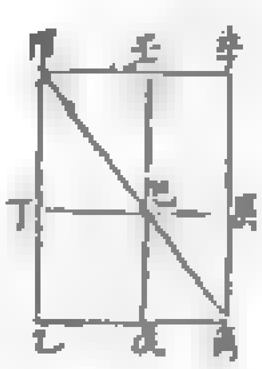
餘句餘股求容方求句求股



甲丁餘股七百五十戊丙餘句三十求丁乙戊巳容方邊以丙戊句甲丁股相乘爲辛壬巳庚方形得二萬二千五百爲實開方得容方乙丁丁巳各邊俱一百五十加餘股得股九百加餘句得句一百八十 辛壬巳庚形與丁乙巳戊方形等說見幾何原本六卷其纍相同故開方即容方

容方與餘句求餘股與餘股求餘句

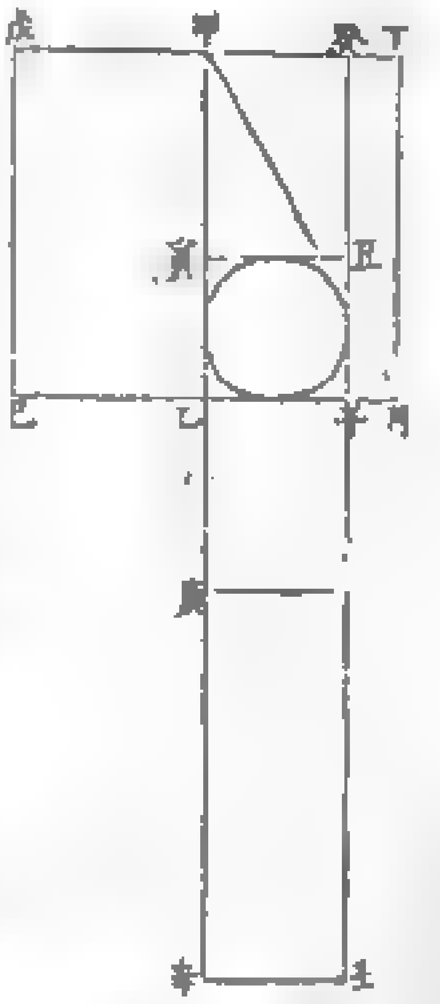
容方丁乙巳丁各邊俱一百五十戊丙餘句三十求甲丁餘股以容方邊自乘爲實以餘句爲法除之得甲丁餘股七百五十以容方與餘股求餘句法同 辛巳方之纍與丁戊方之纍實開方即容方實加餘股非全股乎加餘句非全句乎



句股求容圓

甲乙股六百乙丙句二百二十求容圓以句股相乘得一十九萬二千爲甲乙丙丁方形倍之得三十八萬四千爲丙丁戊巳方形以爲實別以句股求弦得甲丙邊六百八

十併句股弦得甲辛長線一千六百為法除實得辛壬癸甲長方形其辛壬邊

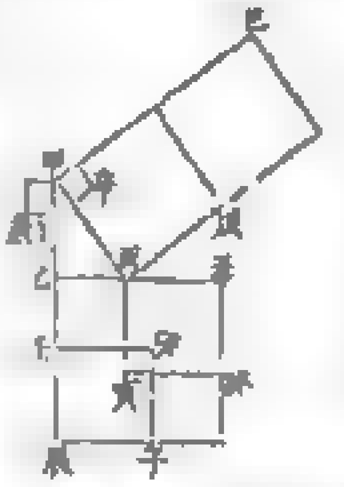


相等之乙子二百四十即容圓徑半徑為圓心於甲乙線引長之截乙庚與句等庚辛與弦等得甲辛為弦和和為法除實自成辛壬癸甲長方形與丙丁戊巳方形之冪等亦壬癸邊截乙丙句于子次作子丑寅乙小角方形此各邊名弦和較首容圓徑亦皆切圓線也詳著徐太史句股義

又法甲乙股六百乙丙句三百二十并得九百二十與甲丙弦六百八十相減亦得乙子二百四十

句股較求股求句

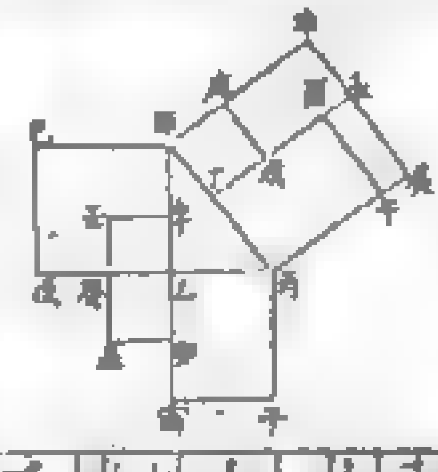
甲丙弦四十五甲乙股甲丙句之較為甲丁九求股求句



以弦自乘得二千○二十五為甲戊方形倍之得四千○五十為巳丙方形較自乘得八十一為甲庚小方形以減巳丙之兩弦冪存三千九百六十九為實開方得句股和六十三即丑辰大方形四邊之一也以之加較九得七十二半之得三十六為甲乙股即以減較得二十七為乙丙句丑辰方形內之丑寅方及卯辰方兩股冪也丙壬方癸子方兩句冪也以比甲巳方形只中心多一甲股冪耳故減卯開方即得句股和矣再加較得兩股故折半得股以減較得句

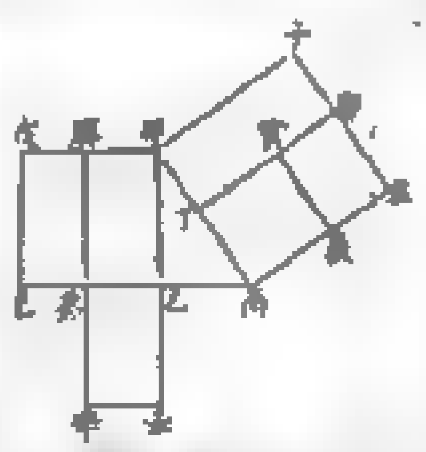
句弦較求句求弦 附弦較和求句求弦 弦和較求句求弦

甲乙股三十六乙丙句甲丙弦之較為甲丁十八求句求



弦以股自乘得一千二百九十六為甲戊方形較自乘得三百二十四為庚丁小方形兩方形相減於甲戊方內去其等庚丁方之辛癸方即得甲壬戊之罄折形存九百七十二為實倍較乙寅為法除之得乙子長方形其丙乙之邊二十七為句以加較得四十五為甲丙弦乙子方何以等于甲壬戊形之實也蓋加一同較冪之乙丑形以成子卯癸之罄折形即與股冪甲戊方形等也又甲辰方形弦冪也內

兼句股二冪試思與丁較冪分作庚未未午午丁三形其申未及酉戌較也庚申及未戌及未辰及午酉及丁丙股也庚未形未午形相併句冪也庚丁形丁午形相併股冪也各加較冪則甲戊午之罄折形與子卯癸之罄折形等亦與甲戊股冪等內各減較冪則乙子方形即甲壬戊罄折形矣



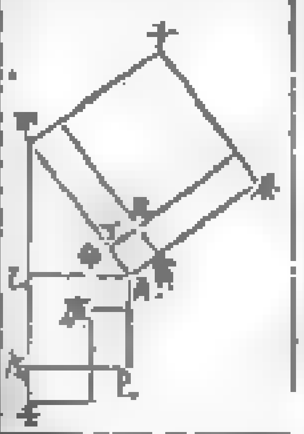
又法股自乘得甲巳方形一千二百九十六為實以句弦較甲丁十八即同乙癸為法除之得甲壬之句弦和七十二加較得九十半之得弦四十五減較得句二十七甲壬何以知為句弦和蓋弦冪甲丑形內既兼句股冪矣試以甲丁之度移于子卯又移于丑辰于卯寅分為三方形其丙丁寅辰形句冪也卯甲卯卯辰兩形併即股冪也亦即甲辛長方形也子卯也卯寅也甲庚也皆較也甲子弦也卯丑句也故甲辛形內之甲壬線為句弦和

若以股與弦較和求句求弦者股自乘爲實次以股減弦較和餘即句弦較除實得句弦和乃以加減同前

若以股與弦和較求句求弦者股自乘爲實以股減弦和較餘即句弦較除實加減同前

股弦較求股求弦 附弦和較求股求弦 弦較較求股求弦

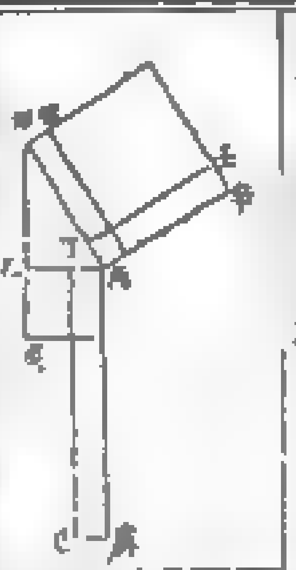
乙丙句二十七甲乙股甲丙弦之較爲丙丁九求股求弦以句自乘得乙巳方形七百二十九較自乘得丙丑方形



八十一 丙庚同 相減存乙庚巳磬折形得六百四十八爲實乃倍丙丁較爲辛乙線以爲法除實得辛壬方形其乙辛邊

三十六即甲乙股數以加較得甲丙弦四十五 弦冪甲癸方形內兼句股二冪試依丙丑較冪線分作甲丑形丑癸形丑子形即丑子爲股冪而餘爲句冪之實也甲丑與丑癸并因與乙庚巳磬折之形等亦與辛壬長方之形等而辛乙兼丁丑丑寅之兩較甲丁及寅癸均爲兩股合併成乙壬之股

又法句自乘得丙戊方形七百二十九爲實以丙丁較九爲法除之得丙巳方形其丙庚邊八十一爲股弦和加較



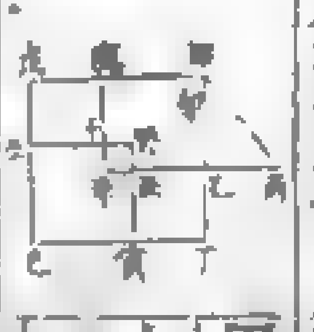
得九十半之得弦四十五減較得股三十六 丙庚線何以爲股弦和也甲丙弦冪內兼有句股二冪試依丙丁較截作丁辛形丁癸形癸壬形即壬癸方形爲股冪而除爲句冪亦即丙巳長方形之實也夫甲癸也壬辛也庚巳也均較也丙甲丁之股丙辛之弦併之非丙庚乎故云股弦和

若句與弦和較求股求弦者句自乘爲實次以句減弦和較餘即股弦較除實得股弦和乃以加減同前

又句與弦較較求股求弦者句自乘爲實以句減弦較較餘即股弦較除實加減同前

句股和求股求句

甲丙弦四十五甲乙乙丙句股和六十三求句求股以弦自乘倍之共得四千〇五十句股和作甲丁線自乘得甲巳方形三千九百六十九相減得八十一開方得句股較

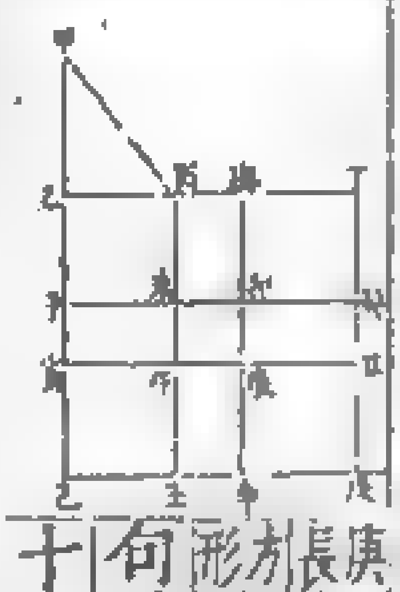


甲卯九加和得七十二半之得甲乙股三十六減較得乙丙句二十七 句股和自乘爲甲巳方形 此形內函甲辛及癸巳之兩股冪乙寅及庚壬之兩句冪而中間重借一癸辛小方

形正其較冪若以弦自乘只得一句一股冪倍之當得兩句兩股冪今以減甲巳方形少一較冪之癸辛形故以癸辛開方得較也

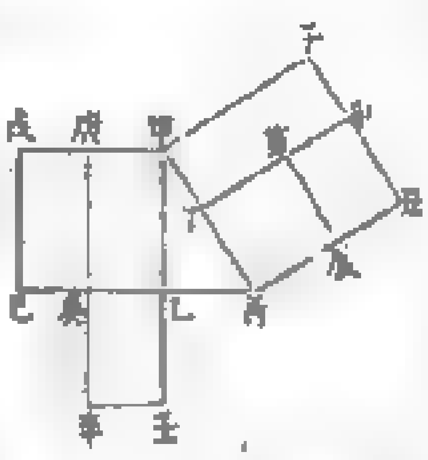
句弦和求句求弦 附弦和和求句求弦 弦較較求句求弦

甲乙股三十六乙丙甲丙句弦和七十二求句求弦以股自乘得一千二百九十六又以句弦和作乙巳線自乘得五千一百八十四爲乙戊方形次用股冪減之 就乙戊大方內減去庚壬長方 餘三千八百八十八 即丁辛及丙巳兩長方形 半之得一千九百四十四爲實以



句弦和乙巳爲法除之得乙丙句二十七以減和得甲丙弦四十五 何以知庚

壬長方為股冪也試于乙戊方之乙巳線以句度截之取壬寅二點作子癸線寅丑線又爲取丙庚二點作丙壬庚辛二線則一形內四隅有句冪四中央有較冪一而四正又有庚未辰壬未寅癸辰爲句較相乘之冪亦四也夫一句一較相併爲弦則卯巳之方形爲弦冪而弦冪之內存一午巳之句冪而此外子午辛之罄折形即為所減之股冪玆以庚未形代子午形則庚壬區所減之股冪矣此丁辛丙巳兩形所以為減餘形也半之卽丙巳形次以乙巳線除之

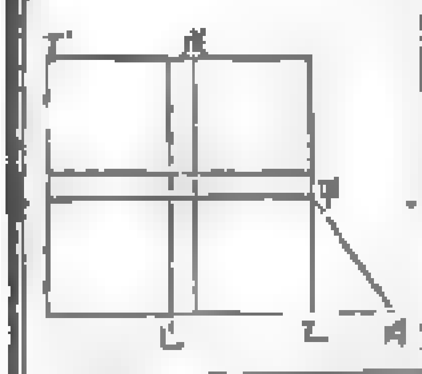


又法股自乘得一千二百九十六以句弦和七十二爲法除之得十八爲句弦較加句弦和得九十半之得四十五爲弦減較得二十七爲句（此與前句弦較求句求弦又法同理）

若以股與弦和和求句求弦者既得股自乘之數乃以股減弦和和餘卽句弦和除之得句弦較加減如前因多一股故用一減

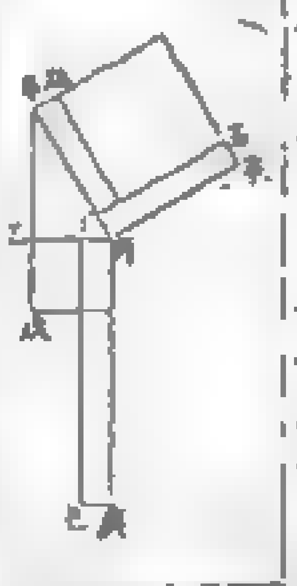
又股與弦較較求句求弦者股自乘爲實以股併弦較較卽得句弦和除實加減同前

股弦和求股求弦（附弦和和求股求弦弦較和求股求弦）



乙丙句二十七甲乙乙丙股弦和八十一求股求弦以句自乘得七百二十九股弦和自乘爲乙丁方形得六千五百六十一乃以句冪相減去戊巳長方形存乙戊方及丁巳方得五千八百三十二半之得二千九百一十六爲實以和爲法除之得甲乙股三十六以減和得甲丙弦四十五（大方形內之戊乙句冪也餘論同前）

又法句自乘得七百二十九以股弦和八十一爲法除之得九爲股弦較加股弦和得九十半之得四十五爲弦減較得三十六爲股（此與句弦較求句求弦又法同理）

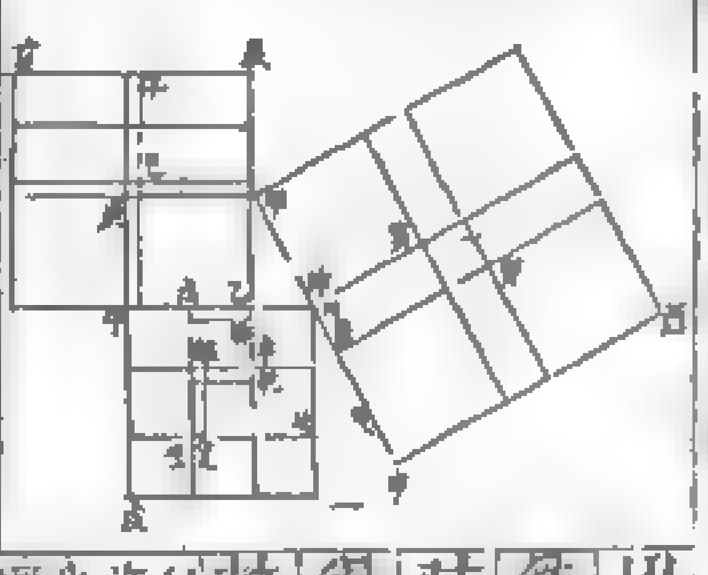


若以句與弦和和求股求弦者句自乘爲實以句減弦和和仍得股弦和除之餘如前亦因多一句故用一減

若以句與弦較和求股求弦者句自乘爲實句和相併卽

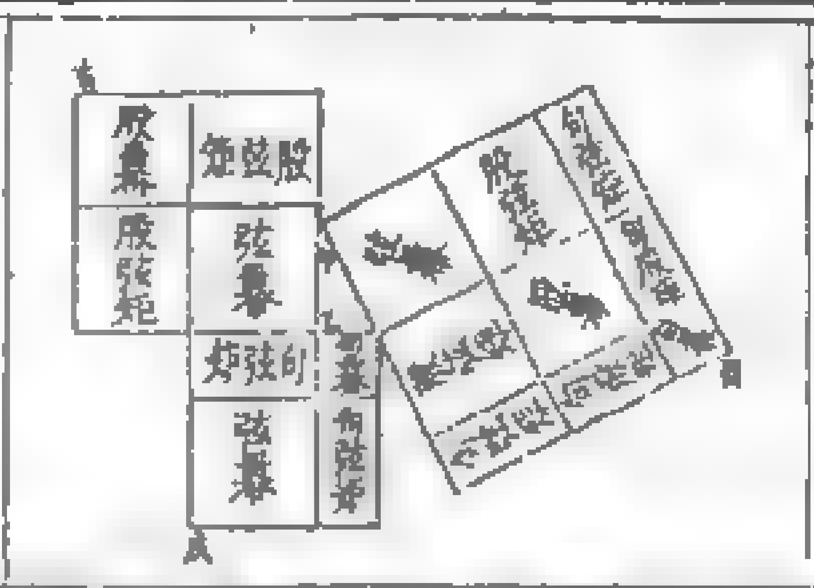
股弦和除之

股弦較句弦較求句求股求弦

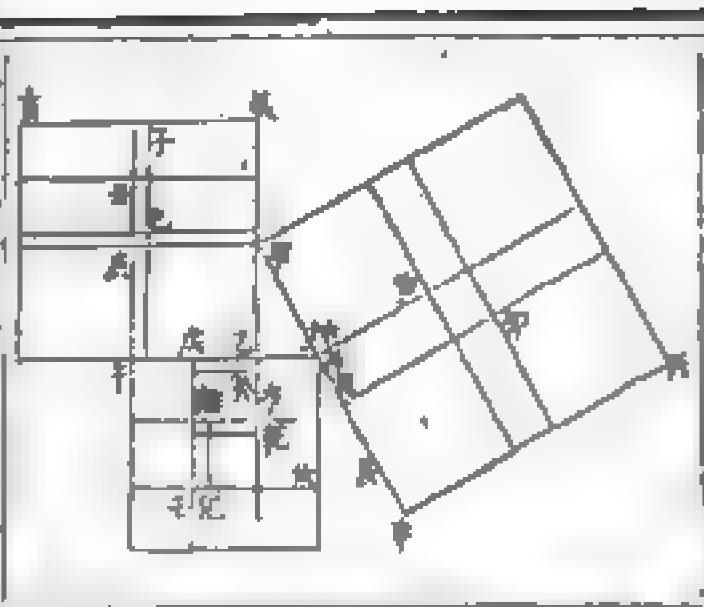


甲乙股甲丙弦較二乙丙句甲丙弦較九求句求股求弦

以二較相乘得十八倍之得三十六爲實平方開之得六爲弦和較加句弦較九得甲乙股十五加股弦較二得乙丙句八以句弦較加句或股弦較加股得十七爲甲丙弦（此最要者在求弦與句股和之較法以二九互乘是乘兩次也故倍之戊癸及子丑長方形是也倍之而開方得六卽弦和較矣然所爲以三十六開方爲弦和較諸綱）



也蓋一弦之羃常兼有句股兩羃今試于甲乙股線引之加甲辰之弦亦于丙乙句線引之加乙午之弦于甲丙弦引之加丙艮之股艮申之句此三線者各以自乘為三大羃則弦兼句股之羃此諸股弦與句弦相併之羃共欠四十九數而此四十九為合減之數就于多羃中心減之所餘三十六即開方之弦和較何者試取三大羃而各以元設之句股弦分之屬諸小羃相當相抵其甲酉羃內多句股矩之形凡二其丙戌或乙亥羃內多弦羃一以此兩多之形又相當抵所差者有四十九數而原設股弦較二句弦較九相減餘七自乘之數亦相符為巠于中心減之而餘三十六者蓋又有設試以股弦較二自乘得四為巳庚方形以句弦較九自乘得八十一為辛壬方形併得八十五而以四十九數之減去乾兌形其餘形



之乾離[illegible]壬及巳庚形合三十六即前二九互乘戌癸子丑之數也用此開方得六以作寅卯方形合于甲酉方截此寅卯而丙戌方亦兼辛壬而乙亥方亦藏巳庚則其弦兼句股之羃不等于股弦句弦之二羃乎蓋甲酉四隅四弦羃也乙亥四隅四股羃也丙戌四隅四斜羃也所謂弦羃兼何股羃者既相當抵而甲寅辛坎兩形併亦與寅巽方形相當中心除出乾兌之四十九而乾離離壬及巳庚又庚寅卯相當故以寅卯際方求之而弦和較得為矣丙巽即實卯邊也在甲丙巽甲兩弦之間者也丙距甲為句股和則兩截巽為弦和較明矣巳得弦和較即以元設兩較相加而句股弦皆可得矣加九者巽距艮也艮申為句而艮丙為股也加二者丙距坤也坤甲為股而巽坤為句也以巽艮蓋艮申以丙坤益坤中皆弦也

句弦和股弦和求句求股求弦

甲丙乙丙句弦和七十二甲乙甲丙股弦和八十一求句求股求弦以兩和相乘得五千八百三十二為乙巳長方形倍之得一萬一千六百六十四為丁戊大方形以為實平方開之得巳庚形其邊一百〇八為弦和和求乙丙句者以股弦和減之得句二十七求甲乙股者以句弦和減

之得股三十六欲求弦者以句股和減之得弦四十五巳庚形與丁戊形等其隅方巠為弦和和者蓋丁戊全形內有弦羃二股弦矩形及句弦矩形各二與巳庚方形內諸形比各等其丁戊形內餘一弦羃巳庚形內亦餘一句羃一

股羃又相等故巳庚形之各邊皆弦和和

論曰句股弦三合成形錯綜立義句股相減其差曰較句股相併其名曰和股弦之差曰股弦較句弦之差曰句弦較併句股與弦較其差曰弦和較句股之差與弦相減其差曰弦較較股弦相併曰股弦和句弦相併曰句弦和句股之差併弦曰弦較和句股弦併曰弦和和句股各自乘併之為弦實故開之得弦句弦各自乘減餘為股實故開之得股股弦各自乘減餘為句實故開之得句句股和自乘倍弦實相減開其餘即句股較也句股較自乘以減倍弦實開其餘即句股和也併句弦以除股實得句弦較若

以句弦較除股實卽得句弦和矣併股弦以除句實得股
弦較若以股弦較除句實卽得股弦和矣句股和自乘減
弦實除以弦較較得弦較和矣除以弦較和非卽弦較較
乎句股較自乘減弦實除以弦和和則得弦和較矣除以
弦和較非卽弦和和乎句乘股爲實併句股爲法除得容
方徑句乘股倍之句股求弦併之除得容圓徑容圓之徑
卽弦和較也又錯綜論之句爲主以加股弦較卽弦較較
以減股弦較卽弦和較若加弦較和又卽股弦和也股爲
主以加句弦較卽弦較和以減句弦較卽弦和較若加弦
較較又卽句弦和也句股較爲主以加股弦較卽句弦較

若減股弦和亦卽句弦和也句股和爲主以加股弦較得
得句弦和若減股弦和亦得句弦較也至若諸較諸和法
相因錯連綴減半恒得所求若取句股較以加句股和半
之得股以減句股和半之得句若取股弦較以加股弦和
半之得弦以減股弦和半之得股取句弦較者以加句弦
和半之得弦以減句弦和半之得句取弦和較者以加弦
和和半之得和以減弦和和半之得弦取弦較較者以加
弦較和半之得弦以減弦較和半之得較加減乘除圜變
不滯神而明之存乎其人遠近高深方圓弧矢準此而推
亦在乎熟之而已

開平方法第十二
凡平方開者依除法列位先審當以幾位除盡列實自末
位下點記之每隔位一點每一點卽定開下一位乃從左
位起用自乘開除凡點在左首位下者以一字取數自乘
如依九數則用三除三三見九除盡之類若點在左次位下者以二字共取一
數自乘各除之如依一十六則用四除四四一十六除盡之類是爲初商以紀格
右亦詮首點之下兩相呼除不盡者作餘數再商如依二十者用五則廿五矣是不可也須用四自乘得十六外剩四作餘數以兩商除之倍初商爲廉法詮初
點初商之次位若干以除上位視其可得幾轉以定次商
若干詮次點之下爲隅法亦紀于格右先與廉呼除若干

再與隅呼除若干有不盡者再倍廉法商除如前若剩數
儻及開數一倍以下以法命之開者一面數也加倍又加一數乃得二面是子小平方外添一句股爲大平方若不及加倍增一總是不滿方面卽以加倍增一爲母餘數爲子命曰幾分之幾
列式
列實二千一百一十七萬八千四百〇四凡八位從末位
點起每隔一位用一點共四點知用四字開盡

(四 肆· ○ 肆·

此首位無點而點在次位者以二一相連且
作二十一數只一字開之
初商用四除詮點下亦紀格右四四乘之除

捌　柒・　壹　五壹四・　貳

一十六尚剩五　四上一變五完首段
除實一千六百萬尚餘五百一十七萬八千
四百零四

既用四自乘除剩五矣第二段所點從五至七凡三位且
只作五百八十四而商以從簡便先立廉法須待前商數
前係四則此倍作八註八于次位之下如以八而除五十
一者然也乃商五十一有幾箇八該得六紀

六　四(

六千格右四字之次亦註次點下為隅法如

肆・　○　肆・　捌　一柒六　三壹八　五壹四　貳

八十六者然乃與次商相呼先呼六八除四
十八剩三數八上一變三尚剩三十七又以
六六相呼要見六於三十七內恰好否若可
除則用六如總數不足則寧裁一數以就之
如前除法相似所謂商也此呼六六三十六
尚剩一六上七變一完次段除實二千一百
一十六萬餘實一萬八千四百零四俟再商
之

六○

四(　肆・　○　肆・　捌　一柒六九　三壹八　五壹四　貳
二
○二

次于所剩之一除起因此第三點管到
四字止則自一到四作一百八十四除
之共格右四六乃四十六倍作九十二
列次下為廉法列式且讓四下之點不
塡以待所商之隅法而列二于八下列
九于一下凡廉法商法寫式皆做此九
不可除一作○于格右四六之次以存
虛位餘皆抹之另商第四點所用仍剩
一萬八千四百四竟以一數開單

六　四(　肆・　○　肆・　捌二九　一柒二六九　三壹八　五壹・四　貳
二　○　二

前所用四六○是四百六十仍再倍為廉
法當作九百二十數讓空四下所點一位
不塡以待隅法而列九于八下列二于四
下列○于○下乃先以九除一八看得若
千乃二九一十八也當用二為再商右紀
二亦註于所點四下為隅法如九百二十
二者然乃以相呼首以二乘九除十八次
以二乘二除四大○不必除次又以二乘
二除四恰盡凡開方每面四千六百零二
若欲還原用自乘法

又有開方不盡者
其式于後假如列
實四億五千六百
七十八萬九千○
一十二數凡九位
從小數間點至大
數共五點該以五
位開盡

(二 貳 壹 ○ 玖 捌 柒 陸 伍 肆二

首點左第一位下只以本一
位開之首位係四當用二蓋
二之自乘四也系二于四下
右紀二為初商相呼二二除
四完初段除實四億餘實五
千六百七十八萬九千一十
二俟再商

三 一

(二 貳 壹 ○ 玖 捌 柒 五陸一 一伍四 肆二

次除五六且作五十六以從簡便
倍初商二作四為廉法該點下一
位系四于五下所商以四除五得
幾轉四除五只一轉右紀一亦註
一于點下先呼一四如四五除四
剩一四上五變一次呼一一如一
六除一剩五也一上六變五完二
段除實四億四千一百萬餘實一
千五百七十八萬有奇另商

三○

(二 貳 壹 ○ 玖 九捌三 ○一柒二 三五陸二 一伍四 肆二

次除一五七八之一段且作一千五百七十
八而商因前商二一是為二十一今倍作四
十二為廉法空有點之八以待隅法而系二
于七下系四于五下要商四除一十五凡幾
轉計得三轉即用三數為再商紀格右亦系
三于有點八字之下先呼三四一十二于十
五內除十二則抹五改三進抹一又呼三二
四是六于七內除六尚剩一則抹七改一又呼
三三是九于八內除九係借法抹八改九進
位一變○完三段餘實三百九萬九千有奇

次除三○九九○之一段因前用二一三是為二百一十

七 三 一 二 (二 貳 壹 一○七 二七玖六 一五九捌三二

三今又倍其數作四二六為廉法空
有點之○而于九下系六于進位九
下系二于○下系四先以四商上三
○者四除三十凡幾轉該七轉則用
七紀七于格右亦系于有點○下以
相呼先呼四七二十八于三十內除
二十八尚剩二數四上○變二進抹
三次呼二七一十四于廿九內除十
四二上九變五進位二變一次呼六

二三〇一柒二四
三五陸·一四
一伍四
肆·二

七四十二六上九變七進位五變一
次呼七七四十九依借法七上〇變
一進位七變二完四段餘實一十一
萬二千一百一十二另開

次除一一二一一二總作一段前已用二一三七是為二
千一百三十七今倍之當作四二七四為廉法空有點之

二 七 三 一

二而于進位一下系四于又進之一下系
七于進二下系二于進一下系四先以四
商上一十一君除該二轉則用二紀格右
亦系二于末位點下而先呼二四為入以

除一十一餘數三乃抹一改三進
抹一次呼二三為四依借法二上
二變八進位三變二又呼二七一
十四依借法七上一變七進位入
變六再呼二四為八依借法四上
一變三進位七變六又呼二三為
四依借法二上二變八進位三變
二完第五段除實四億五千六百
七十六萬二千三百八十四餘二
萬六千六百二十八為不盡數

二
入貳二(
二三壹四
六七二〇七七
六八二七玖六二
二三五九捌三二四
二三〇一柒二四
三五陸·一四
一伍四
肆·二

右開方二萬一千三百七十二以自乘得四億五千六百
七十六萬二千三百八十四併入餘數二萬六千六百二
十八得原數

開平奇零法第十三

凡開平方法有可盡者如十六用四除盡如二十五用五
除盡是也亦有必不可盡者假如列實二十者用四除去
十六尚餘四此所餘之四將何術以開之其法係除法立
子毋數倍用數為廉法外加一為隅法併為毋而以餘數
為子乃以原所用開之數依毋數化之而併子數俱以為
子乃以毋自乘子亦自乘以取開方而以小數除其大數
視其所得之數若干即開盡數若原數內更有未盡者再
法開之

開方 四 用四開
四〇四之剩四
二 是為九
倍用 九四
餘數 四

三
六六
九
(一
一〇一

倍用數得八加一為毋
共九而以餘數四為子
次以用數乘毋共三十
六併子四共四十

九 ○ 之四十也
四· 毋子再各

二○ ○ 毋九自乘得八十一子四十自
自乘

以八十一而
除一千六百
得一十九零
八十一之六

八六
二
乘得一千六百　六七九〇一八　十一為開方
因自乘便見開　七八陸八　之數尚有未
方　壹　盡另法具後

右法于二十數內開過一十九之八十一之六十一比前
但開除一十六者所得多矣然尚餘八十一之二十未盡
另立一法開焉用盈不足對稽如前用四自乘盈四也又
如用五自乘乃得二十五是又不足五也以不足五對前
四又九之四而　實數五　五內除四餘一依前
以少除多（以五為實以四又九之四為法除之）　法數　四　九四　餘九五　法化一為九內又除
四餘五是九之五也

乃以前四零九之四者而倍之為八零九之八併入今餘
九之五共得九　今餘九五　五八併得十三　九四
零九之四（其倍之為廉法也併入今餘又用盈不足相併）　原餘　九八　八　除一九是一整　併得　九
數尚剩九之四
大取九零九之四以除前所餘未盡八十一之二十係化
法整九與毋九相乘得八十一併入子四共八十五是為
九之八十五　前數　一〇　八二　一八　八二　兩毋乘得六千
又倒位相對　倒位　八百八十五兩
毋乘毋子乘　後數　九　五八　五　八九　子乘得一百八
子　十

又以毋子乘
由之數與原
存九之四十　乘出數　五八八六　〇八一
對列而以兩
毋相乘為毋
次以子毋互
乘各為子而
併之（原存盈數也今乘出數不足也亦相併）　原剩數　九　四〇
乘得
五六九一六
〇二六一〇〇四五七二

兩毋數以九乘六
千八百八十五得
六萬一千九百六
十五為共毋其子
數以六千八百八
十五乘四十得二
十七萬五千四百
以九乘一百八十
得一千六百二十
而併其子

併得
五六九一六
〇二〇七七二

乃以毋數除子數各得四零六萬一千
九百六十五之二萬九千一百六十約
之即十七分之八也為開方帶零數

〇五　（圖　五六九一六／〇六一九二）　六八貳六　一四〇九　九三栥一　二三栥六　貳

若欲知其已于二十數內除過幾許即將四零十七分之

八自乘之依法先以四各化爲十七加八俱爲子數而仍以十七爲毋毋子各自乘以見開方（毋自乘得二百八十九子自乘得五千七百七十六）而以毋數除子數即見

七二 八 四

以十七化四得六十八加八得七十六俱子數

七六 二七

自乘出

九八二
六七七五

五陸九（一九 二三八九 二二八五）

八六八柒九八
二三〇八九柒八二
一二三伍二

依除法已開爭一九零二百八十九之二百八十五較前十九零八十一之六十一遠矣尚餘二百八十九之四未盡欲盡之再依前法開除

又法以四開二十四用四開之不盡乃用四零二之一以求之以所用數四倍之八爲毋以不盡數爲子（四）又約之而以通法悉化其用數以爲子

倍之

八四 四

倍用數四爲八以作毋而以不盡數四作子

約之

二二 四一

化之

二九

原二爲毋一子則二四爲八加一成九毋子各自不小數除大數

自乘

四一 八一

毋二自乘得四子九自乘八十一

壹（二〇四一 捌四

以毋之四除子之八十一得二十數不足四之一

另置四之一爲實將前四零二之一倍數得九爲法前數二一 四 倍之九 除之依法以九立一爲毋

倒位乘以併毋互乘求子 而以兩子對減

原剩四一 倒位九一 併毋二九 互乘三六一

併得

七二
二 三 二 四

減餘

七二
三 二 二

于三百二十四以毋數內除二除子得三百數二十二

二四 七三（四 四貳二 約之 三四貳七 參 六七 三二 四

欲知已於二十數內除過若干則以四零三十六之十七自乘求之其法以四俱化爲三十六幷入一十七爲子數（四化三十六得一百四十四幷入十七共一百六十一）毋子各

自乘

化之

六三 一六

自乘

六九二一
一二九五二

毋數三十六自乘得一千二百九十六子數一百六十一自乘得二萬五千九百二十一

次以毋數除子

一二九六（二〇 壹六 貳六九 一玖九二 一伍二二 貳一

得二十不盡一千二百九十六之一

如欲將所餘一千二百九十六之一再爭除之仍將前數加一倍如四零三十六之一十七倍作八零三十六之三十四依法化之（八化三十六得二百八十八併入三十四得三百二十二）為三十六之三百二十二若用約法則[illegible]八之一十七亦依法化之（八化十八得一百四十四併入十七共得一百六十一）為一十八之一百六十一此倍出廉數也以之倒位而對前所餘數毋子俱自乘仍對前所化廉數求之

約數
八 二 八
　 二 七

化出廉數
一八
一六一

前餘
一二九六
一

倒位
一六一
一八

毋子各乘
二〇八六五六
一八

毋乘毋得二十萬八千六百五十六子乘子仍一十八

約之
一一五九二
一

次以所約之毋子與原廉其子相對而依法以乘毋者併毋次以兩子各乘總毋得數以對減餘為實乃取所併之毋倍之為法以除其實

原數
一八
一六一

約數
一一五九二
一

併毋互乘

併得
二〇八六五
一八　一六六

三一二

減餘
二〇八六五六
一八六六二九四

倍毋除得
四一七三一二
四　一九七〇二八

以三十六約之
四　一一五九二
五四七三

然後以毋化四併入子數以毋子各自乘得數以小除大

一二
一

六四

化併

一 一 五 九 二
五 一 八 四 一

自乘

一 三 四 三 七 四 四 二 四
三 六 八 七 四 　 九 二 八

以毋于

二 ○ 一 三 四 三 七 四 四
　 　 　 　 　 　 一

此為開方不足之數比前則所剩微矣欲開盡依法再

推

同文算指通編卷七

浙西　李之藻　演

積較和相求開平方諸法第十四

凡平方長濶不等以長濶相乘爲實積以長濶相減爲較以長濶相併爲和

凡以積和求較者以和自乘以積四因相減開其餘得較

假如直田積八百六十四步長濶和六十步求長多濶幾步者用和自乘（得三千六百）又四因直積（得三千四百五十六）以少減多餘一百四十四平方開之得差一十二步

右開法見前不重列所以和自乘又四因直積者蓋和

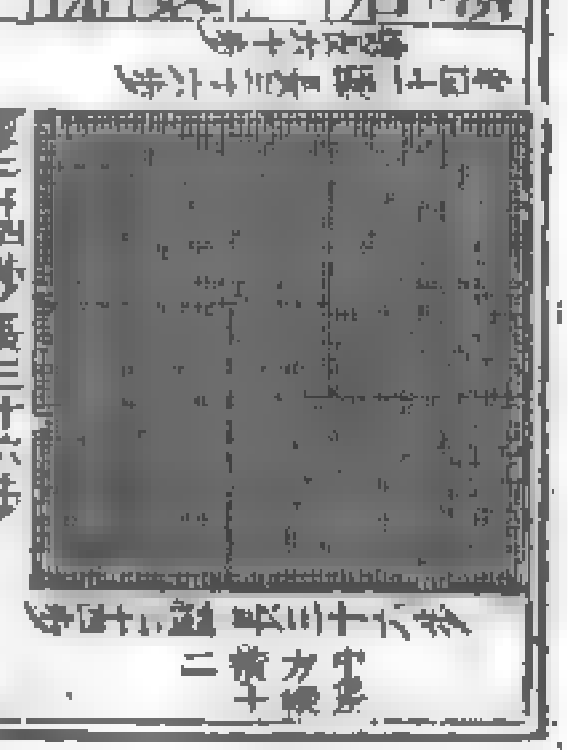
自乘有四段直田積一段差方積故以四積減和乃剩下差方一段以取方面見步（有圖在後）

比類如有金八百六十四兩數人分之只云人數與各得銀數共六十其差幾何銀數爲濶人數爲長得三十六人每人二十四兩

凡以積較求和者四因實積又以差自乘併入開平方除之得和

假如直田積八百六十四步濶不及長一十二步求長濶和共幾步者以積步四因（得三千四百五十六）以較自乘（一百四十四）相併（三千六百）開方得長濶和六十步（長三十六步　濶二十四步）

右四因積有四長四濶縱橫
列之于外又較自之一段居
中故開方得和
其用和自乘者得此圖全數
外兼四積內兼較自乘故除
積得較



比類金八百六十四兩只云錠數不及兩數十二求錠
與兩共若干兩數爲長錠數爲濶得錠與兩共六十
若夫積與較求濶者其長之積多於濶若非加法以帶除
其長當於實積內抽減其長之積故其法有二其一以較
爲縱方併縱入方謂之帶縱開平方其一以較爲減積以

方乘減謂之減積開平方
積與較求長者其濶之積少於長若非益積以補濶則當
損其法之長也求法有二其一以較爲負縱乘上商以添
積謂之負縱益積開平方其一以較爲減縱而以負縱減
方法謂之帶減縱開平方
積與和求濶者以和爲縱方一爲負隅和併一長一濶積
得一長而少一濶故用一爲負隅或益負隅於積或減負
隅於縱皆可以求其濶也其益隅於積者乘負隅爲方法
又乘方法以益積是爲帶縱益隅開平方其減隅於縱者
乘負隅以某縱命餘縱以除實是爲帶縱負隅減縱開平
方
積與和求長者原積有長濶相乘而無長自乘宜損濶以
益長故以和爲縱方而置一算爲負隅稍羸其商以減其
縱用減餘者以除積而積常不足則翻以積減縱而餘爲
負積或再商命隅以減縱而縱反不足亦翻以縱減商而
餘積縱三者俱負乃以負縱約餘負積商命負隅開之是
爲帶縱負隅減縱翻法開平方
右縱方六術所以通平方之變而翻法一術又所以通縱
方之窮也此外有積與二濶較及長濶較求濶者則有所

謂帶縱減積開平方有以大小二方和積求徑者則有所
謂減積帶縱負隅併縱開平方有以方圓二徑虛設相同
及積求其實徑者則有所謂隅算開平方至於匿其積實
而虛張長濶和較之數互求長濶者則又有所謂帶縱隅
益積開平方帶縱負隅減縱開平方減積帶縱隅益積開
平方帶縱負隅減縱益實開平方帶縱廉開平方帶縱廉
負隅開平方帶縱方廉開平方帶縱廉負隅乘縱減實開
平方皆以帶縱諸法錯綜爲用以御開方諸積之變神明
變化存乎當機初不可一途而取今每則略著數例以便
初學

帶縱開平方法　積較求濶

有句股積若干平方開之第云句不及股若干用加法帶
除其股積餘爲開方名帶縱開平方法列實點定開位亦
列所不及爲縱數于下以首位隨首點下須于縱上空一
積行以容商除初商若干紀格右亦以商數併縱數列首
點下（有小數者照常退位排之）次第呼乘以除實數但所商數須與帶
縱相照若縱數多則減商數就之不盡之數再倍作廉法
然倍方不倍縱亦併入帶縱商之

假如有直田積八百六十四步濶不及長一十二步求濶
幾步列實定位以帶縱一二隨首位列之初商二紀格右亦

列首點下以併帶縱一共三乃變壹貳証三　相呼二三
除六　三上捌變二二二除四　貳上陸變二完首段餘
實二百二十四步次倍二作四爲廉法
挨退位下亦列帶縱以廉四併縱一共
下列五次商四紀格右亦証末位點下
爲隅法以併隅二下証六乃相呼除
先呼五四除二十進抹二又呼四六二
十四恰盡得濶二十四步

四
（二
肆四貳六
二陸四貳一五
二捌二壹三
列實　帶縱

比類給銀八百六十四兩只云所得銀之兩比得分人
數多一十二兩求總是幾人每人各得銀幾兩銀多爲
長人少爲濶得銀兩數二十四人數三十六

假如二十三萬〇四百爲實帶縱七百二十初商可用四
數因有帶縱七乃減商作二紀格右
亦紀首點下爲隅以併帶縱七共九
乃變二七作九是爲二九與右二疊呼
除之　二九一十八　九上叁變五
進位貳本位下餘九　次以右二乘
二除四用借法　二上〇變六　進
位五變四本位下餘二次倍二作四
爲廉法列次點之進位〇下另列帶

二四〇
（二　〇　〇
肆四
二六〇
四二〇
五二七
叁二
二七九
一一六
貳
列實　帶縱

縱數于廉下以待商除次商四紀格右亦証次點四下爲
隅法而以帶縱及廉法併入除之四七併一十一廉下變
一　進位亦加一　四二併得六隅下變六乃以右四呼
首一　一四除四　一上餘四又以右四呼次一　一四
除四　一上六變二又以右四乘次六四六二十四　六
上除肆　進位除二恰盡因尚餘一點于右加一〇
右平方二百四十帶縱共九百六十
若實數首位寡而帶縱數多不能併累開方者雖點段在
首位亦退一位列商及列帶縱而減一商
假如列實一萬六千一百廿八帶縱七十二點段該將左首

位商起因帶縱是七即減一商置次點下　初商九紀格
右亦註次點之下併帶縱七共一十六乃改七九作六進

六九　捌
四　貳　二八七五
五　七壹九七六二
二　七陸　一
壹

六二
位置一爲方法與商九相呼　一
九除九　一上陸變七進抹一
六九五十四　六上壹變七進位
七變一二九一十八二上貳變四進位七變五次倍九得二十入爲廉法另退一位置帶縱再商六紀右亦註末點下爲隅法而併廉法帶縱呼除如前得隅九十六帶縱七十二共長一百六十八
其實首數多帶縱數少可以開除者仍照所點段位開起
假如列實三萬八千四百帶縱二百首位三自爲一段初

二○　(一　○　○
肆二
捌二貳四
叁一貳三
列實帶縱

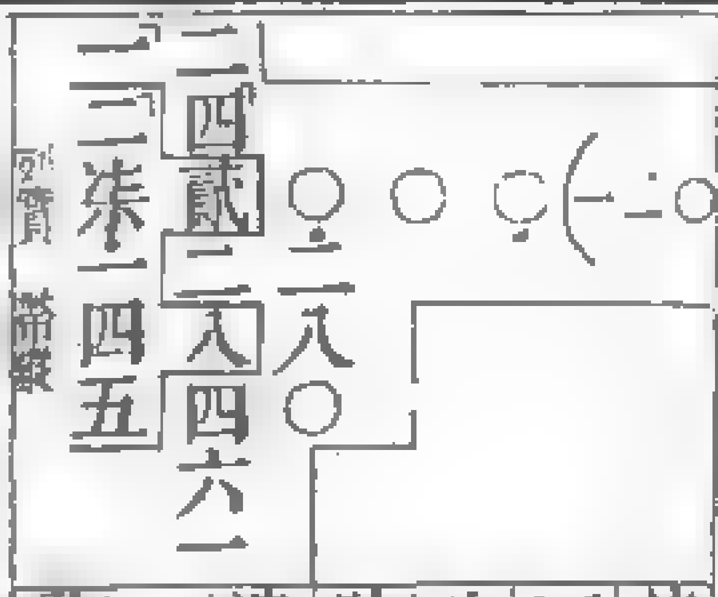
商一紀右亦紀一于首位下併帶縱二得三
乃以貳變三與右一相呼一三如三徑除叁
次倍一作二爲廉法以註初商之次位以併
帶縱得四註縱下如前再商二以紀右亦以
註第二點下俱與右二相呼先呼二四如八
徑除捌又呼二二如四徑除肆外尚剩一點
該于格右加○
右開方一百二十縱三百二十
若點段開位少而帶縱之位反多如開位二點只該百而帶縱乃至千之類以
初商置首點下而以帶縱大數進位列之必首段係二位

著方有此例
假如列實一十九萬八千帶縱一千五百三十只點作三
段其開數止有三位初商只是百數
而所帶乃踰至千此其併縱亦須以
百隨百以千進一位　初商一紀右
亦註首點之下併帶縱五得六另改
註其下先以右一與縱一呼之一一
除壹次以右一呼併六　一六如六
六上玖變三　次以右一呼縱三三
上捌變五完首段　乃倍初商之一

二○　(一　○　○　○
一　一
三　五
壹　玖　捌
一　三　一
一　五　三　○
六　五　三　○
一　七　五

作二爲廉法註初商之次其帶縱亦于次位列之列五百于廉下
二五併得七另註七于下一千進位再商二紀右亦註次點下以併三得五
另註五乃以遞呼　先呼一二如二　一上三變一　再
呼二七一十四　七上五變一　進除一　又呼二五得
一十恰盡外尚餘一點右加○
右開方一百二十縱一千六百五十
帶縱併商數有共一十者進位照式呼除第一圖亦有此
假如列實七萬二千帶縱四百八十點在首位初商一紀
右亦註點下併縱四得五註于下以呼一五除五四上柒
變二　再呼一八除八　八上貳變四　進位二變一乃

倍初商之一作二爲廉法註次位其
下另列帶縱以二併四得六註于下
次商二紀右亦註次點之下以相呼
除 二六除一十二 六上四變二
進刪一商二併縱八得一十進位註
一本位註○以相呼除一二除二恰
盡外餘一點加○于右



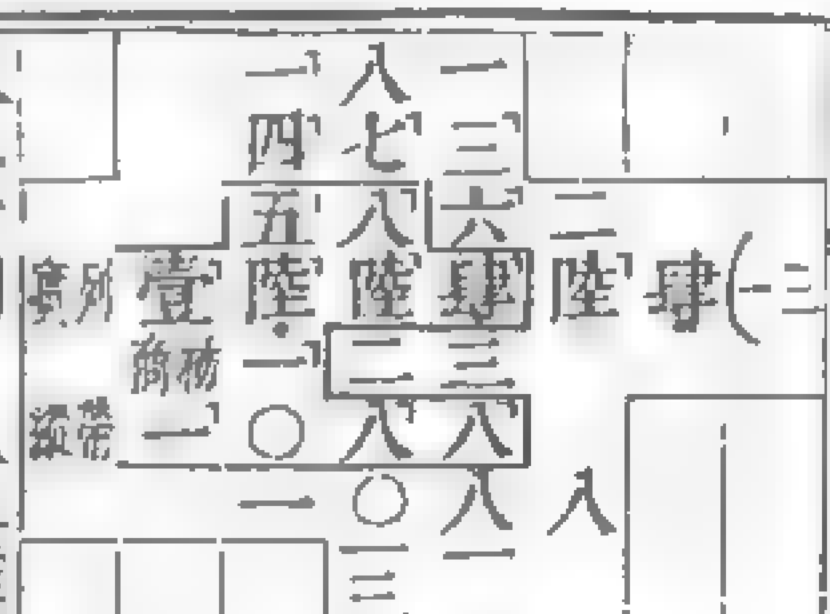
右開方一百二十縱六百

若實數縱數商除數俱多襍糅易淆者務須先將帶併之
數逐一歸併停當各註其本位之下乃以呼除大抵只據

最下一字爲準則不淆亂

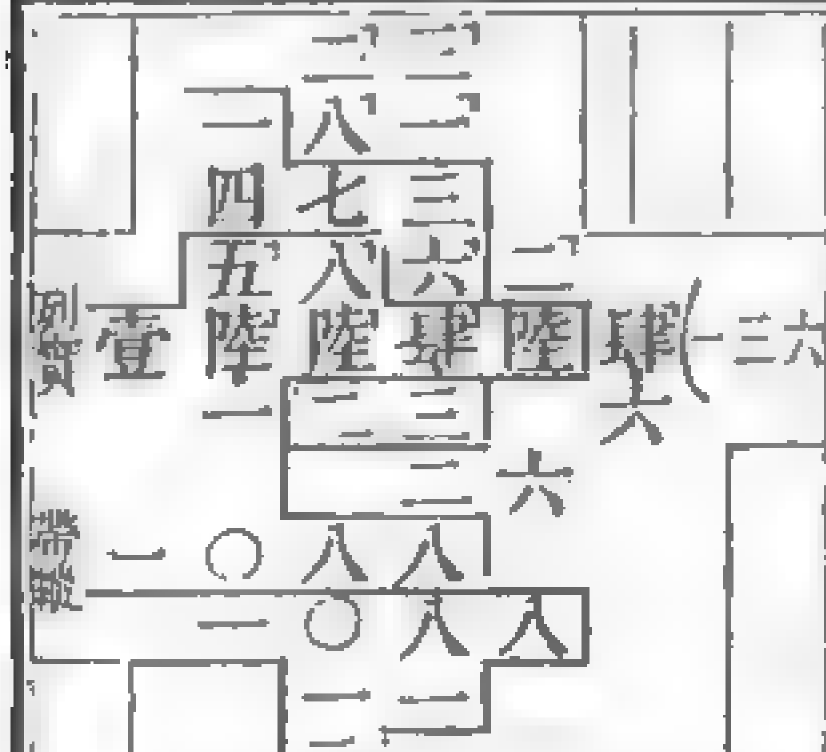
假如列實一十六萬六千四百六十四帶縱一千○八十
八先點定該開三位訖其帶縱低二行列之以便填商置
初商于第二位點下以帶縱之千進一位列之初商是百故帶縱之
千進位與廉法同與初商一併八爲一千一百八十八以初商一紀
右相呼首位呼一一如一以刪壹 次位呼一一如一
一上陸變五 三位呼一八如八 八上陸變八 進位
五變四 四位呼一八如八 八上肆變六進位八變七
畢一段以上甚商倍初商之一作二爲廉法註次位下另列帶
縱數併得一千二百八十八 次商三紀右亦註次點下併入以商二三

併縱八得一十一註一于下八下又
註一于進位廉二之下以商縱二
併廉二得三另註三于廉二之下
併畢其併註數多認定最下字爲
主以與右相呼首位呼一三如三
一上四變一次位呼三三如九三
上七變八進刪一第三位呼一三
如三 一上六變三第四位呼三



八二十四 八上陸變二進位三變一畢二段以上除過
一十五萬八千三百四十餘實八千一百二十四未盡

又倍前商之一三作二六爲廉法空末位之點以待隅法
而以六註二下右第二位以二註一下右第三位另列帶縱數以相
併乃以廉六併縱
八共一十四系四
于八下一進位又
以一併廉二共得
三系于其下乃商
六紀右亦註末位
下又以併縱八共
一十四註四于末



位下一進位四下改作五併訖以最下字與右相呼一六除六　一上入變二　三六一十八　三上一變三進除二　五六三十進除三　四六二十四除恰盡

右開方一百三十六縱一千二百二十四

裓積開平方法 積股求濶

句股積若干句不及股亦有裓積法裓積者於實內減股之積以就其方也列實定位另列不足數為裓積以商乘裓積以所乘出之數列原積下對減視餘實若干以所商倍法除之有未盡者倍方為廉約得再商別置為隅亦乘裓積以減餘實乃併廉隅除之

假如直田八百六十四步濶不及長一十二步求濶幾何列實點位如前另列不及一十二為裓積以初商乘之初商可用三因有乘數故約用二紀右亦註首位下以乘減

裓積貳壹　初乘四二　再乘八四

積得二十四隨位列之相對減原積二上捌變六　四上陸變二餘實六百二十四乃以方法呼除

四二(
六肆四　入
一七八二陸四四四
一二三六捌二二
列實　初乘　次乘

二二除四二上六變二餘實二百二十四次倍二作四為廉法註退位再商得四紀右亦紀末位為隅法以乘裓積得四十八亦相對減餘實四上二變八進位二變一　八上肆變六進位入變七乃以方廉呼除　四四除十六　四上七變一進削一又以方隅呼除四四除一十六恰盡得濶二十四步

假如直積一千七百五十濶不及長一十五問濶幾何列實定位另列不及為裓積初商三紀右亦註首點之下為方法以乘裓積得四五隨方法之位列之以裓原積四上柒變三　五上伍變○　乃以方法除之　三三除九　四上三變四進削壹餘實四百次倍三作六為廉法註退位再商五紀右亦註末位為隅法以乘裓積得

裓積伍壹　初乘五四　再乘五七

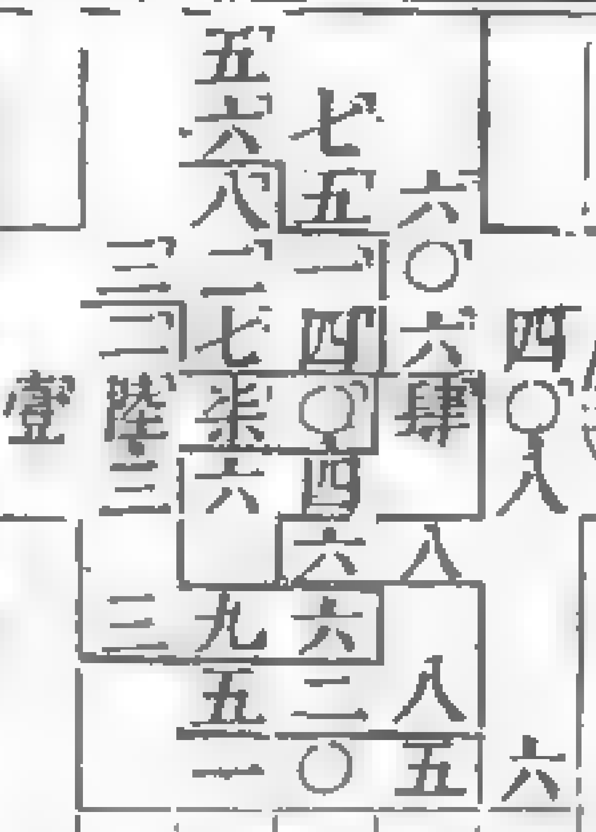
五三(
五○五　五
二○伍六五七
三四三柒三四
壹
列實　初乘　再乘

七十五對註以裓餘實五上○變五　七上○變二　進位四變三尚餘三百二十五皆與次商相呼五六進除三　五五二十五恰盡

得廣三十五

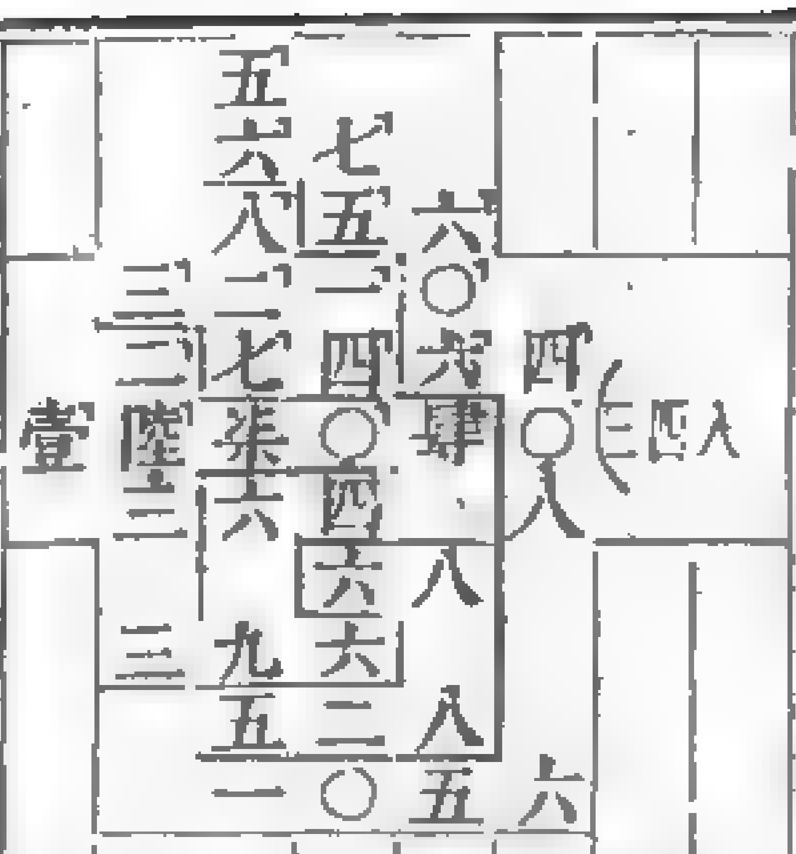
假如直積一十六萬七千四百四十濶不及長一百三十二求濶幾何列實定位另置不及為裓積初商二紀格右亦註首點下以乘裓積得三百九十六隨首點列位對減　六上○變四因有借故進位仍七　三上陸變二餘實一十二萬七千四百四十乃以方法開之三三除九　三上二

減積一三二　初乘三九六　再乘五二八　三乘一〇五六



變三進削壹餘實三七四
四〇次倍三作六爲廉法
註退位商實得四紀右亦
註次段照下爲隅法亦乘
減積得五百二十八退前
積一位列之對減八上肆
變六　二上四變二　五上
七變二仍餘三二一六卻
以廉隅呼除四六二十四
六上二變八進削三　四

減積一三二　初乘三九六　再乘五二八　三乘一〇五六



四一十六　四上一變五
進位八變六尚餘六五六
〇乃倍三四作六八爲廉
法挨尾點一位列之再商
得八紀右亦註尾下爲隅
法又乘減積得一千五十
六挨尾位列之對減六上
〇變四　五上六變〇
一上六變五仍餘五五〇
四乃以廉隅呼除六八四

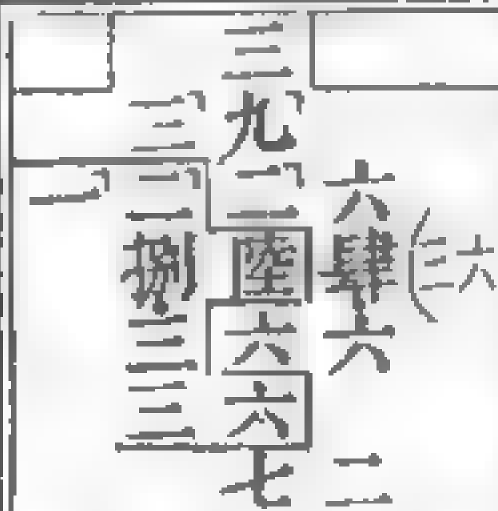
十八　六上五變七進削五　八八六十四　八上〇變
六進削七又八八六十四恰盡得濶三百四十八

負縱益積開平方法 積較求長

有句股積若干句不及股爲較以積及較求股而句少於
股則益積以補句名負縱益積開平方列實定位另置所
不及數爲負縱以商乘負縱虛增其積而後以方法開除
不盡者倍方爲廉又以再商乘負縱增積而另置一算爲
負隅以再商乘負隅爲隅法置於廉次以商呼廉隅除盡
假如直積八百六十四濶不及長一十二求長幾何列實
定位另列不及十二爲負縱而初商則約所增負縱之乘

命之如首位捌關法宜用二因有負縱之乘乃商三紀右
亦註首位下爲方法而以乘負縱得三十六註三於首位
註六於次位以併原積六上陸變二　三上捌變二　進

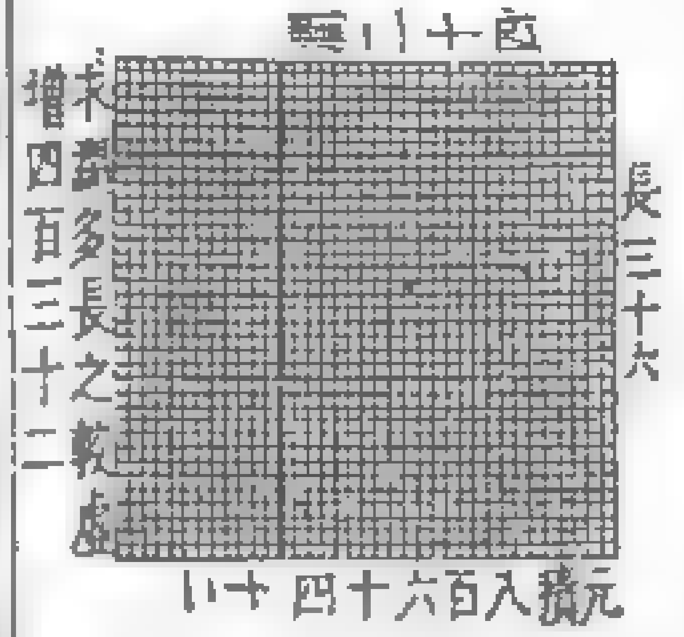
負縱貳壹　初乘六三　再乘二七

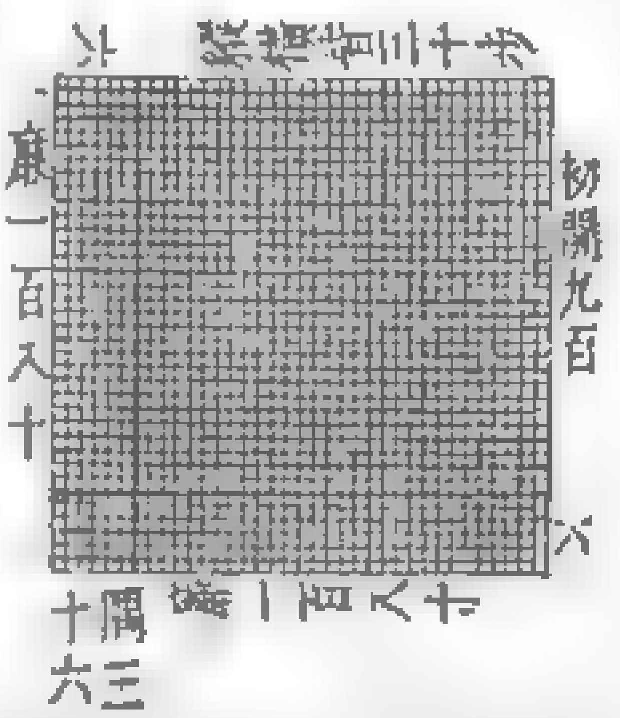


位置一益積得數一千二百二十四
乃以方法呼除三三除九　二上二
變三餘積三二四又倍三作六爲廉
法另商六紀右以乘負縱得七十二
退位列之添積一上肆變六　七上
二變九共積三九六而另置一算爲
負隅以次商六乘之仍得六爲隅法

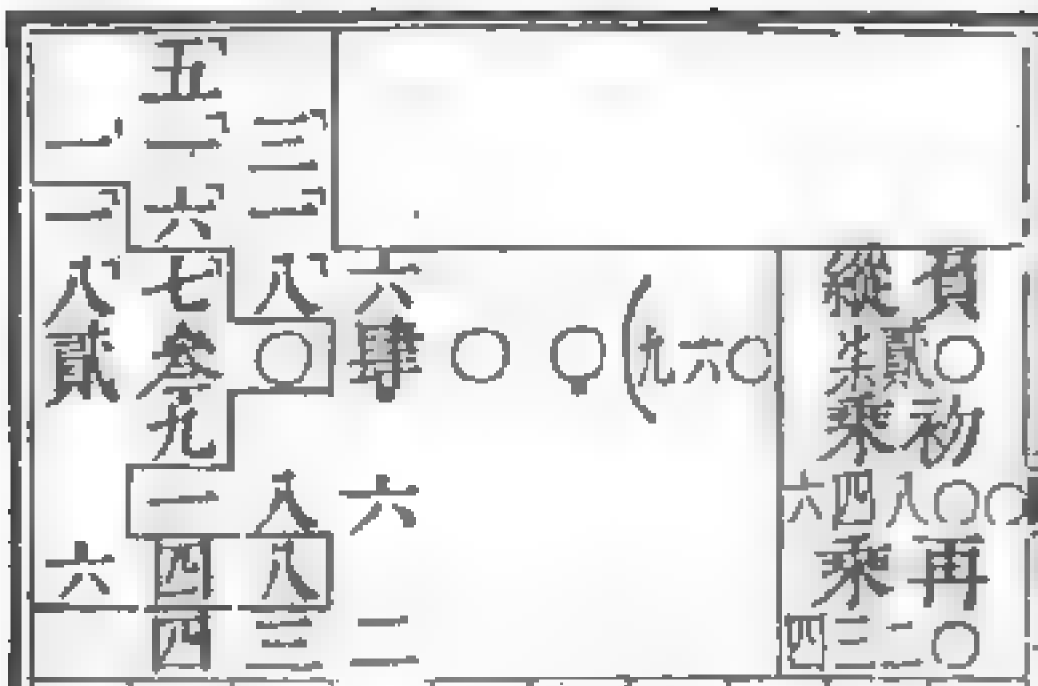
乃併廉隅呼除六六三三十六 六上九變三進例三又呼
六六三三十六恰盡得長三十六

負縱益積圖





假如直積一千三萬四百長濶較七百二十求長幾何列



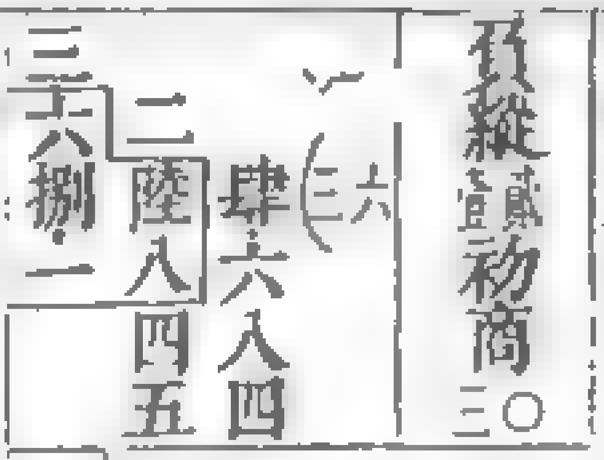
實亦列較爲負縱初商九紀右
亦註首點下爲方法以乘負縱
得六四八以益積 八上○變
入 四上叄變七 六上貳變
八共八七八肆○○以方法除
之九九八十一 九上七變六
進例八餘實六八肆○○乃倍
九作一八爲廉法註八於次隅之
進位又註一於進位次商六亦
乘負縱得四三二以益餘積之上

上肆變六 三上八變一 四上六變一 進位置一共
得一一一六○○又以次商六乘負隅一仍得六註本段
點下爲隅法乃以廉隅呼除 一六除六 一上一變五
進例一 六八四十八 八上一變三進例五 六六三
十六恰盡得長九百六十

帶減縱開平方 積較求長

凡以較及積求股者股長於句亦有損股之長以就其方
者名減縱開平方列實定位列較爲減縱以減初商而以
所減之餘即乘初商以開之其次商又即以初商併入爲
廉法而商之置隅如常

假如直積八百六十四濶不及長一十二求長若干列實
另置不及一十二爲負縱初商三十 因有二點故知三十 置右另以
負縱減之餘一十八挨註首位點下爲
方法以呼所商三 八二十四 八上陸
變二 進位捌變六 一三除三 一
上六變三 餘積二百二十肆乃于右
三加○以併方法一十八共四十八爲
廉法註退位再商六紀右亦註隅而併



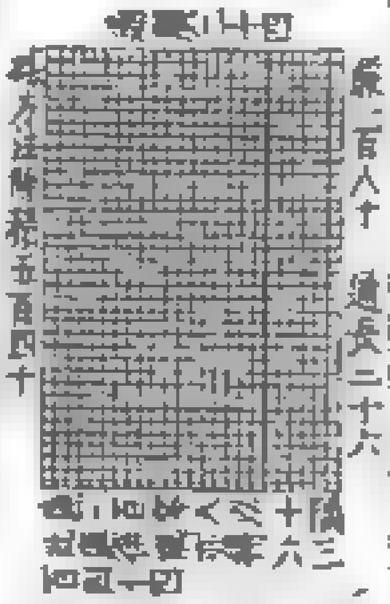
入廉法共五十四而六八併攺四 進位四攺五以呼次
商五六三十 五上進位削三 四六二十四恰盡得長

三十六

六　（三
六肆六八
三八二陸八四
三六捌一

其次商若不以隅相併亦同前法
次商六併初八為四十八退位証之以
呼四六二十四　四上二變八　進位
削三　六八四十八　八上肆變六
進位八變三　又置隅法於尾位六六
三十六恰盡

帶減縱法圖



只就本段積
比類以金換絹八百六十四匹
不知金一兩換絹幾匹但云原
金總兩多於絹數十二今求原
金幾何如長絹匹如濶得金三
十六兩其所換匹數即直積也

假如直積三千四百五十六濶不及長二十四求長幾何

負縱肆貳初商七〇

（七二　陸二六八
一三伍六二
二六肆四一
叁

列實定位另置較二十四為負縱初商
七十因有二點故知七十紀右以負縱減之餘四
十六挨証首位為方法因多于三點例退位與商
相呼　四七二十八　四上肆變六進
削叁　六七四十二　六上伍變三進
位六變二　餘實二百三十陸乃於右
七加〇以併四十六共一百一十六為

廉法列於下續商得二改右〇為二亦証尾位為隅法併
入廉法呼除一二為二　一上削二　又一二為二一
上三變一　二八一十六恰盡得長七十二
又有兩方共積若干第云以小方之一面乘大方之一面
共若干問大小方面各幾何者倍乘積以減共積以所餘
積為實開方得較再置二方乘數為實以較為減縱開平
方除之得大方面以較減之得小方面
假如大小方田二段共積六千五百二十九步以小方大
方各一邊相乘得三千一百二十步求大小方面幾何者
倍二方乘積得六千二百四十步以減共積餘二百八十九步為實以

開平方法除之得較一十七步再置
二方乘數三千一百二十步為實以
較為負縱初商六十紀右以負縱減
之餘四十三証下為方法以呼所商

負縱柒壹初商六〇

（五六　五
〇五三八二
四貳三〇
五七壹四一
叁

四六二十四　四上壹變七進削叁
三六一十八　三上貳變四進位七
變五餘實五百四十乃於六右加〇
以併方法共得一百零三為廉法列下續商五紀右亦証
尾位為隅法併入廉法共一百零八以相呼　一五除五
五八四十恰盡得大方面六十五步以較一十七減之得

小方面四十八步

帶縱益隅開平方法 積和求闊

凡積和求闊者用其和為帶縱則已乘長闊而積有長無闊故虛置一積為負隅而以負隅益積即以帶縱開之得闊數名帶縱益隅開平方列實定位另置帶縱數以初商紀右用自乘以益原積是為負隅而以所商呼縱方除之不盡者倍商為廉註退位又再商紀右亦註廉次為隅法廉隅併數以乘所商益積乃用商呼縱方若不盡須再商者則以後廉併前廉餘如前法除盡得闊數

假如直積八百六十四長闊和六十求闊幾何置積為實

帶縱 〇 陸 初商乘 二 一

四 二 〇 肆 西

四 二 陸 四

二 捌 二

二 一

初商乘 四

再商乘 六 一

以和為帶縱初商二紀右亦註首位下自乘得四以益積共一千二百六十四乃以初商乘帶縱二六一十二 二上削二進削一餘實六十四倍方為廉得四註次位次商四紀右亦註尾位為隅法以乘廉法得一十六併入餘實四上陸變二進加二亦以乘隅法尾位肆變〇進位二變四共二百四十而以次商呼帶縱恰盡得闊二十四

帶縱益隅圖

二積共一千四百四十步以帶縱六十除之得闊二十四步

假如直積二萬一千六百四十八長闊和二百九十六求闊幾何列實定位置和為帶縱初商一列右為方法亦註首位下自乘仍得一以益積首位貳變三乃以方法與帶縱相呼除實首位三變一 次位壹變二進削一退位陸變〇餘實二千〇四十八倍方為廉得二註退位次商三

紀右為方法亦註廉次為隅法共三以乘方法得六十九益入本段餘積三上〇變九 二上二變八共得八九四八乃以方法呼帶縱除之

帶縱 貳玖陸

初商乘 一

又商乘 九 六

又商乘 四 二 五

五 二九〇 九六 二捌 一三二

三八 二 〇 肆 二

二三 貳 壹 陸 六

一 二 三

二三除六 二上八變二 三九二十七 三上九變二進削二 三六一十八退位四變六進削二餘實六十八又倍方法之三為六作廉法註退位併入前廉一共二百六十 所以併入前廉者蓋一方外必具兩

廉故爲方法再商二紀右亦註尾位爲隅法併入方法共六

以乘所商二得五百二十四以併餘積尾位八變二進位

六變九進位加五乃以所商二與帶縱呼除恰盡得濶一

百三十二步

假如直積三千四百五十六步長濶和一百二十步求濶

入四
(
○陸八
六伍八
帶縱
壹貳○

九二
二○肆四
一二五叄
初商六　再商四
乘　乘七

幾何列實以和爲帶縱初商四紀右爲方法亦註首點下自乘得一十六益積四上肆變○進位叄變五乃以方法呼帶縱一四除四首位五變一二四除八

退位○變二進俐一尚剩二百五十六次倍方四得八爲廉註次位續商得八爲方法紀右亦註尾位爲隅併入廉法得八而與方法八相乘共七百四以益餘實尾位陸變○進位伍變六　進位二變九乃以所商八呼帶縱恰盡得濶四十八步

帶縱負隅減縱開平方 積和求濶

積濶求和若難以益隅開之者卽用減隅法而減負隅於縱名帶縱負隅減縱開平方列實定位列和爲帶縱置一爲負隅初商紀右乘負隅以減帶縱列減餘於實下而乘所商以開之不盡者倍方爲廉以廉減縱次再商紀右亦減餘縱而以共減餘乘商除盡得闊數

假如直積八百六十四長濶和六十求濶列實定位另列和爲縱方初商二紀右亦紀首點下以乘負隅一仍得二爲方法以減縱數陸剩四隨首位註之以呼初商二四爲

四
一
(
肆四
○六
原縱
二陸四
○
二一
捌二四
列實
減縱

八二上剆捌餘實二十四倍方法之二作四爲廉法註初商之次位亦乘負隅得四以減縱剩二十註退位次商四紀右亦註末位爲隅以減餘縱之二十餘一十六附註乃與右四相呼先呼一四除四一上陸變二再呼四六二十四恰盡得濶二十四

亦有初商除實訖卽以初商再減剩縱以所餘爲縱方而卽以再商再減爲下法者 前法倍初商爲廉以減原縱此卽以初商減剩縱不立廉數焉 已將原縱再減以應兩廉之數與倍商同

原縱
陸○

四
二
(
肆四
○六
二陸
○
二一
捌二四
列實
減縱

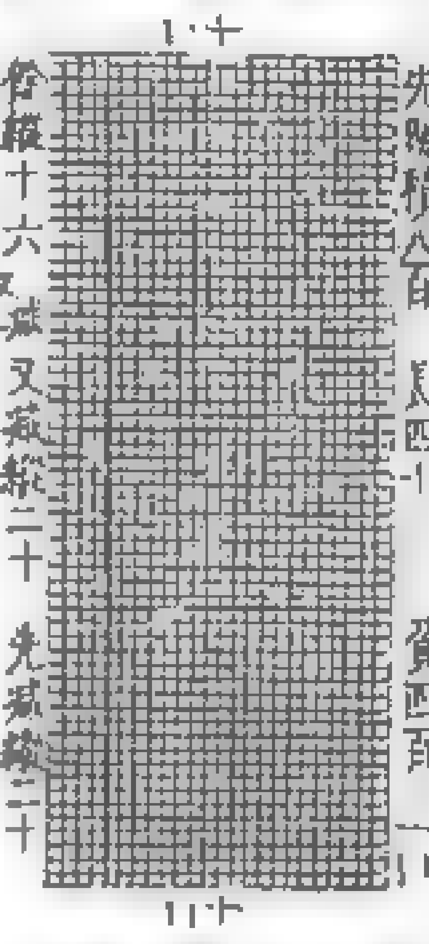
初商除實八百訖卽將初商之二十再減餘縱四十剩二十退位列之

次商四以減餘縱二十尚剩一十六呼除如前

右得廣二十四以除實積得縱三十六

若欲還原以廣縱相乘

負隅減縱圖



長濶和變作通長
六十
濶二十四共負四
百八十

假如列實三萬三千六百長濶和四百列實亦列和為減
縱初商一乘負隅仍得一以減縱四餘三百隨首位列註

〇 二 一
原縱
肆〇〇

以呼所商一三除叄訖 次倍初商一
作二為廉法以減縱四仍餘二註退位
再商二亦以減縱變二〇得一八而以

〇 〇
〇 〇
陸二 〇 〇 八
一 叄 三 〇 二 一
叄 一 三
貳列 減縱

次商呼之 一二除二二上叄變一
又呼二八一十六恰盡 格右加〇以
結末位得濶一百二十
右法同前但減縱有借法進位故錄為
式

假如列實六萬九千三百六十長濶和七百八十二列加
前初商一以乘負隅仍得一減縱七餘六相呼 一六除

二 〇 一
原縱
柒捌貳

陸 一八除八玖變一 一二除二叄
變一訖 次倍一作二為廉法以減縱

〇 二
陸 〇 二 八
一 叄 二 二 八 五
一 玖 二 一 八 五
陸 一 六

仍剩五附列而縱數多于原數無可商
除則紀〇于右併初次商得一十另倍
一十作二十為廉法挨註退位以二減
縱七是為玖挨尾段列之續商二以相
呼 二五除一十 進俯一 二八一
十六除盡得濶一百二十 初商除訖即以先減縱數亦然

假如列實九萬六千長濶和六百四十

〇 四 二
原縱
陸肆〇

初商二以乘負隅一仍得二紀右亦註
首位以減六 餘四以相呼 二四除
入 四上玖變一又呼二四除入 四

〇 〇 〇
〇 四 〇 四 〇
入 陸 四 四 二
一 玖 二 四

上陸變八 進俯一訖
乃倍二作四為廉法以減縱六剩二亦
隨退位註之 次商四紀右亦註退位
為隅以減縱二只剩乃以四變〇以商相
呼 二四除八恰盡 因有餘位 右
加〇得濶二百四十
右法已見因縱有重位故錄備例
若以積與虛長濶共若干而欲求其濶者及欲求其長者
皆以共若干為帶縱方而求濶則以濶為負隅以長乘積
為實求長則以長為負隅以濶乘積為實列例如左

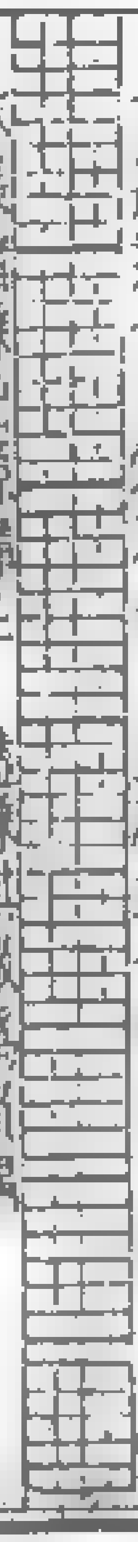
假如直積八百六十四步三長五濶共二百二十八步求濶幾何以三乘積步得二千五百九十二爲實（三長原有三積故以三乘）五爲負隅（已用三長尚少五濶故用爲負隅暗乘五段濶方之積）以共步爲帶縱列實定位初商二紀右以乘負隅（五得一○）以一減縱首　貳變一　餘縱一百二十八挨註首位與商相呼　二二除二

二四二（　貳
帶縱貳　初乘負隅一○
負隅伍
三玖八
一伍二
貳二

二三除四退位伍變一　二八一十六
退位玖變三進位一　餘實三十二再以
所商二乘負隅得一○以一減餘縱剩二十八（即前倍方續爲廉之法）
商四以乘負隅得二○再減餘縱二十剩八以呼所商四八

三十二恰盡得濶二十四步

三長五濶演段圖



三長共一百零八步　五濶共一百二十步
右長者乘出原積三　虚乘其數爲負隅
共縱方二百二十八步

假如直積八百六十四步三長五濶共二百二十八步求長幾何以五乘積步得四千三百二十爲實（五濶原有五積故五乘之）以三爲負隅（於原縱減去二長故）以共步爲帶縱初商三以乘負隅三得九減縱註其退位九上貳變三　進位貳變一餘縱一三八挨註首位以呼初商一三除三　一上肆變一

三三除九退位叁變四　進位一
三八二十四　八上貳變八　進位
四變一餘積一百八十復以初商三
乘負隅三得九以減縱九上三變四
進位一剩四十八次商六又乘負隅
三得十八亦以減縱剩三十與商相
呼恰盡得長三十六步

三四○
一三貳九八
縱帶貳九
○（三六
八貳八
四叁三
一肆一
負隅叁

又有以積與虚長濶和較共若干求濶者及求長者約和得長濶幾何併濶與較得長幾何而視其所求爲長爲濶如前法以別實積及負隅而皆以共數爲帶縱

假如直積八百六十四步一長二濶三和四較共三百一十二步求濶幾何約三和自具三長三濶以併一長二濶共四長五濶又以四較益濶爲四長共得八長而餘一濶應入乘積步得數六千九百一十二爲實以餘一爲負隅以共步爲帶縱初商二以乘負隅一仍得二（因點爲二段此爲二十）以置縱次位減之二上壹變九　進位叁變二餘縱二百九十二列原積之下以呼所商二二除四　二上陸變二　二

八貳四
六七九壹二
二叁　縱帶
二四（貳
七壹二
一玖九
二陸二
一○
六　八

九一十八次位玖變一　進位二變一　二三除四　二
上壹變七　進位一變○　餘實一○七貳復以初商二
又乘負隅以減縱二上九變七　剩縱二七貳續商四又
乘隅減縱四上貳變八　進位七變六是爲二六八以乘
所商四除盡得潤二十四步

又有以虛長虛潤約其子毋共若干與積若干求長潤若
干者法以長毋乘潤子爲潤率以潤毋乘長子爲長率又
兩毋相乘以乘共數爲帶縱而約帶縱爲幾長幾潤以一
乘原積爲實以一爲負隅如前法爲減縱開平方除之
假如直積二千三百五十二步只云長取八之五潤取三

之二併得六十三步求潤者兩毋八三互乘得二十四以乘
相併六十三共一千五百一十二爲帶縱而以長毋八乘潤
子二得一十六爲潤率以潤毋三乘長子五得一十五爲
長率則知此帶縱數內具有長十五潤十六也以長十五
乘直積得三萬五千二百八十爲實以潤一十六爲負隅

貳二
帶縱○三七壹四三
減法　二八伍六
壹

初商四紀右（有二點即作四十）以乘負隅
得六百四十以減縱四上壹變七
六上伍變八　進位壹　餘縱八
百七十二以詎實下與商呼除四
八三十二　八上伍變三進位三

四二

○
○捌二
四貳七
三伍八
叁

負隅壹陸

四七二十八七上貳變四進位削三
二四除八　尾位變○餘實四百
再以初商所乘隅算六百四十減餘縱
四上七變三　六上八變二餘縱
二百三十二續商二紀右以乘負
隅得三十二亦以減縱尾位除貳進位三變○剩縱二百
與續商二相呼恰盡得潤四十二以除直積得長五十六

帶縱負隅減縱翻法開平方法（積和求長）

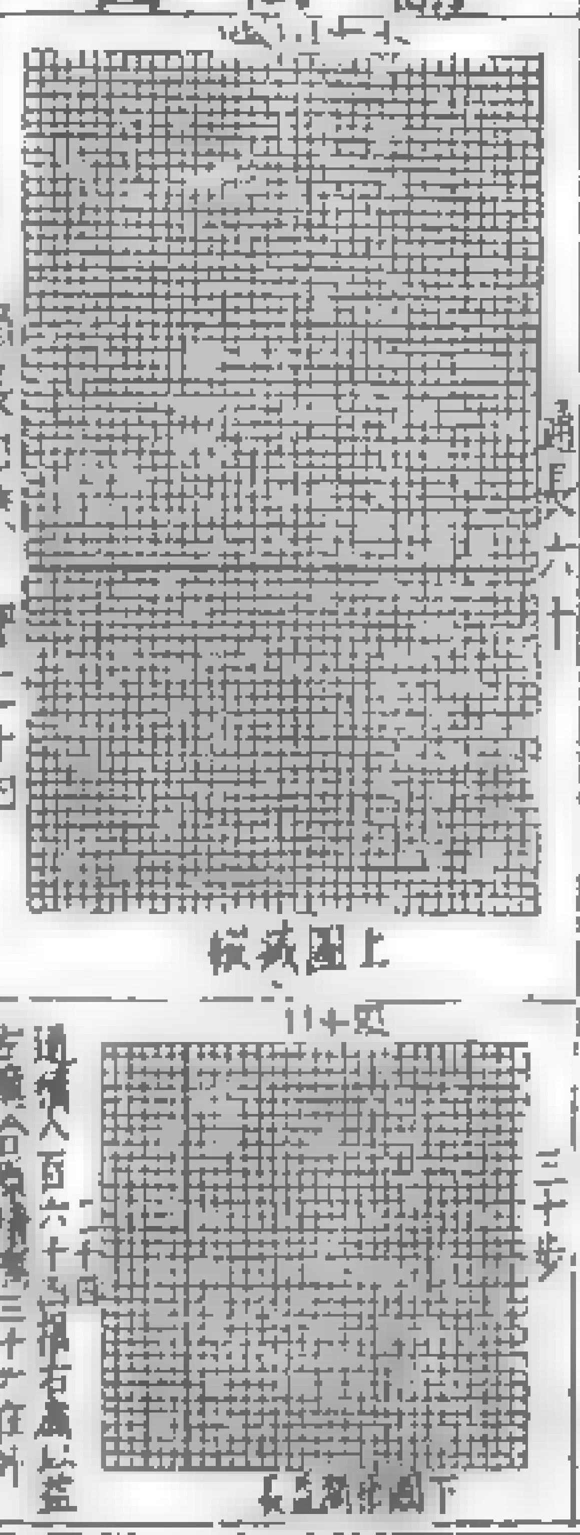
凡積與句股和求股者原積但有長乘潤數而負長自乘
之數法須損潤益長求之先立一爲負隅以和爲縱方而

以負隅減縱方初商令稍浮常法以乘負隅減縱次呼餘
縱開積而原積不及翻以原積減商除之積而以餘負積
爲實復以初商乘隅以減餘縱如餘縱不及即以餘縱翻
減以爲負縱而隅積縱三者俱負乃以負縱約餘負積以
得次商命負隅以除負積謂帶縱負隅減縱翻法開平方
假如直積八百六十四長潤和六十求長幾何列實以和
爲縱方一爲負隅初商三（有二段即係三十正得長潤之平損潤益長）紀右以
乘負隅一仍得三以減縱剩三十與商相呼三三得九（即九百）
而原積不及乃翻列九百於原積之上而以原積減之
縱○陸三三　尾位○變六進位○變三　首位削九得

六○肆六
三○陸○
九捌三
（三六）

餘負積三十六為實再以初商三命負隅一以減餘縱三十減盡乃約餘實得次商六紀右以乘負隅一仍得六註尾位呼除負實六六三十六恰盡得長二十六

翻法圖



假如直積三千四百五十六長闊和一百二十求長幾何

四 四
○陸二
○伍二
五肆五
三叁三
（七二）

縱 貳○ 五○ 二○ 壹

列實定位列和為縱方五一為負隅初商七有二段即七十乘負隅一仍得七紀右以減縱方餘縱五五即五十以呼初商合除三千五百而原積不足乃翻以原積除之列三五於原積之上反以原積除之尾位○變四進位○變四　進位餘五又進位餘三　剩負積四十四為實仍以初商七十乘負隅減餘縱十五而餘縱不足乃以餘縱十五反減初商七十餘二十為廉法挨註次位而縱又為負次商二紀右亦註二於尾位為隅法共二十二

皆負所商之二呼除恰盡得長七十二

亦有虛立長闊和較求長者假如直積八百六十四步一長二闊三和四較共三百一十二步求長若干依前法演得八長一闊以一闊為實八長為負隅共步為縱方列實初商三紀右即三十以乘隅八得二百四十以減縱一變七

六
○肆六
三九六陸二
二一捌七二
一二

縱 貳壹叁 七 一六八
隅 捌 二四○ 四八 二一六

進位三餘縱七十二以呼所商三除積合除二千一百六十而積反不足乃翻以積除之列二一六○於上　肆上○變六　進位

六變九　進位一變二　進位二變一　尚餘負積一二

六
○肆六
三九六陸二
二一捌七二
一二

縱 貳壹叁 七 一六八
隅 捌 二四○ 四八 二一六

九六復以初商三乘負隅八合減縱二百四十而餘縱二七十不足翻以餘縱減之剩負縱一百六十八是餘縱積實俱負

次約負積商六紀右以乘負隅八又併負縱共二百一十六挨註尾位以呼所商二六一十二　二上前二　進前一　六除六　一上九變三　六六三十六恰盡得長三十六

假如直積二千四百五十六步一長二濶三和四較共六百二十四步求長幾何仍前八長一濶以一爲實八爲負隅共步爲縱方初商七紀右以乘負隅八得五百六十以減縱方剩六十四訖首位合除四千四百八〇列原積上以視原積不足翻以原積減之尾位〇變四　四上八變

七二
四〇陸二
二八伍四一
〇四肆六五
一四叁

縱貳六九　肆六
陸四
隅捌〇六二
五六一
五二

二　六上四變〇　進位四變一　餘負一千二十四爲實再以初商七十乘負隅八得五百六十者減餘縱而縱又不足則翻以縱減之餘縱四百九十六而隅法縱法積法俱負續商二紀右以乘隅八得一十六併入負縱共五百一十二抹尾訖之與所商二相呼恰盡得長七十二步

同文算指通編卷七

同文算指通編卷八

帶縱諸變開平方第十五

開方帶縱其變無窮更繹其要有十一種餘可神而明之

若積與二濶較及長濶較求濶用帶縱減積開平方

假如三廣田積二千四百六十五步第云中廣不及南廣八步亦不及北廣三十六步又不及正長六十七步問三廣併長各幾列積爲實併不及二廣共四十四以四而一得一十一爲縱方以不及正長六十七爲減積初

一八
八伍七
五陸〇
〇肆四
一貳一

帶縱壹一
壹二
減積柒七
陸〇
一四

商一紀右十即一以併帶縱共二十一列訖首點下爲方法以乘減積得一千四百七先以減積所乘呼商一七除七尾位伍變八　進位陸變五　一四除四　進位肆變〇一一除一首位貳變一　次以所証方法呼商一二除二二上〇變八進削一　一一除一　一上五變四餘實八

一八
八伍七八
四五陸〇二
八〇肆四二
一貳一
九〇
一
六
帶縱壹一
壹二
減積柒七
陸〇
一四

四八乃倍方一作二爲廉法即二併減積六十七又併帶縱一十共九十八爲方法訖退位續商八紀右以併方法得一百〇六呼除一　八除八　一

上削八　六八四十八恰盡得中廣一十八步各加不及
得南廣二十六步北廣五十四步正長八十五步
右凡梯田斜田箕田杖鼓田四不等田以積求長廣者
俱以此法求之
凡大小二方和積求徑者用減積帶縱負隅併縱開平方
假如大小方田二段共積七千五百九十二步大方面較
小方面多二十八步求大小方面各幾何用較自乘得七百八十四以減積餘六千八百零八為實倍較二十八得五十六為
帶縱方畫二為負隅初商四十即四乘負隅二得八十併縱
方共一百三十六為方法詎積下以呼所商一四除四

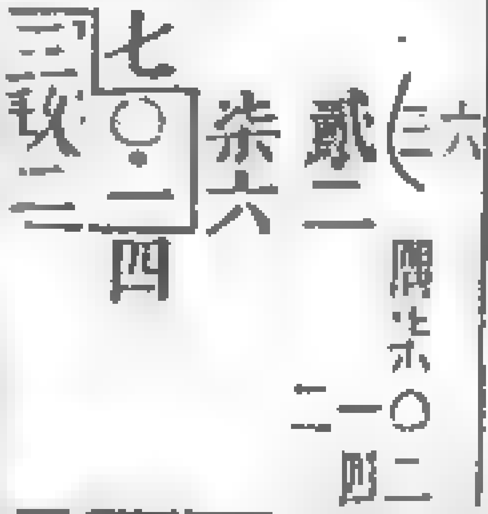
六四
捌六八
帶縱陸伍
六〇六二二
三六捌三二
負貳〇二
隅八一
二陸一

一上陸變二　三四一十二　三
上捌變六進位二變一　四六二
十四　六上〇變六進位六變三
餘實一三六八次倍商得八併初
方一百三十六共二百一十六為廉法
詎退位續商六紀右亦乘負隅得一十二為隅法併入廉
法共二百二十八與次商呼除盡得小方面四十六步加
較得大方面七十四步
又假如大小方田三段共積四千七百八十八步大方面
多中方面十八步中方面多小方面十二步求各方面幾

何以大方面較小面數三十自乘得九百以中方面較小面數
十二自乘得一百四十四相併共一千四十四以減共積餘三千
七百四十四為實併二較倍之得八十四為縱方以三為
負隅初商二紀右即二十以乘負隅三得六十併縱方共一
百四十四為方法列首位以呼所商二四除八　四上肆
變六　二四除八　四上柒變
八進位叁變二　一二除二
一上削二餘實八百六十四倍
方法十六作一百二十為廉法以
併縱方八十四得二百四詎退位為

四
肆四六
縱肆四四
捌四〇
二六肆四〇一
八柒四二
負叁〇二
二叁二
六八一

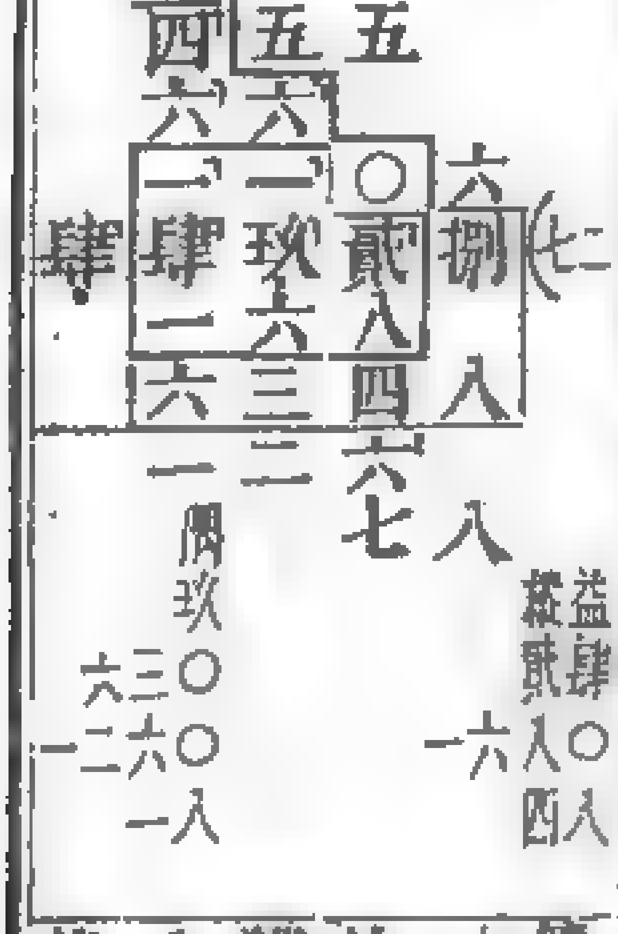
方法次商四紀右以乘負隅三得一十二為隅法併方法
共二百一十六與次商呼除二四除八　二上削八　一
四除四　一上六變二　四六二十四恰盡得小方面二
十四步以較加之得中方面三十六步大方面五十四步
凡方田圓田徑相似以其共積求相似之徑幾何者用隅
算開平方凡圓者之四可當方者之三併方圓之率為七
用七為隅算用四乘原積開方
假如方圓田共積二千二百六十八步只云方面圓徑相
等求方面圓徑者四乘原積得九千七十二步為實另列
七為隅算初商三紀右即三十乘隅七共二百一十為方法



與商相呼二三除六　二上玖變三
一三除三　一上〇變七進位三變
二餘實二七七二乃倍三十作六十
爲廉法註退位次商六以乘隅七得
四十二爲隅法又以乘廉六十得三百六十併共四百〇二仍併入廉法共四六二與商相呼恰盡得方面圓徑俱三十六步　又法四乘原積得九千〇七十二步併方四圓三得七爲法除之得一千二百九十六爲實乃以開平方法求得方面圓徑三十六步更簡易

凡匿其原積只云一長二濶三和四較更以長乘之共數
若干其長濶之較若干以求其長幾何者用益積以補濶
則有帶縱隅益積開平方

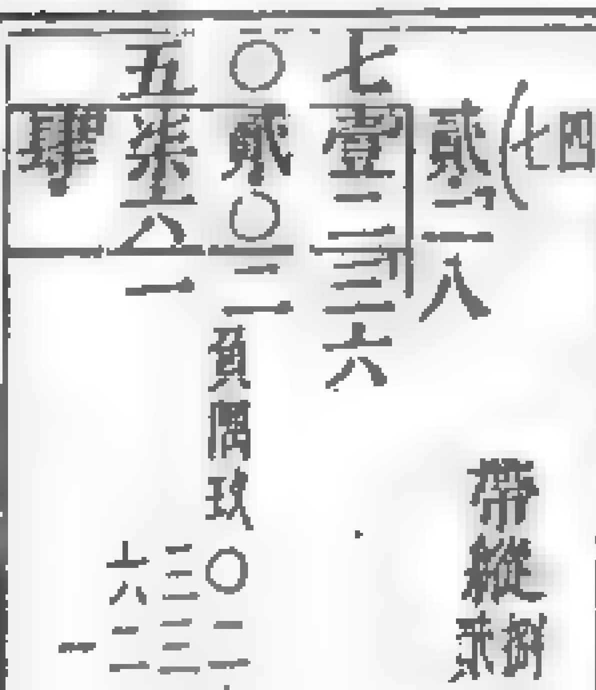
假如田不知積但以長乘一長二濶三和四較共得四萬
四千九百二十八步其長濶之較二十四步求長者列實
另置較爲益縱約三和得三長三濶併一長二濶得四長
五濶又併四較八濶爲長得八長一濶共九段以九爲隅



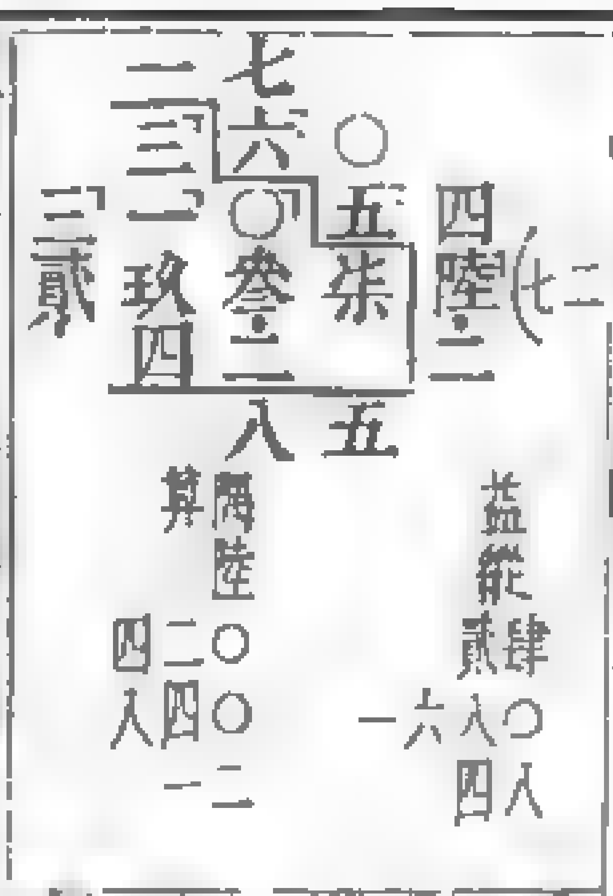
算初商七十乘隅算九得六百三十爲隅
法又以初商七乘益
縱二十四得一千六百
八十註原積之下以
益原積　八上貳變

〇進加一六上玖併一變六進加一　一上肆併一變六
共四萬六千六百〇八却以隅法六百三十註退位與商相呼
六七四十二六上六變四進捌四　三七二十一　三上
六變五進位四變二餘實二五〇八乃倍隅法六百三十得一
千二百六十爲方法註退位以商餘實得二紀右又乘隅
算九得一十八爲隅法另以所商二乘益縱二十四得四十
八併入餘實　八上八變六　四上〇變五共得二五五
六却以方隅二法併共一千二百七十八皆與所商二呼
除恰盡得長七十二步
又同前田不知實用長數乘一長二濶三和四較共若干

及其較若干以求長者或損長以就之用帶縱負隅減縱
開平方
假如一長二濶三和四較以長乘之得四萬七千二百一
十二其較二十八步而不知其積求其長列長乘之積爲
實較爲縱方仍前法推得九爲負隅初商七十紀右乘負
隅得六百三十爲方法內減負隅八二十剩六百二退位註
實下以呼所商六七四十二
六上柒變五進削肆　二七

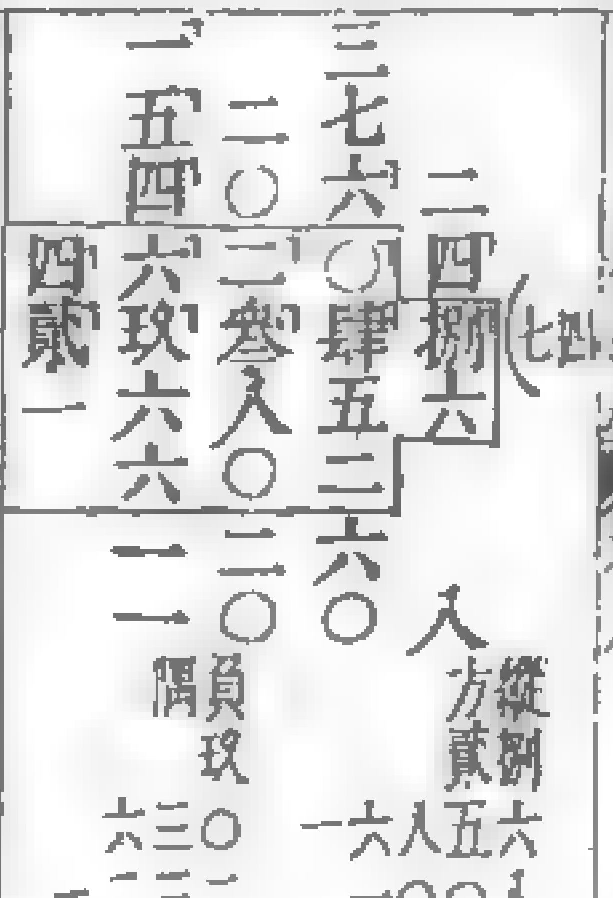


二十四　二上壹變七進位貳變○餘實五○七二次倍
方法得一千二百六十內減縱法二十八得一千二百三十二爲廉
法列餘實之下約實續商得四紀右乘負隅得三十六爲
隅法併廉法共一二六八改註尾位與續商相呼恰盡得
長七十四步
又有同前不知積知較而以濶乘其一長二濶三和四較
得若干求長者用減積帶縱隅益積開平方
假如設爲一長二濶三和四較以濶數乘之得二萬九千
九百五十二其較二十四問長幾何置較自乘五百七十六以
減原積餘二萬九千三百七十六爲實以較自乘減其原積故曰減積較



爲益縱六爲隅算初商七
十紀右乘隅六得四百二
十爲隅法註實下又以商
七十乘益縱二十四得一千六
百八十以益原積尾次七
變五進位叁變○　又進
玖變一　又進貳變三得三一○五六乃以隅法乘商呼
之四七二十八　四上一變三進捌三　二七一十四
二上○變六　進位三變一餘實一六五六乃倍隅法得
八百四十爲廉法續商二以乘隅六得一十二爲隅法另

以所商二乘益縱得四十八以益餘實尾位陸變四進位
五變○進位六變七共一千七百四却以方隅二法共八
百五十二註尾位以呼續商恰盡得長七十二步
亦有匿積只以濶乘一長二濶三和四較共若干及較若
干求長而用帶縱負隅減縱益實開平方者
假如田不知積一長二濶三和四較以濶乘得二萬九千
三百四十八步濶不及長二十八步者列實亦列較爲縱
方九爲負隅共得九長初商七紀右七十以乘負隅得六百三
十爲方法內減縱方二十八得六百二註實下又以乘縱方得
一萬六千八百五十六以益實六上捌變四　五上肆變



○　八上叁變二
六上玖變六　一上
貳變四乃以所商七
呼除所註之下法六百
二二上○變六進位
二變○　六上六變
四進捌四餘實四○六四次倍方法一千二百六十減縱方得一
千二百三十二爲廉法次商四紀右以乘負隅九得三十
六爲隅法以乘縱方得一千零八爲益實併入餘積八上
四變二進位六變七　一上四變五以廉一千二百三十二隅十三

相併一千二百六十八 呼商恰盡得長七十四步

右法以濶求長積欠一較故乘較爲益實以補其缺

亦有同前不知積而以濶乘長濶和較共數及較求濶者

用帶縱廉開平方

假如直田不云積步只云一長二濶三和四較以濶乘得二萬九千九百五十二步濶不及長二十四步求濶者置乘積爲實減較之半一十二 爲縱廉而以初商乘之初商四十即四 紀右爲方法以乘縱廉得四十八即與商相併共五十二誈實下照式退位以呼初商四 五四二十進削貳 二四除八 二上玖變一 餘實九一五二次倍所乘縱廉

得九十六 及方法八 共一百四進位得一千四十爲方法再置縱方一十二爲廉以相併共一千五十二商實得八紀右亦誈尾位爲隅以乘縱方得九十六併方廉隅共一千一百四十四誈實下以呼次商恰盡得濶四十八步

八四（貳四 縱貳 方壹
伍四
叁 玖二二 一
二 玖五 一
貳

又有同前逕積和較又以濶乘長濶和較共數求濶用帶縱廉負隅開平方者

假如田不知積只云一長二濶三和四較以濶乘之共二萬九千三百四十八其較二十八以求濶者置濶乘數爲實推得共八較九濶用九爲負隅以較八乘得二百二十四爲縱廉以初商乘負隅爲方法初商四十即四 紀右乘隅得三百六十併縱廉共五百八十四誈實下呼商五四除二十進削貳 四八三十二 八上叄變一進位玖變六 四四一十六 四上肆變八 進位一變九 進位六變五

六四（捌 八 縱廉 縱肆四四 廉貳八四 貳五九
九 肆四 九
一 叄八 九
五 六玖五
貳
負隅 玖 ○○四 六二四 三七五

餘積五九八八次倍方法得七百二十爲廉法併縱廉九百四十四爲實積商六紀右以乘負隅九得五十四爲隅

法併廉法縱廉共九百九十八誈實下呼商恰盡得濶四十六步

若同前不知積步第置長濶和較以長乘得若干及較求濶用帶縱方廉開平方

假如一長二濶三和四較以長乘之得四萬四千九百二十八步較二十四步求其濶若干列實以較爲縱方推得八長一濶共九段倍之得一十八爲縱廉以乘初商而併計之又兼縱方乃以呼商除之初商四紀右十即四 爲方法乘縱廉一十八 得七百二十併入方法四十共七百六十又併縱方二十四 共七百八十四以呼商四七二十八 七上肆

(四八
捌六
六貳四九
五七玖八六
三六肆七一
一肆

縱肆六四四
方貳九八四
七八四
一五四四

縱捌〇〇〇
廉壹二六二
七七一五

變六進位肆變一　四八三
十二　八上玖變七進位六
變三　四四一十六　四上
貳變六進位七變五餘實一
三五六八乃倍四得八爲方
法倍縱廉得一千五百二十
併入縱方四二十共一千五百四十四爲廉法以商餘實得
八紀右以乘縱廉八一十得一百四十四爲隅法乃併方八
廉一千五百四十四隅一百四十四三法共一千六百九十六詘實下
呼商恰盡得濶四十八步

又同前不知積及置長濶和較以長乘得若干及較求濶
用帶縱廉負隅乘縱減實開平方者
假如一長二濶三和四較長乘得四萬七千二百一十二
步濶不及長二十八步求濶幾何列實推得八長用八乘
較得二百二十四爲縱廉推得九段用九爲負隅又以較
爲減縱方初商四十即四紀右以乘負隅得三百六十爲方
法併入縱廉共五百八十四爲下法乘減縱得一萬六千
三百五十二爲減實詘

(四六
〇貳二八
〇六壹五四九

縱肆四
廉貳八
貳五

負玖〇四
隅六五
三

實下變爲三〇八六〇
乃以初商四呼下法照

五六八貳三八九
七〇柒六五
一三肆一

減捌二二
縱貳五二
一六三五一
一五一

商詎退位五四得二十
進位三變一　四八三
十二　八上八變六進
位〇變七進例一　四四一十六　四上六變〇進位六
變五餘實七千五百乃倍方法得二十七百併縱廉二百二十四共
九百四十四爲廉法約商得六紀右以乘負隅得五十四
爲隅法即以隅法乘減縱得一千五百一十二以減實餘
五九八八以廉隅二法相併得九百九十八與次商相乘開之
恰盡得濶四十六

開立方法第十六

凡數自乘平列一面爲平方更以原數再乘則四面皆方
中積充實爲立方矣凡立方點段俱隔二超三而首段尋
其原數以自乘再乘如適合見數者即爲方法開訖如少
于見數則挨身減數尋原而以其再乘所得列首段下除
之以爲方法自再乘之數反得見數即非其原餘實三倍其方爲廉另置
而以方法進一十如係一則作一十係二則作二十之類與相乘得數以較
餘實約得幾何分之幾何假如巳得二之一者即以二爲
次商亦以乘廉法得數若干以併前所乘數共若干而以
次商數總乘之即得三面之廉從以次商數自乘再乘爲
隅法併入開盡有不盡者以法命之

捌 叁 陸 伍 肆 貳 柒 〇〇〇(二〇三〇 六

依法分爲四段先開首位之捌尋原係二乃以二
自乘再乘得八恰盡　抹捌右紀二　次開叁陸
伍除點上之伍未用且作三六開之乃三倍其二爲
六另置於方法之上試加一爲二一以六乘之得一
百二十六以除原積叁陸其數太浮乃只作〇紀
格右爲二〇
次求第三位更三倍其二〇爲六〇置於方法二〇之上
隨意加一位且如只加〇爲二〇〇以與六〇相乘得一
萬二千以視原積叁陸伍肆貳約得三之一乃商
三紀格右爲二〇三以乘六〇得一百八十併前一萬二千共

得一萬二千一百八十又以三乘之得三萬六千五百四
十又以三自乘再乘得二十七爲隅法併入恰盡　凡隅法
皆以尾位挨本位所點之下尚餘尾段三箇〇再加一〇
于格右
假如列實一千七百二十八

柒 貳 捌 (一 三二

首位一自乘再乘只得一以一爲方法紀右抹
壹次倍一爲三作廉法另置乃以方法加〇爲
一〇以乘廉法三得三〇約得原積七二十內二之一
癸乃改〇作二爲次商紀格右以乘廉法三得
六併三〇共得三十六而以次商之二乘之得七

壹一
十二又以二自乘再乘得八爲隅法併入是爲
七百二十八開盡
假如列實三萬二千七百六十八數

叁 貳 柒 陸 捌 (三二 九 五

首位尋原係三以三爲方法自乘再乘得二十七二二變
五抹叁次倍三作九爲廉法加〇于方法之右爲
三〇以乘九得二百七十以視餘實五千七百六十八爲二之
一乃商二紀二于三右以二乘九得一十八併前
乘共得二百八十八以二總乘得五百七十六符
三廉之數又以二自乘再乘得八爲隅法併入盡
若次商以方法進位乘廉法而乘得數適符餘實或於

餘實相近不足二之一及三之一以上者只以一爲次商
之數
假如列實九千二百六十一數

一 玖 貳 陸 壹 (二 一 六

先開首位玖尋原用二自乘再乘得八即除八于
玖而抹玖變一以二爲方法紀右次倍二得六爲
廉法另置次以二爲二〇與相乘得一百二十適近
本積只以一爲次商數以乘所置六仍得六併前
乘共得一百二十六又以一自乘再乘爲隅依法
併入是爲一千二百六十一恰盡

廣論乘方法第十七

凡積數若干以平面開之適得自乘之數者爲開平方其立方乃開平再乘積也四面皆方中積滿者三乘方長立方也如以二自乘起者得兩立方以三自乘起者得三立方之類但以平面一邊之數爲準四乘方平面立方也如長立方得兩方數則進作四立方如長立方得三方數則進作九立方又如長立方係九方數則進作八十一立方之類倣此以至無窮俱係平面五乘方大立方也如係二自乘起者有四立方則進作十六方爲大方如係五自乘起者有二十五立方則進作一百二十五方爲大方之類自此推之六乘方視三乘形七乘方視四乘形八乘方視五乘形餘乘倣此可至無窮舊法繁碎且僅止于五乘此立捷法由平面至諸乘總一機軸先以諸乘原委布爲一圖乘毋爲原乘出之子爲開

一乘	平方	再乘立方	三乘方	四乘
一	一	一	一	一
二	四	八	一六	三二
三	九	二七	八一	二四三
四	一六	六四	二五六	〇二四
五	二五	一二五	六二五	一二五
六	三六	二一六	一二九六	七七六
七	四九	三四三	二四〇一	八〇七
八	六四	五一二	四〇九六	七六八
九	八一	七二九	六五六一	〇四九

凡開方列位以點分段者平方每二位點作一段再乘方每三位一段三乘方每四位一段倣此推之至九乘方則十位一段要皆自尾小數起而先以最大數之首段檢上圖以尋其原即以原數開之假如平方開者檢知首段數四十九即知七是原數用七自

方	五乘方		六乘方		七乘方	
	一	一	一	一	一	一
	二	六四	二	一二八	二	二五六
	三	七二九	三	二一八七	三	六五六一
一	四	四〇九六	四	一六三八四	四	六五五三六
三	五	一五六二五	五	七八一二五	五	三九〇六二五
七	六	四六六五六	六	二七九九三六	六	一六七九六一六
一六	七	一一七六四九	七	八二三五四三	七	五七六四八〇一
三二	八	二六二一四四	八	二〇九七一五二	八	一六七七七二一六
五九	九	五三一四四一	九	四七八二九六九	九	四三〇四六七二一

乘可開若首段數係六十四者即知八是原數用八自乘可開若係六十三者不及六十四尚以七數開之餘積另求再乘三乘以上皆同此法假如再乘首段係二十七檢知其原係三即以三開之若是六十三以下亦以三開又假如七乘方首段係二五六原數是二以二開之若原數是六五五六不及三數之六五六一仍以二開之也上圖係乘出之數已得乘出之數開方之時第以此數詳首段下以除爲開

右法已得首位方法餘皆倍方爲廉平方者一倍再乘方者再倍三乘以上皆以本乘之數倣此倍之別立通率凡平方只一率爲二〇再乘立方有二率爲三〇〇三〇三乘方有三率爲四十爲六百爲四千自此以上諸乘倣此漸加而皆

如後圖所推乃以方法之數乘之以乘出之數較餘實約得幾何毋之幾何而即以其毋為廉法

	一								
平方	二								
立方	三	三							
三乘	四	六							
四乘	五	一〇	一〇						
五乘	六	一五	二〇						
六乘	七	二一	三五	三五					
七乘	八	二八	五六	七〇					
八乘	九	三六	八四	一二六	一二六				
九乘	一〇	四五	一二〇	二一〇	二五五				
十乘	一一	五五	一六五	三三〇	四六二	四六二			
十一乘	一二	六六	二二〇	四九五	七九二	九二四			
十二乘	一三	七八	二八六	七一五	一二八七	一七一六	一七一六		
十三乘	一四	九一	三六四	一〇〇一	二〇〇二	三〇〇三	三四三二		
十四乘	一五	一〇五	四五五	一三六五	三〇〇三	五〇〇五	六四三五	六四三五	
十五乘	一六	一二〇	五六〇	一八二〇	四三六八	八〇〇八	一一四四〇	一二八七〇	
十六乘	一七	一三六	六八〇	二三八〇	六一八八	一二三七六	一九四四八	二四三一〇	〇

此圖以首行所列之二為平方三為立方四為三乘至

十七則十六乘方也餘乘倣此首行順列其第二行數悉承首行上格二數積之如三三為六四六為一〇之類數窮則挨加一數如第二行第五格為一〇其第三行第五格亦為一〇是也

右格內數以驗各乘合用通率而各視其乘法多寡於本位疊加虛〇凡平方一乘者用一率為二以加〇為二〇以與方法相乘其立方再乘者用兩率為三三而左小數加一〇為三〇右大數加兩〇為三〇〇而以三〇〇乘方法若三乘方者則用三率為四六四于末位之四加一〇為四〇進位之六加二〇為六〇〇首位之四加三〇為四千亦以大數乘方法右圖只具四六兩位而乘法却宜三位則迴用右方之四以足三率若並位之數相重如四乘方之連用一〇一〇者

迴轉減其重數竟以首位之五用之末位為五一〇一〇五照前依位增〇其數則為五十為一千為一萬為五萬而以五萬乘方法也至六乘方八乘方以上皆然

乘	通率	列法
一乘	二〇	右列廉法 左列方法
再乘	三〇〇 三〇	
三乘	四〇〇〇 六〇〇 四〇	
四乘	五〇〇〇〇 一〇〇〇〇 一〇〇〇 五〇	
五乘	六〇〇〇〇〇 一五〇〇〇〇 二〇〇〇〇 一五〇〇 六〇	

此末位加一〇進位一五加二〇又進位二〇加三〇又進位一五加四〇尾每位有二字者倣此

六乘 通率 列法

七〇〇〇〇〇〇
二一〇〇〇〇〇
三五〇〇〇〇
三五〇〇〇
二一〇〇
七〇

七乘 通率 列法

八〇〇〇〇〇〇〇
二八〇〇〇〇〇〇
五六〇〇〇〇〇
七〇〇〇〇〇
五六〇〇〇
二八〇〇
八〇

一乘開平方

假如列實六百七十六萬五千二百〇一以平方開之

六　（二　壹　〇

初商得二為方法以求廉法立二〇為通率列中位亦列方法于左位以相乘得四〇以較餘實二七約得六之一乃立六為廉法列於右位以自乘得三六為隅法附列乃以廉數六乘四

貳　伍　陸　柒　陸　二

右廉　中隅　左方
六—一〇二—一二
六三

十得二百四十以併自乘之三十六共二百七十六盡第二段餘實五二〇一另置通率併廉入方為二六置左位以乘二〇得數五百二十以較餘實得一又以一為廉法置右位自乘仍得一為隅法併入恰盡

若已得廉法而以乘通率反浮餘實或廉法相合而隅法又浮餘實者皆減其廉法以乘之假如列實二百八十九初商一除實一百餘實一百八十九次商以方法乘通率只係二〇以較餘積可用九除實一百八十而乘出隅法八十一則浮原積又試用八除實一百六十而乘出隅法六十四亦浮原積惟再減用七為廉法乘得一十四以除餘積尚餘四十九而以廉法自乘得四十九為餘法併入恰盡凡諸乘所用廉法有浮原積者皆照遞減求之

（一　玖　捌　貳
一　二—一　〇—七
四九

再乘開立方

假如列實二十三萬八千三百二十八以立方開之尋原以六為毋以六自乘再乘得二一六除積　六上捌變二

一上叁變二　進抹貳以六為方法以求廉法凡立方皆用二數為通率為三十為三百自下而上疊位而以方法六對三〇以方法自乘得三六對三〇〇各列于左

二　二
（六　捌　貳　叁　捌　叁　貳
六　一　二

左方　中毋　右廉
三六——三〇〇——二
六——三〇——四八

初乘乃以六乘三〇〇得一萬八百以視餘積約得二之一乃立二為廉法以對三〇〇復以廉法二自乘得四以對三〇〇各列于右又以二乘四得八為隅法附列于下乃以廉二乘一萬八百得二萬一千六百

再乘以六對三〇乘之得一百八十又以四乘得七百二十以上二次乘出數併之得二萬二千三百二十加入隅法之八恰盡

凡方法之乘皆在通率位左以方法數對尾位其乘數
自下而上凡廉法之乘皆在通率位右以廉法數對首
位其乘數自上而下四乘五乘以上皆倣此
右再乘方法若以還原則以二十六自乘再乘
若初商方法只係一數者通率無乘須併諸率位除之一

(一 壹 叁 叁 壹
一一三〇〇一一
一一三〇一一
一

而淨即以一為廉法假如列實一千三百三
十一以再乘立方開之初商以一為方法除
淨首位一千次併中位兩通率一除可淨以一
為廉法對通率三百次以自乘仍得一對次
通率三十又以再乘亦得一為隅法系其下

而以隅法之一併入三千三百恰盡
右式可例其餘凡以一為方法者不論幾乘方皆以諸
位通率併求

三乘方

假如列實一千四百七十七萬六千三百三十六以三乘
方開之尋原以六為毋自乘再乘得一二九六除積 六
上柒變一 九上柒變捌 二上肆變一 一上例壹次
以六為初商方法以求廉法凡三乘皆疊用通率三位為
四十為六百為四千先列通率於中位乃列方法于左尾
位自乘六三六再乘二一六自下而上對列初乘以二百一十

(六 陸 叁 叁 陸
一柒六 入柒九 一肆二 壹一
左方 中毋 右廉
二一六一四〇〇〇一一二
三六一一六〇〇一一四
六一一四〇一一八
一六

六乘四千得數八十六萬四千較原積
約二之一以二為廉法列右首位自乘
四 再乘八 三乘一六 聯列乃以二乘八十
六萬四千得數一百七十二萬八千
再乘以三六乘六〇〇得數二萬一千六百又
以右四乘之得數八萬六千四百
三乘以六乘四〇得數二百四十以右八
乘之得數一千九百二十乃合三乘數
積之併入隅法六共得一百八十一萬
六千三百三十六恰盡

右三乘方法若以還原則以六十二之數自乘再乘三
乘 一法以開平方法所得數更以平方開之

四乘方

假如列實九億一千六百一十三萬二千八百三十二數
以四乘方開之尋原六為初商除積七億七千七百六十
萬餘實一億三千八百五十三萬二千八百三十二以求
廉法凡四乘方通率疊用四位為五十為一工為一萬為
五萬中列自下而上而以方法六對尾位五〇列之又自乘
再乘三乘四乘亦自下而上對列于左
二四八一六三二 初乘首位左乘得六千四百八十萬

（六貳叁捌叁貳叁

五壹六　八陸七　三壹七　一玖七

一二九六——五〇〇〇〇——
二一六——一〇〇〇〇——
三六——一〇〇〇——
六——五〇——

以較餘實約得二之一以二爲廉法
對首位五萬列之亦自乘再乘三乘
自上而下對列又四乘得三二爲隅法
系于其下而以首位二數乘左乘所
得之數計得一億二千九百六十萬

次乘次位左乘得二百一十六萬而
以右四乘之得八百六十四萬

三乘第三位左乘得三萬六千而以
右八乘之得二十八萬八千

四乘尾位左乘得三百而以右一六乘
之得四千八百以上四乘之積併入
右廉四乘所得隅法三十二恰盡

右四乘方若以還原則以六十二數自乘再乘以至四乘

五乘方

假如列實五百六十八億〇〇二十三萬五千五百八十
四數以五乘方開之尋原六爲初商除積四百六十六億
五千六百萬餘積一百一億四千四百二十三萬五千五
百八十四數以求廉法凡五乘方皆置用通率五位爲六
十爲一千五百爲二萬爲一十
五萬爲六十萬中列自下而上

肆（六

捌伍伍叁貳

四〇六　四〇五　一捌六　〇陸六　一伍四

七七七六——六〇〇〇〇〇——二
一二九六——五〇〇〇〇——四
二一六——二〇〇〇〇——八
三六——一五〇〇——一六
六——六〇——三二
六四

而以方法六對尾位六列之又
自乘再乘三乘四乘自下而上
皆列于左位

初乘首位左乘得四十六億六
千五百六十萬以較餘實約得
二之一以二爲廉法對首位六
十萬列之亦自乘再乘三乘四
乘自上而下對列于右又五乘
得六四爲隅法系下而以首位二
數乘左乘所得之數共得九十
三億三千一百二十萬

次乘次位左乘得數一億九千
四百四十萬而以右四乘之得
七億七千七百六十萬

三乘三位左乘得四百三十二
萬而以右八乘之得三千四百
五十六萬

四乘四位左乘得五萬四千而
以右一六乘之得八十六萬四千

五乘五位左乘得三百六十以

（六肆捌伍伍叁貳

四〇六　四〇五　一捌六

七七七六——六〇〇〇〇〇——二
一二九六——五〇〇〇〇——四
二一六——二〇〇〇〇——八
三六——一五〇〇——一六
六——六〇——三二
六四

○陸六
一伍四

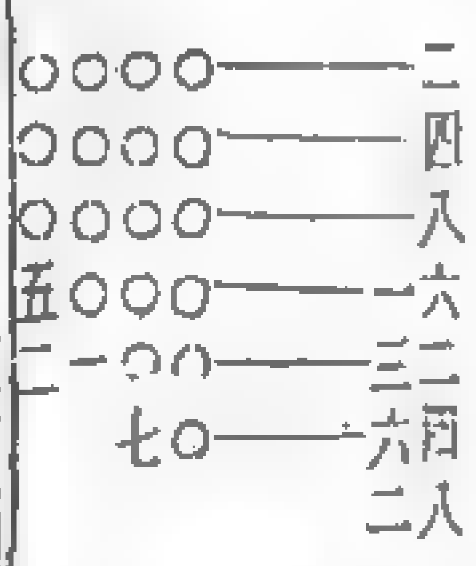
右二乘之得一萬一千五百一
十併上五乘積又併右廉所乘
隅法六十四恰盡

右五乘方若以還原則以六十二之數自乘再乘以至
五乘

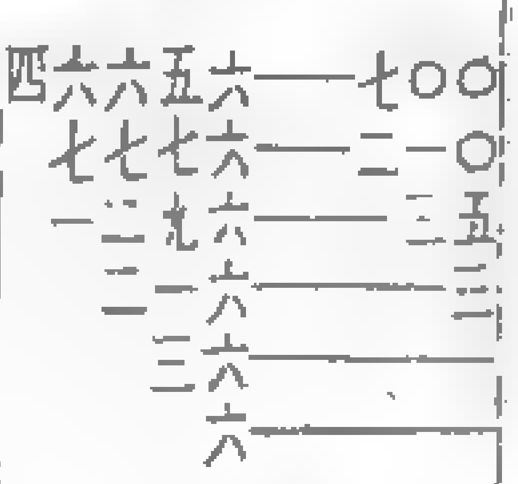
六乘方
假如列實三萬五千二百一十六億一千四百六十萬六
千二百〇八以六乘方開之尋原六為初商除實二萬七
千九百九十三億六千萬餘實七千二百二十二億五千
四百六十萬六千二百〇八數以求廉法凡六乘方通率

疊用六位為七十為二千
一百為三萬五千為三十
五萬為二百一十萬為七
百萬中列而以方法六對
尾位七〇列之又自乘再乘
三乘四乘五乘自下而上
皆列其左
初乘首位左位得數三千
二百六十五億九千二百
萬以較餘積約得二之一

六 捌○貳陸○陸肆



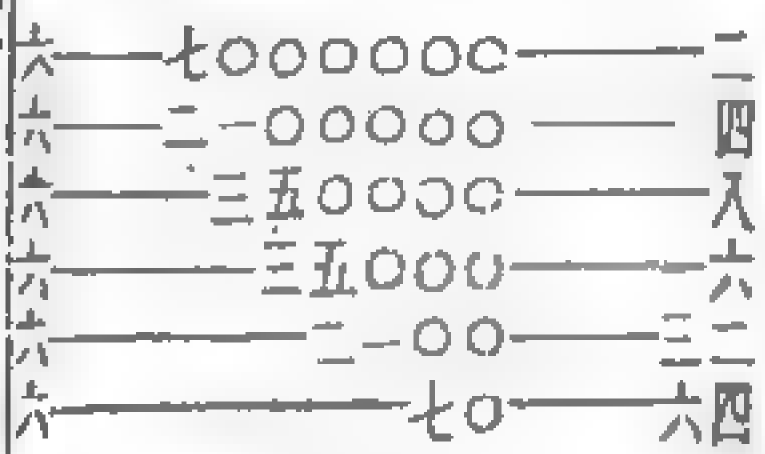
五壹六
二陸三
二壹九
二貳九
七伍七
參二

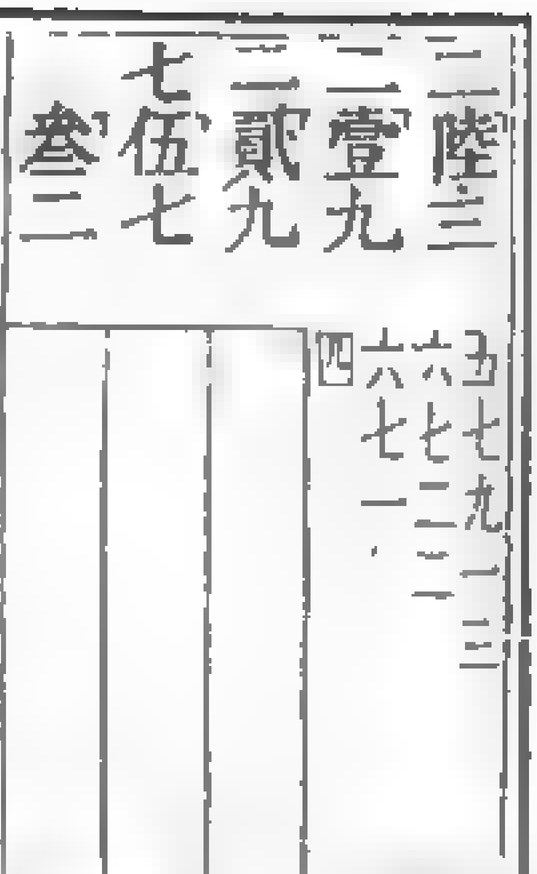


以二為廉法對首位七百
萬列之亦自乘再乘三乘
四乘五乘對列于右又以
六乘得一二八為隅法系
下而以首位二數乘左乘
所得之數共得六千五百
三十一億八千四百萬
次乘次位左乘得一百六
十三億二千九百六十萬
以右四乘之得六百五十

三億一千八百四十萬
三乘三位左乘得四億五
千三百六十萬以右八乘
之得三十六億二千八百
八十萬
四乘四位左乘得七百五
十六萬以右六乘之得一
億二千〇九十六萬
五乘五位左乘得七萬五
千六百以右二乘之得二

六 捌○貳陸○陸肆
五壹六





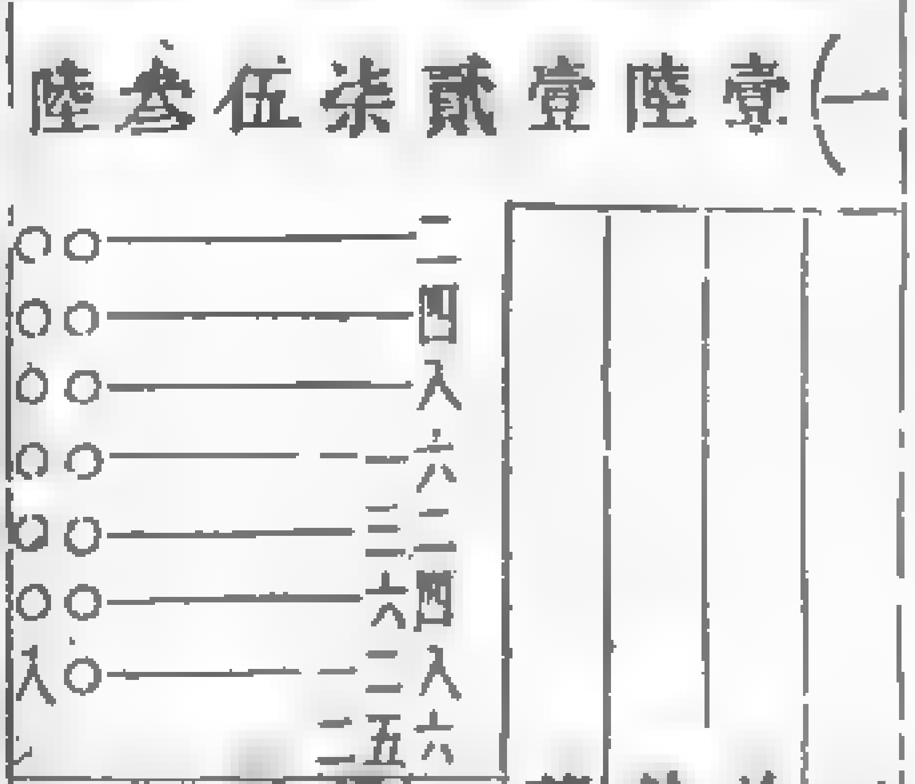
百四十一萬九千二百

六乘六位左乘得四百二十以右四乘之得二十六萬八千八百併上六乘之積又併隅法一百二十八恰盡

右六乘方若以還原則以六十二之數自乘再乘以至六乘

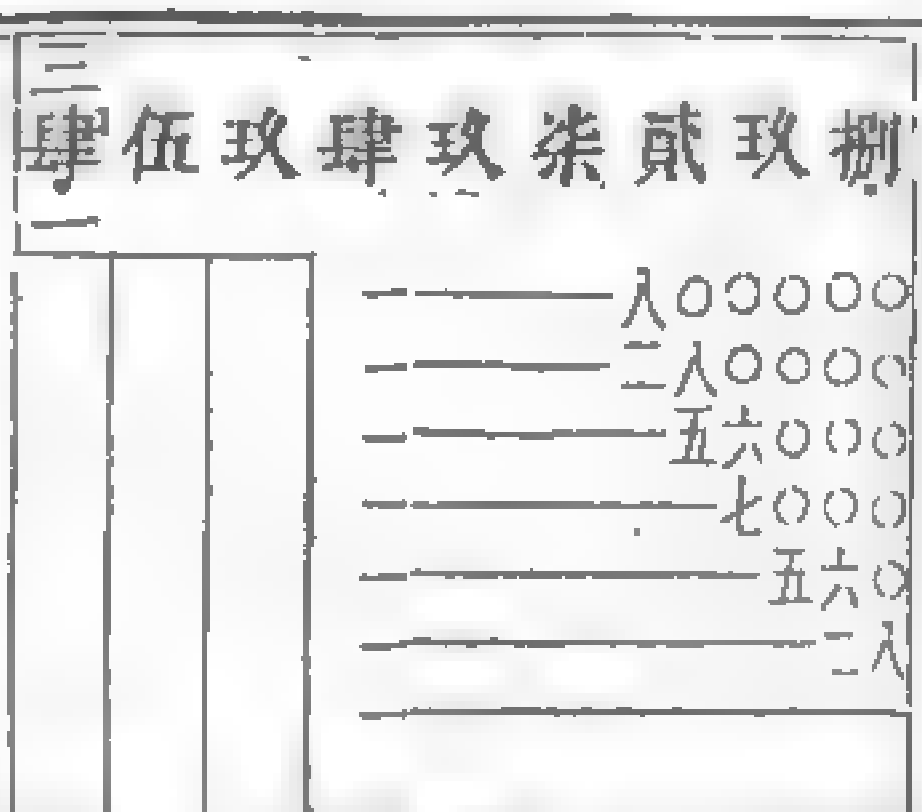
七乘方

假如列實四兆五千九百四十九萬七千二百九十八億



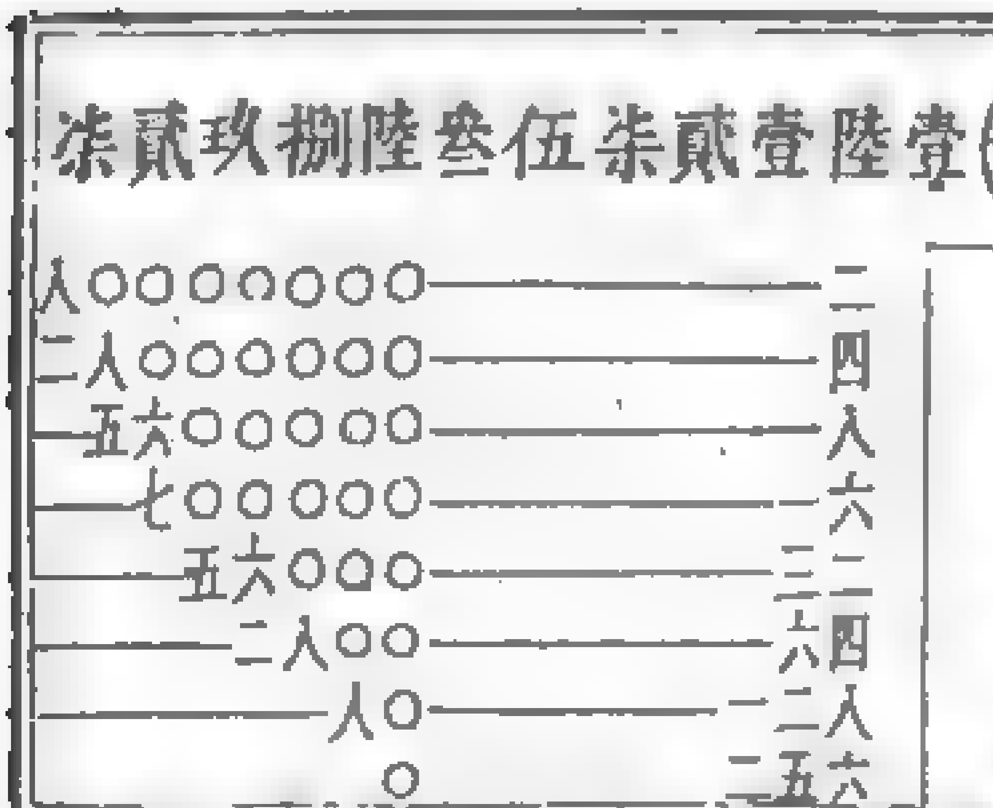
六千三百五十七萬二千一百六十一數以七乘方開之

首位四其原一以一為方法餘實三兆五千九百四十九萬七千二百九十八億其求一廉法因方法一數無乘當併下位以較餘實而惟首次兩數同位為大數其餘小數不足為多寡且從省只併首次兩位開之若不拘併者仍首率八千萬數



餘實試用四為廉法乘之一億可除然太大乎入乘卽浮原數矣試減用三亦浮原數見後註此二數併得一億〇八百萬以較餘實約可用三數然緣次乘之六以乘中列之第二位其數反浮初以三乘中首位四可除至次乘六以乘次位得一億六千八百萬併初乘共四億有奇反浮餘實當減用二為廉法自乘再乘至七乘

假式列右凡乘數多于原數者減法倣此



初乘以廉二乘八千萬得一億六千萬

再乘以廉再乘數四乘二千八百萬得一億一千二百萬

三乘以廉三乘數八乘五百六十萬得四千四百八十萬

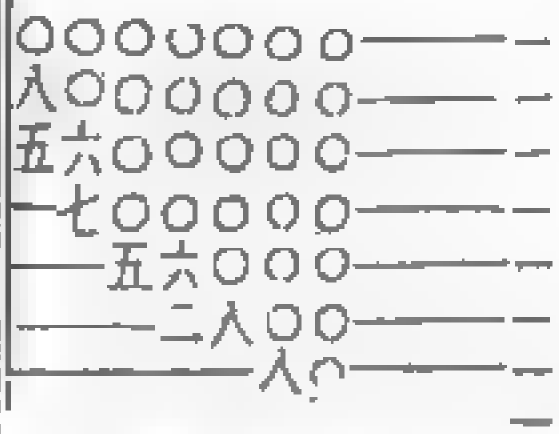
四乘以廉四乘數一六乘七十萬得一千一百二十萬

五乘以廉五乘數三二乘五萬六千得一百七十九萬二千

玖肆玖伍三肆二

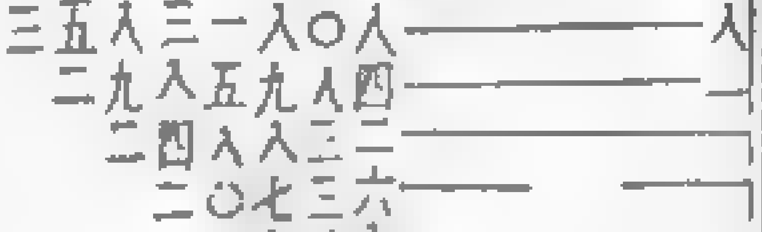
六乘以廉六乘數（四六）乘二千
八百得一十七萬九千二百
七乘以廉七乘數（二八）乘八十
得一萬〇三百六十八
右併前七乘之積共得三億二千九百九十八萬一千
四百四十併入隅法二百五十六以除餘積尚剩二千
九百五十一萬五千六百二億六千三百五十七萬二
千一百六十一數再商自首至尾共以一段開之
乃併廉法入方法共八一十二為三商之數以對尾位（八〇）列
于左以自乘再乘三乘四乘五乘六乘悉自下而上對列

二一壹陸壹貳柒伍叁



初乘首位左乘得二千八
百六十六萬五千四百四
十六億四千萬以較餘積
只可一乃以一為廉法乘
無可乘故自乘至七乘皆
只一照式列右其對中末
位之下仍系一為隅法
再乘次位左乘得八十三
萬六千〇七十五億五千
二百萬

陸
二捌〇六
〇玖四五九
六貳四二六
五柒一
一玖八
五肆九
玖九
二伍二
叁三



三乘三位左乘得一萬三
千九百三十四億五千九
百二十萬
四乘四位左乘得一百四
十五億一千五百二十萬
五乘五位左乘得九千六
百七十六萬八千
六乘六位左乘得四十萬
三千二百
七乘尾位左乘得九百六

十併七乘之積增入隅法
之一恰盡
右七乘開方若欲還原則以一百二十二數自乘再乘
以至七乘
以上開方則例共七乘衍至十乘百乘亦復如是妙在尋
原變在通率熟玩自得難以備述
若夫尋原之法固與還原不同還原者依本乘之數以還
實積耳尋原者用前列乘圖以尋下手方法凡尋原惟平
方最易以每段只二位也次則立方亦易以每段只三位
也三乘則四位為一段尋原雖奂自是而上位置愈多尋

原愈難矣然而卽平方可求立方之原兼平方立方可以求多乘之原若三乘方者以平方法開之得數又以平方法開之得數卽原矣若五乘方者先以平方開之得數乃以立方開之或先以立方開之得數乃以平方開之卽原矣若六乘方者作四乘方開二次卽得其原若七乘方者作開平方三次卽得其原若八乘方者作立方二次卽得其原若九乘方者先以平方開一次又以四乘方開之或先以四乘方開一次又以平方開之卽得其原若十乘方者作四乘開方三次亦得其原錯綜變化總由自然進退開闔具有定法孰謂開方諸乘迂遠難黄者乎神而明之

從積正負帶縱加翻巧由心造妙以熟生智者于斯蓋不啻思過半也

奇零諸乘開方法第十八

凡開方諸法不惟全數可開卽奇零之數亦各有法大都皆以尋原爲第一義有母數子數俱有原數可用者如平方九之四則以三之二爲原以三自乘得九以二自乘得四也如再乘立方二七之八亦以三之二爲原以三自乘得九再乘得二七以二自乘得四再乘得八也又如三乘方八一之一六以三之二爲原謂三再乘得二七三乘得八一謂二再乘得八三乘得一六也如五乘方者七二九之六四以三之二爲原謂三數以五乘則得七二九二數以五乘則得六四也有二數並列子母不同而亦有原數可用者如四之二與九之八並列依對乘法兩母乘得三十六兩子乘得一十六是爲三六之一六其平方之原爲九之四以四九三十六與夫四四一十六用四爲鈕數者也有以全數帶奇數而亦有原可尋者如有全數二又二七之一○依化法乃二七之六四尋其立方之原爲三之四以三再乘爲二七四再乘爲六四歸其整數卽一零三之一也凡有原可尋則可開無原可尋則不可開必命分之母與得分之子各有原則可開若一有原一無原則不可開尋原之術數之多者約之以至于寡如四五之二○

必約之爲九之四其開平方之原卽三之二也如八一之二四必約之爲二七之八其立方之原亦三之二也他如九之六者九有原六無原不可開矣又如二○之一二者命分數與得分數俱無原不可開矣然則終不可開乎又非也數窮則變變則通雖無原有數之最相近者可借之以爲原吾以本數析之又析而相近之原可得也析之之法多取進位平方或析一爲十爲百立方或析一爲百爲千數彌多者求彌密其原亦彌近也彌近之數或稍多于所求或稍約于所求然而皆可以爲原者也

假如以五數爲開平方是爲無原而任借一○爲一○○之原以

自乘得一百以五乘得五〇〇雖一〇不為五〇〇之原乃其原之最
近者有兩數其一為四八四以二二為原二十二自乘得四百八十四此近而
朒者其一為五二九以二三為原二十三自乘得五百二十九此近而盈者何
也試以所借一〇為命分之母以二二為得分之子以一〇之二二
自乘此係整二零一〇之二二得一〇〇之四八四內除四百為四整數而八四為一〇〇
之八四夫四零一〇〇之八四以視二零一〇之二猶五百與二二之比
例也試以所借一〇為母以二三為子以一〇之二三自乘此係整二零二
之二三得一〇〇之五二九內除五百為五整數而二九為一〇〇之二九夫五零
一〇〇之二九以視二零二三猶五百與二三之比例也故一〇可以為
五借也

假如以九數為開立方亦為無原而任借一〇為一〇〇〇之原自以再乘
再乘故以九乘得九〇〇〇雖九千不以一十為原而其近原者亦
有兩數二〇為八〇〇〇以二〇為原自乘再乘此近而朒者一為九二六
一以二一為原自乘再乘此近而盈者則何也試以一〇為母一〇之
二〇係整二數以自乘再乘即得一〇之八試以一〇為母一〇之
二一係整二數零一〇之一以自乘再乘即得九零一〇〇〇之二六一也
母一十自乘得一百再乘得一千子整二化二十併入一仍二十一自乘得四百四十一再乘得九千二百六十一
以九千歸元得整九餘為一千之二六一故一〇可以為九借也
假如列實四〇以四乘方開之為無原任借一數為一〇以自
乘至四乘得一十萬以一〇乘之得四百萬用前法推衍其
原之近者有兩數其一為二〇其一為二一何也以一〇為二〇之
母此一〇之二〇係整二數以二自乘再乘三乘四乘為一〇之
三二以視四〇其近而朒者以一〇為二一之母此一〇之二一係整二
數零一〇之一以二零一〇之一自乘再乘化整數併子法如前母四乘得一十
萬子自乘再乘得九千二百六十一三乘四乘得整四十數零一十萬之八
萬四千二百〇一二十一以三乘得一十九萬四千四百八十一以四乘得四百〇八萬四千二百〇一
自〇一內以四百萬還元得整四十仍其零為八四二〇一以視四十其近而盈者故
〇以何四〇借也以上三論姑借一〇見例若進至百千萬
位數彌多其析愈精則原愈近矣

同文算指通編卷八

割線假數	三十四度	五十五度
割線假數	[illegible]	[illegible]
一	[illegible]	[illegible]
二	[illegible]	[illegible]
三	[illegible]	[illegible]
四	[illegible]	[illegible]
五	[illegible]	[illegible]
六	[illegible]	[illegible]
七	[illegible]	[illegible]
八	[illegible]	[illegible]
九	[illegible]	[illegible]

割線假數	三十五度	五十四度
割線假數	[illegible]	[illegible]
一	[illegible]	[illegible]
二	[illegible]	[illegible]
三	[illegible]	[illegible]
四	[illegible]	[illegible]
五	[illegible]	[illegible]
六	[illegible]	[illegible]
七	[illegible]	[illegible]
八	[illegible]	[illegible]
九	[illegible]	[illegible]

割線假數	三十六度	五十三度
割線假數	[illegible]	[illegible]
一	[illegible]	[illegible]
二	[illegible]	[illegible]
三	[illegible]	[illegible]
四	[illegible]	[illegible]
五	[illegible]	[illegible]
六	[illegible]	[illegible]
七	[illegible]	[illegible]
八	[illegible]	[illegible]
九	[illegible]	[illegible]

割線假數	三十七度	五十二度
割線假數	[illegible]	[illegible]
一	[illegible]	[illegible]
二	[illegible]	[illegible]
三	[illegible]	[illegible]
四	[illegible]	[illegible]
五	[illegible]	[illegible]
六	[illegible]	[illegible]
七	[illegible]	[illegible]
八	[illegible]	[illegible]
九	[illegible]	[illegible]

幾何原本六卷

（意大利）利瑪竇譯　（明）徐光啟記

明萬曆三十五年刻本

幾何原本六卷（兩江總督採進本）

西洋人歐几里得撰。利瑪竇譯而徐光啟所筆受也。歐几里得未詳何時人。據利瑪竇序云中古聞士。其原書十三卷五百餘題。利瑪竇之師丁氏為之集解。又續補二卷於後，共為十五卷。今止六卷者，徐光啟自序云譯受是書，此其最要者，遂刊之。其書每卷有界說，有公論，有設題。界說者先取所用名目解說之。公論者舉其不可疑之理。設題則據所欲言之理。次第設之，先其易者，次其難者，由淺而深，由簡而繁，推之至於無以復加而後已。是為一卷。每題有法，有解，有論，有系。法言題用，解述題意，論則發明其所以然之理，系則又有旁通者焉。卷一論三角形，卷二論線，卷三論圓，卷四論圓內外形，卷五卷六俱論比例。其於三角方圓邊線面積體積比例變化相生之義，無不曲折盡顯，纖微畢露。光啟序稱其窮方圓平直之情，盡規矩準繩之用，非虛語也。又案此書為歐邏巴算學專書，且瑪竇序云，前作後述，不絕於世，至歐几里得而為是書。蓋亦集諸家之成，故自始至終毫無疵纇。加以光啟反復推闡，其文句尤為明顯。以是弁冕西術，不為過矣。

歐邏巴在西域之西極西海之濱張騫所不知甘英所未到也從古未與中國通朝貢其部三面濱海南北萬一千二百五十里東西二萬三千里內分七十餘國其著名之邦曰拂郎察曰意大里亞曰以西把尼亞曰波爾都瓦爾曰熱爾瑪尼其人碧眼虬鬚聰明精巧前明萬歷時意大里亞國人利瑪竇航海東來居廣東習華文華語者二十年遂至京師因中官馬堂獻萬國全圖天主等像禮部劾之請勒還本國不報明帝嘉其遠來假館授粲給賜優厚公卿以下重其為人多與晉接瑪竇安之遂留不去利氏九萬里泛重洋而來蓋圖行其耶穌之教一時士大夫頗有惑之者其說荒誕支離多類釋氏又似回回教殆又西域異端中之外道支流也歟然歐邏巴秝算之學極精利氏妙於其術上海徐文定公光啟杭州李太僕之藻與之遊久盡得其秘與文定為譯幾何原本圜容測量法義太僕為譯同文算指圜容較義渾蓋通憲等書太僕又彙其前後所譯西書二十種為天學初函分理器二編理編為洋教邪說鄙謬不足論今亦禁絕器編則其秝算之書最有蘊奧於此中士多有習之者矣崇禎初中秝交食益差詔徐文定開局脩改時利氏已卒文定乃薦其同會東來者曰鄧玉函羅雅谷龍華民湯若望等入局翻譯西法成書百餘卷今之新法算書是也順治元年恭逢我

世祖章皇帝入關定鼎修正秝法遂授湯若望欽天監官採其法為時憲書我

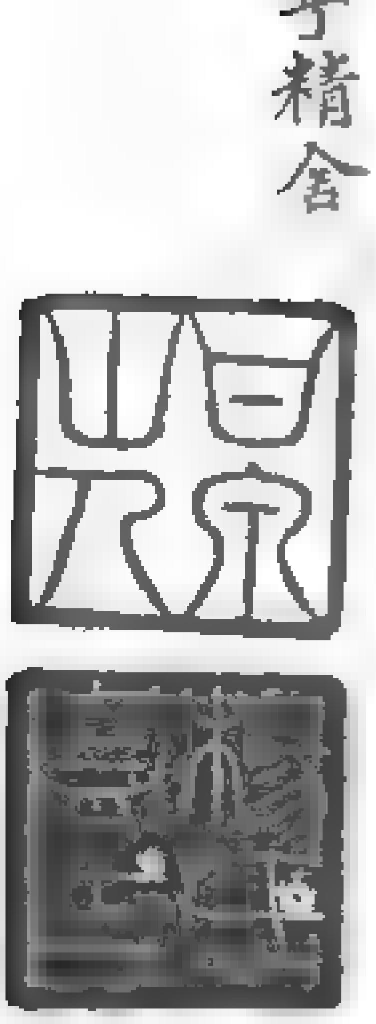
聖祖仁皇帝御製數理精蘊歷象考成二書亦多取其說遠西諸子以荒陬一介之

士其說得仰邀
聖天子葑菲之採豈非其遭逢之幸歟至其洋教
峻令嚴禁不許傳染中土於以仰見我
國家光明正大之規誠所謂好而知其惡惡而
知其美凡我臣民宜凛遵焉憶昔甲辰
之秋壯初見表度說於金陵讀而深味乎
其言始知地圓日月交食之故因有心為此
學顧無師承遂輟而未獲究心也歲月

如流倏焉廿載歲在甲子歸林三　養疴
閉戶心寂變清適衡齋汪先生來邗上
虛心請業荷其懇懇指授于今三更寒暑
得少窺藩籬焉耳吁少壯聞其說老大
方從事焉甚矣余之嬾漫也此編乙丑夏昏
得之既堂都轉先生又二年丁卯五月望晉
兩腮閒窗手為裝整並述西法東來之
自以備初學者考論云爾原編先後不

倫今重為次第如左幾何原本西法之宗
利氏首譯之書也列為第一幾何非算不
明同文算指次之圜容較義幾何之一種也
測量法義句股義入算之實用也次於同
文算指之後以上五種皆算術也天問畧
首明天體歷學之梯階當列於前表度說
測日論天議論最為明顯故次天問畧後
簡平儀為用增廣作法亦精必明表度

說而後可讀是又次焉渾蓋通憲義蘊淵
奧非深入斯學不能了然心目故以之殿
羣書也泰西水法有益民生日用職方外
紀可証地圓里差均附編末云甘泉山人書
於深寧精舍



刻幾何原本序

唐虞之世自羲和治歷暨司空后稷工虞典樂五官者非度數不為功周官六藝數與居一焉而五藝者不以度數從事亦不得工也襄曠之於音般墨之於械豈有他謬巧哉精于用法爾已故嘗謂三代而上為此業者盛有元元本本師傳曹習之學而畢喪於祖龍之燄漢以來多任意揣摩如盲人射的虛發無效或依儗形似如持螢燭象得首失尾至

於今而此道盡廢有不得不廢者矣幾何原本者度數之宗所以窮方圓平直之情盡規矩準繩之用也利先生從少年時論道之暇留意藝學且此業在彼中所謂師傳曹習者其師丁氏又絕代名家也以故極精其說而與不佞游久講譚餘暑時時及之因請其象數諸書更以華文獨謂此書未譯則他書俱不可得論遂共飜其要約六卷既卒業而復之由顯入微從

疑得信蓋不用。爲用。衆用。所基。眞可謂萬象之形囿百家之學海雖實未竟然以當他書既可得而論矣私心自謂不意古學廢絶二千年後頓獲補綴唐虞三代之闕典遺義其裨益當世定復不小因偕二三同志刻而傳之先生曰是書也以當百家之用庶幾有羲和般墨其人乎猶其小者有大用於此將以習人之靈才令細而確也余以謂小用大用寔在其人如鄧林伐材棟梁

榱桷恣所取之耳頃惟先生之學略有三種大者脩身事天小者格物窮理物理之一端別爲象數一一皆精實典要洞無可疑其分解擘析亦能使人無疑而余乃亟傳其小者趨欲先其易信使人繹其文想見其意理而知先生之學可信不疑大槩如是則是書之爲用更大矣他所說幾何諸家藉此爲用略具其自敘中不備論吳淞徐光啓書

譯幾何原本引

夫儒者之學亟致其知致其知當由明達物理耳物理渺隱人才頑昏不因旣明累推其未明吾知奚至哉吾西陬國雖褊小而其庠校所業格物窮理之法視諸列邦爲獨備焉故審究物理之書極繁富也彼士立論宗旨惟尚理之所據弗取人之所意蓋曰理之審乃令我知若夫人之意又令我意耳知之謂謂無疑焉而意猶兼疑也然虛理隱理之論雖據有眞指而釋疑不盡者尚可以他理駁焉能引人以是之而不能使人信其無或非也獨實理者明理者剖散心疑能強人不得不是之不復有理以疵之其所致之知且深且固則無有若幾何一家者矣幾何家者專察物之分限者也其分者若截以爲數則顯物幾何衆也若完以爲度則指物幾何大也其數與度或脫于物體而空論之則數者立算法家度者立量法家也或二者在物體而偕其物議之則議數者如在音相濟爲和而立律呂樂家議度者如在動天迭運爲時而立天文曆家也此四大支流析百派其一量天地之大若各重天之厚薄日月星體去地遠近幾許大小幾倍地球圍徑道里之數又量山岳與樓臺之高井谷之深兩地相距之遠近土田城郭宮室之廣袤廩庾大器之容藏也其一測景以明四時

之候晝夜之長短日出入之辰以定天地方位歲首三朝分至啓閉之期閏月之年閏日之月也其一造器以儀天地以審七政次舍以演八音以自鳴知時以便民用以祭上帝也其一經理水土木石諸工築城郭作爲樓臺宮殿上棟下宇疏河注泉造作橋梁如是諸等營建非惟飾美觀好必謀度堅固更千萬年不圮不壞也其一製機巧用小力轉大重升高致遠以運芻糧以便泄注乾水地水乾地以上下舫舶如是諸等機器或借風氣或依水流或用輪盤或設關捩或恃空虛也其一察目視勢以遠近正邪高下之差照物狀可畫立圓立方之度數于平版之上可遠測物度及眞形畫小使目視大畫近使目視遠畫圓使目視球畫像有坳突畫室屋有明闇也其一爲地理者自輿地山海全圖至五方四海方之各國海之各島一州一郡僉布之簡中如指掌焉全圖與天相應方之圖與全相接宗與支相稱不錯不紊則以圖之分寸尺尋知地海之百千萬里因小知大因邇知遐不悞觀覽爲陸海行道之指南也此類皆幾何家正屬矣若其餘家大道小道無不藉幾何之論以成其業者夫爲國從政必熟邊境形勢外國之道里遠近壤地廣狹乃可以議禮賓來往之儀以虞不虞之變不爾不妄懼之必悞輕之矣不計筭本國生耗

出入錢穀之凡無以謀其政事自不知天文而特信他人傳說多爲僞術所亂熒也農人不豫知天時無以播殖百嘉種無以備旱乾水溢之災而保國本也医者不知察日月五星躔次與病體相視乖和逆順而妄施藥石鍼砭非徒無益抑有大害故時見小恙微疴神藥不効少壯多夭折盖不明天時故耳商賈精于計會則百貨之貿易子母之入出侔類之衰分咸晦混或欺其偶或受其偶欺均不可也余不暇詳諸家借幾何之術者惟兵法一家國之大事安危之本所須此道尤最亟焉故智勇之將必先幾何之學不然者雖智勇無所用之彼天官時日之屬豈良將所留心乎良將所急先計軍馬芻粟之盈詘道里地形之遠近險易廣狹死生次計列營布陣形勢所宜或用圓形以示寡或用角形以示衆或爲却月象以圍敵或作鋭勢以潰散之其次策諸攻守器械熟計便利展轉相勝新新無已備觀列國史傳所載誰有經營一新巧机器而不爲戰勝守固之藉者乎以衆勝寡強勝弱衆貴以寡弱勝衆強非智士之神力不能也以余所聞吾西國千六百年前天主教未大行列國多相并兼其間英士有能以羸少之卒當十倍之師守孤危之城禦水陸之攻如中夏所稱公輸墨翟九攻九拒者時時有之彼操何術以然熟于幾何

之學而已以是可見此道所關世用至廣至急也是故經世之儁偉志士前作後述不絕于世時時紹明增益論撰綦爲盛隆焉乃至中古吾西庠特出一聞士名曰歐几里得修幾何之學邁勝先士而開迪後進其道益光所制作甚衆甚精生平著書了無一語可疑惑者其幾何原本一書尤確而當曰原本者明幾何之所以然凡爲其說者無不由此出也故後人稱之曰歐几里得以他書踰人以此書踰已今詳味其書規摹次第洵爲奇矣題論之首先標界說次設公論題論所據次乃具題題有本解有作法有推論先之所徵必後之所恃十三卷中五百餘題一脉貫通卷與卷題與題相結倚一先不可後一後不可先累累交承至終不絕也初言實理至易至明漸次積累終竟乃發奥微之義若暫觀後來一二題旨即其所言人所難測亦所難信及以前題爲據層層印證重重開發則義如列眉往往釋然而失笑矣千百年來非無好勝強辯之士終身力索不能議其隻字若夫從事幾何之學者雖神明天縱不得不藉此爲階梯焉此書未達而欲坐進其道非但學者無所指其意即教者亦無所指其口也吾西庠如向所云幾何之屬幾百家爲書無慮萬卷皆以此書爲基每立一義即引爲證據焉用他書證者必標其名用此書證

者直云某卷某題而已視爲後何家之日用飲食也至今世又復崛起一名士爲竇所從學幾何之本師曰丁先生開廓此道益多著述竇昔游西海所過名邦每遘顓門名家輒言後世不可知若今世以前則丁先生之于幾何無兩也先生于此書覃精已久既爲之集解又復推求續補凡二卷與元書都爲十五卷又每卷之中因其義類各造新論然後此書至詳至備其爲後學津梁殆無遺憾矣竇自入中國竊見爲幾何之學者其人與書信自不乏獨未睹有原本之論既闕根基遂難創造即有斐然述作者亦不能推明所以然之故其是者已亦無從別白有謬者人

亦無從辨正當此之時遽有志飜譯此書質之當世賢人君子用酬其嘉信旅人之意也而才既菲薄且東西文理又自絕殊字義相求仍多闕略了然于口尚可勉圖肆筆爲文便成艱澁矣嗣是以來屢逢志士左提右挈而每患作輟三進三止嗚呼此游藝之學言象之粗而齟齬若是允哉始事之難也有志竟成以需今日歲庚子竇因貢獻僑邸燕臺癸卯冬則吳下徐太史先生來太史既自精心長于文筆與旅人輩交游頗久私計得與對譯成書不難于時以計偕至及春薦南宮選爲庶常然方讀中秘書時得晤言多咨論

天主大道以修身昭事爲急未遑此土苴之業也客秋乃詢西庠舉業余以格物實義應及譚幾何家之說余爲述此書之精且陳飜譯之難及向來中輟狀先生曰吾先正有言一物不知儒者之恥今此一家已失傳爲其學者皆闇中摸索耳既遇此書又遇子不驕不吝欲相指授豈可畏勞玩日當吾世而失之嗚呼吾避難難自長大吾迎難難自消微必成之先生就功命余口傳自以筆受焉反覆展轉求合本書之意以中夏之文重復訂政凡三易稿先生勤余不敢承以怠迄今春首其最要者前六卷獲卒業矣但歐几里得本文已不遺旨若丁先生之文惟譯註首

論耳太史意方銳欲竟之余曰止請先傳此使同志者習之果以爲用也而後徐計其餘太史曰然是書也苟爲用竟之何必在我遂輟譯而梓是謀以公布之不忍一日私藏焉梓成竇爲撮其大意弁諸簡端自顧不文安敢竊附述作之林蓋聊叙本書指要以及飜譯因起使後之習者知夫創通大義緣力俱艱相共增修以終美業庶俾開濟之士究心實理于向所陳百種道藝咸精其能上爲
國家立功立事即竇輩數年來旅食大官受
恩深厚亦得藉手萬分之一矣

萬曆丁未泰西利瑪竇謹書

幾何原本雜議

下學工夫有理有事此書為益能令學理者袪其浮氣練其精心學事者資其定法發其巧思故舉世無一人不當學聞西國古有大學師門生常數百千人來學者先問能通此書乃聽入何故欲其心思細密而已其門下所出名士極多

能精此書者無一事不可精好學此書者無一事不可學

凡他事能作者能言之不能作者亦能言之獨此書為用能言者即能作者若不能作自是不能言何故言時一毫未了向後不能措一語何由得妄言之以故精心此學不無知言之助

凡人學問有解得一半者有解得十九或十一者獨幾何之學通即全通蔽即全蔽更無高下分數可論

人具上資而意理疎莽即上資無用人具中材而心思縝密即中材有用能通幾何之學縝密甚矣故率天下之人而歸於實用者是或其所由之道也

此書有四不必不必疑不必揣不必試不必改有四不可得欲脫之不可得欲駁之不可得欲減之不可得欲前後更置之不可得有三至三能似至晦實至明故能以其明明他物之至晦似至繁實至簡故能以其簡簡他物之至繁似至難實至易故能以易易他物之至難易生於簡簡生於明綜其妙在明而已

此書為用至廣在此時尤所急須余譯竟隨偕同好者梓傳之利先生作敘亦最喜其亟傳也意皆欲公諸人人令當世亟習焉而習者蓋寡竊意百年之後必人人習之即又以為習之晚也而謬謂余先識余何先識之有

有初覽此書者疑奧深難通仍謂余當顯其文句余對之度數之理本無隱奧至於文句則爾日推敲再四顯明極矣倘未及留意望之似奧深焉譬行重山中四望無路及行到彼蹊徑歷然請假旬日之功一究其書即知諸篇自首迄尾悉皆顯明文句

吳淞徐光啓記

嘉慶十年乙丑榴月　既堂先生以予學算持西法算書十二種為贈

幾何原本　同文算指　圜容較義

測量法義　測量異同　句股義

天問畧　表度說　簡平儀說

渾蓋通憲　職方外紀　泰西水法

題幾何原本再校本

是書刻于丁未歲板留

京師戊申春利先生以校正本見寄令南方有好事者重刻之累年來竟無有校本留寘家塾暨庚戌北上先生沒矣遺書中得一本其別後所自業者校訂皆手跡追惟篝燈函丈時不勝人琴之感其友龐熊兩先生遂以見遺庋置久之辛亥夏季積雨無聊屬都下方爭論歷法事余念牙絃一輟行復五年恐遂遺忘因偕二先生重閱一過有所增定比于前刻差無遺憾矣續成大業未知何日未知何人書以竢焉

吳淞徐光啟

幾何原本第一卷之首 界說三十六 公論十九 求作四

泰西利瑪竇譯
吳淞徐光啟筆受

界說三十六則

凡造論先當分別解說論中所用名目故曰界說

凡歷法地理樂律筭章技藝工巧諸事有度有數者皆依賴十府中幾何府屬凡論幾何先從一點始 自點引之為線線展為面面積為體是名三度

第一界

點者無分

無長短廣狹厚薄 如下圖 凡圖十干為識干盡用十二支支盡用八卦八音

第二界

線有長無廣

試如一平面光照之有光無光之間不容一物是線也

真平真圓相遇其遇處止有一點行則止有一線

線有直有曲

第三界

線之界是點 凡線有界者兩界必是點

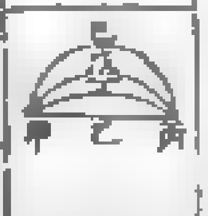
第四界

直線止有兩端兩端之間上下更無一點

兩點之間至徑者直線也稍曲則繞而長矣

直線之中點能遮兩界

凡量遠近皆用直線



甲乙丙是直線甲丁丙甲戊丙甲巳丙皆是曲線

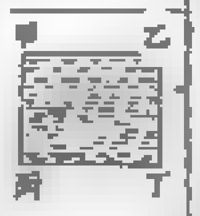
第五界

面者止有長有廣

一體所見為面

凡體之影極似于面 無厚之極

設想一線橫行所留之迹即成面也



甲乙線行至丙丁其迹為甲乙丙丁面

第六界

面之界是線

第七界

平面一面平在界之內

平面中間線能遮兩界

平面者諸方皆作直線

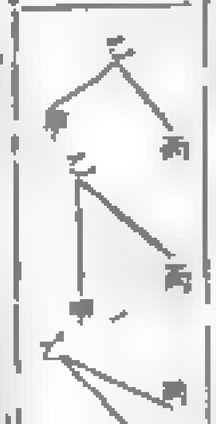
試如一方面用一直繩施于一角繞面運轉

不礙不空是平面也

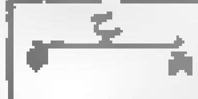
若曲面者則中間線不遮兩界

第八界

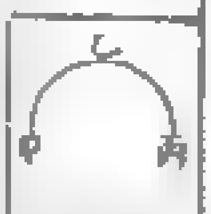
平角者兩直線于平面縱橫相遇交接處



凡言甲乙丙角皆指平角



如上甲乙乙丙二線平行相遇不能作角



如上甲乙乙丙二線雖相遇不作平角為是曲線

所謂角止是兩線相遇不以線之長短較論

第九界

直線相遇作角為直線角

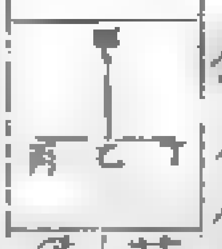
平地兩直線相遇為直線角本書中所論止是直線角

但作角有三等今附著于此一直線角二曲線角三雜線角 如下六圖

第十界

直線垂于橫直線之上若兩角等必兩成直角而直線下垂者謂之橫線之垂線

量法常用兩直角及垂線垂線加于橫線之上必不作銳角及鈍角



若甲乙線至丙丁上則乙之左右作兩角相等爲直角而甲乙爲垂線

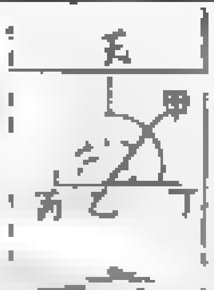
若甲乙爲橫線則丙丁又爲甲乙之垂線何者丙乙與甲乙相遇雖止一直角然甲線若垂下過乙則丙線上下定成兩直角所以丙乙亦爲甲乙之垂線 如今用矩尺一縱一橫定則爲直線互相爲垂線

凡直線上有兩角相連是相等者定俱直角中間線爲垂線

反用之若是直角則兩線定是垂線

第十一界

凡角大于直角爲鈍角



如甲乙丙角與甲乙丁角不等而甲乙丙大于甲乙丁則甲乙丙爲鈍角

第十二界

凡角小于直角爲銳角

如前圖甲乙丁是

通上三界論之直角一而已鈍角銳角其大小不等乃至無數

是後凡指言角者俱用三字爲識其第二字即所指角也 如前圖甲乙丙三字第二乙字即所指鈍角若言甲乙丁即第二乙字是所指銳角

第十三界

界者一物之始終

今所論有三界點爲線之界線爲面之界面爲體之界體不可爲界

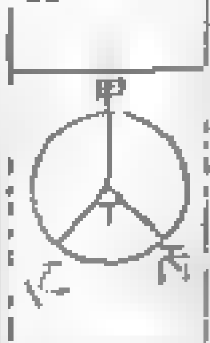
第十四界

或在一界或在多界之間爲形 形有平有立

一界之形如平圜立圜等物多界之形如平方立方及平立三角六八角等物 圖見後卷

第十五界

圜者一形于平地居一界之間自界至中心作直線俱等



若甲乙丙爲圜丁爲中心則自甲至丁與乙至丁丙至丁其線俱等

外圜線爲圜之界內形爲圜

一說圜是一線屈轉一周復于元處所作如上

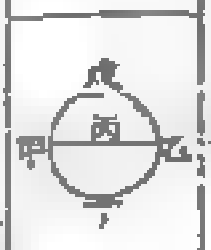
圜甲丁線轉至乙丁乙丁轉至丙丁丙丁又至甲丁復
元處其中形即成圜

第十六界

圜之中處爲圜心

第十七界

自圜之一界作一直線過中心至他界爲圜徑徑分圜兩
平分



甲丁乙戊圜自甲至乙過丙心作一直線爲
圜徑

第十八界

徑線與半圜之界所作形爲半圜

第十九界 不論何方

在直線界中之形爲直線形

第二十界

在三直線界中之形爲三邊形

第二十一界

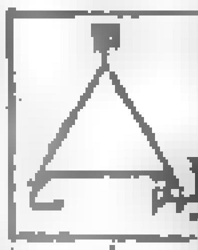
在四直線界中之形爲四邊形

第二十二界

在多直線界中之形爲多邊形 五邊以上俱是

第二十三界

三邊形三邊線等爲平邊三角形



第二十四界

三邊形有兩邊線等爲兩邊等三角形 或銳或鈍

第二十五界

三邊形三邊線俱不等爲三不等三角形

第二十六界

三邊形有一直角爲三邊直角形

第二十七界

三邊形有一鈍角爲三邊鈍角形

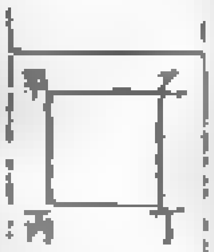
第二十八界

三邊形有三銳角爲三邊各銳角形

凡三邊形，恒以在下者爲底，在上二邊爲腰

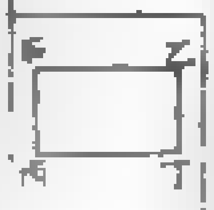
第二十九界

四邊形，四邊線等，而角直，爲直角方形



第三十界

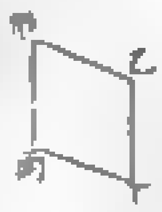
直角形，其角俱是直角，其邊兩兩相等



如上甲乙丙丁形，甲乙邊與丙丁邊自相等，甲丙與乙丁自相等

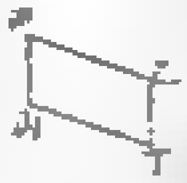
第三十一界

斜方形，四邊等，但非直角



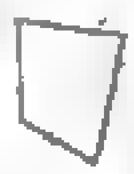
第三十二界

長斜方形，其邊兩兩相等，但非直角



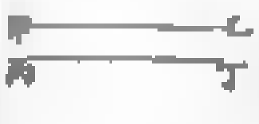
第三十三界

已上方形四種，謂之有法四邊形。四種之外，他方形，皆謂之無法四邊形



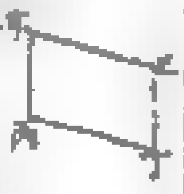
第三十四界

兩直線，于同面行至無窮，不相離，亦不相遠，而不得相遇者，爲平行線



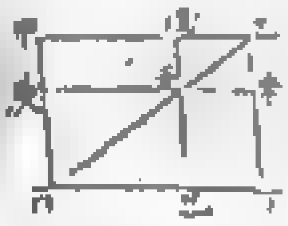
第三十五界

一形每兩邊有平行線，爲平行線方形



第三十六界

凡平行線方形，若于兩對角作一直線，其直線爲對角線。又于兩邊縱横各作一平行線，其兩平行線與對角線交羅相遇，即此形分爲四平行線方形，其兩形有對角線者，爲角線方形，其兩形無對角線者，爲餘方形



甲乙丁丙方形，于丙乙兩角作一線，爲對角線，又依乙丁平行作戊巳線，依甲乙平行作庚辛線，其對角線與戊巳庚辛兩線交羅相

遇于壬卽作大小四平行線方形矣則庚壬巳丙及戊壬辛乙丙方形謂之角線方形而甲庚壬戊及壬巳丁辛謂之餘方形

求作四則

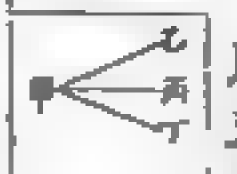
求作者不得言不可作

第一求

自此點至彼點求作一直線

此求亦出上篇蓋自此點直行至彼點卽是直線

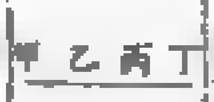
自甲至乙或至丙至丁俱可作直線



第二求

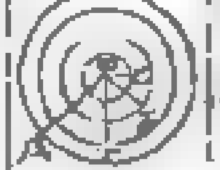
一有界直線求從彼界直行引長之

如甲乙線從乙引至丙或引至丁俱一直行



第三求

不論大小以點爲心求作一圜



第四求

設一度于此求作彼度較此度或大或小凡言度者或線或面或體皆是

或言較小作大可作較大作小不可作何者小之至極數窮盡故也此說非是凡度與數不同數者可以長不可以短長數無窮短數有限如百數減半成五十減之又減至一而止一以下不可損矣自百以上增之可至無窮故曰可長不可短也度者可以長亦可以短長者增之可至無窮短者減之亦復無盡嘗見莊子稱一尺之棰日取其半萬世不竭亦此理也何者自有而分不免爲有若減之可盡是有化爲無也有化爲無猶可言也令已分者更復合之合之又合仍爲尺棰若始合之初兩無能幷爲一有也兩無

能幷爲一有不可言也

公論十九則

公論者不可疑

第一論

設有多度彼此俱與他等則彼與此自相等

第二論

有多度等若所加之度等則合幷之度亦等

第三論

有多度等若所減之度等則所有之度亦等

第四論

有多度不等若所加之度等則合并之度不等

第五論

有多度不等若所減之度等則所存之度不等

第六論

有多度俱倍于此度則彼多度俱等

第七論

有多度俱半于此度則彼多度亦等

第八論

有二度自相合則二度必等 以一度加一度之上

第九論

全大于其分 如一尺大于一寸寸者全尺中十分中之一分也

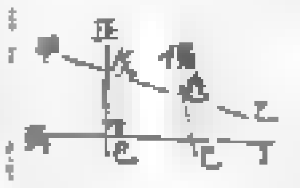
第十論

直角俱相等 見界說十

第十一論

有二橫直線或正或偏任加一縱線若三線之間同方兩角小于兩直角則此二橫直線愈長愈相近必至相遇

甲乙丙丁二橫直線任意作一戊巳縱線或正或偏若戊巳線旁同方兩角俱小于直角或并之小于兩直角則甲乙丙丁線愈長愈相近必有相遇之處



欲明此理宜察平行線不得相遇者界說卅四加一垂線即三線之間定為直角便知此論兩角小于直角者其行不得不相遇矣

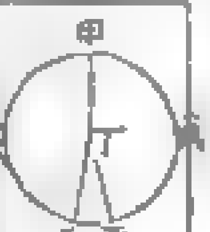
第十二論

兩直線不能為有界之形

第十三論

兩直線止能于一點相遇

如云線長界近相交不止一點試于丙乙二界各出直線交于丁假令其交不止一點當引至甲則甲丁乙宜為甲丙乙圜之徑而甲丁丙亦如之 界說十七 夫甲丙乙圜之右半也而甲丁丙亦右半也甲丙乙為全甲丁丙為其分而俱稱右半是全與其分等也 本篇九 此與九論相背也



第十四論

有幾何度等若所加之度各不等則合并之差與所加之差等

甲乙丙丁線等于甲乙加乙戊于丙丁加丁巳則甲戊大于丙巳者庚戊線也而乙戊大于丁

巳亦如之是也

第十五論

有幾何度不等者所加之度等則合并所贏之度與元所贏之度等

如上圖反說之戊乙巳丁線不等于戊乙加乙甲于巳丁加丁丙則戊甲大于巳丙者戊庚線也而戊乙大于巳丁亦如之

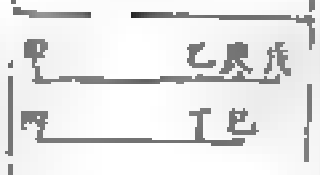
第十六論

有幾何度等者所減之度不等則餘度所贏之度與減者所贏之度等

甲乙丙丁線等于甲乙減戊乙于丙丁減巳丁則乙戊大于丁巳者庚戊也而丙巳大于甲戊亦如之是

第十七論

有幾何度不等者所減之度等則餘度所贏之度與元所贏之度等



如十四論反說之甲戊丙巳線不等于甲戊減甲乙于丙巳減丙丁則乙戊長于丁巳者亦庚戊也與甲戊長于丙巳者等矣亦是

第十八論

全與諸分之并等

第十九論

有二全度此全倍于彼全若此全所減之度倍于彼全所減之度則此較亦倍于彼較相減之餘曰較

如此度二十彼度十于二十減六于十減三則此較十四彼較七

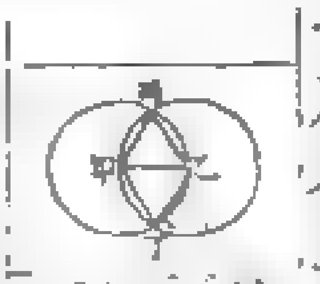
幾何原本第一卷之首終

幾何原本第一卷　本篇論三角形　計四十八題

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

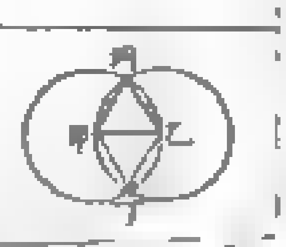
第一題

于有界直線上求立平邊三角形

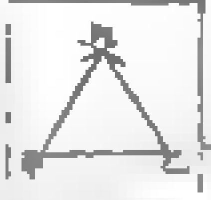


法曰。甲乙直線上求立平邊三角形。先以甲爲心。乙爲界。作丙乙丁圜。次以乙爲心。甲爲界。作丙甲丁圜。兩圜相交于丙于丁。末自甲至丙。丙至乙。各作直線。卽甲乙丙爲平邊三角形

論曰。以甲爲心。至圜之界。其甲乙線與甲丙甲丁線等。



既以乙爲心。則乙甲線與乙丙乙丁線亦等。何者。凡爲圜。自心至界。各線俱等。故界說十五 既乙丙等于乙甲。而甲丙亦等于甲乙。卽甲丙亦等于乙丙。公論一 三邊等。如所求

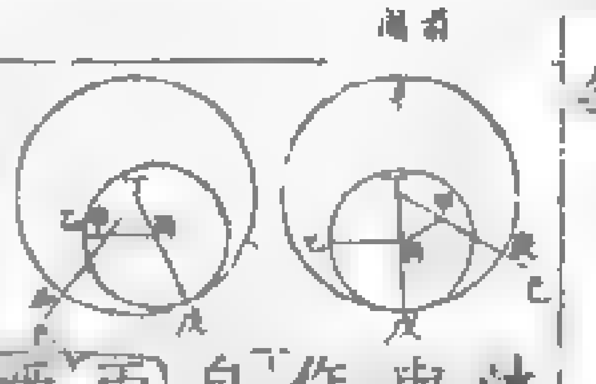


其用法不必作兩圜。但以甲爲心。乙爲界。作近丙一短界線。乙爲心。甲爲界。亦如之。兩短界線交處。卽得丙

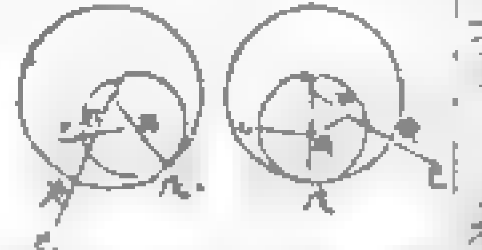
諸三角形俱推前用法作之 詳本篇廿二

第二題

一直線。線或內或外有一點。求以點爲界。作直線。與元線等



法曰。有甲點及乙丙線。求以甲爲界。作一線與乙丙等。先以丙爲心。乙爲界。作丙乙圜。本篇第三 次觀甲點。若在丙乙之外。則自甲至丙。作甲丙線。本篇第一 如上前圖。或甲在丙乙之內。則截取甲至丙一分線。如上後圖。兩法俱以甲丙線爲底。任于上下作甲丁丙平邊三角形。本篇一 次自丁甲丁丙兩腰線引長之。界說第二 其丁丙引至丙乙圜界而止。爲丙戊線。其丁甲引之出丙乙圜外。稍長。爲甲己線。末以丁爲心。戊爲界。作丁戊圜。



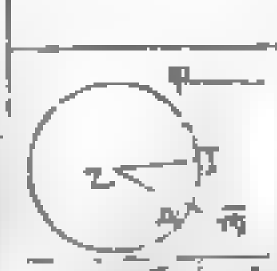
其甲己線與丁戊圜相交于庚。卽甲庚線與乙丙線等。

論曰。丁戊丁庚線同以丁爲心。戊庚爲界。故等。界說十五 于丁戊線減丁丙。丁庚線減丁甲。其所減兩腰線等。則所存亦等。公論三 丙戊與丙乙同以丙爲心。戊乙爲界。亦等。界說十五 卽甲庚與丙乙等。公論一

若所設甲點。卽在丙乙線之一界。其法尤易。假如點在丙。卽以丙爲心。作乙戊圜。從丙至戊。卽所求。

第三題

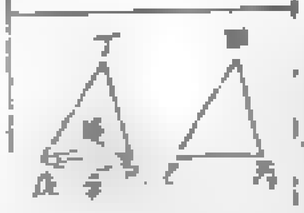
兩直線。一長一短。求于長線減去短線之度



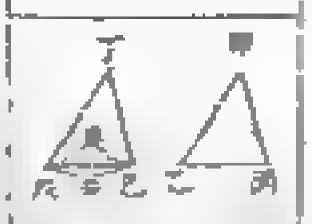
法曰甲短線乙丙長線求于乙丙減甲先以甲爲度從乙引至別界作乙丁線（本篇二）次以乙爲心丁爲界作圜（第三）圜界與乙丙交于戊即乙戊與乙丁等盖乙丁乙戊同心同圜故（界說十五）

第四題

兩三角形若相當之兩腰線各等各兩腰線閒之角等則兩底線必等而兩形亦等其餘各兩角相當者俱等



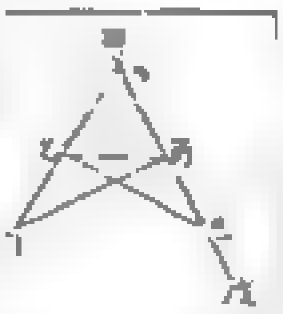
解曰甲乙丙丁戊己兩三角形之甲與丁兩角等甲丙與丁己兩線甲乙與丁戊兩線各等題言乙丙與戊己兩底線必等而兩三角形亦等甲乙丙與丁戊己兩角甲丙乙與丁己戊兩角俱等



論曰如云乙丙與戊己不等即令將甲角置丁角之上兩角必相合無大小甲丙與丁己甲乙與丁戊亦必相合無大小（公論八）此二俱等而云乙丙與戊己不等必乙丙底或在戊己之上爲庚或在其下爲辛矣戊己既爲直線而戊庚己又爲直線則兩線當別作一形是兩線能相合爲形也（公論十二）故此

第五題

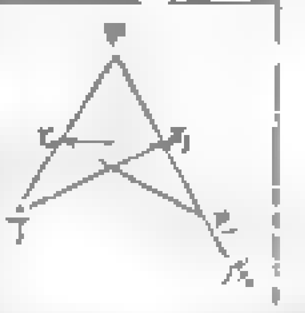
三角形若兩腰等則底線兩端之兩角等而兩腰引出之其底之外兩角亦等



解曰甲乙丙三角形其甲丙與甲乙兩腰等題言甲丙乙與甲乙丙兩角等又自甲丙線任引至戊甲乙線任引至丁其乙丙戊與丙乙丁兩外角亦等

論曰試如甲戊線稍長即從甲戊截取一分與甲丁等爲甲己（本篇三）次自丙至丁乙至己各作直線（第一求）即甲己乙甲丁丙兩三角形必等何者此兩形之甲角同甲己與甲丁兩腰又等甲乙與甲丙兩腰又等則其底丙丁與乙己必等而底線兩端相當之各兩角亦等矣（本篇四）

又乙丙己與丙乙丁兩三角形亦等何者此兩形之丙丁乙與乙己丙兩角既等（本篇四論）而甲己甲丁兩腰各減相等之甲丙甲乙線即所存丙己乙丁兩腰又等（公論三）丙丁與乙己兩底又等（本篇四論）又乙丙同腰即乙丙丁與丙乙己兩角亦等也則丙之外乙丙己角與乙之外丙乙丁角必等矣（本篇四）

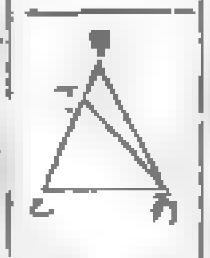


次觀甲乙己與甲丙丁兩角既等於甲乙己減丙乙己角甲丙丁減乙丙丁角則所存甲丙乙與甲乙丙兩角必等（公論三）

增從前形知三邊等形其三角俱等

第六題

三角形若底線兩端之兩角等則兩腰亦等



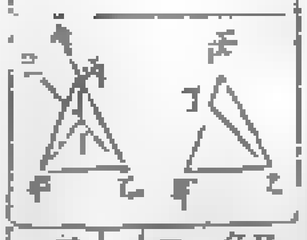
解曰甲乙丙三角形其甲乙丙與甲丙乙兩角等題言甲乙與甲丙兩腰亦等

論曰如云兩腰線不等而一長一短試辯之若甲乙爲長線即令比甲丙線截去所長之度爲乙丁線而乙丁與甲丙等本篇二 次自丁至丙作直線則本形成兩三角形其一爲甲乙丙其一爲丁乙丙而甲乙丙全形與丁乙丙分形同也是全與其分等也公論九 何者依言丁乙丙分形之乙丁與甲乙丙全形之甲丙兩線既等丁乙

丙分形之乙丙與甲乙丙全形之乙丙又同線而元設丁乙丙與甲丙乙兩角等則丁乙丙與甲乙丙兩形亦等也本篇四 是全與其分等也故底線兩端之兩角等者兩腰必等也

第七題

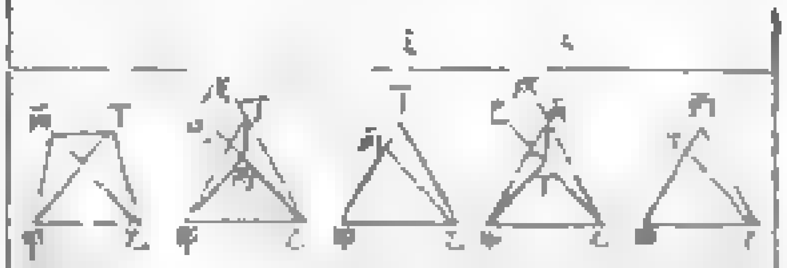
線爲底出兩腰線其相遇止有一點不得別有腰線與元腰線等而於此點外相遇者



解曰甲乙線爲底於甲於乙各出一線至丙點相遇題言此爲一定之處不得于甲乙上更出線與甲丙等乙上更出一線與乙丙等而[illegible]

丙相遇者

論曰若言有別相遇于丁者即問丁當在丙內耶丙外耶若言丁在丙內則有二說俱不可通何者若言丁在甲丙元線之內則如第一圖丁在甲丙兩界之間是如此即甲丁是甲丙之分而云甲丙與甲丁等也是全與其分等也公論九 若言丁在甲丙乙三角形頂間則如第二圖丁在甲丙乙之間矣即令自丙至丁作丙丁線而乙丁丙甲丁丙又成兩三角形次從乙丁引出至巳從乙丙引出至戊則乙丁丙形之乙丁乙丙兩腰等者其底線兩端之兩角乙丁丙乙丙丁宜亦等也其底之外兩

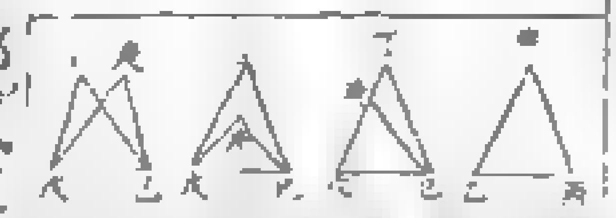


角巳丁丙戊丙丁宜亦等也五本篇 而甲丁丙形之甲丁甲丙兩腰等者其底線兩端之兩角甲丙丁甲丁丙宜亦等也五本篇 夫甲丙丁角本小于戊丙丁角而爲其分今言甲丁丙與甲丙丁兩角等則甲丁丙亦小于戊丙丁矣何況巳丁丙既甲丁丙之分更小于戊丙丁[illegible]外兩角等乎若言丁在丙外又有二說俱不可通何者若言丁在甲丙元線外是丁甲即在丙甲元線之上則甲丙與甲丁等矣即如上第一說駁之若言丁在甲丙乙三角頂外即如上第二說駁之若言

丁在丙外，而後出二線，一在三角形內，一在其外，甲丁線與乙丙線相交，如第五圖，即令將丙丁相聯作直線，是甲丁丙又成一三角形，而甲丙丁宜與甲丁丙兩角等也本篇五。夫甲丁丙角本小于丙丁乙角，而為其分，據如彼論，則甲丙丁角亦小于丙丁乙角矣。又丙丁乙亦成一三角形，而丙丁乙宜與丁丙乙兩角等也本篇五。夫丁丙乙角本小于甲丙丁角，而為其分，據如彼論，則丙丁乙角亦小于甲丙丁角矣。此二說者，豈不自相戾乎？

第八題

兩三角形，若相當之兩腰各等，兩底亦等，則兩腰間角必等。



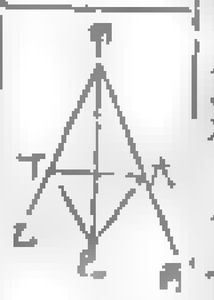
解曰：甲乙丙、丁戊己兩三角形，其甲乙與丁戊兩腰、甲丙與丁己兩腰各等，乙丙與戊己兩底亦等。題言甲與丁兩角必等。

論曰：試以丁戊己形加于甲乙丙形之上，問丁角在甲角上耶否耶？若在上，即兩角等矣八公論。或謂不然，乃在于庚，即問庚當在丁戊線之內耶？或在三角頂之內耶？或在三角頂之外耶？皆依前論駁之本篇七。

系本題止論甲丁角，若旋轉依法論之，即三角皆同可見。凡線等則角必等，不可疑也。

第九題

有直線角，求兩平分之。



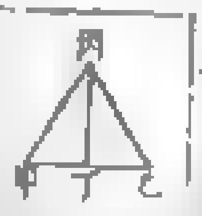
法曰：甲乙丙角，求兩平分之。先于甲乙線任截一分為甲丁本篇三，次于甲丙亦截甲戊與甲丁等，次自丁至戊作直線，次以丁戊為底，立平邊三角形本篇一，為丁戊己形，末自己至甲作直線，即乙甲丙角為兩平分。

論曰：丁甲己與戊甲己兩三角形，其甲丁與甲戊兩線等，甲己同是一線，戊己與丁己兩底又等何言兩底等？初從戊丁底作此三角平形，此二線為腰，各等戊丁故，則丁甲己與戊甲己兩角必等本篇八。

用法：如上截取甲丁、甲戊，即以丁為心，向乙丙間任作一短界線，次用元度，以戊為心，亦如之，兩界線交處，得己本篇。甲至己作一直線，即成矣。

第十題

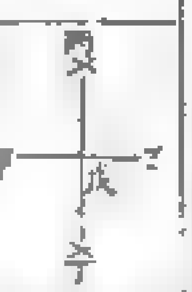
一有界線，求兩平分之。



法曰：甲乙線求兩平分。先以甲乙為底，作甲乙丙兩邊等三角形本篇一，次以甲丙乙角兩平分之本篇九，得丙丁直線，即分甲乙于丁。

論曰丙丁乙丙丁甲兩三角形之丙乙丙甲兩腰等而丙丁同線甲丙丁與乙丙丁兩角又等九本篇則甲丁與乙丁兩線必等四本篇

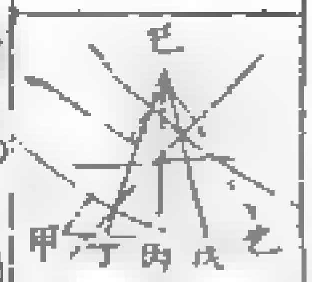
用法以甲為心任用一度但須長于甲乙線之半向上向下各作一短界線次用元度以乙為心亦如之兩界線交處即丙丁末作丙丁直線即分甲乙于戊



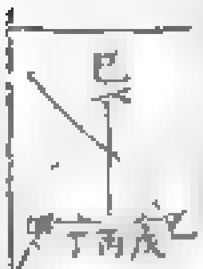
第十一題

一直線任于一點上求作垂線

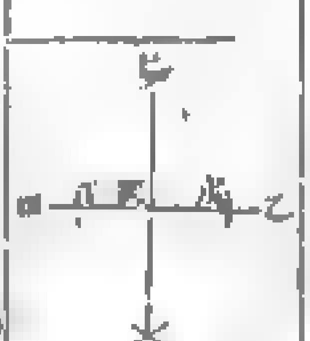
法曰甲乙直線任指一點為丙求丙上作垂線先于丙左右任取一度各截一界為丁為戊二次以丁戊為底作兩邊等角形一本篇為丁己戊末自己至丙作直線即己丙為甲乙之垂線



論曰丁己丙與戊己丙兩角形之丁己與己戊兩腰等己丙同線丙丁與丙戊兩底又等則丁丙己與戊丙己兩角亦等五本篇丁己丙與戊己丙兩角亦等則丁丙己與戊丙己兩角必等又等即是直角直角即是垂線界說十

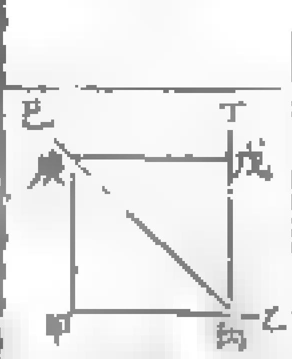


用法于丙點左右如上截取丁與戊即以丁為心任用一度但須長于丙丁線向丙上方作短界線次以戊為心亦如之兩界線交處即己作己丙線即垂線



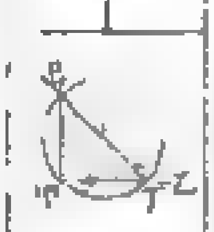
又用法于丙左右如上截取丁與戊即任用一度以丁為心于丙上下方各作短界線次用元度以戊為心亦如之則上交為己下交為庚末作己庚直線視直線交于丙點即得是用法又為甞巧之法

增若甲乙線所欲立垂線之點乃在線末甲界上甲外無餘線可截則于甲乙線上任取一點為丙如前法于丙上立丁丙垂



線次以甲丙丁角兩平分之九本篇為己丙線次以甲丙為度于丁丙垂線上截戊丙線三本篇次于戊上如前法立垂線與己丙線相遇為庚末自庚至甲作直線如所求

論曰庚甲丙與庚丙戊兩角形之甲丙戊丙兩線既等庚丙同線戊丙庚與甲丙庚兩角又等即甲庚戊庚兩線必等四本篇而對同邊之甲角戊角亦等戊既直角則甲亦直角是甲庚為甲乙之垂線十界說



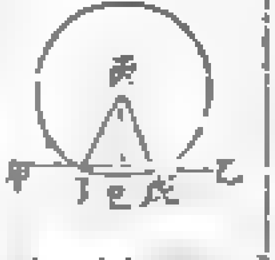
用法甲點上欲立垂線先以甲為心向元線上方任抵一界作丙點次用元度以丙

爲心。作大半圜。圜界與甲乙線相遇。爲丁。次自丁至丙作直線。引長之。至戊。爲戊丁線。戊丁與圜界相遇。爲巳。末自巳至甲。作直線。卽所求。此法今未能論。見第三卷第三十一題

第十二題

有無界直線。線外有一點。求于點上作垂線。至直線上

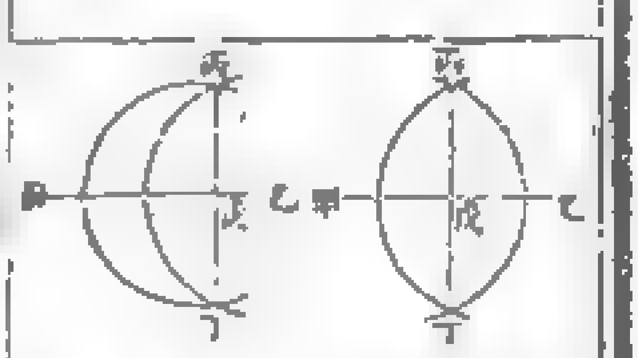
法曰。甲乙線外。有丙點。求從丙作垂線。至甲乙。先以丙爲心。作一圜。令兩交于甲乙線。爲丁。爲戊。次從丁戊各作直線。至丙。次兩平分丁戊于巳。本篇十 末自丙自巳。作直線。卽丙巳爲甲乙之垂線。



論曰。丙巳丁。丙巳戊。兩角形之丙丁。丙戊。兩線等。丙巳同線。丙戊巳與丙丁巳兩角必等。本篇八 丁丙巳與戊丙巳兩角又等。則丙巳丁。與丙巳戊等。皆直角。本篇 而丙巳定爲垂線矣。

用法。以丙爲心。向直線兩處。各作短界線。爲甲。爲乙。次用元度。以甲爲心。向丙點相望處。作短界線。乙爲心。亦如之。兩界線交處爲丁。末自丙至丁。作直線。則丙戊爲垂線。

又用法。于甲乙線上。近甲。近乙。任取一點爲心。以丙爲界。作一圜界。于丙點及相望處。各稍引長之。次于甲乙線上。視前心。或相望如前圖。或進或退。如後圖。任移一點爲心。以丙爲界。作一圜界。至與前圜交處得丁。末自丙至丁。作直線。得戊。若近界作垂線無可截取。亦用此法



第十三題

一直線至他直線上。所作兩角。非直角。卽等于兩直角

解曰。甲線下至丙丁線。遇于乙。其甲乙丙。與甲乙丁。作兩角。題言此兩角。或是直角。若非直角

卽是一鋭一鈍。而幷之。等于兩直角

論曰。試于乙上。作垂線。爲戊乙。本篇十一 則戊乙丙。與戊乙丁。爲兩直角。卽甲乙丁。甲乙戊。兩鋭角幷之。與戊乙丁直角等矣。次于甲乙丁。甲乙戊。兩角。又加戊乙丙一直角。幷此三角。定與戊乙丙。戊乙丁。兩直角等也。公論十八 又于甲乙戊。又加戊乙丙。幷此鈍直兩角。定與甲乙丙鈍角等也。次于甲乙戊。戊乙丙。幷此直角。又加甲乙丁。鋭角。幷此三角。定與甲乙丁。甲乙丙。鈍角等等也。又甲乙丁。甲乙戊。戊乙丙。三角。旣與兩直角等。則甲乙丁。與甲乙丙。兩角。定與兩直角等。公論

第十四題

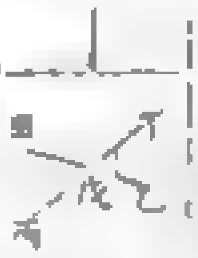
一直線于線上一點出不同方兩直線偕元線每旁作兩角若每旁兩角與兩直角等即後出兩線爲一直線

解曰甲乙線于丙點上左出一線爲丙丁右出一線爲丙戊若甲丙戊甲丙丁兩角與兩直角等題言丁丙與丙戊是一直線

論曰如云不然令別作一直線必從丁丙引出或離戊而上爲丁丙巳或離戊而下爲丁丙庚也若上于戊則甲丙線至丁丙巳直線上爲甲丙巳甲丙丁兩角此兩角宜與兩直角等本篇十三如此即甲丙戊甲丙丁兩角與甲丙巳甲丙丁兩角亦等矣試減甲丙丁角則甲丙戊與甲丙巳兩角較之果相等公論三夫甲丙巳本小于甲丙戊而爲其分今曰相等是全與其分等也公論九若下于戊則甲丙線至丁丙庚直線上爲甲丙庚甲丙丁兩角此兩角宜與兩直角等本篇十三如此即甲丙庚甲丙丁兩角亦等矣試減甲丙丁角而以甲丙戊與甲丙庚較之果相等乎公論三夫甲丙戊實小于甲丙庚而爲其分今曰相等是全與其分等也公論九兩者皆非則丁丙戊是一直線

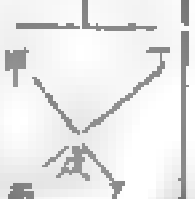
第十五題

凡兩直線相交作四角每兩交角必等



解曰甲乙與丙丁兩線相交于戊題言甲戊丙與丁戊乙兩角甲戊丁與丙戊乙兩角各等

論曰丁戊線至甲乙線上則甲戊丁丁戊乙兩角與兩直角等本篇十三甲戊線至丙丁線上則甲戊丙甲戊丁兩角與兩直角等本篇十三如此即丁戊乙甲戊丁兩角亦與甲戊丁甲戊丙兩角等公論十試減同用之甲戊丁角其所存丁戊乙甲戊丙兩角必等公論三又丁戊線至甲乙線上則甲戊丁丁戊乙兩角與兩直角等本篇十三乙戊線至丙丁線上則丁戊乙乙戊丙兩角與兩直角等本篇十三如此即甲戊丁丁戊乙兩角亦與丁戊乙乙戊丙兩角等公論十試減同用之丁戊乙角其所存甲戊丁乙戊丙兩角必等



一系推顯兩直線相交于中點上作四角與四直角等

二系一點之上兩直線相交不論幾許線幾許角定與四直角等公論十八

增題一直線內出不同方兩直線而所作兩交角等即後出兩線爲一直線

解曰甲乙線內取丙點出丙丁丙戊兩線而所作甲

丙戊、丁丙乙兩交角等。或甲丙丁、戊丙乙兩交角等。題言戊丙、丙丁，即一直線。

論曰：甲丙戊角，既與丁丙乙角等，每加一戊丙乙角，即甲丙戊、戊丙乙兩角，必與丁丙乙、戊丙乙兩角等。（公論二）而甲丙戊、戊丙乙與兩直角等（本篇十三），則丁丙乙、戊丙乙亦與兩直角等，是戊丙、丙丁為一直線（本篇十四）。

第十六題

凡三角形之外角必大于相對之各角

解曰：甲乙丙角形，自乙甲線引之至丁，題□外角丁甲丙，必大于相對之內角甲乙丙、甲丙乙。

論曰：欲顯丁甲丙角大于甲丙乙角，試以甲丙線兩平分于戊（本篇十），自乙至戊作直線引長之，從戊外截取戊巳與乙戊等（本篇三），次自甲至巳作直線，即甲戊巳、戊乙丙兩角形之戊巳與乙戊兩線等，戊甲與戊丙兩線等，甲戊巳、乙戊丙兩交角又等（本篇十五），則甲巳與乙丙兩底亦等，兩角形之各角亦等矣（本篇四），是丙巳甲戊與戊丙乙兩角亦等矣。而巳甲戊乃丁甲丙之分，則丁甲丙大于巳甲戊，亦大于相等之戊丙乙角，□丙外角□大于相對之甲丙乙內角□。次顯丁甲

卷一

一五

丙大于甲乙丙。試自丙甲線引長之至庚，次以甲乙線兩平分于辛（本篇十），自丙至辛作直線引長之，從辛外截取辛壬與丙辛等（本篇三），次自甲至壬作直線，依前論推顯甲辛壬、辛乙丙兩角形之各邊各角俱等，則壬甲辛與辛乙丙兩角亦等矣。夫壬甲辛乃庚甲乙之分，必小于庚甲乙也。庚甲乙與丁甲丙兩交角等（本篇十五），則甲乙丙內角小于丁甲丙外角，其餘乙丙上作外角俱大于相對之內角，依此推顯。

第十七題

凡三角形之每兩角必小于兩直角

解曰：甲乙丙角形，題言甲乙丙、甲丙乙兩角，丙甲乙、甲乙丙兩角，甲丙乙、丙甲乙兩角，皆小于兩直角。

論曰：試用兩邊線丙甲引出至戊，丙乙引出至丁，即甲乙丁外角大于相對之甲丙乙內角矣（本篇十六）。此兩率者每加一甲乙丙角，則甲乙丁、甲乙丙必大于甲丙乙、甲乙丙矣（公論四）。夫甲乙丁、甲乙丙與兩直角等（本篇十三），則甲丙乙、甲乙丙小于兩直角也。餘二倣此。

卷一

一六

第十八題

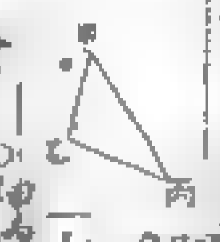
凡三角形大邊對大角，小邊對小角

解曰。甲乙丙角形。其甲丙邊大于甲乙邊。乙丙邊。題言甲乙丙角大于乙丙甲角。乙甲丙角大于甲乙丙角。

論曰。甲丙邊大于甲乙邊。即于甲丙線上截甲丁與甲乙等（本篇三）。自乙至丁作直線。則甲乙丁、甲丁乙兩角等矣（本篇五）。夫甲丁乙角者。乙丙丁角形之外角也。必大于相對之丁丙乙內角（本篇十六）。則甲乙丁亦大于甲丙乙。而甲乙丙又函甲乙丁于其中。必更大于甲丙乙矣。又如乙丙邊大于甲乙邊。則乙甲丙角亦大于甲丙乙角。依此推顯。

第十九題

凡三角形。大角對大邊。小角對小邊。



解曰。甲乙丙角形。乙角大于丙角。題言對乙角之甲丙邊。必大于對丙角之甲乙邊。

論曰。如云不然。令言或等。或小。若言甲丙與甲乙等。則甲丙角宜與甲乙丙角等矣（本篇五）。何設乙角大于丙角也。若言甲丙小于甲乙。則甲乙丙角亦小于甲丙乙角矣（本篇十八）。如甲角大于丙角。則乙丙邊大于甲乙邊。依此推顯。

第二十題

凡三角形之兩邊并之。必大于一邊。

解曰。甲乙丙角形。題言甲丙、甲乙邊并之。必大于乙丙邊。甲丙、丙乙并之。必大于甲乙。甲乙、乙丙并之。必大于甲丙。

論曰。試于丙甲邊引長之。為甲丁。截取甲丁（本篇三）。自丁至乙作直線。令甲丁、甲乙兩腰等。而甲丁乙、甲乙丁兩角亦等（本篇五）。則丙乙丁角大于甲乙丁角。亦大于丙丁乙角矣。夫丁丙邊對丙乙丁大角也。當大于乙丙邊。對丙丁乙小角者（本篇十九）。甲丁、甲乙兩線。令甲丙線。加甲乙。甲丙與丙丁等矣。于乙丙。則甲乙、甲丙兩邊并。必大于乙丙邊也。餘二倣

此。

第二十一題

凡三角形。于一邊之兩界。出兩線。復作一三角形。在其內。則內形兩腰并之。必小于相對兩腰。而後兩線所作角。必大于相對角。

解曰。甲乙丙角形。于乙丙邊之兩界。各出一線遇于丁。題言丁丙、丁乙兩線并。必小于甲乙、甲丙并。而乙丁丙角。必大于乙甲丙角。

論曰。試于內一線引長之。如乙丁。引之至戊。其乙甲戊角形之乙甲、甲戊兩線并。必大于乙戊線也（本篇二十）。此二

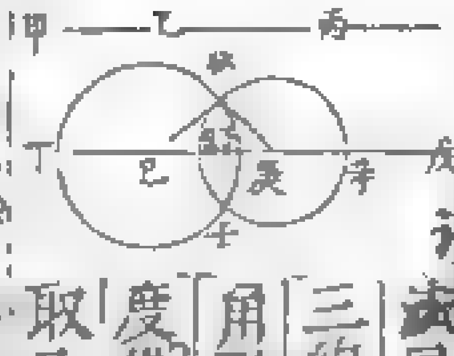
率者每加一戊丙線則乙甲、甲戊、戊丙并必大于乙戊、戊丙并矣（四公論）又戊丁丙角形之戊丁、戊丙并必大于丁丙線也此二率者每加一丁乙線則戊丁、戊丙、丁乙并必大于丁丙、丁乙并矣（四公論）故乙甲、甲戊、戊丙既大于乙戊、戊丙豈不更大于丁丙、丁乙乎（本篇十）

又丁戊丙外角大于相對之乙甲丙角（本篇十六）乙丁丙外角又大于相對之丁戊丙角則乙丁丙角必更大于乙甲丙角

第二十二題

三直線求作三角形其每兩線并大于一線也

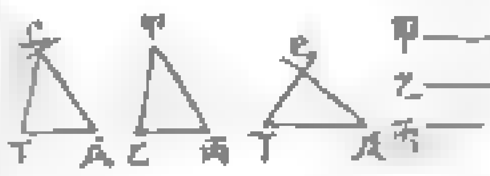
法曰甲、乙、丙三線其第一、第二線并大于第三（三線若兩線比第三線或等或小即不能作三角形見本篇二十）先任作丁戊線長于三線并以甲為度從丁截取丁巳線（本篇三）次以乙為度從巳截取巳庚線次以丙為度從庚截取庚辛線次以巳為心丁為界作丁壬癸圜以庚為心辛為界作辛壬癸圜其兩圜相遇下為壬上為癸末以庚巳為邊作癸庚、癸巳兩直線即得巳癸庚三角形（若上巳圜不到丑即是兩線或等或小于第三線不成三角形矣）



論曰此所形之丁巳、巳癸線皆同圜之半徑等（界說十五）則巳癸與甲等庚辛、庚癸線亦同圜之半徑等則庚癸與丙等巳庚元以乙為度則角形三線與所設三線等

便用法任以一線為底以底之一界為心第二線為度向上作短界線次以底之一界為心第三線為度向上作短界線兩界線交處向下作兩腰即得所求矣

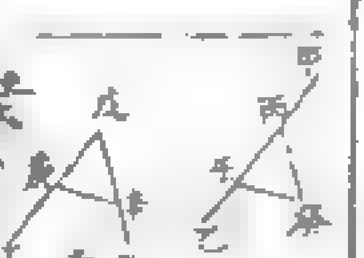
若設一三角形求別作一形與之等亦用此法



第二十三題

直線任于一點上求作一角與所設角等

法曰甲乙線于丙點求作一角與丁戊巳角等先于戊丁線任取一點為庚于戊巳線任取一點為辛自庚至辛作直線次以甲乙線作丙壬癸角形與庚戊辛角形等（本篇廿二）則丙

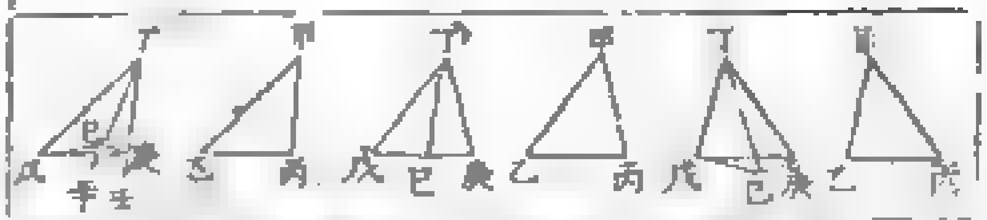


壬丙癸兩腰與庚戊辛兩腰等壬癸與庚辛底又等則丙角與戊角必等（本篇八）

第二十四題

兩三角形相當之兩腰各等若一形之腰閒角大則底亦大

論曰甲乙丙與丁戊巳兩角形其甲乙與丁戊兩腰甲



丙與丁巳兩腰各等。若乙甲丙角大于戊丁巳
角。題言乙丙底必大于戊巳底
論曰。試依丁戊線。從丁點作戊丁庚角。與乙甲
丙角等（本篇廿三）。則戊丁庚角大于戊丁巳角。而丁
庚腰在丁巳之外矣。次截丁庚線與丁巳等（本篇
三）。即丁庚、丁巳俱與甲丙等。又自戊至庚作直
線。是甲乙與丁戊、甲丙與丁庚兩腰線各等。乙甲
丙與戊丁庚兩角亦等。而乙丙與戊庚兩底必
等也（本篇四）。次問所作戊庚底。今在戊巳底上耶。
抑同在一線耶。抑在其下耶。若在上。則如第一

圖。自巳至庚作直線。則丁庚巳角形之丁庚、丁
巳兩腰等。而丁庚巳與丁巳庚兩角亦等矣（本篇
五）。夫戊庚巳角。乃丁庚巳角之分。必小于丁庚
巳。亦必小于相等之丁巳庚。而丁巳庚又戊巳
庚角之分。則戊庚巳角必小于戊巳庚也（公論七）。則
對戊庚巳角之戊巳腰。必小于對戊巳庚
角之戊庚腰也（本篇十九）。若戊巳與戊庚兩底同線。
即如第四圖。戊巳乃戊庚之分。則戊巳必小于
戊庚也（公論九）。若戊庚在戊巳之下。即如第六圖。
自巳至庚作直線。次引丁庚線出于壬。引丁巳

線出于辛。則丁庚、丁巳兩腰等。而辛巳庚、壬庚巳兩外
角亦等矣（本篇五）。夫戊庚巳角。乃壬庚巳角之分。必小于
壬庚巳。亦必小于相等之辛巳庚。而辛巳庚又戊巳庚
角之分。則戊庚巳益小于戊巳庚也（公論九）。則對戊庚巳
小角之戊巳腰。必小于對戊巳庚大角之戊庚腰也（本篇
十九）。是三戊巳皆小于等戊庚之乙丙（本篇四）也

第二十五題

兩三角形相當之兩腰各等。若一形之底大。則腰間角亦
大（有設）
解曰。甲乙丙與丁戊巳兩角形。其甲乙與丁戊、甲丙與

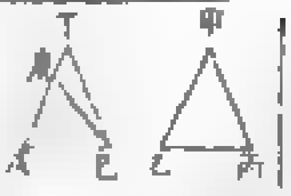
丁巳各兩腰等。若乙丙底大于戊巳底。題言乙

甲丙角大于戊丁巳角
論曰。如云不然。令言或小或等。若言等。則兩形
之兩腰各等。腰間角又等。宜兩底亦等（本篇四）。何設乙丙
底大也。若言乙甲丙角小。則對乙甲丙角之乙丙線宜
亦小（本篇廿四）。何設乙丙底大也

第二十六題（二支）

兩三角形。有相當之兩角等。及相當之一邊等。則餘兩邊
必等。餘一角亦等。其一邊不論在兩角之內。或一角之
對

先解一邊在兩角之內者曰甲乙丙角形之甲乙丙甲丙乙兩角與丁戊巳角形之丁戊巳丁巳戊兩角各等在兩角內之乙丙邊與戊巳邊又等題言甲乙與丁戊兩邊甲丙與丁巳兩邊各等而乙甲丙角與戊丁巳角亦等



論曰如云兩邊不等而丁戊大于甲乙令于丁戊線截取庚戊與甲乙等本篇三次自庚至巳作直線即庚戊巳角形之庚戊戊巳兩邊宜與甲乙乙丙兩邊等矣又乙角與戊角元等則甲丙與庚巳宜等本篇四而庚巳戊角與甲丙乙角宜亦等也本篇四題設丁巳戊與甲丙乙兩

角等今又言庚巳戊與甲丙乙兩角等是庚巳戊與丁巳戊亦等全與其分等矣公論九以此見兩邊必等兩邊既等則餘兩角亦等

後解相等邊不在兩角之內而在一角之對者曰甲乙丙角形之乙角丙角與丁戊巳角形之戊角巳角各等而對丙之甲乙邊與對巳之丁戊邊又等題言甲丙與丁巳兩邊丙乙與巳戊兩邊各等而甲角與丁角亦等

論曰如云兩邊不等而戊巳大于乙丙令于戊巳線截取戊庚與乙丙等本篇三次自丁至庚作直線即丁戊庚角形之丁戊戊庚兩邊宜與甲乙乙丙兩邊等矣又乙角與戊角元等則甲丙與丁庚宜等本篇四而丁庚戊角與甲丙乙角宜亦等也本篇四題設丁巳戊與甲丙乙兩角等今又言丁庚戊與甲丙乙兩角等是丁庚戊外角與相對之丁巳戊內角等矣本篇十六可乎以此見兩邊必等兩邊既等則餘兩角亦等

第二十七題

兩直線有他直線交加其上若內相對兩角等即兩直線必平行

設甲乙丙丁兩直線加他直線戊巳交于庚于辛而

甲庚辛與丁辛庚兩角等題言甲乙丙丁兩線必平行

論曰如云不然則甲乙丙丁兩直線必至相遇于壬而庚辛壬成三角形則甲庚辛外角宜大于相對之庚辛壬內角矣本篇十六今先設相等若設乙庚辛角與丙辛庚角等亦依此論若言甲乙丙丁兩直線相遇于癸亦依此論

第二十八題

兩直線有他直線交加其上若外角與同方相對之內角等或同方兩內角與兩直角等即兩直線必平行

先解曰。甲乙、丙丁、兩直線，加他直線戊巳，交于庚、于辛。其戊庚甲外角，與同方相對之庚辛丙內角等。題言甲乙、丙丁、兩線必平行。

論曰。乙庚辛角，與相對之內角丙辛庚等。戊庚甲、與乙庚辛、兩交角亦等（本篇十五），即兩直線必平行。

後解曰。甲庚辛、丙辛庚、兩內角，與兩直角等。題言甲乙、丙丁、兩線必平行。

論曰。甲庚辛、丙辛庚、兩角，與兩直角等。而甲庚戊、甲庚辛、兩角，亦與兩直角等（本篇十三）。試減同用之甲庚辛，即所存甲庚戊與丙辛庚等矣。既外角與同方相對之內角等，即甲乙、丙丁、必平行（本篇二十七）。

第二十九題　三支

兩平行線有他直線交加其上，則內相對兩角必等；外角與同方相對之內角亦等；同方兩內角亦與兩直角等。

先解曰。此反前二題，故同前圖。有甲乙、丙丁、二平行線，加他直線戊巳，交于庚于辛。題言甲庚辛與丁辛庚內相對兩角必等。

論曰。如云不然，而甲庚辛大于丁辛庚，則丁辛庚加辛庚乙，宜小于甲庚辛加辛庚乙矣（公論四）。夫辛庚甲、辛庚乙，元與兩直角等（本篇十三）。據如彼論，則丁辛庚、辛庚乙、兩角小于兩直角，而甲乙、丙丁、兩直線向乙丁行，必相遇也（公論十一）。而設平行，故

次解曰。戊庚甲外角，與同方相對之庚辛丙內角等（本題）。

論曰。戊庚辛與相對之丙辛庚兩內角等（本題），則戊庚辛交角相等。戊庚甲（本篇十五）與丙辛庚必等（公論一）。

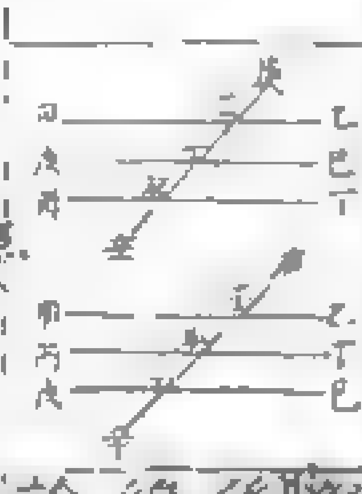
後解曰。甲庚辛、丙辛庚、兩內角，與兩直角等。

論曰。戊庚甲與庚辛丙兩角既等（本題），而每加一甲庚辛角，則庚辛丙、甲庚辛兩角，與甲庚辛、戊庚甲兩角必等（公論二）。夫甲庚辛、戊庚甲，本與兩直角等（本篇十三），則甲庚辛、丙辛庚兩內角，亦與兩直角等矣。

第三十題

兩直線與他直線平行，則元兩線亦平行

解曰。此題所指線在同面者。不同面線後別有論。如甲乙、丙丁、兩直線，各與他線戊巳平行。題言甲乙與丙丁亦平行。



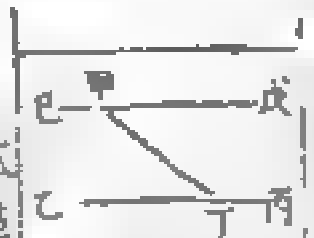
論曰。試作庚辛直線，交加于三直線，甲乙于壬，戊巳于子，丙丁于癸。其甲乙與戊巳既平行，即甲壬子與相對之巳子壬兩內角等（本篇廿九）。丙丁與戊巳既平行，即丁癸子內角與巳子壬外角亦等（本篇廿九）。丁癸子與甲壬子為相對之內角，亦等（公論一）。而甲乙、丙丁

為平行線（本篇卅七）

第三十一題

一點上求作直線與所設直線平行

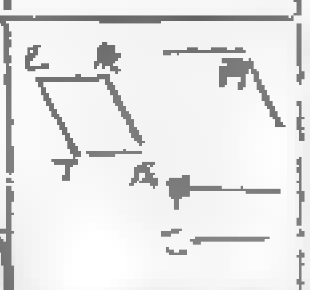
法曰甲點上求作直線與乙丙平行先從甲點向乙丙線任指一處作直線為甲丁即乙丙線上成甲丁乙角次于甲點上作一角與甲丁乙等（本篇廿三）為戊甲丁從戊甲線引之至己即己戊與乙丙平行

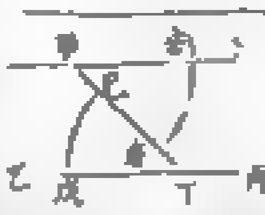


論曰戊己乙丙兩線有甲丁線聯之其所作戊甲丁與甲丁乙相對之兩內角等即平行線（本篇廿七）

增從此題生一用法設一角兩線求作有法四邊形有角與所設角等兩兩邊線與所設線等

法曰先作己丁戊角與丙等次截丁戊線與甲等己丁線與乙等末依丁戊平行作己庚依己丁平行作庚戊即所求





本題用法于甲點求作直線與乙丙平行先作甲丁線次以丁為心任作戊己圜界次用元度以甲為心作庚辛圜界稍長于戊己次取戊己圜界為度于庚辛圜界截取庚辛末自甲至辛作直線各引長之即所求

又用法以甲點為心于乙丙線近乙處任指一點作短界線為丁次用元度以丁為心于乙丙上向丙截取一分作短界線為戊次用元度以戊為心向上與甲平處作短界線又用元度以甲為心向甲平處作短界線後兩界線交處為己自甲至己作直線各引長之即所求

第三十二題二支

凡三角形之外角與相對之內兩角并等凡三角形之內三角并與兩直角等

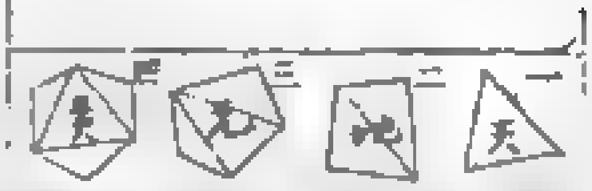
先解曰甲乙丙角形試從乙丙邊引至丁題言甲丙丁外角與相對之內兩角甲乙并等

論曰試作戊丙線與甲乙平行（本篇三一）令甲丙為甲乙戊丙之交加線則乙甲丙角與相對之甲丙戊角等（本篇廿九）又乙丁線與兩平行線相遇則戊丙丁外角與相對之甲乙丙內角等（本篇廿九）既甲丙戊與乙甲丙等而戊丙丁與甲乙丙又等則甲丙丁外角與內兩角甲乙并等矣

後解曰甲乙丙三角并與兩直角等

論曰既甲丙丁角與甲乙兩角并等更于甲丙丁加甲丙乙則甲丙丁甲丙乙兩角并與甲乙丙內三角并等

矣公論一故甲丙丁、甲丙乙幷。元與兩直角等本篇十三則甲、乙丙丙三角幷。亦與兩直角等。



增。從此推知。凡第一形。當兩直角。第二形。當四直角。第三形。當六直角。自此以上。至于無窮。每命形之數。倍之。爲所當直角之數。凡一線二線不能爲形故三邊爲第一形四邊爲第二形五邊爲第三形六邊爲第四形倣此以至無窮

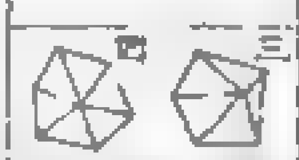
形邊數減二邊。所存邊數。是本形之數。

論曰。如上四圖。第一形。三邊減二邊。存一邊。卽是本形一數。倍之。當兩直角。本題第二形。四邊減二邊。存二邊。卽是本形二數。倍之。當四直角。欲顯此理。試

以第二形作一對角線。成兩三角形。每形當兩直角。幷之則當四直角矣。第三形。五邊減二邊。存三邊。卽是本形三數。倍之。當六直角。欲顯此理。試以第三形。作兩對角線。成三三角形。每形當兩直角。幷之。亦當六直角矣。其餘依此推顯。以至無窮。

又一法。每形視其邊數。每邊當兩直角。而減四直角。其存者。卽本形所當直角。

論曰。欲顯此理。試于形中任作一點。從此點向各角。俱作直線。令每形所分角形之數。如其邊



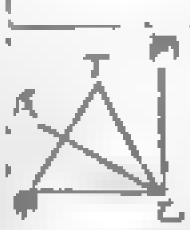
數。每一分形。三角。當二直角本題。其近點之處。不論幾角。皆當四直角本篇十五之系。次減近點諸角。卽是減四直角。其存者。則本形所當直角。如上第四形。六邊中間任指一點。從點向各角。分爲六三角形。每一分形。三角。六形共十八角。今于近點處。減當四直角。所存邊十二角。當八直角。餘倣此。

一系。凡諸種角形之三角。幷俱相等本題增

二系。凡兩腰等角形。若腰間直角。則餘兩角。每當半直角。腰間鈍角。則餘兩角。俱小于半直角。腰間銳角。則餘兩角。俱大于半直角。

三系。平邊角形。每角當直角三分之二。

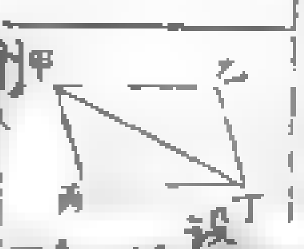
四系。平邊角形。若從一角向對邊作垂線。分爲兩角形。此分形。各有一直角。在垂線之下。兩旁角。每當直角三分之一。其餘兩角。每當直角三分之二。



增。從三系。可分一直角爲三平分。其法。任于一邊。立平邊角形。次分對直角之一邊爲兩平分。從此邊對角作垂線。卽所求。如上圖。甲乙丙直角。求三分之。先于甲乙線上。作甲乙丁平邊角形本篇一。次平分甲丁于戊本篇九。末作乙戊直線。

第三十三題

兩平行相等線之界有兩線聯之其兩線亦平行亦相等



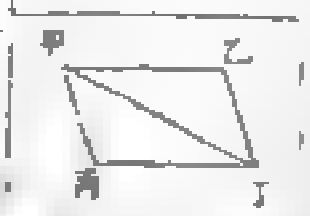
解曰甲乙丙丁兩平行相等線有甲丙乙丁兩線聯之題言甲丙乙丁亦平行相等

論曰試作甲丁對角線為甲乙丙丁之交加線卽乙甲丁丙丁甲相對兩內角等（本篇廿九）又甲丁線甲丙兩角形之甲乙丙丁兩邊旣等甲丁同邊則對乙甲丁角之乙丁線與對丙丁甲角之甲丙線亦等（本篇四）而乙丁甲與丙甲丁兩角亦等也（本篇四）此兩角者甲丙乙丁之內相對角也兩角旣等則甲丙乙丁兩線必平行（本篇廿七）

於是甲丙及乙丁等而且平行

第三十四題

凡平行線方形每相對兩邊線各等每相對兩角各等對角線分本形兩平分



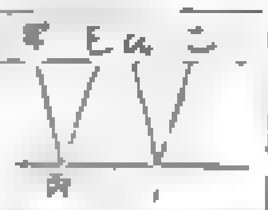
解曰甲乙丁丙平行方形題言甲乙與丙丁兩線甲丙與乙丁兩線各等又言乙與丙兩角乙甲丙與丙丁乙兩角各等又言若作甲丁對角線卽分本形爲兩平分

論曰甲乙與丙丁旣平行則乙甲丁與丙丁甲相對之兩內角等（本篇廿九）甲丙與乙丁旣平行則乙丁甲與丙甲丁相對之兩內角等（本篇廿九）則乙丁角形之乙甲丁乙丁甲兩角與甲丁丙角形之丙丁甲丙甲丁兩角旣各等甲丁同邊則甲乙與丙丁甲丙與乙丁俱等也而丙角與相對之乙角亦等矣（本篇廿六）又乙丁甲角加丙丁甲角與丙甲丁角加乙甲丁角旣等卽乙甲丙與丙丁乙相對兩角亦等也（公論二）又甲乙丁甲丁丙兩角形之甲乙乙丁兩邊與丁丙丙甲兩邊各等腰間之乙角與丙角亦等則兩角形必等（本篇四）而甲丁線分本形爲兩平分

第三十五題

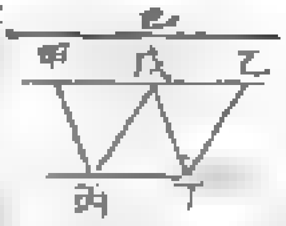
兩平行方形若同在平行線內又同底則兩形必等

解曰甲乙丙丁兩平行線內有丙丁戊甲與丙丁己乙兩平行方形同丙丁底題言此兩形等等者不謂腰等角等謂所函之地等後言形等者多做此

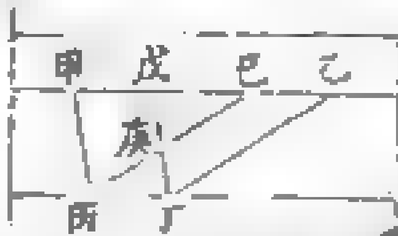


先論[illegible]己在甲戊之內者其丙丁戊甲與丙丁乙己皆平行方形丙丁同底則甲戊與丙丁己乙與丙丁各相對之兩邊各等（本篇三四）而甲戊與己乙亦等（公論一）試于甲戊己乙兩線各減己戊卽甲己與戊乙亦等（公論三）而甲丙與戊丁元等（本篇三四）乙戊丁外角與己甲丙內角又等（本篇廿九）則乙戊丁與己甲丙兩角形必等矣（本篇四）次于兩

角形。毎加一丙丁戊巳無法四邊形。則丙丁戊甲、與丙丁乙巳、兩平行方形等也二公論



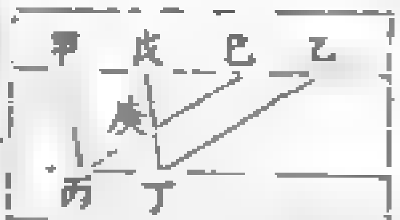
次論曰。設巳戊同點。依前甲戊與戊乙等。乙戊丁、與戊甲丙、兩角形等四本篇　而毎加一戊丁丙角形。則丙丁戊甲、與丙丁乙戊兩平行方形必等二公論



後論曰。設巳點在戊之外。而丙巳與戊丁、兩線交于庚。依前甲戊與巳乙兩線等。而毎加一戊巳線。即戊乙與甲巳兩線亦等二公論　因顯巳甲丙與乙戊丁兩角形亦等四本篇　次毎減一巳戊庚角形。則所存戊庚丙甲、與乙巳庚丁、兩無法

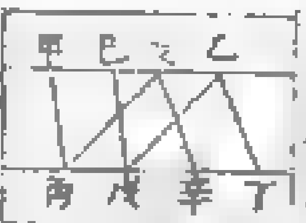
卷一　二十三

四邊形亦等三公論　次于兩無法形。毎加一庚丁丙角形。則丙丁戊甲、與丙丁乙巳兩平行方形必等二公論



第三十六題

兩平行線內有兩平行方形。若底等。則形亦等



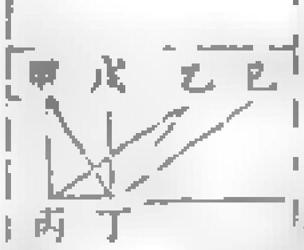
解曰。甲乙丙丁、兩平行線內有甲丙戊巳與庚辛丁乙兩平行方形。而丙戊與辛丁、兩底等

言兩形亦等

論曰。試自丙至庚。戊至乙。各作直線相聯。其丙戊庚乙各與辛丁等。則丙戊與庚乙亦等卅四本篇　庚乙與丙戊既平行線。則庚丙與乙戊亦平行線卅三本篇　而甲丙戊巳與庚丙戊乙兩平行方形。同丙戊底者等矣三十五本篇　庚辛丁乙與庚丙戊乙兩平行方形。同庚乙底者亦等矣三十五本篇　既爾則庚辛丁乙與甲丙戊巳亦等矣一公論

第三十七題

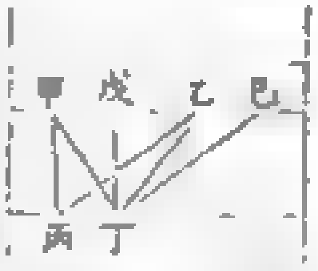
在兩平行線內有兩三角形。若同底。則兩形必等



解曰。甲乙丙丁、兩平行線內有甲丙丁、乙丙丁兩角形。同丙丁底。題言兩形必等

論曰。試自丁至戊作直線。與甲丙平行。次自丁至巳作直線。與乙丙平行三十一本篇　次甲丙丁戊乙丙丁巳、兩平行方形。在甲乙丙丁兩平行線內。同丙丁底。等三十五本篇　則甲丙丁角形。為甲丙丁戊方形之半。與乙丙丁角形。為乙丙丁巳方形之半者

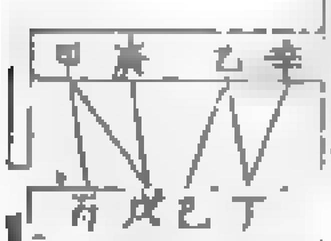
卷一



甲丁乙丁兩對角線。分兩方形。見本篇卅四　亦等七公論

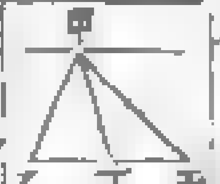
第三十八題

兩平行線內有兩三角形。若底等。則兩形必等



解曰。甲乙丙丁兩平行線內有甲丙戊與乙巳丁、兩角形而丙戊與巳丁、兩底等。題言兩形必等

論曰。試自庚至戊。辛至丁。各作直線、與甲丙、乙己、平行（本篇卅一）其甲丙戊庚、與乙己丁辛、兩平行方形既等（本篇卅六）則甲丙戊、與乙己丁、兩角形爲兩方形之半者（本篇卅四）亦等（公論七）



增。凡角形、任于一邊、兩平分之、向對角作直線、卽分本形爲兩平分

論曰。甲乙丙角形、試以乙丙邊兩平分于丁（本篇十）自丁至甲、作直線、卽甲丁線分本形爲兩平分。何者。試于甲角上作直線、與乙丙平行（本篇卅一）則甲乙丁、甲丁丙、兩角形在兩平行線內、兩底等、兩形亦等（本題）

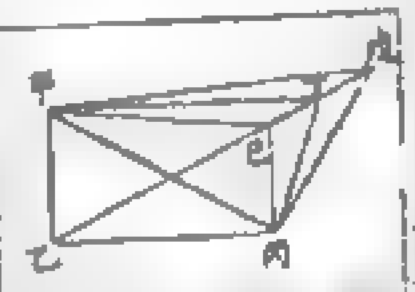
二增題。凡角形、任于一邊、任作一點、求從點分本形爲兩平分

法曰。甲乙丙角形、從丁點求兩平分。先自丁至相對甲角、作甲丁直線、次平分乙丙線于戊（本篇十）作戊己線、與甲丁平行（本篇卅一）末作己丁直線、卽分本形爲兩平分

論曰。試作甲戊直線、卽甲戊己、己丁戊、兩角形在兩平行線內、同己戊底者、等。而每加一己戊丙形、則己丁丙與甲戊丙、兩角形亦等（公論二）夫甲戊丙、爲甲乙丙之半（本題增）則己丁丙亦甲乙丙之半

第三十九題

兩三角形。其底同。其形等。必在兩平行線內

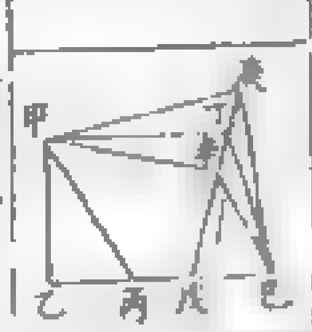


解曰。甲乙丙、與丁丙乙、兩角形之乙丙底同。其形等。題言在兩平行線內者。葢云自甲至丁、作直線。必與乙丙平行

論曰。如云不然。令從甲別作直線、與乙丙平行（本篇卅一）必在甲丁之上。或在其下矣。設在上、爲甲戊。而乙丁線引出至戊。卽作戊丙直線。是甲乙丙、宜與戊丙乙、兩角形等矣（本篇卅七）夫甲乙丙、與丁丙乙、既等。而與戊丙乙復等。是全與其分等也（公論九）設在甲丁下、爲甲己。卽作己丙直線。是己丙乙、與丁丙乙、亦等。如前駁之

第四十題

兩三角形。其底等。其形等。必在兩平行線內



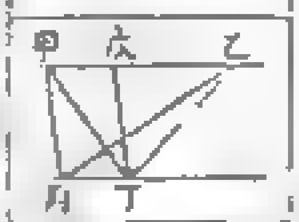
解曰。甲乙丙、與丁戊己、兩角形之乙丙與戊己兩底等。其形亦等。題言在兩平行線內者。葢云自甲至丁、作直線。必與乙己平行

論曰。如云不然。令從甲別作直線、與乙己平行（本篇卅一）必在甲丁之上。或在其下矣。設在上、爲甲庚。而戊丁線引出至庚。卽作庚己直線。是甲乙丙、宜與庚戊己、兩角形等矣（本篇三八）夫甲乙丙、與丁戊己、既等。而與庚戊己復等。

是全與其分等也。公論九 設在甲丁下，爲甲辛，即作辛巳直線，是辛戊巳與丁戊巳亦等，如前駁之，其謬可見。

第四十一題

兩平行線內有一平行方形、一三角形同底，則方形倍大于三角形

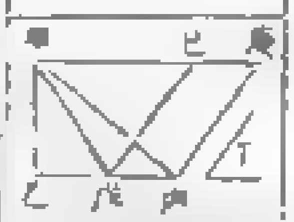


解曰：甲乙丙丁兩平行線內，有甲丙丁戊方形、乙丁丙角形同丙丁底，題言甲丙丁戊方形倍大于角形

論曰：試作甲丁直線，分方形爲兩平分，則甲丙丁與乙丁丙兩角形等矣。本篇卅七 夫甲丙丁戊倍大于甲丙丁，本篇卅一 必倍大于乙丁丙

第四十二題

有三角形，求作平行方形與之等，而方形角有與所設角等



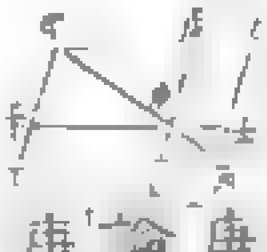
法曰：設甲乙丙角形，丁角，求作平行方形與甲乙丙角形等，而有丁角。先分一邊爲兩平分，如乙丙邊平分于戊，本篇十 次作丙戊巳角與丁角等，本篇廿三 次自甲作直線與乙丙平行，本篇卅一 而與戊巳線遇于巳，末自丙作直線與戊巳平行，本篇卅一 而與甲巳線遇于庚，則得巳戊丙庚平行方形與甲乙丙角形等

論曰：試自甲巳作直線。夫甲戊丙角形與巳戊丙庚平行方形在兩平行線內同底，則巳戊丙庚倍大于甲戊丙矣。本篇四一 夫甲乙丙亦倍大于甲戊丙，本篇卅八增 則與巳戊丙庚等。公論六 而其巳戊丙庚有所設之丁角。

第四十三題

凡方形對角線旁兩餘方形自相等

解曰：甲乙丙丁方形有甲丙對角線，題言兩旁之乙壬庚戊與庚巳丁辛兩餘方形必等



論曰：甲乙丙、甲丙丁兩角形等，本篇卅四 甲戊庚、庚辛丙兩角形亦等，本篇卅四 而甲乙丙減甲戊庚

甲丙丁減甲庚辛，則所存乙丙庚戊與庚丙丁辛兩無法四邊形亦等矣。公論三 又庚壬丙、庚巳丙兩角形等，本篇三四 兩無法四邊形每減其一，則所存乙壬庚戊與庚巳丁辛兩餘方形，安得不等。公論三

第四十四題

一直線上求作平行方形與所設三角形等，而方形角有與所設角等

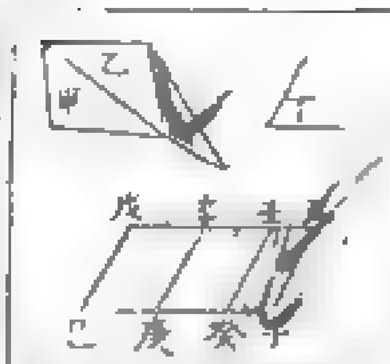
法曰：設甲線，乙角形，丙角，求于甲線上作平行方形與乙角形等，而有內角。先作丁戊巳庚平行方形與乙角

形等。而戊巳庚角與丙角等本篇四二次于庚巳線引長之作巳辛線與甲等。次作辛壬線與戊巳平行本篇三一次于丁戊引長之與辛壬線遇于壬。次自壬至巳作對角線引出之。又自丁庚引長之與對角線遇于癸。次自癸作直線與庚辛平行。又于壬辛引長之與癸線遇于子。末于戊巳引長之至癸子線得丑即巳丑子辛平行方形。如所求。

論曰。此方形之巳辛線與甲等。而辛巳丑角與戊巳庚之交角本篇十五等。與丙等。又本形與戊巳庚丁同為餘方形等本篇四三則與乙角形等矣。

第四十五題

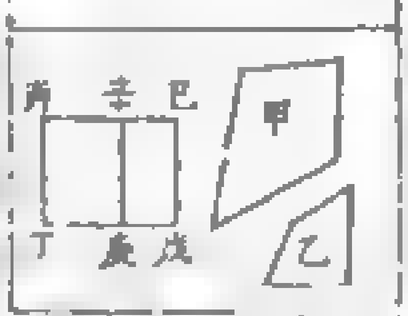
有多邊直線形。求作一平行方形與之等。而方形角有與所設角等



法曰。設甲乙丙五邊形。丁角。求作平行方形與五邊形等而有丁角。先分五邊形為甲、乙、丙三三角形。次作戊巳庚辛平行方形與甲等而有丁角本篇四二次于戊辛巳庚兩平行線引長之作庚辛壬癸平行方形。與乙等。而有丁角本篇四四次依前線作壬癸子丑平行方形。與丙等而有丁角本篇四四即此五形并為一平行方形。與甲、乙、丙并形等而有丁角。自五以上。至無窮。俱倣此法

論曰。戊巳庚與辛庚癸兩角等。而每加一巳庚辛角。即辛庚癸、巳庚辛兩角。定與巳庚辛、戊巳庚兩角等。夫巳庚辛、戊巳庚是兩平行線內角。與兩直角等也本篇廿九則巳庚辛、辛庚癸、亦與兩直角等。而巳庚庚癸為一直線也本篇十四又戊辛庚與戊巳庚兩對角等。而辛壬癸與辛庚癸、兩對角亦等。則戊巳庚辛、庚辛壬癸皆平行方形也本篇卅四壬癸子丑依此推顯本篇三十即與戊巳癸壬并為一平行方形

增題。兩直線形不等。求相減之較幾何



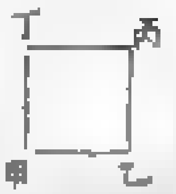
法曰。甲與乙兩直線形。甲大于乙。以乙減甲。求較幾何。先任作丁丙巳戊平行方形。與甲等。次于丙丁線上。依丁角。作丁丙辛庚平行方形。與乙等本題即得辛庚戊巳為相減之較矣。何者。丁丙巳戊之大于丁丙辛庚較餘一辛庚戊巳也。則甲大于乙。亦辛庚戊巳也

第四十六題

一直線上。求立直角方形

法曰。甲乙線上。求立直角方形。先于甲、乙、兩界。各立垂

子020-530



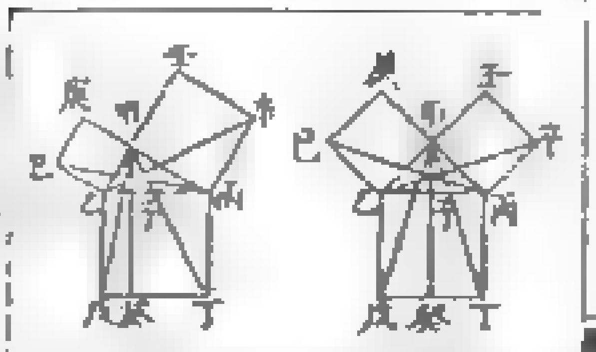
線爲丁甲爲丙乙皆與甲乙線等（本篇十一）次作丁
丙線相聯卽甲乙丙丁爲直角方形
論曰甲乙兩角俱直角則丁甲丙乙爲平行線（本篇廿八）此
兩線自相等則丁丙與甲乙亦平行線（本篇三三）而甲乙丙
丁四線俱平行俱相等又甲乙俱直角則相對丁丙亦
俱直角（本篇卅四）而甲乙丙丁定爲四直角方形

第四十七題

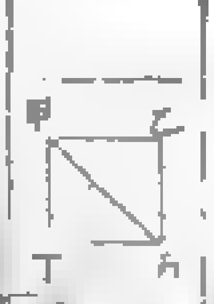
凡三邊直角形對直角邊上所作直角方形與餘兩邊上
所作兩直角方形幷等

解曰甲乙丙角形于對乙甲丙直角之乙丙邊上作乙

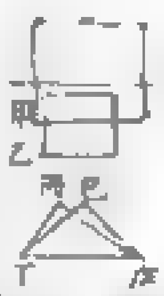
丙丁戊直角方形（本篇四六）題言此形與甲乙
邊上所作甲乙己庚及甲丙邊上所作甲
丙辛壬兩直角方形幷等
論曰試從甲作甲癸直線與乙戊丙丁平
行（本篇卅一）分乙丙邊于子次自甲至丁
至戊各作直線末自乙至辛自丙至巳各



作直線其乙甲丙與乙甲庚旣皆直角卽庚甲甲丙是
一直線（本篇十四）依顯乙甲甲壬亦一直線又丙乙戊與甲
乙巳旣皆直角而每加一甲乙丙角卽甲乙戊與丙乙
巳兩角亦等（公論二）依顯甲丙丁與乙丙辛兩角亦等又
甲乙戊角形之甲乙乙戊兩邊與丙乙巳角形之巳乙
乙丙兩邊等甲乙戊與丙乙巳兩角復等則對等角之
甲戊與丙巳兩邊亦等而此兩角形亦等矣（本篇四）又甲
乙巳庚直角方形倍大于同乙巳底同在平行線內之
丙乙巳角形（本篇四一）而乙戊癸子直角形亦倍大于同乙
戊底同在平行線內之甲乙戊角形則甲乙巳庚與
乙戊癸子等（公論六）依顯甲丙辛壬直角方形與丙丁
癸子直角形等則乙戊丁丙一形與甲乙巳庚甲丙辛
壬兩形幷等矣
一增凡直角方形之對角線上作直角方形倍大于



元形如甲乙丙丁直角方形之甲丙線上作
直角方形倍大于甲乙丙丁形
二增題設不等兩直角方形如一以甲爲邊一以
爲邊求別作兩直角方形自相等而幷之與元二
兩形幷等



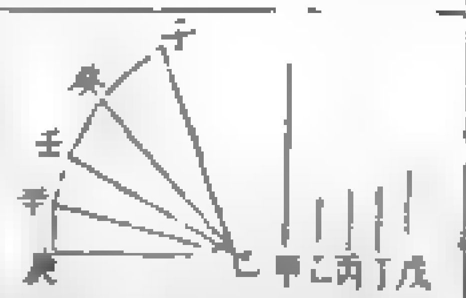
法曰先作丙戊線與甲等次作戊丙丁直角
而丙丁線與乙等次作戊丁線相聯末于丙
丁戊角丙戊丁角各作一角皆半于直角巳戊巳丁
兩腰遇于巳（公論十一）而等（本篇六）卽巳戊巳丁兩線上所
作兩直角方形自相等而幷之又與丙戊丙丁上所

作兩直角方形并等

論曰。巳丁戊巳戊丁兩角既皆半于直角。則丁巳戊爲直角本篇卅二而對直角之丁戊線上所作直角方形與兩腰線上所作兩直角方形并等矣本題巳戊與巳丁既等。則其上所作兩直角方形自相等矣。又丁戊線上所作直角方形與丙丁丙戊線上所作兩直角方形并。既等。則巳戊巳丁上兩直角方形并與丙戊丙丁上兩直角方形并亦等

三增題多直角方形。求并作一直角方形。與之等

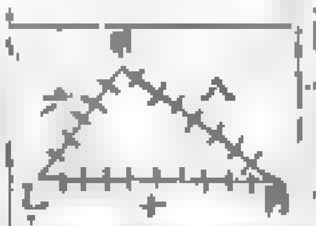
法曰。如五直角方形。以甲乙丙丁戊爲邊任等不等



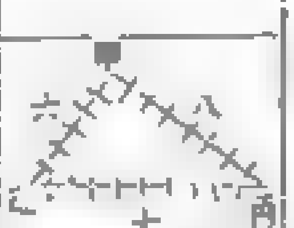
求作一直角方形與五形并等。先作巳庚辛直角。而巳庚線與甲等。庚辛線與乙等。次作巳辛線旋作巳辛壬直角而辛壬與丙等。次作巳壬線旋作巳壬癸直角而壬癸與丁等。次作巳癸線旋作巳癸子直角而癸子與戊等。末作巳子線。題言巳子線上所作直角方形即所求

論曰。巳辛上作直角方形與甲乙兩形并等本題巳壬上作直角方形與巳辛及丙兩形并等。餘倣此推顯可至無窮

四增三邊直角形。以兩邊求第三邊長短之數



法曰。甲乙丙角形甲爲直角。先得甲乙甲丙兩邊長短之數。如甲乙六甲丙八。求乙丙邊長短之數。其甲乙甲丙上所作兩直角方形并。既與乙丙上所作直角方形等本題則甲乙之冪自乘之數曰冪得三十六甲丙之冪得六十四并之得百。而乙丙之冪亦百百開方得十。即乙丙數十也。又設先得甲乙乙丙。如甲乙六乙丙十。而求甲丙之數。其甲乙甲丙上兩直角方形并。既與乙丙上直角方形等。則甲乙之冪得三



十六。乙丙之冪得百。百減三十六得甲丙之冪六十四。六十四開方得八即甲丙八也。求甲乙倣此　此以開方盡實者爲例其不盡實者自具筭家分法

第四十八題

三角形之一邊上所作直角方形。與餘邊所作兩直角方形并等。則對一邊之角必直角

解曰。此反前題。如甲乙丙角形。其甲丙邊上所作直角方形。與甲乙乙丙邊上所作兩直角方形并。題言甲乙丙角必直角

論曰。試于乙上作甲乙丁直角。而乙丁與乙丙兩線等。次作丁甲線相聯。其甲乙丁既直角。則甲丁上直角方形與甲乙乙丁上兩直角方形幷等。本篇四七而甲乙乙丁上兩直角方形幷。與甲乙乙丙上兩直角方形幷。又等甲乙同乙丁乙丙等故即丁甲上直角方形。與甲丙上直角方形必等。夫甲乙丁角形之甲乙乙丁。兩腰與甲乙丙角形之甲乙乙丙兩腰既等。而丁甲甲丙兩底又等。則對底線之兩角亦等本篇八甲乙丁既直角。即甲乙丙亦直角

幾何原本第一卷終

幾何原本第二卷之首

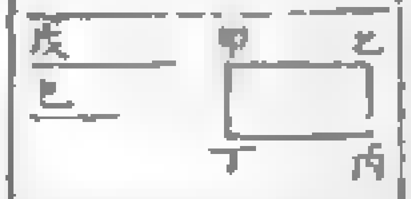
泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

界說二則

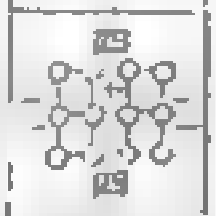
第一界

凡直角形之兩邊。函一直角者。為直角形之矩線

如甲乙偕乙丙。函甲乙丙直角。得此兩邊。即知直角形大小之度。今別作戊線。己線。與甲乙乙丙各等。亦即知甲乙丙丁直角形大小之度。則戊偕己兩線。為直角形之矩線



此例與筭法通。如上圖。一邊得三。一邊得四。相乘得十二。則三偕四兩邊。為十二之矩數



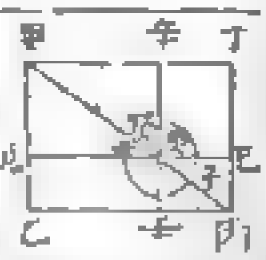
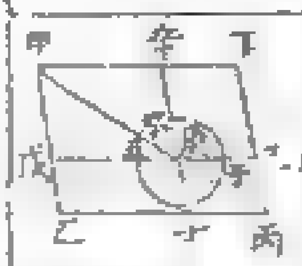
凡直角諸形之內四角。皆直。故不必更言四邊。及平行線。止名為直角形。省文也

凡直角諸形。不必全舉四角。止舉對角二字。即指全形。如甲乙丙丁直角形。止舉甲丙。或乙丁。亦省文也

第二界

諸方形有對角線者。其兩餘方形。任偕一角線方形。為磬折形

甲乙丙丁方形。任直斜角作甲丙對角線。從庚點作戊

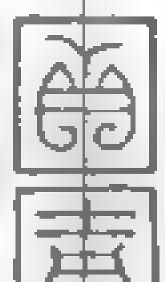
巳辛壬兩線與方形邊平行。而分本形爲四方形。其辛巳庚乙兩形爲餘方形。辛戊巳壬兩形爲角線方形（說一卷界三六）。兩餘方形。任偕一角線方形。爲罄折形。如辛巳庚乙兩餘方形偕巳壬角線方形。同在癸子丑圜界內者。是癸子丑罄折形也。用辛戊角線方形倣此

幾何原本第二卷之首終

幾何原本第二卷

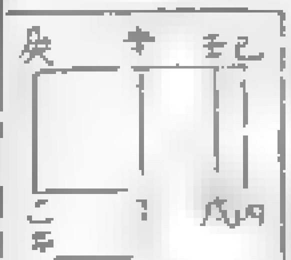
本篇論線（凡十四題）

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

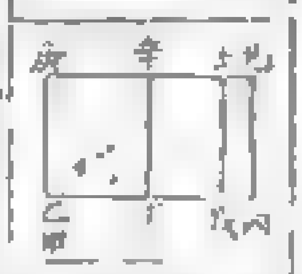


第一題

兩直線。任以一線任分爲若干分。其兩元線矩內直角形。與不分線偕諸分線矩內諸直角形幷等



解曰。甲與乙丙兩線。如以乙丙三分之於丁於戊爲乙丁、丁戊、戊丙。甲偕乙丙矩線內直角形。與甲偕乙丁、甲偕丁戊、甲偕戊丙三矩線內個直角形幷等



論曰。試作乙巳直角形。在乙丙偕等甲之巳丙矩線內（於乙界作庚乙。丙界作巳丙。兩垂線宜與甲等。爲平行線）乙巳（巳丙平行）次于丁戊兩點。作辛丁、壬戊兩垂線。與庚乙、巳丙平行（卅一·一卷）。其辛丁與庚乙、壬戊與巳丙。既平行。則辛丁與壬戊。亦平行。而辛丁、壬戊與巳丙等（卅四·一卷）。即亦與甲等（卅一·一卷）。如此則乙辛直角形。在甲偕乙丁矩線內。丁壬直角形。在甲偕丁戊矩線內。戊巳直角形。在甲偕戊丙矩線內。幷之則三矩內直角形。與甲偕乙丙兩元線矩內直角形等

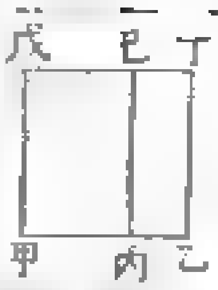
注曰。二卷前十題。皆言線之能也。（能者。謂其上所能作直角形也。如十尺）

線其上能為百尺方形之類其說與筭數最近故九卷之十四題俱以數明此十題之理今未及詳因題意難顯畧用數明之如本題設兩數當兩線為六為十以十任三分之為五為三為二六乘十為六十為一大實與六乘五為三十及六乘三為十八六乘二為十二三小實并等

第二題

一直線任兩分之其元線上直角方形與元線偕兩分線兩矩內直角形并等

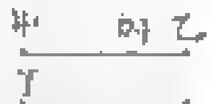
解曰甲乙線任兩分于丙題言甲乙上直角方形與甲乙偕甲丙甲乙偕丙乙兩矩線內直角形并



等

論曰試于甲乙線上作甲丁直角方形從丙點作己丙垂線與甲戊乙丁平行(一卷卅一)其甲戊與甲乙既等(一卷卅四)則甲己直角形在甲乙甲丙矩線內乙丁與甲乙既等則丙丁直角形在甲乙丙乙矩線內此兩形并與甲丁直角方形等

又論曰試別作丁線與甲乙等其甲乙線既任分于丙則甲乙偕丁矩線內直角形與甲丙偕丁丙乙偕丁兩矩線內直角形并等

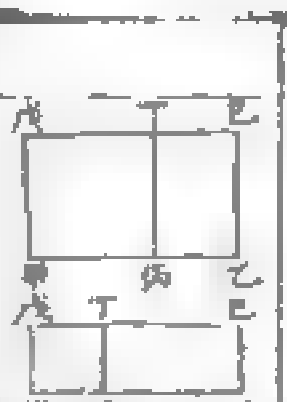


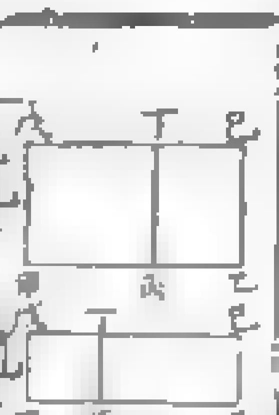
注曰以數明之設十數任兩分之為七為三十乘七為七十又十乘三為三十兩小實與十自之百一大實等

第三題

一直線任兩分之其元線任偕一分線矩內直角形與分餘線偕一分線矩內直角形及一分線上直角方形并等

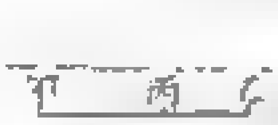
解曰甲乙線任兩分于丙題言元線甲乙偕一分線如甲丙矩內直角形與分餘丙乙偕甲丙矩線內直角形及甲丙上直角方形并等





論曰試作甲丁直角方形從乙界作乙己垂線與甲戊平行(一卷卅一)次從丙作丙戊丁引長之遇于己其甲戊與甲丙等則甲己直角形在元線甲乙偕一分線甲丙矩內丙丁與甲丙等則丙己直角形在分餘線丙乙偕一分線甲丙矩內而甲己直角形與甲丙丙乙矩線內丙己直角形及甲丙上甲丁直角方形并等

又論曰試別作丁線與一分線甲丙等其甲乙線既任分于丙則甲乙偕丁矩線內直角形(即甲乙偕甲丙)



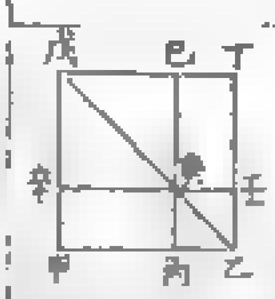
矩線內直角形與丁偕丙乙（卽甲丙偕丙乙）丁偕甲丙（卽甲丙上直角方形）兩矩線內直角形幷等（一本篇）

注曰以數明之。設十數任兩分之爲七爲三。如前圖則十乘七爲七十。與七乘三之實二十一。及七自之冪四十九幷等。如後圖十乘三爲三十。與七乘三之實二十一。及三之冪九幷等

第四題

一直線任兩分之。其元線上直角方形。與各分上兩直角方形。及兩分互偕矩線內兩直角形幷等

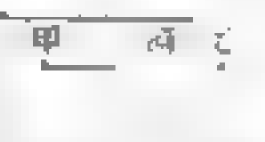
解曰甲乙線任兩分于丙。題言甲乙線上直角方形。與甲丙丙乙線上兩直角方形。及甲丙偕丙乙丙乙偕甲丙矩線內兩直角形幷等



論曰試于甲乙線上作甲丁直角方形。次作乙戊對角線。次從丙作丙巳線與乙丁平行。遇對角線于庚。末從庚作辛壬線與甲乙平行。而分本形爲四直角形。卽甲乙戊角形之甲乙甲戊兩邊等。而甲乙戊與甲戊乙兩角亦等（五一卷）。依甲乙戊形之三角幷與兩直角等（一卷）。而甲爲直角。卽甲乙戊甲戊乙皆半直角。（一卷卅之一系）依顯丁乙戊角形之丁乙戊丁戊乙兩角亦皆半直角。則戊巳庚外角與內角丁等爲直角（廿九一卷）。而巳戊庚既半直角。則巳庚戊亦爲半直角矣。角既等。則巳庚巳戊兩邊亦等（六一卷）。庚辛辛戊亦等（卅四一卷）。而辛巳爲直角方形也。依顯丙壬亦直角方形也。又庚辛與甲丙兩對邊等（卅四一卷）。而乙丙與庚丙俱爲直角方形邊。亦等。則辛巳爲甲丙線上直角方形。丙壬爲丙乙線上直角方形也。又甲庚及庚丁兩直角形在甲丙丙乙矩線內。甲丁直角方形與甲丙丙乙兩線上兩直角方形及兩矩內兩直角形幷等。故

系從此推知凡直角方形之角線形皆直角方形

又論曰甲乙線既任分于丙。則元線甲乙上直角方形



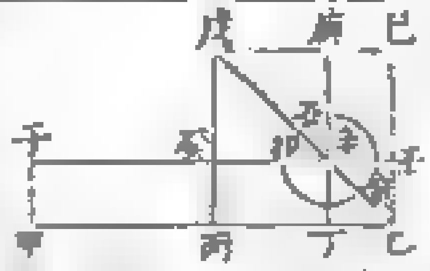
與元線偕各分線矩內兩直角形幷等（二本篇）。又甲乙偕甲丙矩線內直角形。與甲丙偕丙乙矩線內直角形。及甲丙上直角方形幷等（三本篇）。甲乙偕丙乙矩線內直角形。與丙乙偕甲丙矩線內直角形。及丙乙上直角方形幷等（三本篇）。則甲乙上直角方形。與甲丙丙乙上兩直角方形。及甲丙偕丙乙丙乙偕甲丙矩線內兩直角形幷等

注曰以數明之。設十數任兩分之爲七爲三。十之冪百。與七之冪四十九。三之冪九。及三七互乘之實兩二十一幷等

子020-536

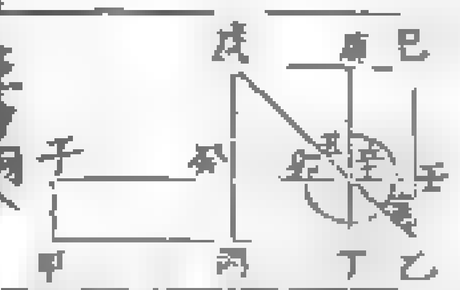
第五題

一直線兩平分之又任兩分之其任兩分線矩內直角形及分內線上直角方形幷與平分半線上直角方形等



解曰甲乙線兩平分于丙又任兩分于丁其甲丁丁乙矩線內直角形及分內線丙丁上直角方形幷與丙乙線上直角方形等

論曰試于丙乙線上作丙巳直角方形次作乙戊對角線從丁作丁庚線與乙巳平行遇對角線于辛次從辛作壬癸線與丙乙平行次從甲作甲子線與丙戊平行末從壬癸線引長之遇于子其丙癸庚辛直角方形本篇四三而辛丁與丁乙兩線等一卷卅四癸辛與丙丁兩線等則甲辛直角形在分之甲丁丁乙矩線內而癸庚爲分內線丙丁上直角方形也今欲顯甲辛直角形及癸庚直角方形幷與丙巳直角方形等者甲丙辛辛巳相等之兩餘方形一卷四三每加一丁壬直角方形卽丙壬及丁巳兩直角形等矣而甲癸與丙壬兩形同在平行線內又底等卽形亦等一卷卅六則甲癸與丁巳亦等也



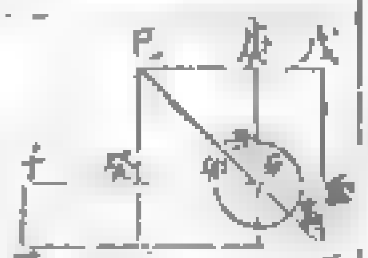
再加一丙辛直角形則丑寅卯罄折形與甲辛等又加一癸庚直角方形幷與丙巳直角方形等也而甲辛及癸庚亦與丙巳等卽甲丁丁乙矩線內直角形及丙丁上直角方形幷與丙乙上直角方形等

注曰以數明之設十數兩平分之各五又任分之爲八爲二則三爲分內數三者五所以大于二之數又八所以大于五之數二八之實十六三之羃九與五之羃二十五等

第六題

直線兩平分之又任引增一直線共爲一全線其全線偕引增線矩內直角形及半元線上直角方形幷與半元線偕引增線上直角方形等

解曰甲乙線兩平分于丙又從乙引長之增乙丁與甲乙通爲一全線題言甲丁偕乙丁矩線內直角形及半元線丙乙上直角方形幷與丙丁上直角方形等



論曰試于丙丁上作丙戊直角方形次作丁巳對角線從乙作乙庚線與丁戊平行遇對角線于辛次從辛作壬癸線與丙丁平行次從甲作甲子線與丙巳平行末從壬癸線引長之遇于子末乙壬癸庚皆直角方形

形之丙乙丁、與丁壬兩形等。卅四 癸辛、與丙乙兩形等

則甲壬直角形、與甲丁偕乙丁矩線內、而癸庚減丙乙

上直角方形也。今欲顯甲壬直角形、及癸庚直角方形

并、與丙庚直角方形等者、試觀甲癸與丙辛兩直角形

同在平行線內、又底等、即形亦等。一卷卅六 而丙辛與辛戊

等、一卷四三 則辛戊與甲癸亦等、而每加一丙壬直角形

則丑寅卯磬折形、與甲壬等。磬折形加一癸庚形

與丙戊直角方形等也。則甲壬、癸庚兩形并、亦與丙戊

等也。則甲丁偕乙丁矩線內直角形、及丙乙上直角方形

并、豈不與丙丁上直角方形等。

注曰。以數明之。設十數、兩平分之、各五。又引增二。共

十二。二乘之、為二十四。及五之羃二十五。與七之羃

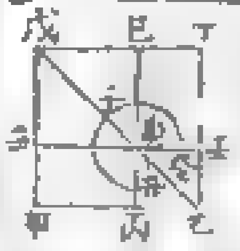
四十九等。

第七題

一直線、任兩分之。其元線上、及任用一分線上、兩直角方

形并、與元線偕一分線、矩內直角形二、及分餘線上直

角方形并等。

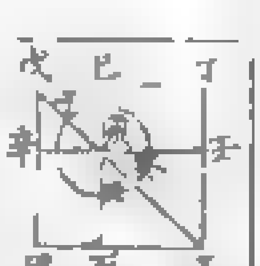


解曰。甲乙線、任分於丙。題言甲乙元線上、及

任用一分線、如甲丙、上兩直角方形并。與

甲乙偕甲丙、矩內直角形二、及分

餘線丙乙上直角方形并等。



論曰。試於甲乙上、作甲丁直角方形。次作乙

戊對角線、從丙作丙己線、與乙丁平行、遇對

角線於庚、末從庚作辛壬線、與甲乙平行

皆直角方形。一卷四三 而辛庚與甲丙等。一卷卅四 即辛己

甲丙上直角方形也。又甲戊與甲乙等、即甲己直角形

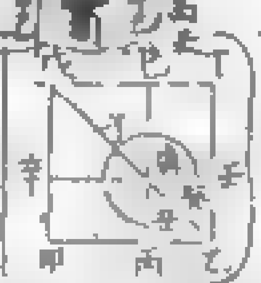
偕甲乙、偕甲丙、矩線內也。又戊丁、丁壬、與甲乙、甲丙、各

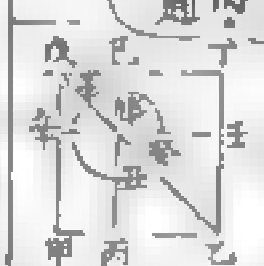
等、即辛丁直角形、亦甲乙偕甲丙矩線內也。

己壬兩直角形、及丙壬直角方形、并本與甲

丁直角方形等、今甲己、辛丁兩直角形并、加一丙壬

直角方形、即與甲丁直角方形、加一辛己直





角方形等矣。則甲乙、甲丙、矩線內直角形二

及丙乙上直角方形并、與甲乙上直角方形

及甲丙上直角方形并等也。

注曰。以數明之。設十數、任分之為六、為四。如

前圖、十之羃百、及六之羃三十六、并與十六

互乘之兩實百二十、及四之羃十六等。如後圖、十之

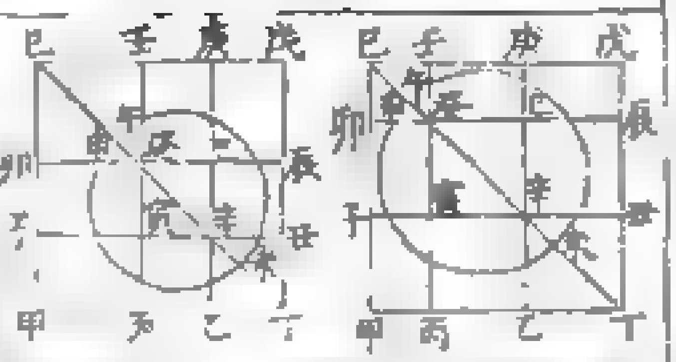
羃百、及四之羃十六、并與十四互乘之兩實八十、及

六之羃三十六等。

第八題

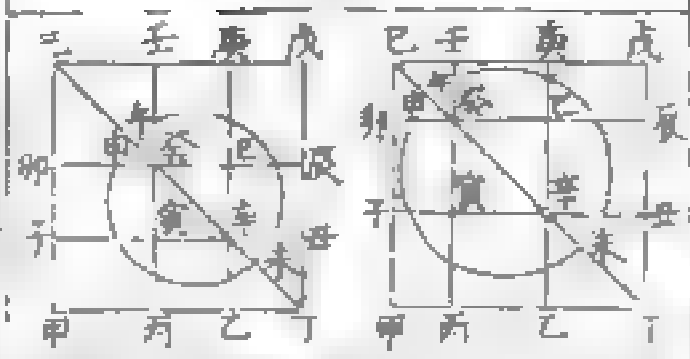
一直線任兩分之其元線偕初分線矩內直角形四及分餘線上直角方形并與元線偕初分線上直角方形等

解曰甲乙線任分于丙題言元線甲乙偕初分線丙乙矩內直角形四（不論丙乙爲長分爲短分）及分餘線甲丙上直角方形并與甲乙偕丙乙上直角方形等



論曰試以甲乙線引增至丁而乙丁與丙乙等于全線上作甲戊直角方形次作丁巳對角線從乙作乙庚線與丁戊平行遇丁巳對角線于辛次從丙作丙壬線與甲巳平

行遇對角線于癸次從辛作子丑線與甲丁平行遇丙壬于寅末從癸作卯辰線與戊巳平行遇乙庚于巳其卯壬寅巳乙丑俱角線方形（卷六四之系）而卯癸與甲丙兩線等（一卷卅四）即卯壬爲甲丙上直角方形又寅辛與丙乙兩線等（一卷卅四）即寅巳爲丙乙上直角方形與乙丑等（丙乙與乙丁等故）又乙辛辛巳兩線亦各與丙乙等而甲辛子巳兩直角形在甲乙丙乙矩線內等（子辛與甲乙等故）寅庚辛戊兩直角形亦與甲乙丙乙丁矩線內直角形等（丙辛辛丑與丙乙乙丁等辛庚丑戊與甲乙等）

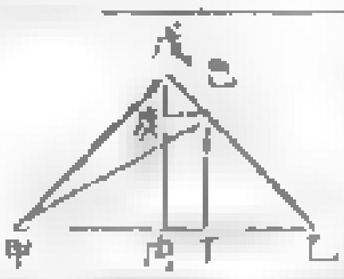


之于辛前巳既與乙丑等而每加一癸庚即乙丑癸庚并與寅庚等是甲辛一子巳二辛戊三乙丑四癸庚五五直角形并爲午未申磬折形與元線甲乙偕初分線丙乙矩內直角形四等而午未申磬折形及卯壬直角方形本與甲戊直角方形等則甲乙丙乙矩線內直角形四及甲丙上直角方形并與甲乙偕丙乙上直角方形等

注曰以數明之設十數任分之爲六爲四如前圖十六五乘之實四爲二百四十及四之冪十六共二百五十六與十六之冪等如後圖十四五乘之實四爲一百六十及六之冪三十六共一百九十六與十四之冪等

第九題

一直線兩平分之又任兩分之任分線上兩直角方形并倍大于平分半線上及分內線上兩直角方形并

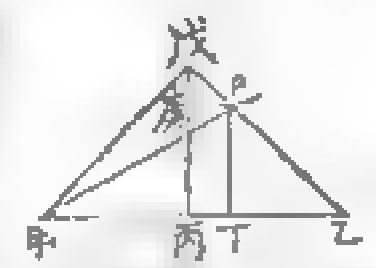


解曰甲乙線平分于丙又任分于丁題言甲丁丁乙上兩直角方形并倍大于平分半線甲丙上及分內線丙丁上兩直角方形并

論曰試于丙上作丙戊垂線與甲丙等次作甲戊戊乙兩腰次從丁作丁巳垂線遇戊乙于巳從巳

作巳庚線與甲乙平行遇戊丙于庚末作甲巳線其甲
丙戊角形之甲丙丙戊兩腰等即丙戊甲丙甲戊兩角
亦等（一卷五）而甲丙戊為直角即餘兩角皆半直角（一卷卅二）
依顯丙戊乙亦半直角又戊庚巳角形之戊庚巳角（一卷卅二之系）
為戊丙乙之外角亦直角（一卷廿九）而庚戊巳半直角即
庚巳戊亦半直角（一卷卅二之系）又庚戊巳庚巳戊兩角等即
庚戊庚巳兩腰亦等（一卷之六）依顯丁乙巳角形之丁乙丁
巳兩腰亦等夫甲丙戊角形之丙為直角即甲戊線上
直角方形與甲丙丙戊線上兩直角方形并等（一卷四七）而
甲丙丙戊上兩直角方形自相等即甲戊上直角方形

倍大于甲丙上直角方形又戊庚巳角形



之庚為直角即戊巳線上直角方形與庚戊庚
巳線上兩直角方形并等（一卷四十七）而庚戊庚
巳上兩直角方形自相等即戊巳上直角方
形倍大于等庚巳之丙丁上直角方形矣（庚巳丙丁為丙巳直角形之對邊故見一卷卅四）
則是甲戊戊巳上兩直角方形并倍大于
甲丙丙丁上兩直角方形也而甲巳上直角方形既
等于甲戊戊巳上兩直角方形并又等于甲丁丁巳上
兩直角方形并（一卷四七）則甲丁丁巳上兩直角方形并亦
倍大于甲丙丙丁上兩直角方形并矣而丁巳與丁乙

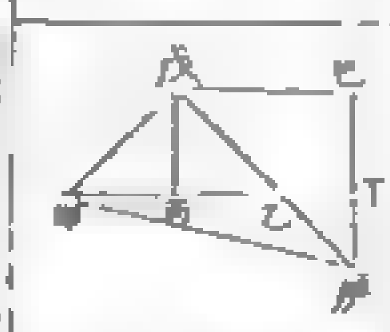
等則甲丁丁乙上兩直角方形并必倍大于甲丙丙
丁上兩直角方形并也
注曰以數明之設十數兩平分之各五又任分之為
七為三分內數二其七之冪四十九及三之冪九倍
大于五之冪二十五及二之冪四

第十題

一直線兩平分之又任引增一線共為一全線其全線上
及引增線上兩直角方形并倍大于平分半線上及分
餘半線偕引增線上兩直角方形并

解曰甲乙直線平分于丙又任引增為乙丁題言甲丁

線上及乙丁線上兩直角方形并倍大于
甲丙線上及丙丁線上兩直角方形并
論曰試于丙上作丙戊垂線與甲丙等自
戊至甲至乙各作腰線次從丁作巳丁垂



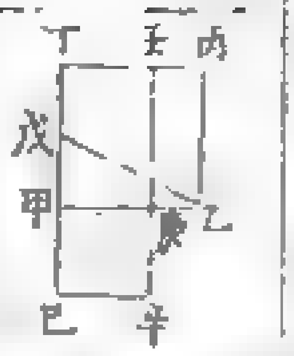
線引長之又從戊乙引長之遇于庚次作戊巳線與丙
丁平行末作甲庚線依前題論推顯甲戊乙為直角而
丙戊乙為半直角即相對之戊庚巳亦半直角（一卷廿九）
巳為直角（一卷卅四）即巳戊庚亦半直角（一卷卅二）而巳戊巳庚
兩腰必等（一卷六）依顯乙丁丁庚兩腰亦等夫甲戊直
角方形等于甲丙丙戊上兩直角方形并（一卷四七）必倍大

于甲丙上直角方形。丙戊庚上直角方形等于戊巳。巳庚上兩直角方形并（一卷四七）必倍大于對戊巳邊之丙丁上直角方形（一卷卌四）則甲戊戊庚上兩直角方形并倍大于甲丙丙丁上兩直角方形并也。又甲庚上直角方形等于甲戊戊庚上兩直角方形并。亦等于甲丁丁庚上兩直角方形并。則甲丁丁庚上兩直角方形并亦倍大于甲丙丙丁上兩直角方形并也。而甲丁乙丁上兩直角方形并。倍大于甲丙丙丁上兩直角方形并矣（丁庚與乙丁等）故

注曰。以數明之。設十數平分之各五。又任增三爲十三。十三之冪一百六十九。及三之冪九。倍大于五之冪二十五及八之冪六十四也

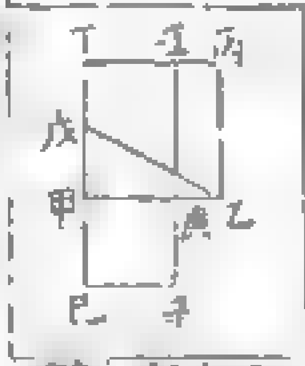
第十一題

一直線求兩分之。而元線偕初分線矩內直角形。與分餘線上直角方形等



法曰。甲乙線求兩分之。而元線偕初分小線矩內直角形。與分餘大線上直角方形等。先于甲乙上作甲丙直角方形。次以甲丁線兩平分于戊。次作戊乙線。次從戊甲引增至巳。而戊巳線與戊乙等。末于甲乙線截取甲庚與甲巳等。即甲乙偕庚乙矩線內直角形。與甲庚上直角方形等。如所求

論曰。試于庚上作壬辛線。與丁巳平行。次作巳辛線與甲庚平行。其壬庚與丙乙等。即與甲乙等。而庚丙直角形。在甲乙偕庚乙矩線內也。又甲庚與甲巳等。而甲爲直角。即巳庚爲甲庚上直角方形也（一卷卌四）今欲顯庚丙直角形。與巳庚直角方形等者。試觀甲丁兩平分于戊而引增一甲巳。是丁巳偕甲巳矩線內直角形（即丁辛直角形）及甲戊上直角方形并。與等戊巳之戊乙上直角方形等（本篇六）夫戊乙上直角方形等于甲戊甲乙上兩直角方形并（一卷四十七）即丁辛直角形。及甲戊上直角方形并。與甲戊甲乙上兩直角方形并等矣。次各減同用之甲戊上直角方形。即所存丁辛直角形。不與甲乙上甲丙直角方形等乎。此二率者。又各減同用之甲壬直角形。則所存巳庚直角方形與庚丙直角形等。而甲乙偕庚乙矩線內直角形。與甲庚上直角方形等也



注曰。此題無數可解。說見九卷十四題

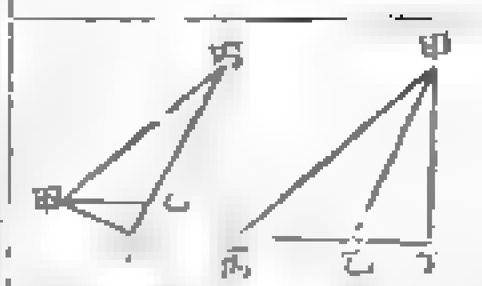
第十二題

三邊鈍角形之對鈍角邊上直角方形。大于餘邊上兩直

角方形并之較為鈍角旁任用一邊偕其引增線之與對角所下垂線相遇者矩內直角形二

解曰甲乙丙三邊鈍角形甲乙丙為鈍角從餘角如甲下一垂線與鈍角旁一邊如丙乙之引增線遇于丁為直角題言對鈍角之甲丙邊上直角方形大于甲乙乙丙邊上兩直角方形并之較為丙乙偕乙丁矩線內直角形二反說之則甲乙乙丙上兩直角方形及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并與甲丙上直角方形等

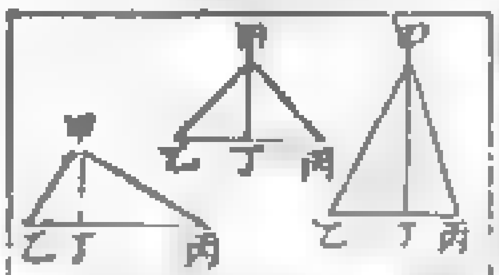
論曰丙丁線既任分于乙即丙丁上直角方形與丙乙



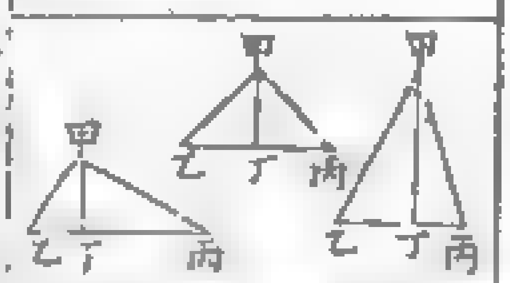
乙丁上兩直角方形及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并等本篇四此二率者每加一甲丁上直角方形即丙丁甲丁上兩直角方形并與丙乙乙丁甲丁上直角方形三及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并等也夫甲丙上直角方形等于丙丁甲丁上兩直角方形并一卷四七即亦等于丙乙乙丁甲丁上直角方形三及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并也又甲乙線上直角方形既等于乙丁甲丁上兩直角方形并一卷四七即甲丙上直角方形與甲乙丙乙上兩直角方形及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并等矣

第十三題

三邊銳角形之對銳角邊上直角方形小于餘邊上兩直角方形并之較為銳角旁任用一邊偕其對角所下垂線旁之近銳角分線矩內直角形二



解曰甲乙丙三邊銳角形從一角如甲向對邊乙丙下一垂線分乙丙于丁題言對甲丙乙銳角之甲乙邊上直角方形小于乙丙甲丙邊上兩直角方形并之較為乙丙偕丁丙矩線內直角形二反說之則乙丙甲丙上兩



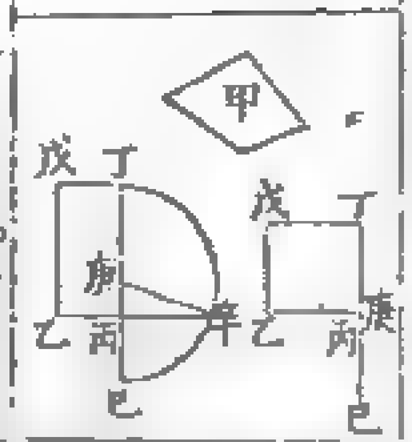
直角方形并與甲乙上直角方形及乙丙偕丁丙矩線內直角形二并等

論曰乙丙線既任分于丁即乙丙丁丙上兩直角方形并與乙丙偕丁丙矩線內直角形二及乙丁上直角方形并等本篇七此二率者每加一甲丁上直角方形即乙丙丁丙甲丁上直角方形三與乙丙偕丁丙矩線內直角形二及乙丁甲丁上兩直角方形并等也又甲丙上直角方形等于丁丙甲丁上兩直角方形并一卷四七即乙丙甲丙上兩直角方形并與乙丙偕丁丙矩線內直角形二及乙丁甲丁上兩

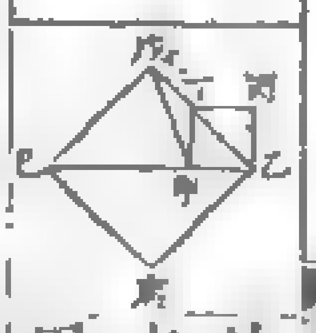
直角方形幷等也。又甲乙上直角方形。等于乙丁、甲丁、
上兩直角方形幷一卷四七即乙丙、甲丙、上兩直角方形幷。
與乙丙偕丁丙矩線內直角形二。及甲乙上直角方形
幷等。反說之。則甲乙上直角方形。小于乙丙、甲丙上兩
直角方形幷者。爲乙丙偕丁丙矩線內直角形二也
注曰。題中止論銳角形。不言直角鈍角形。而直角鈍
角形中。俱有兩銳角一卷十七卅二即對銳角邊上形。亦同
此論如第二第三圖是 但三銳角形。所作垂線。任用一角。而
直角形必用直角。鈍角形必用鈍角。此爲異耳直角鈍角形不用直角鈍角。不能作垂線

第十四題

有直線形。求作直角方形。與之等



法曰。甲直線無法四邊形。求作直角方
形。與之等。先作乙丁形。與甲等。而直角
一卷四五 次任用一邊引長之。如丁丙引之
至巳。而丙巳與乙丙等。次以丁巳兩平
分于庚。其庚點或在丙點。或在丙點之外。若在丙。即乙
丁是直角方形。與甲等矣蓋丙巳與乙丙等又與丙下等。而餘邊俱相等。故乙丁爲
直角方形是一卷卅四 若庚在丙外。即以庚爲心。丁巳爲界。作丁
辛巳半圜。末從乙丙線引長之。遇圜界于辛。即丙辛上
直角方形。與甲等
論曰。試自庚至辛。作直線。其丁巳線既兩平分于庚。又
任兩分于丙。則丁丙偕丙巳矩內直角形即乙丁直角形。蓋丙巳與
乙丙等。故及庚丙上直角方形幷。與等庚巳之庚辛上直角
方形等本篇五 夫庚辛上直角方形。等于庚丙、丙辛上兩
直角方形幷一卷四七即乙丁直角形。及庚丙上直角方形
幷。與庚丙、丙辛上兩直角方形幷等。次各減同用之庚
丙上直角方形。則丙辛上直角方形。與乙丁直角形等
增題。凡先得直角方形之對角線。所長于本形邊之
較。而求本形邊



法曰。直角方形之對角線。所長于本形邊
之較。爲甲乙。而求本形邊。先于甲乙上。作
甲丙直角方形。次作乙丁對角線。又引長
之。爲丁戊線。而丁戊與甲丁等。即得乙戊線。如所求
論曰。試于乙戊作戊巳垂線。從乙甲線引長之。遇于
巳。其乙戊巳既直角。而戊乙巳爲半直角一卷卅二即戊
巳乙亦半直角。而戊乙與戊巳兩邊等一卷六次作巳
庚與戊乙平行。作乙庚與戊巳平行。即戊庚形爲戊
乙邊上直角方形也。末作戊甲線。即丁戊甲、丁甲戊
兩角等也一卷五夫乙戊巳、丁甲巳既兩皆直角。試每

減一相等之丁戊甲、丁甲戊角、即所存巳戊甲、巳甲戊、兩角必等。而巳戊巳甲、兩邊必等。一卷六。則乙巳對角線大于乙戊邊之較。爲甲乙矣。此增不在本書。因其方形。故類附于此

幾何原本第二卷終

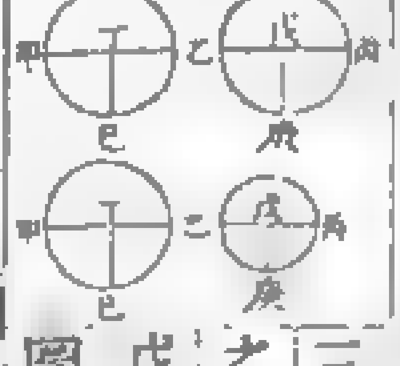
幾何原本第三卷之首

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

界說十則

第一界

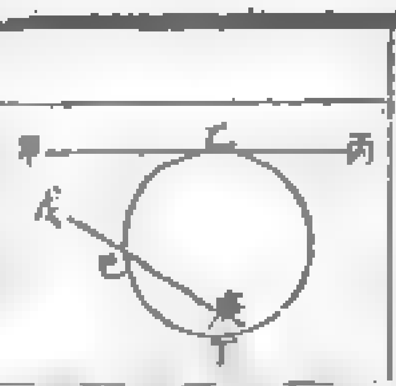
凡圜之徑線等。或從心至圜界線等。爲等圜



三卷將論圜之情。故先爲圜界說。此解圜之等者。如上圖甲乙、乙丙、兩徑等。或丁巳、戊庚、從心至圜界等。即甲巳乙庚丙兩圜等。若下圖甲乙、乙丙、兩徑不等。或丁巳、戊庚、從心至圜界不等。則兩圜亦不等矣

第二界

凡直線切圜界過之而不與界交爲切線

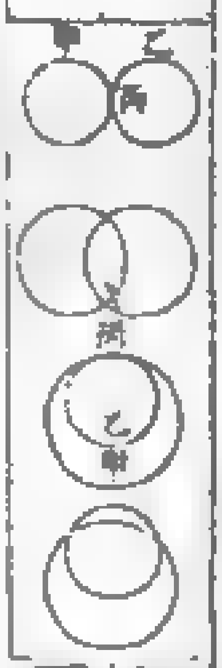


甲乙線切乙巳丁圜之界乙。又引長之至丙。而不與界交。其甲丙線全在圜外。爲切線。若戊巳線先切圜界。而引之至庚。入圜內。則交線也

第三界

凡兩圜相切而不相交爲切圜

甲乙、兩圜不相交而相切于丙。或切于外。如第一圖。或



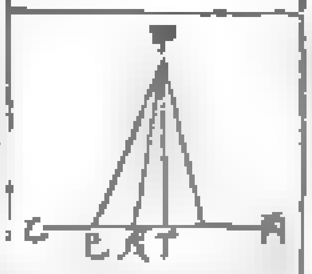
切于內如第三圖其第二第四

圖則交圜也

第四界

凡圜內直線從心下垂線其垂線大小之度即直線距心

遠近之度



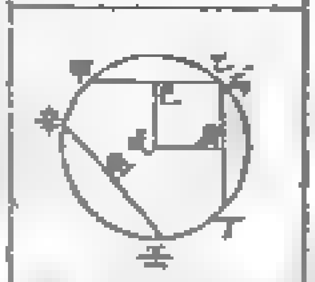
凡一點至一直線上惟垂線至近其他即遠

垂線一而已遠者無數也故欲知點與線相

去遠近必用垂線為度試如前圖甲點與乙

丙線相去遠近必以甲丁垂線為度為甲丁一線獨去

直線至近他若甲戊甲己諸線愈大愈遠乃至無數故



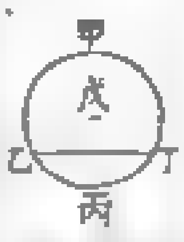
如後圖說甲乙丙丁圜內之甲乙丙丁兩線

其去戊心遠近等為己戊庚戊兩垂線等故

若辛壬線去戊心近矣為戊癸垂線小故

第五界

凡直線割圜之形為圜分



甲乙丙丁圜之乙丁直線任割圜之一分如

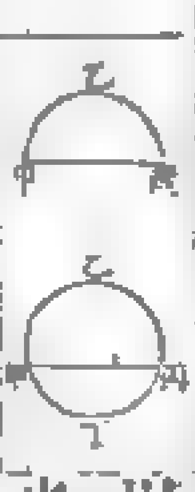
甲乙丁及乙丙丁兩形皆為圜分凡分有三

形其過心者為半圜分函心者為圜大分不函心者為

圜小分又割圜之直線為弦所割圜界之一分為弧

第六界

凡圜界偕直線內角為圜分角



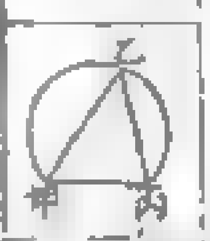
以下三界論圜角三種本界所言雜圜

也其在半圜分內為半圜角在大分內

為大分角在小分內為小分角

第七界

凡圜界任于一點出兩直線作一角為負圜分角

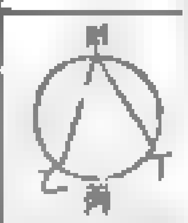


甲乙丙圜分于丙為底于乙點出兩直線作甲

乙丙角形其甲乙丙角為負甲乙丙圜分角

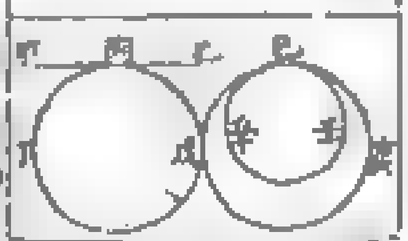
第八界

若兩直線之角乘圜之一分為乘圜分角



甲乙丙丁圜內于甲點出甲乙甲丁兩線其乙

甲丁角為乘乙丙丁圜分角



圜角三種之外又有一種為切邊角或直線

切圜或兩圜相切其兩圜相切者又或內或

外如上圖甲乙線切丙丁戊圜于丙即甲丙

丁乙丙戊兩角為切邊角又丙丁戊己戊庚

兩圜外相切于戊及己戊庚己辛壬兩圜內相切于

己即丙戊己戊己辛壬己庚三角俱為切邊角

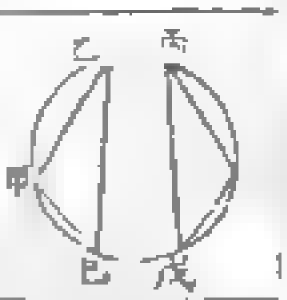
第九界

凡從圜心以兩直線作角偕圜界作三角形為分圜形

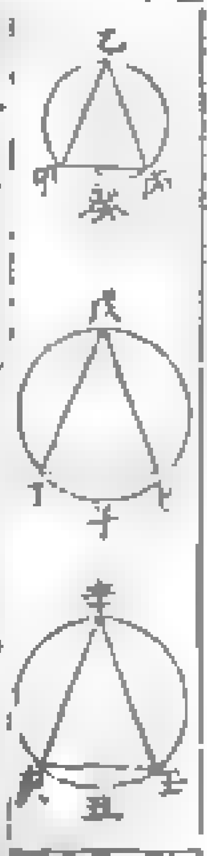
甲乙丙丁圜、從戊心出戊甲、戊丙、兩線、偕甲丁丙圜界作角形、爲分圜形

第十界

凡圜內兩負圜分角、相等、卽所負之圜分相似



甲乙丙丁圜內、有甲乙己、與丁丙戊、兩負圜分角等、則所負甲乙丁己、與丁丙甲戊、兩圜分相似



又有兩圜、或等或不等、其負圜分角等、卽圜分俱相似、如上三圜、三圜之甲乙丙、丁戊己、庚辛壬、三負圜分角等、卽所負甲乙丙丁戊己庚辛壬三圜分相似　相似者猶如云同爲幾分圜之幾也

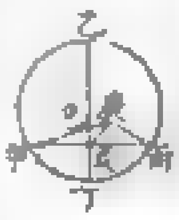
幾何原本第三卷　本篇論圜　計三十七題

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

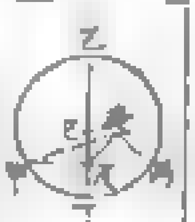
第一題

有圜求尋其心

法曰、甲乙丙丁圜、求尋其心、先于圜之兩界任作一甲丙直線、次兩平分之于戊（一卷十）、次于戊上作乙丁垂線、兩平分之于己、卽己爲圜心



論曰、如云不然、令言心何在、彼不得言在己之上下、何者、乙丁線旣平分于己、離平分不能爲心故、必言心在乙丁線外、爲庚、卽令自庚至丙、至戊、至甲、各作直線、則甲庚戊角形之甲戊、旣與丙庚戊角形之丙戊兩邊等、戊庚同邊、而庚甲、庚丙兩線、俱從心至界、宜亦等、卽對等邊之庚戊甲、庚戊丙兩角、宜亦等（一卷八）、而爲兩直角矣（一卷界說十）、夫乙戊甲、旣直角、而庚戊甲、又爲直角、可不可也

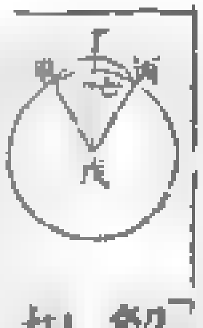


系、因此推顯圜內有直線、分他線爲兩平分、而作直角、卽圜心在其內

第二題

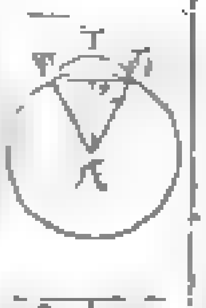
圜界任取二點、以直線相聯、則直線全在圜內

解曰。甲乙丙圜界上。任取甲、丙、二點。作直線相聯。題言甲丙線全在圜內



論曰。如云在外。若甲丁丙線。令尋取甲乙丙圜之戊心本篇一次作戊甲、戊丙、兩直線。次于甲丁丙線上作戊乙丁線。而與圜界遇于乙。即戊甲丁丙。當為三角形。以甲丁丙為底。戊甲戊丙兩腰等。其戊甲丙、戊丙甲、兩角宜等一卷五而戊丁甲。為戊丙丁之外角。宜大于戊丙丁角。即亦宜大于戊甲丁角一卷十六則對戊丁甲大角之戊甲線。宜大于戊丁線矣一卷十九夫戊甲、與戊乙本同圜之半徑等。據如所論。則戊乙亦大于戊丁。不可通也。若云不

在圜外。而在圜界。依前論。令戊甲大于戊乙亦不可通也



第二題

直線過圜心。分他直線為兩平分。其分處必為兩直角。為兩直角。必兩平分

解曰。乙丙丁圜。有丙戊線。過甲心。分乙丁線為兩平分于巳。題言甲巳必是垂線。而巳旁

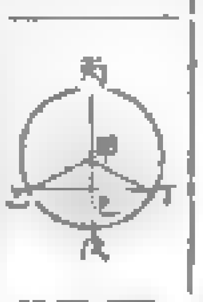
為兩直角。又言巳旁既為兩直角。則甲巳分乙丁。必兩平分

先論曰。試從甲作甲乙、甲丁、兩線。即甲乙巳角形之乙巳與甲丁巳角形之丁巳兩邊等。甲巳同邊。甲乙、甲丁、兩線俱從心至界。又等。即兩形等。則其對等邊之甲巳乙、甲巳丁。亦等一卷八而為兩直角矣

後論曰。如前作甲乙、甲丁、兩線。甲乙丁角形之甲乙甲、丁、兩邊既等。則甲乙丁、甲丁乙、兩角亦等一卷五又甲乙巳角形之甲巳乙、甲乙巳、兩角與甲丁巳角形之甲巳丁、甲丁巳、兩角。各等。而對直角之甲乙、甲丁、兩邊又等。則巳乙、巳丁、兩邊亦等一卷二十六

欲顯次論之旨。又有一說。如甲丁上直角方形與甲巳巳丁上兩直角方形并等一卷四七而甲乙上直角方形與

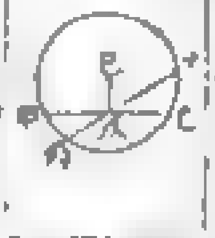
甲巳、乙巳、上兩直角方形并亦等。即甲巳、巳乙上兩直角方形并與甲巳、巳丁、上兩直角方形并亦等。此二率者每减一甲巳上直角方形。則所存乙巳、巳丁、上兩直角方形自相等。而兩邊亦等



第四題

圜內不過心兩直線相交。不得俱為兩平分

解曰。甲丙乙丁圜內有甲乙、丙丁、兩直線。俱不過巳心若一過心。一不過心。即兩線不得俱為兩平分。其理易顯而交



于戊。題言兩直線或有一線為兩平分。不得俱為兩平分

論曰若云不然而甲乙丙丁能俱兩平分于戊試令尋本圜心于巳（本篇一）從巳至戊作甲乙之垂線其巳戊既分甲乙爲兩平分即爲兩直角（本篇三）而又能分丙丁爲兩平分亦宜爲兩直角是巳戊甲爲直角而巳戊丙亦直角全與其分等矣

第五題

兩圜相交必不同心

解曰甲乙丁戊乙丁兩圜交于乙于丁題言兩圜不同心

論曰若言丙爲同心令自丙至乙至甲各作直線其丙乙至圜交而丙甲截兩圜之界于戊于甲夫丙既爲戊乙丁圜之心則丙乙與丙戊等而又爲甲乙丁圜之心則丙乙與丙甲又等是丙戊與丙甲亦等而全與其分等也

第六題

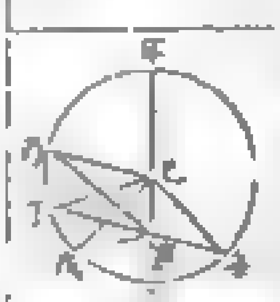
兩圜內相切必不同心

解曰甲乙丙乙兩圜內相切于乙題言兩圜不同心

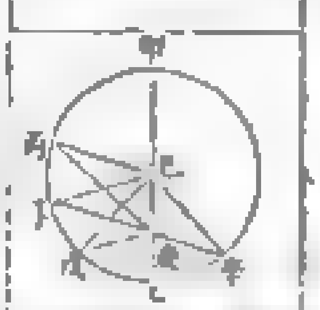
論曰若言丁爲同心令自丁至乙至丙各作直線其丁乙至切界而丁丙截兩圜之界于甲于丙夫丁既爲甲乙圜之心則丁乙與丁甲等而又爲丙乙圜之心則丁乙與丁丙又等是丁甲與丁丙亦等而全與其分等也

第七題

圜徑離心任取一點從點至圜界任出幾線其過心線最大不過心線最小餘線愈近心者愈大愈近不過心線者愈小而諸線中止兩線等



解曰甲丙丁戊乙圜其徑甲乙其心巳離心任取一點爲庚從庚至圜界任出幾線爲庚丙庚丁庚戊題先言從庚所出諸線惟過心庚甲最大次言不過心庚乙最小三言庚丙大于庚丁庚丁大于庚戊愈近心愈大愈近庚乙愈小後言庚乙兩旁止可出兩線等



先論曰試從巳心出三線至丙至丁至戊其丙巳庚角形之丙巳巳庚兩邊并大于丙庚一邊（卷一二十）而丙巳巳庚等于甲巳巳庚則庚甲大于庚丙依顯庚丁庚戊俱小于庚甲是庚甲最大

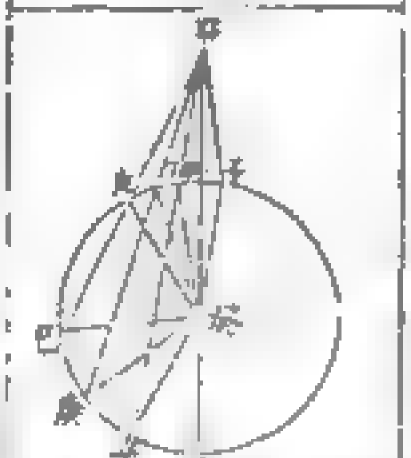
次論曰巳庚戊角形之巳戊一邊小于巳庚庚戊兩邊并（卷一二十）而巳戊與巳乙等則巳乙小于巳庚庚戊并矣次各減同用之巳庚則庚乙小于庚戊依顯庚戊小于庚丁庚丁小于庚丙是庚乙最小

三論曰丙巳庚角形之丙巳與丁巳庚角形之丁巳兩邊等巳庚同邊而丙巳庚角大于丁巳庚角全大于分則對大角之庚丙邊大于對小角之庚丁邊一卷廿四依顯庚丁大于庚戊而愈近心愈大愈近庚乙愈小

後論曰試依戊巳乙作乙巳辛相等角而抵圜界為巳辛線次從庚作庚辛線其戊巳庚角形之戊巳腰與庚巳辛角形之辛巳腰既等巳庚同腰兩腰間角又等則對等角之庚戊庚辛兩底亦等一卷四而庚乙兩旁之庚戊庚辛等矣此外若有從庚出線在辛之上即依第三論大于庚辛在辛之下即小于庚辛故云庚乙兩旁止可出庚戊庚辛兩線等

第八題

圜外任取一點從點任出幾線其至規內則過圜心線最大餘線愈離心愈小其至規外則過圜心線為徑之餘者最小餘線愈近徑餘愈小而諸線中止兩線等



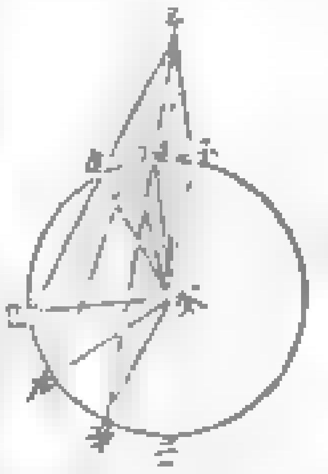
解曰乙丙丁戊圜之外從甲點任出幾線其一為過癸心之甲壬其餘為甲辛為甲庚為甲巳皆至規內規內線者如車輻之輳者題先言過心之甲壬最大次言近心之甲辛大于離心之甲庚甲庚又大于甲巳三反上言規外之甲乙為乙壬徑餘者規外線者如車輻之輳者最小四言甲丙近徑餘小于甲丁甲丁又小于甲戊後言甲乙兩旁止可出兩線等

先論曰試從癸心至丙丁戊巳庚辛各出直線其甲癸辛角形之甲癸癸辛兩邊并大于甲辛一邊一卷二十而甲癸癸辛與甲壬等則甲壬大于甲辛依顯甲壬更大于甲庚甲巳而過心之甲壬最大

次論曰甲癸辛角形之癸辛與甲癸庚角形之癸庚兩邊等甲癸同邊而甲癸辛角大于甲癸庚角全大于分則對大角之甲辛邊大于對小角之甲庚邊一卷廿四依顯甲庚

大于甲巳而規內線愈離心愈小

三論曰甲癸丙角形之甲癸一邊小于甲丙丙癸兩邊并一卷二十次每減一相等之乙癸丙癸則甲乙小于甲丙



矣依顯甲乙更小于甲丁甲戊而規外甲乙最小

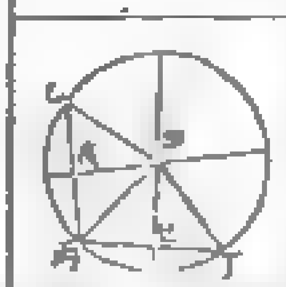
四論曰甲丁癸角形之內從甲與癸出甲丙丙癸兩邊并小于甲丁丁癸兩邊并一卷廿一此二率者每減一相等之丙癸丁癸則甲丙小于甲丁矣依顯甲丙更小于甲戊而愈近徑餘甲乙者愈小

後論曰試依乙癸丙作乙癸子相等角抵圜界次作甲

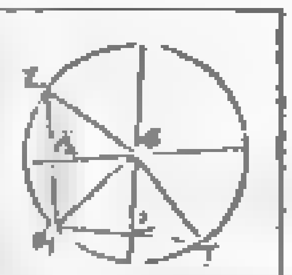
子線。其甲子癸角形之甲癸、癸子、兩腰與甲癸丙角形之甲癸、癸丙兩腰各等，而兩腰間角又等，則對等角之甲子、甲丙兩底亦等也（一卷四）。此外若有從甲出線在子之上，卽依第四論，小于甲丙；在子之下。卽大于甲丙。故云甲乙兩旁，止可出甲丙、甲子、兩線等

第九題

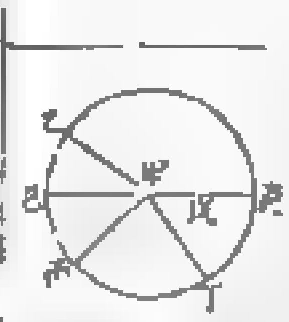
圜內從一點至界作三線以上皆等。卽此點必圜心



解曰。從甲點至乙丙、丁、圜界作甲乙、甲丙、甲丁、三直線。若等、題言甲點爲圜心。三以上等者更不待論



論曰。試于乙丙、丙丁、界作乙丙、丙丁、兩直線相聯。此兩線各兩平分于戊于巳。從甲出兩直線爲甲戊、爲甲巳。其甲乙戊角形之甲乙、與甲戊丙角形之甲丙、兩腰既等。甲戊同腰。乙戊、戊丙、兩底又等。卽甲戊乙、與甲戊丙、兩角亦等（一卷八）。爲兩直角。依顯甲巳丙、甲巳丁、亦等。爲兩直角。則甲戊、甲巳、之分乙丙、丙丁、俱平分爲直角。而此兩線俱爲函心線（本篇一之系）。定相遇于甲。甲爲圜心矣

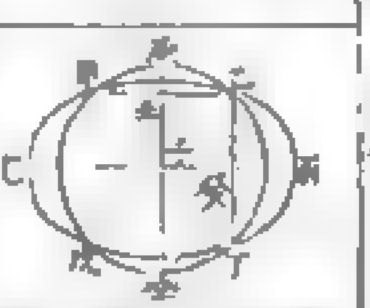


又論曰。若言甲非心。心在于戊者。令戊甲相聯。引作巳庚徑線。卽甲是戊心外所取一點。

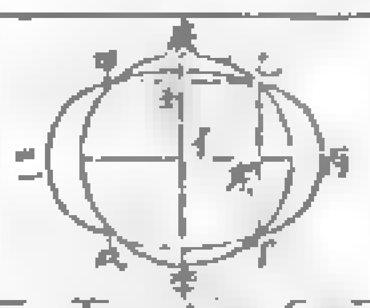
而從甲所出線愈近心者。宜愈大矣（本篇七）。則甲丁宜大于甲丙。而先設等。何也

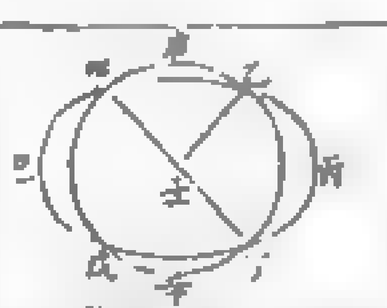
第十題

兩圜相交。止于兩點



論曰。若言甲乙丙丁戊巳圜與[illegible]庚乙丁辛戊圜三相交于甲、于乙、于丁。令作甲乙、乙丁、兩直線相聯。此兩線各兩平分于壬于癸。次從壬癸作子壬、子癸、兩垂線。其子壬分甲乙、子癸分乙丁。既皆兩平分而各爲兩直角。卽子壬、子癸、兩線俱爲甲庚乙丁辛戊圜之兩心線（本篇一之系）。而子爲其心矣。依顯甲乙丙丁戊巳圜亦以子爲心也。夫兩交之圜尚不得同心（本篇五）。何緣得有三交

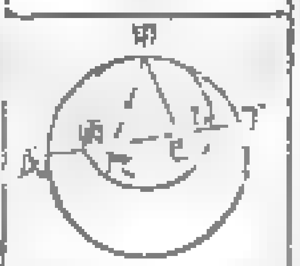




又論曰。若言兩圜三相交于甲、于乙、于丁。令先尋甲庚乙丁辛戊圜之心于壬（本篇一）。次從心壬至三交界。作壬甲、壬乙、壬丁、三線。此三線等也（一卷界說十五）。又甲乙丙丁戊巳圜內。有從壬出之壬甲、壬乙、壬丁、三相等線。則壬又爲甲乙丙丁戊巳圜之心（本篇九）。不亦交圜同心乎（本篇五）

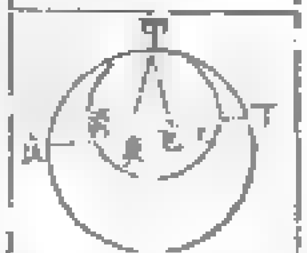
第十一題

兩圜內相切，作直線聯兩心，引出之，必至切界



解曰：甲乙丙、甲丁戊兩圜內相切于甲，而巳為甲乙丙之心，庚為甲丁戊之心。題言：作直線聯庚巳兩心，引抵圜界，必至甲。

論曰：如云不至甲，而截兩圜界于乙丁，及丙戊。令從甲作甲巳、甲庚兩線，其甲巳庚角形之庚巳、巳甲兩邊并大于庚甲一邊（一卷二十），而同圜心所出之庚甲、庚丁宜等，即庚巳、巳甲大于庚丁矣。此二率者各減同用之庚巳，即巳甲亦大于巳丁矣。夫巳甲與巳乙是內圜同心所出等線，則巳乙亦大于巳丁，而分大于全也，可乎？若曰庚為甲乙丙心，巳為甲丁戊心，亦依前轉說之：甲巳庚角形之巳庚、庚甲兩邊并大于甲巳一邊（一卷二十），而同圜心所出之巳甲、巳戊宜等，即巳庚、庚甲大于巳戊矣。此二率者各減同用之巳庚，即庚甲大于庚戊矣。夫庚甲與庚丙是內圜同心所出等線，則庚丙亦大于庚戊，而分大于全也，可乎？



第十二題

兩圜外相切，以直線聯兩心，必過切界。

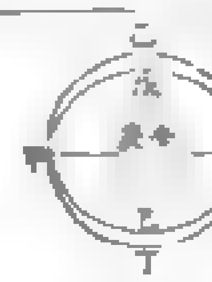
解曰：甲乙丙、丁乙戊兩圜外相切于乙，其甲乙丙心為巳，丁乙戊心為庚。題言：作巳庚直線，必過乙。

論曰：如云不然，而巳庚線截兩圜界于戊于丙，令于切界作乙巳、乙庚兩線，其乙巳庚角形之巳乙、乙庚兩邊并大于巳庚一邊，而乙庚與庚戊，乙巳與巳丙，俱同心所出線，宜各等，即庚戊、丙巳兩線并亦大于庚巳一線矣（一卷二十）。夫庚巳線分為庚戊、丙巳，尚餘丙戊，而云庚戊、丙巳大于庚巳，則分大于全也。故直線聯巳庚，必過乙。

第十三題　二支

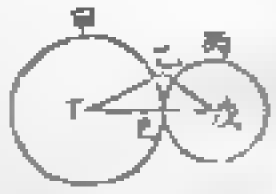
圜相切，不論內外，止以一點。

先論曰：甲乙丙丁與甲戊丙巳兩圜內相切，若云有兩點相切于甲、又于丙，令作直線，聯兩圜心庚辛，引出之，如前圖，宜至相切之甲之丙（本篇十一），則甲丙為兩圜之同徑矣。而此徑線者，兩平分于庚，又兩平分于辛，何也？（一直線止一點兩平分）若云庚辛引出直線一，抵甲，一截兩圜之界于癸、于壬，即如後圖，令從兩心各作直線至又相切之丙。



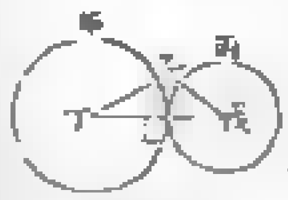
次問之甲乙丙丁圜之心為庚邪，辛邪？如曰庚也，而辛為甲戊丙巳之心，則丙庚辛角形之庚辛、辛丙兩邊并大于庚丙一邊（一卷二十），而庚辛、辛丙與庚癸宜等（辛癸、辛丙同圜心所出故），即庚癸亦大于庚丙矣，夫庚丙與庚壬

者外圜同心所出等線也將庚癸亦大于庚壬可乎如曰辛也而庚爲甲戊丙巳之心則丙庚辛角形之辛庚庚丙兩邊幷大于辛丙一邊（一卷二十）而辛丙與辛甲宜等卽辛庚庚丙亦大于辛甲矣此二率者各減同用之辛庚卽庚丙亦大于庚甲也夫庚甲與庚丙者亦同圜心所出等線也而安有大小



後論曰甲乙與乙丙兩圜外相切于巳從甲乙之丁心丙乙之戊心作直線相聯必過巳（本篇十一）若云又相切于乙令自乙至丁至戊各作直線其丁乙乙戊幷宜與丁戊等而爲角形之兩腰又宜大

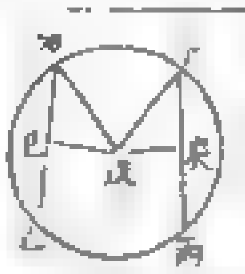
于丁戊（一卷二十）則兩圜相切安得兩點



又後論曰更令于兩相切之乙乙之巳作直線相聯其直線當在甲乙圜內（本篇二）又當在乙丙圜內何所置之

第十四題二支

圜內兩直線等卽距心之遠近等距心之遠近等卽兩直線等



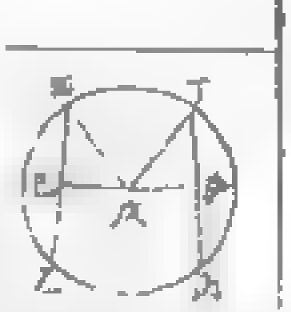
先解曰甲乙丙丁圜其心戊圜內甲乙丁丙兩線等題言兩線距戊心遠近亦等

論曰試從戊心向甲乙作戊巳向丁丙作戊庚各垂線次自丁自甲至戊各作直線其戊巳戊庚旣各分甲乙丁丙線爲兩平分（三本篇）而甲乙丁丙等則平分之甲巳丁庚亦等夫甲戊上直角方形與甲巳巳戊上兩直角方形幷等（一卷四七）等甲戊之丁戊上直角方形與丁庚庚戊上兩直角方形幷等而甲巳丁庚上兩直角方形旣等卽戊巳戊庚上兩直角方形亦等則戊巳戊庚兩線亦等是甲乙丁丙兩線距心之度等（本卷界說四）

後解曰甲乙丁丙兩線距戊心遠近等題言甲乙丁丙兩線亦等

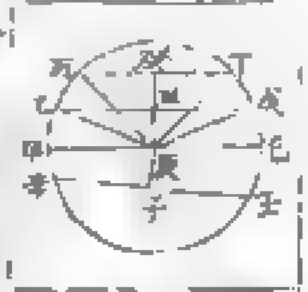
論曰依前論從戊作戊巳戊庚兩垂線旣等（本卷界說四）而

分甲乙丁丙各爲兩平分（三本篇）其甲戊上直角方形與甲巳巳戊上兩直角方形幷等（一卷四七）等甲戊之丁戊上直角方形與丁庚庚戊上兩直角方形幷等卽甲巳巳戊上兩直角方形幷與丁庚庚戊上兩直角方形幷亦等此二率者每減一相等之巳戊戊庚上直角方形卽所存甲巳丁庚上兩直角方形亦等是甲巳丁庚兩線等也夫甲乙倍甲巳丁丙倍丁庚其半等其全必等



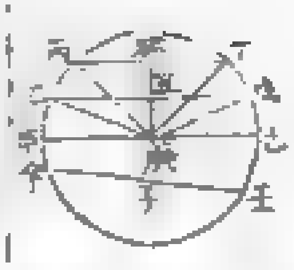
第十五題

徑爲圜內之大線其餘線者近心大于遠心



解曰。甲乙丙丁戊己圜。其心庚。其徑甲己。其近心線爲辛壬。遠心線爲丙丁。題言甲乙最大。辛壬近心。大于丙丁遠心

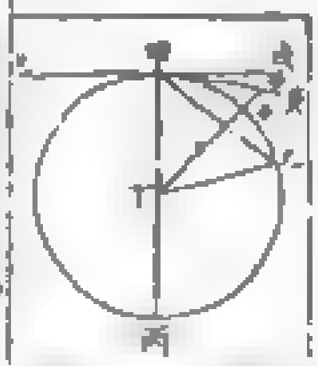
論曰。試從庚向丙丁作庚癸。向辛壬作庚子。各垂線。其丙丁距心遠于辛壬。卽庚癸大于庚子（本卷界說四）次于庚癸線截庚丑。與庚子等。次從丑作乙戊。爲庚癸之垂線。末于庚乙、庚丙、庚丁、庚戊各作直線相聯。其庚丑既等于庚子。卽乙戊與辛壬各以垂線距心遠近等（本卷界說四）而兩線亦等（本篇十四）夫庚乙、庚戊幷大于乙戊（一卷二十）而與甲己等。卽甲己大于乙戊。亦大于辛壬矣。依顯甲己大于他線。則甲己最大。又乙庚戊角形之乙庚、庚戊兩腰。與丙庚丁角形之丙庚、庚丁兩腰等。而乙庚戊角大于丙庚丁角。則乙戊底大于丙丁底（一卷廿四）故等乙戊之辛壬。亦大于丙丁也。是近心線大于遠心線也



第十六題（二支）

圜徑末之直角線。全在圜外。而直線偕圜界所作切邊角。不得更作一直線入其內。其半圜分角大于各直線銳角。切邊角小于各直線銳角

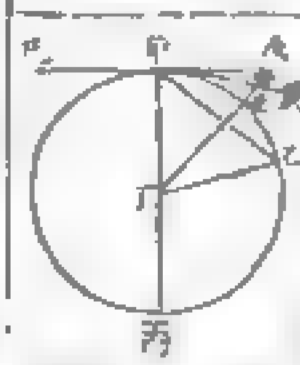
先解曰。甲乙丙圜。丁爲心。甲丙爲徑。從甲作甲丙之垂線。題言此線全在圜外



論曰。若言在內。如甲乙。令自丁至乙作直線。卽丁甲乙與丁乙甲兩角等（一卷五）丁甲既爲直角。丁乙又爲直角乎。夫角形三角幷等兩直角（一卷十七）豈得形內自有兩直角也。則垂線必在圜外。若己戊必不在圜內。若甲乙又不在圜界之上（如云在界上者依此論）故曰。全在圜外

次解曰。題又言戊甲垂線偕乙甲圜界所作切邊角。不得更作一直線入其內

論曰。若云可作。如庚甲。令從丁心向庚甲作丁辛。爲庚甲之垂線（一卷十二）夫丁甲辛角形之丁甲辛、丁辛甲兩角幷。小于兩直角（一卷十七）而丁辛甲爲直角。卽對小角之丁辛線。小于對大角之甲丁線矣（一卷十九）甲丁者。與丁壬爲同圜相等者也。將丁壬亦大于丁辛乎。則戊甲乙角之內。不得更作一直線。而戊甲之下。但有直線。必入本圜之內也



後解曰。題又言丁甲垂線偕乙甲圜界所作丙甲乙圜分角。大于各直線銳角。而戊甲垂線偕乙甲圜界所作切邊角。小于各直線銳角

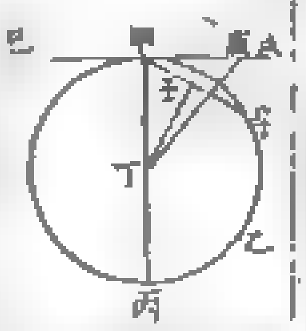
論曰。依前論。甲戊下有直線。既云必入圜內。卽此直線

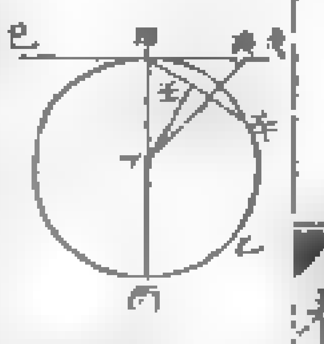
借戊甲所作各直線銳角皆小于圜分角而切邊角小于各直線銳角

系已甲線必切圜以一點即甲

增題解曰甲乙丙圜其心丁其徑甲丙從甲作戊甲為甲丙之垂線題言戊甲全在圜外

增正論曰試于甲戊線內任取一點為庚自庚至丁作直線其甲丁庚角形之丁甲庚丁庚甲兩角小于兩直角 一卷十七 而丁甲庚為直角即丁庚甲小于直角對大角之丁庚線大于對小角之丁甲線矣 一卷十九 則





庚點在圜之外也凡戊甲以內作點皆依此論故戊甲線全在圜外

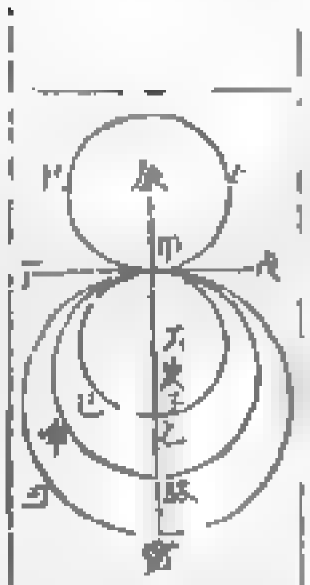
增次解曰從甲作甲辛線在戊甲之下題言甲辛必割圜為分

增正論曰試作甲丁壬角與戊甲辛角等其甲丁壬并甲丁兩角并等于戊甲丁直角必小于兩直角而丁壬甲辛兩線必相遇 公論十一 其相遇又必在圜之內如壬何者壬甲丁壬丁甲兩角既與一直角等即甲壬丁必為直角 一卷卅二 而對大角之甲丁線必大于對小角之丁壬線矣 一卷十九 夫甲丁線僅至圜界則丁壬不能抵圜界必在圜之內也

後支前已正論

或難曰切邊角有大有小何以畢不得兩分何者問幾何之分不可窮盡如莊子尺棰之義深著明矣今切邊之內有角非幾何乎此幾何何獨不可分邪又十卷第一題言設一小幾何又設一大幾何若從大者半減之減之又減必至一處小于所設小率此題最明無可疑者今言切邊之角小于直線銳角是亦小幾何也彼直線銳角是亦大幾何也若從直線銳角半減之減之又減何以終竟不得小于切邊角邪

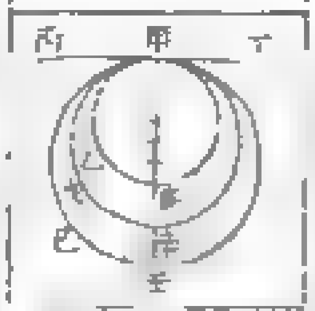
既本題推顯切邊角中不得容一直線如此著明便當并無切邊角無角則無幾何此則不可得分耳且幾何原本書中無有至大不可加之率無有至小不可減之率若切邊角不可分豈非至小不可減乎荅曰謬矣子之言也有圜有線安得無切邊角且既言直線銳角大于切邊角即有切邊角矣苟無角安所較大小哉且子言直線與圜界并無切邊角則兩圜外相切亦無角乎曰然曰試如作



甲巳乙圜其心丙而丁戊為切線即丁甲巳為切邊角次移心于庚

又作甲辛癸圜。卽丁甲辛爲切邊角。而小于丁甲巳。次移心于子。又作甲丑寅圜。卽丁甲丑爲切邊角。而又小于丁甲辛。如是小之又小。疑無角焉。次又于切線之外以辰爲心作甲巳午圜。而與前圜外相切于甲。依子所說。疑無角焉。然兩圜外相切而以丁戊線分之。不可分乎。更自辰至寅作直線截兩圜之界而分丁戊爲兩平分。不可分乎。兩圜兩直線交羅相遇于甲也。能不肯以一點乎。如以一點也。卽此一點之外不能無空。卽不能不爲四切邊角矣。子所據尺捶之分無盡。又言幾何原本書中。無至小不可減之率。

也。是也。夫切邊角。但不可以直線分之耳。若用圜線則可分矣。如甲乙庚圜。與丙甲丁直線相切于甲。作丁甲庚切邊大角。若移一心。作甲戊辛圜。又得丁甲辛切邊角。卽小于丁甲庚也。又移一心作甲巳壬圜。又得丁甲壬切邊小角。卽又小于丁甲辛也。如此以至無窮。則切邊角分之無盡。何謂不可減邪。若十卷第一題所言。元無可疑。但以圜角分圜角。則與其說合矣。彼所言大小兩幾何者。謂夫能相較爲大。能相較爲小者也。如以直線分直線角。以圜線分圜線角。是已。此切邊角。與直



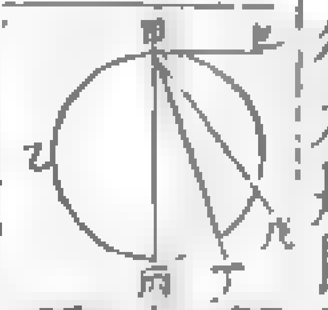
線角。豈能相較爲大小哉。

增題。有兩種幾何。一大一小。以小率半增之。遞增至于無窮。以大率半減之。遞減至于無窮。其元大者恒大。元小者恒小。

解曰。戊甲乙切邊角。爲小率。壬庚辛直線銳角。爲大率。今別作甲丙。甲丁。等圜。俱切戊巳線于甲。其切邊角愈增愈大。如前論。別以庚癸。庚子。線作角。分壬庚辛角于庚。愈分愈小。然直線角恒大。切邊角恒小。乃至終古不得相比。

又增題。舊有一說。以一小率加一大率之上。或以一大率加一小率之上。不相離逐線漸移之。必至一相等之處。又一說。有率大于此率者。有率小于此率者。則必有率等于此率者。昔人以爲皆公論也。若用以律本題。卽不可得。故今斥不爲公論。

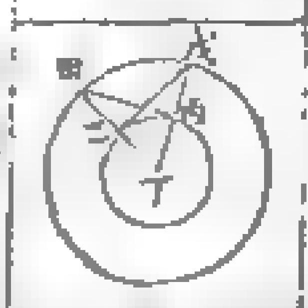
解曰。甲乙丙圜。其徑甲丙。令甲丙之甲界。定在于甲。而引丙線。逐線漸移之。向巳。其所經丁。戊。巳。及中間逐線所經無數。然依本題論。則甲丙所經。凡割圜時。皆爲銳角。卽小于半圜分角。纔離銳角。便爲直角。卽大于半圜分角。是所



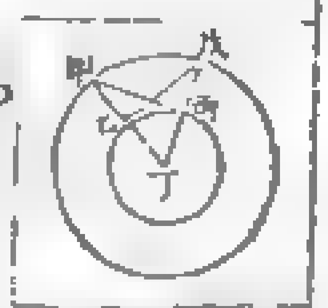
經無數線終無有相等線可見前一舊說未爲公論
又直線銳角皆小于半圜分角直角與鈍角皆大于
半圜分角是有大者有小者終無等者可見後一舊
說未爲公論也

第十七題

設一點一圜求從點作切線



法曰甲點求作直線切乙丙圜其圜心丁先
從甲作甲丁直線截乙丙圜于乙次以丁爲
心甲爲界作甲戊圜次從乙作甲丁之垂線
而遇甲戊圜于戊次作戊丁直線而截乙丙圜于丙末
作甲丙直線即切乙丙圜于丙

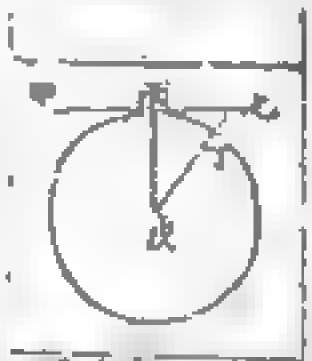


論曰乙戊丁角形之戊丁丁乙兩腰與甲丙
丁角形之甲丁丁丙兩腰各等 一卷界說十五 丁角
同即甲丙乙戊兩底亦等 一卷四 而戊乙丁爲直角即甲
丙丁亦直角則甲丙偕乙丙圜之半徑丁丙爲一直角
矣豈非圜之切線 本篇十六之系

第十八題

直線切圜從圜心作直線至切界必爲切線之垂線

解曰甲乙直線切丙丁圜于丙從戊心至切界作戊丙
線題言戊丙爲甲乙之垂線

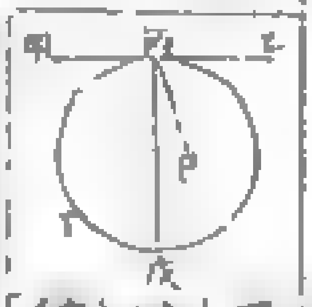


論曰如云不然令從戊別作垂線如至己而
截丙丁圜于丁其丙戊己角形之戊己丙既
爲直角即宜大于己丙戊角 一卷十七 而對大角
之戊丙邊宜大于對小角之戊己邊矣 一卷十九 夫戊丙與
戊丁等也戊丙大于戊己則戊丁亦大于戊己乎
又論曰若云丙非直角即其兩旁角一銳一鈍令乙丙
戊爲銳角則銳角乃大于半圜分角乎 本篇十六

第十九題

直線切圜圜內作切線之垂線則圜心必在垂線之內

解曰甲乙線切丙丁戊圜于丙圜內作戊丙爲甲乙之
垂線題言圜心在戊丙線內

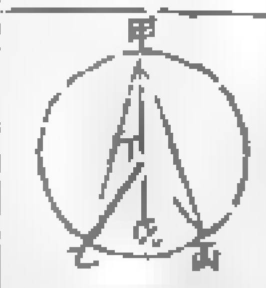


論曰如云不然心在于己令從己作己丙直
線即己丙亦爲甲乙之垂線 本篇十八 而己丙甲
與戊丙甲等爲直角是全與其分等矣

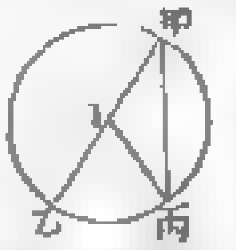
第二十題

負圜角與分圜角所負所分之圜分同則分圜角必倍大
于負圜角

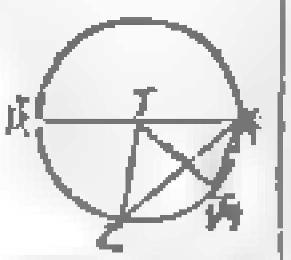
解曰甲乙丙圜其心丁有乙丁丙分圜角乙甲丙負圜
角同以乙丙圜分爲底題言乙丁丙角倍大于乙甲丙
角



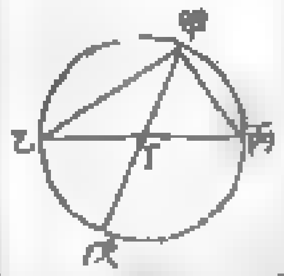
先論分圜角在乙甲甲丙之內者曰如上圖試從甲過丁心作甲戊線其甲丁乙角形之丁甲丁乙等即丁甲乙丁乙甲兩角等一卷五而乙丁戊外角與內相對兩角并等一卷卅二即乙丁戊倍大于乙甲丁矣依顯丙丁戊亦倍大于丙甲丁則乙丁丙全角亦倍大于乙甲丙全角



次論分圜角不在乙甲甲丙之內而甲乙線過丁心者曰如上圖依前論推顯乙丁丙外角等于內相對之丁甲丙丁丙甲兩角并一卷卅二而丁甲丁丙兩腰等即甲丙兩角亦等一卷五則乙丁丙角倍大于乙甲丙角



後論分圜角在負圜角線之外而甲乙截丁丙者曰如上圖試從甲過丁心作甲戊線其戊丁丙分圜角與戊甲丙負圜角同以戊乙丙圜分為底如前次論戊丁丙角倍大于戊甲丙角依顯戊丁乙分圜角亦倍大于戊甲乙負圜角次于戊丁丙角減戊丁乙角戊甲丙角減戊甲乙角則所存乙丁丙角必倍大于乙甲丙角



增若乙丁丁丙不作角于心或為半圜或小于半圜則丁心外餘地亦倍大于同底之負圜角

論曰試從甲過丁心作甲戊線即丁心外餘地分為乙丁戊戊丁丙兩角依前論推顯此兩角倍大于乙甲丁丁甲丙兩角

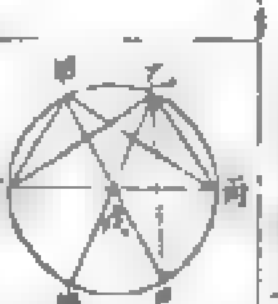
第二十一題

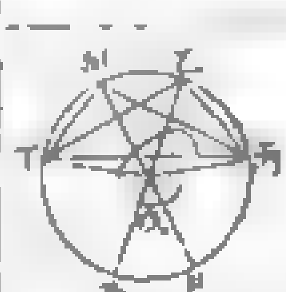
凡同圜分內所作負圜角俱等

解曰甲乙丙丁圜其心戊于丁甲乙丙圜分內任作丁甲丙丁乙丙兩角題言此兩角等

先論函心大分所作曰試從戊作戊丁戊丙線其丁戊丙分圜角既倍大于丁甲丙角丁

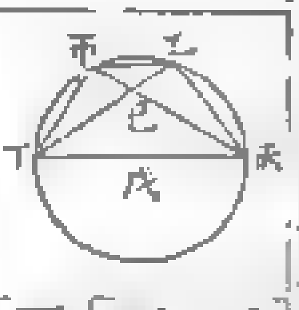
乙丙角本篇十二即甲乙兩角自相等公論七

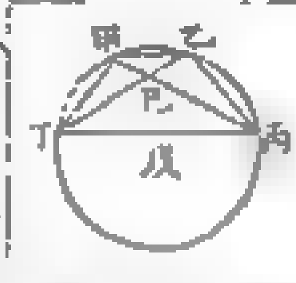




後論半圜分不函心小分所作曰丁甲乙丙或為半圜分或為不函心小分俱從甲從乙過戊作甲巳乙庚兩線若不函心更從戊作戊丁戊丙兩線其丁戊巳分圜角既倍大于丁甲巳負圜角本篇二十依顯丙戊巳分圜角亦倍大于丙甲巳負圜角而丁戊庚庚戊巳兩角與丁戊巳一角等則丁戊庚庚戊巳巳戊丙三角必倍大于丁甲丙依顯此三角亦倍大于丁乙丙則丁甲丙丁乙丙兩角自相等

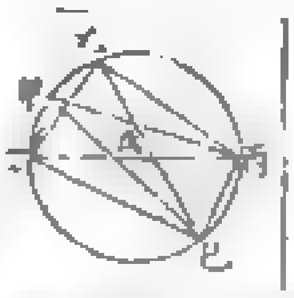
又後論曰。二十題增。言分圜不作角。其心外餘地。倍大于同底各負圜角。即各角自相等

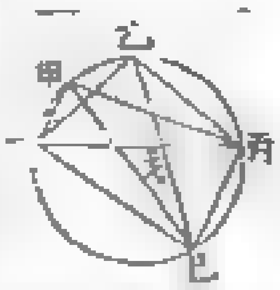




又後論曰。甲丙、乙丁線。交羅相遇為巳。試作甲乙線相聯。其甲丁巳角形之三角并。與乙丙巳角形之三角并等 一卷卅二 次每減一交角相等之甲巳丁、乙巳丙 一卷十五 即巳甲丁、巳丁甲兩角并。與巳丙乙、巳乙丙兩角并等矣。而甲丁乙、乙丙甲兩角。同在甲丁丙乙函心大分內。又等 本題第一論 則丁甲丙、與丙乙丁、亦等

又後論曰。丁丙之外。任取一界為巳。作丁巳、丙巳兩線





令俱函心。而丁甲乙丙巳、與丙乙甲丁巳。俱為大分。次于甲巳、乙巳各作直線相聯。其丁甲巳、與丁乙巳兩角。同負丁甲乙丙巳圜界。即等 本題第一論 依顯丙乙巳與丙甲巳兩角。同負丙乙甲丁巳圜界。又等。此二相等率。并之則丁甲丙、丁乙丙、兩全角亦等

第二十二題

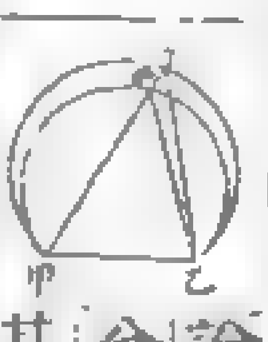
圜內切界四邊形。每相對兩角并。與兩直角等

解曰。甲乙丙丁圜。其心戊。圜內有甲乙丙丁四邊形。題言甲乙丙、丙丁甲兩角并。乙丙丁、丁甲乙兩角并。各與兩直角等

論曰。試作甲丙、乙丁兩對角線。其甲乙丁、甲丙丁兩角。同負甲乙丙丁圜分。即等 本篇廿一 依顯丙甲丁、丙乙丁兩角亦等。則甲乙丁、丙乙丁兩角并。為甲乙丙一角。與甲丙丁、丙甲丁兩角并等。次每加一丙丁甲角。即甲乙丙、丙丁甲并。與甲丙丁、丙甲丁、丙丁甲、三角并等。此三角并元與兩直角等 一卷卅二 則甲乙丙、丙丁甲相對兩角并。與兩直角等。依顯乙丙丁、丁甲乙并。亦與兩直角等

第二十三題

一直線上作兩圜分。不得相似而不相等



論曰。如云不然。令于甲乙線上。作同方兩圜分。相似而不相等。必作甲丙乙。又作甲丁乙。其兩圜相交。止于甲、乙兩點 本篇十 即一圜分全在內。一圜分全在外矣。次令作甲丁線。截甲丙乙圜于丙。末令作丙乙、丁乙兩線相聯。夫兩圜分相似者。其兩圜角宜等 本卷界說十 則乙丙甲外角。與相對之乙丁甲內角等乎 六卷十一

第二十四題

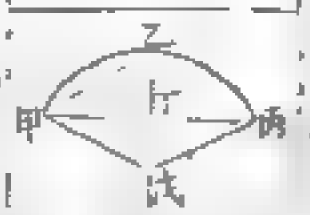
相等兩直線上作相似兩圜分必等

解曰甲乙丙丁兩線上作甲丙乙丙巳丁相似兩圜分題言兩圜分等

論曰甲乙丙丁兩線既等試以甲乙線加丙丁線上兩線必相合卽甲丙乙丙巳丁兩圜分相加亦相合如云不然必兩圜分相加或在內或在外或半在內半在外矣若在內在外卽一直線上有兩圜分相似而不相等也本篇廿三若半在內半在外卽兩圜三相交也本篇十兩俱不可故相似者必等

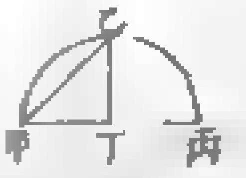
第二十五題

有圜之分求成圜

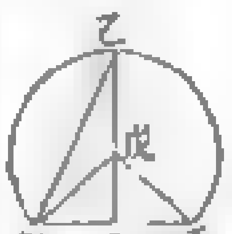


法曰甲乙丙圜分求成圜先于分之兩端作甲丙線次作乙丁爲甲丙之垂線次作甲乙線相聯其丁乙甲角或大于丁甲乙角或等或小若大卽甲乙丙當爲圜之小分何也乙丁分甲丙爲兩平分卽知圜之心必在乙丁線內本篇一之系而心在丁點之外則從丁點所出丁乙爲不過心徑線至小本篇七故對小邊之丁甲乙角小于對大邊之丁乙甲角也一卷十八卽作乙甲戊角與丁乙甲角等次從乙丁引出一線與甲戊線遇于戊卽戊爲圜心

論曰試從戊作戊丙線其甲丁戊角形之甲丁線與丙丁戊角形之丙丁線等丁戊同線而甲丁戊丙丁戊兩旁皆直角卽對直角之甲戊與戊丙兩線等一卷四夫甲戊與乙戊以對角等故既等一卷六卽戊丙與甲戊又等則從戊至界三線皆等而戊爲心本篇九



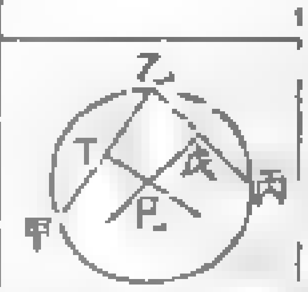
次法兼論曰若丁乙甲丁甲乙兩角等卽甲乙丙爲半圜而甲丙爲徑丁爲心何也丁乙丁甲兩邊等然後丁乙甲丁甲乙兩角等一卷五今丁乙甲丁甲乙兩角既等卽丁乙丁甲兩線必等一卷六丁丙元與丁甲等則從丁所出三線等而丁爲圜心本篇九



後法曰若丁乙甲小于丁甲乙卽甲乙丙當爲圜大分何也乙丁分甲丙爲兩平分卽知圜心在乙丁線內本篇一之系而丁點在心之外則所出丁乙爲過心徑線至大本篇七故對大邊之丁甲乙大于對小邊之丁乙甲也一卷十八卽作乙甲戊角與丁乙甲角等而甲戊線與乙丁線遇于戊卽戊爲圜心

論曰試從戊作戊丙線其甲丁戊角形之甲丁線與丙丁戊角形之丙丁線等丁戊同線而甲丁戊丙丁戊兩皆直角卽對直角之甲戊戊丙兩線亦等一卷四夫乙戊與甲戊以對角等故既等一卷五戊丙與甲戊亦等則從

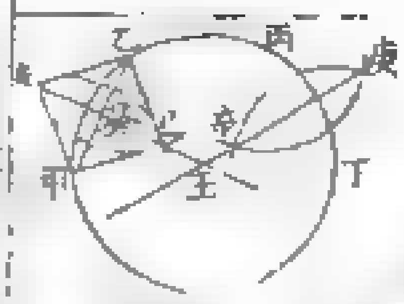
戊至界三線皆等而戊爲心本篇九



增求圓分之心有一簡法于甲乙丙圓分任取三點于甲于乙于丙以兩直線聯之各兩平分于丁于戊從丁從戊作甲乙乙丙之各垂線爲巳丁爲巳戊而相遇于巳卽巳爲圓心

論曰巳丁巳戊旣各以兩直角平分甲乙乙丙兩線卽圓之心當在兩垂線內一本篇而相遇于巳卽巳爲圓心

其用法圓界上任取四點爲甲爲乙爲丙爲丁次第兩



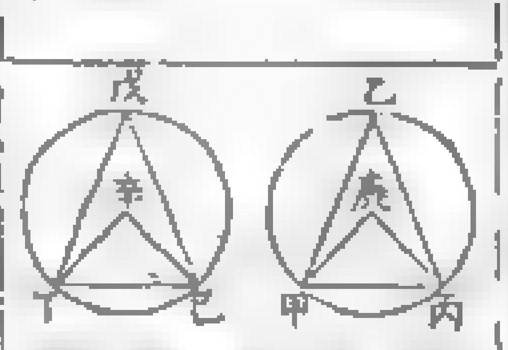
點各自爲心相向各任作圓分四圓分兩兩相交于戊于巳于庚于辛從戊巳從庚辛各作直線引長之交于壬卽壬爲圓心

論曰試作甲戊戊乙乙巳巳甲四直線此四線各爲同圓等圓之半徑各等卽甲戊巳角形之甲戊巳甲巳戊兩角等而乙戊巳角形之乙戊巳乙巳戊兩角亦等次作甲乙直線分戊巳于癸卽甲巳癸角形之甲巳邊與乙巳癸角形之乙巳邊等巳癸同邊而對甲巳癸角之甲癸邊與對乙巳癸角之乙癸邊亦等八一卷則甲癸巳乙癸巳俱爲直角而戊巳

線必過心本篇一依顯庚辛線亦過心而相遇于壬爲圓心

第二十六題二支

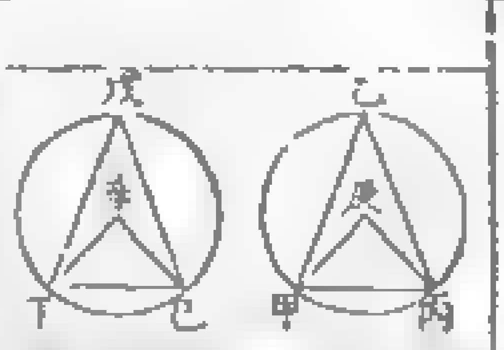
等圓之乘圓分角或在心或在界等其所乘之圓分亦等



先解在心者曰甲乙丙丁戊巳兩圓等其心爲庚爲辛有甲庚丙與丁辛巳兩乘圓角等

題言所乘之甲丙丁巳兩圓分亦等

論曰試于甲乙丙丁戊巳兩圓分之上任取兩點于乙于戊從乙作乙甲乙丙從戊作戊丁戊巳各兩線次作甲丙丁巳兩線相聯其乙與戊兩



角旣各半于庚辛兩角卽乙與戊自相等本篇二十一而所負甲乙丙與丁戊巳兩圓分相似本卷界說十又甲庚丙角形之甲庚庚丙兩邊與丁辛巳角形之丁辛辛巳兩邊各等庚角與辛角又等卽甲丙與丁巳兩邊亦等四一卷而相似之甲乙丙與丁戊巳兩圓分在等線上亦等本篇廿四夫相等圓減相等圓分則所存甲丙丁巳兩圓分亦等故六等角所乘之圓分等

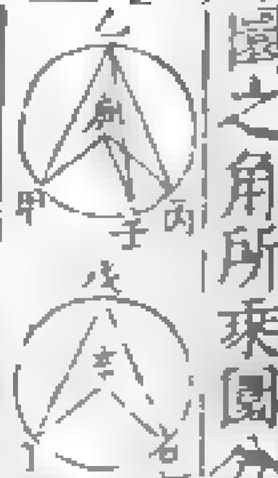
後解在界者曰兩圓之乙與戊兩乘圓角等題言所乘之甲丙丁巳兩圓分亦等

論曰乙戊兩角既等而庚辛兩角各倍于乙戊卽庚辛自相等（本篇二十）依前論甲丙丁巳兩邊亦自相等而甲乙丙與丁戊巳兩圜分亦等（本篇廿四）今于相等圜減相等圜分則所存甲丙丁巳兩圜分亦等

注曰後解極易明蓋庚辛角既各倍于乙戊則依先論甲丙丁巳自相等（在心之乘圜角與分圜角題與異名）

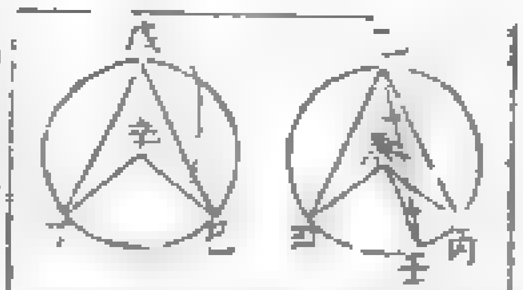
第二十七題（二支）

等圜之角所乘圜分等則其角或在心或在界俱等



先解在心者曰甲乙丙丁戊巳兩圜等其心爲庚爲辛若甲庚丙乘圜角所乘之甲丙分與丁辛巳所乘之丁巳分等題言甲庚丙丁辛巳兩角等

論曰如云不然而庚大于辛令作甲庚壬角與丁辛巳角等卽甲壬圜分宜與丁巳圜分等（本篇廿六）而甲丙與丁巳元等則甲壬與甲丙亦等乎



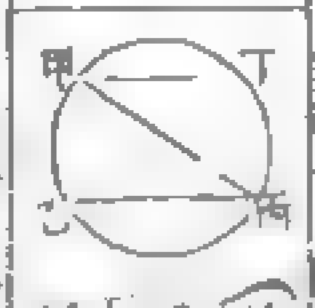
後解在界者曰甲丙丁巳兩圜分等題言其上乙戊兩角亦等（由前論而推辛角既等而庚角則戊角亦等者乙卽）

論曰如云不然而乙大于戊令作甲乙壬角與戊角等其甲乙壬與丁戊巳若等卽所乘之甲壬丁巳宜等（本篇廿六）而甲丙與丁巳元等則甲壬與甲丙亦等乎

增題從此推顯兩直線不相交而在一圜之內若兩線界相去之圜分等則兩線必平行若兩線平行則兩線界相去之圜分等

先解曰甲乙丙丁圜內有甲丁乙丙兩線其相去之甲乙丁丙兩圜分等題言兩線必平行

論曰試自甲至丙作直線相聯其甲乙丁丙既等卽甲丙乙與丙甲丁兩乘圜角亦等（本題）既內相對之兩角等卽兩線必平行（卷一廿七）



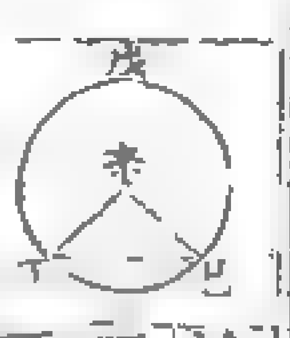
後解曰甲丁乙丙爲平行線題言甲乙丁丙兩圜分必等

論曰試作甲丙線其甲丁乙丙既平行卽內相對之兩角甲丙乙丙甲丁必等（卷一廿七）而所乘圜分甲乙丁丙亦等（本篇廿七）

第二十八題

等圜內之直線等則其割本圜之分大與大小與小各等

解曰甲乙丙丁戊巳兩圜等其心爲庚爲辛圜內有甲丙丁巳兩直線等題言甲乙丙與丁戊巳兩大分甲丙與丁巳兩小分各等

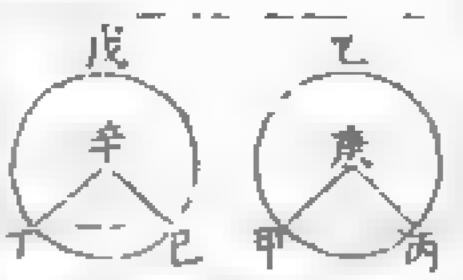


論曰試于甲庚庚丙丁辛辛巳各作直線其甲庚丙角形之甲丙與丁辛巳角形之丁巳兩底既等而甲庚庚丙兩腰與丁辛辛巳兩腰又等即庚辛兩角亦等一卷八其所乘之甲丙丁巳兩小分必等本篇廿六次減相等之甲丙丁巳兩小分則所存甲乙丙丁戊巳兩大分亦等

第二十九題

等圜之圜分等則其割圜分之直線亦等

解曰依前題兩圜之甲乙丙丁戊巳兩圜分等而甲丙丁巳兩圜分亦等



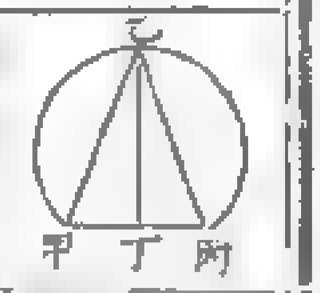
題言甲丙丁巳兩線必等

論曰依前題作四線其甲庚丙角形之甲庚庚丙兩腰與丁辛巳角形之丁辛辛巳兩腰等而庚辛兩角所乘之甲丙丁巳兩圜分等即庚辛兩角亦等本篇廿七而對等角之甲丙丁巳兩線必等一卷四

注曰第二十六至二十九四題所說俱等圜其在同圜亦依此論

第三十題

有圜之分求兩平分之

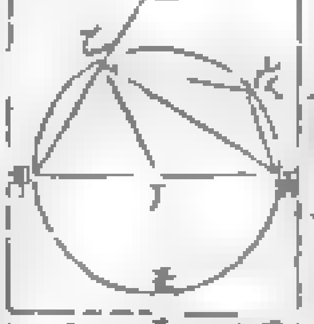


法曰甲乙丙圜分求兩平分先于分之兩界作甲丙線次兩平分于丁從丁作乙丁為甲丙之垂線即乙丁分甲乙丙圜分為兩平分

論曰從乙作乙甲乙丙兩線其甲乙丁角形之甲丁與丙乙丁角形之丙丁兩腰等丁乙同腰而甲丁乙與丁乙丙兩直角又等即對直角之甲乙乙丙兩底亦等一卷四而甲乙與乙丙兩圜分亦等本篇廿八則甲乙丙圜界兩平分于乙矣

第三十一題 五支

負半圜角必直角負大分角小于直角負小分角大于直角大圜分角大于直角小圜分角小于直角



解曰甲乙丙圜其心丁其徑甲丙于半圜分內任作甲乙丙角形即甲乙丙角負甲乙丙半圜分乙甲丙角負乙甲丙大分又任作乙戊丙角負乙戊丙小分題先言負半圜之甲乙丙為直角二言負大分之乙甲丙角小于直角三言負小分之乙戊丙角大于直角四言丙乙甲大圜分角大于直角後言丙乙戊小圜分角小于直角

先論曰試作乙丁線次以甲乙線引長之至巳其丁乙丁甲兩線等即丁乙甲丁甲乙兩角等一卷五依顯丁乙

丙丁、丙乙兩角亦等。而甲乙丙全角。與乙甲丙、甲丙乙、

兩角并等。又巳乙丙外角。亦與相對之乙甲丙、甲丙乙、

兩內角并等一卷卅二則巳乙丙與甲乙丙。等爲直角

二論曰。甲乙丙角形之甲乙丙既爲直角。則乙甲丙小

于直角一卷十七

三論曰。甲乙戊丙四邊形。在圜之內。其乙甲丙、乙戊丙、

相對兩角并等兩直角本篇廿二而乙甲丙小于直角則乙

戊丙大于直角

四論曰。甲乙丙直角爲丙乙甲大圜分角之分。則大于

直角

後論曰。丙乙戊小圜分角爲巳乙丙直角之分。則小于

直角

此題別有四解四論。先解曰。甲乙丙半圜。其心

丁。其上任作甲乙丙角。題言此爲直角

論曰。試作乙丁線。其丁乙、丁甲、兩線既等。即丁

乙甲、丁甲乙、兩角亦等一卷五而乙丁丙外角。既與丁乙

甲、丁甲乙、相對之兩內角并等一卷卅二即倍大于丁乙甲

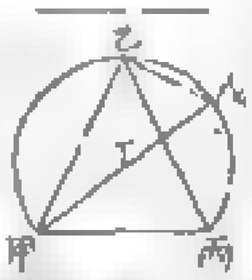
角。依顯乙丁甲外角。亦倍大于丁乙丙角。即乙丁甲、乙

丁丙、兩角并。亦倍大于甲乙丙角。夫乙丁甲、乙丁丙、并

等兩直角一卷十三則甲乙丙爲直角

二解曰。甲乙丙大圜分。其心丁。任作甲乙丙

角。題言此小于直角

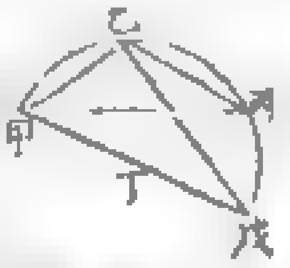


論曰。試作甲丁戊徑線。次作乙戊線相聯。其

甲乙戊既爲直角本題一論即甲乙丙爲其分。而小于直角

三解曰。甲乙丙小圜分。其心丁。任作甲乙丙

角。題言此大于直角



論曰。試作甲丁戊徑線。而引乙丙圜界至戊

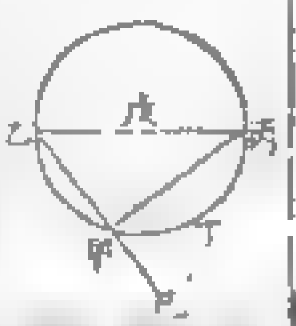
次作乙戊線。其甲乙戊既負半圜之直角。而爲甲乙丙

角之分。則甲乙丙大于直角

四五合解曰。甲乙丙大圜分。丙丁甲小圜分。其心戊。題

言丙甲乙大圜分角大于直角。丙甲丁小

圜分角小于直角



論曰。試作乙戊丙徑線。次作乙甲線。引長

之至巳。其乙甲丙直角。爲丙甲乙大圜分角之分。而丙

甲丁小圜分角。又爲巳甲丙直角之分。則大分角大于

直角。小分角小于直角

一系。凡角形之內。一角與兩角并等。其一角必直角。何

者。以外角與內相對之兩角等。則與外角等之內交角

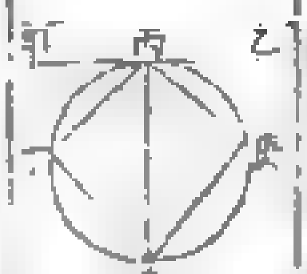
豈非直角乎

一系。大分之角。大于直角。小分之角。小于直角。終無有

角等于直角。又從小過大，從大過小，非大即小，終無相等。依此題四五論甚明，與本篇十六題增注互相發也。

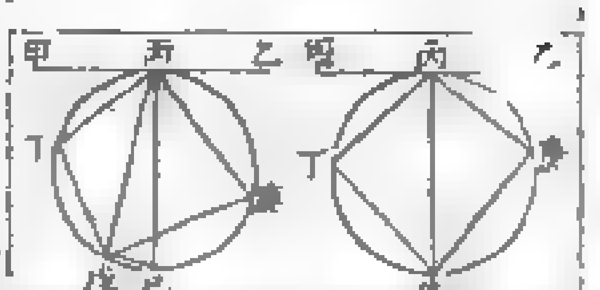
第三十二題

直線切圜，從切界任作直線割圜為兩分，分內各任為負圜角，其切線與割線所作兩角，與兩負圜角交互相等。



解曰：甲乙線切丙丁戊圜于丙，從丙任作丙戊直線，割圜為兩分，兩分內任作丙丁戊、丙庚戊兩負圜角。題言甲丙戊角與丙庚戊角，乙丙戊角與丙丁戊角交互相等。

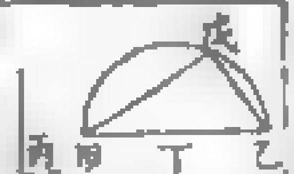
先論割圜線過心者。曰：如前圖，甲丙戊、乙丙戊兩皆直角（一卷十八），而丙庚戊、丙丁戊兩負半圜角亦皆直角（本篇卅一），則交互相等。



後論割圜線不過心者。曰：如後圖，試作丙己過心直線，次作戊己線相聯。其己丙為甲乙之垂線（三卷十八），而丙戊己為直角（本篇卅一），即戊丙己、己戊己丙兩角并等于一直角，亦等于甲丙己角矣。此兩率者各減同用之戊丙己角，即所存戊己丙與甲丙戊等也。夫戊己丙與丙庚戊元等（本卷廿一），則甲丙戊與丙庚戊交互相等。又丙丁戊庚四邊形之丙丁戊、丙庚戊兩對角并等兩直角（本篇廿二），而甲丙戊、乙丙戊兩交角亦等兩直角（一卷十三）。此二率者各減一相等之甲丙戊、丙庚戊，則所存丙丁戊、乙丙戊亦交互相等。

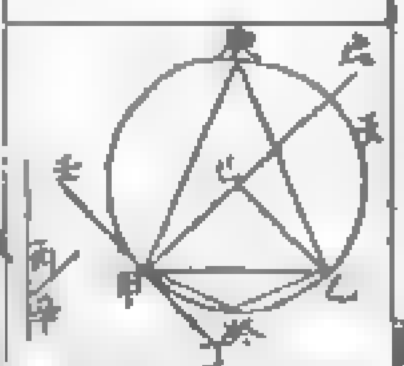
第三十三題

一線上求作圜分，而負圜分角與所設直線角等。



先法曰：設甲乙線，丙角，求線上作圜分，而負圜分角與丙等。其丙角或直或銳或鈍。若直角，先以甲乙兩平分于丁，次以丁為心，甲乙為界，作半圜，圜分內作甲戊乙角，即負半圜角，為直角（本篇卅一），如所求。

次法曰：若設丙銳角，先于甲點上作丁甲乙銳角，與丙等。



次作戊甲為甲丁之垂線，于甲乙之上。次作己乙甲角，與己甲乙角等。而乙己線與甲戊線遇于己，即己乙、己甲兩線等（一卷六）。末以己為心，甲為界，作甲庚圜，必過乙。即甲庚乙圜分內，甲乙線上所作負圜分角，必為銳角，而與丙等。

論曰：試作甲庚乙角，其甲己戊線過己心，而丁甲又為戊甲之垂線，即丁甲線切甲庚乙圜于甲（本篇十六之系），則丁甲乙與甲庚乙兩角交互相等（本篇卅二），如所求。

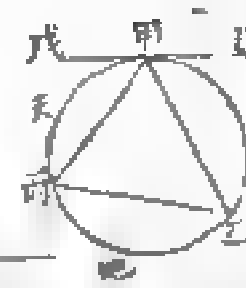
後法曰：若設辛鈍角，依前作壬甲乙鈍角，與辛等。次作

戊甲爲壬甲之垂線餘倣第二法而于甲乙線上作甲癸乙角卽與辛等

後論同次

第三十四題

設圜求割一分而負圜分角與所設直線角等



法曰設甲乙丙圜求割一分而負圜分角與丁等先作戊巳直線切圜于甲（本篇十七）次作巳甲乙角與丁等卽割圜之甲乙線上所作甲丙乙角負甲丙乙圜分而與丁等何者巳甲乙角與丁等亦與甲丙乙交互相等故（本篇三十二）

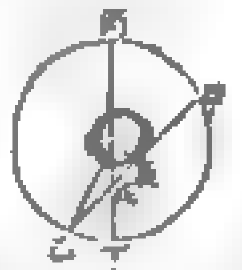
第三十五題

圜內兩直線交而相分各兩分線矩內直角形等

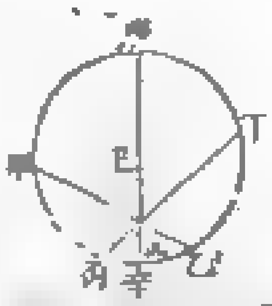
解曰甲丙乙丁圜內有甲乙丙丁兩線交而相分于戊題言甲戊偕戊乙與丙戊偕戊丁兩矩內直角形等其兩線或俱過心或一過心一不過心或俱不過心若俱過心者其各分四線等卽兩矩內直角形亦等

先論曰圜內線獨丙丁過巳心者又有二種其一丙丁平分甲乙線于戊卽丙戊線在甲乙上爲兩直角（本篇三）試作巳乙線相聯其丙丁線旣兩平分于巳又任兩分于戊卽丙戊偕戊丁矩內直角形及巳戊上直角方形并與等巳丁之巳乙上直角方形等（二卷五）夫巳乙上直角方形與巳戊戊乙上兩直角方形并等（一卷四七）卽丙戊偕戊丁矩內直角形及巳戊上直角方形并與巳戊戊乙上兩直角方形并亦等矣次每減同用之巳戊上直角方形則所存丙戊偕戊丁矩內直角形不與戊乙上直角方形等乎戊乙與甲戊旣等卽甲戊偕戊乙矩內直角形與丙戊偕戊丁矩內直角形亦等

次論曰若丙丁任分甲乙線于戊卽以甲乙線兩平分于庚次于庚巳巳乙各作直線相聯卽巳庚爲甲乙之垂線而成兩直角（本篇三）其丙戊偕戊丁矩內直角形及巳戊上直角方形并與等巳丁之巳乙上直角方形等（二卷五）而巳戊上直角方形與巳庚庚戊上兩直角方形并等（一卷四七）巳乙上直角方形與巳庚庚乙上兩直角方形并亦等則丙戊偕戊丁矩內直角形及巳庚庚戊上兩直角方形并與巳庚庚乙上兩直角方形并等次每減同用之巳庚上直角方形卽所存丙戊偕戊丁矩內直角形及庚戊上直角方形不與庚乙上直角



方形等乎。夫甲戊偕戊乙矩內直角形及庚戊上直角方形并。亦與庚乙上直角方形等（二卷五）此二相等率者每減同用之庚戊上直角方形則丙戊偕戊丁。與甲戊偕戊乙兩矩內直角形等矣



後論曰。圜內兩線俱不過心者。內有二種。或一線平分。或兩俱任分。皆從巳心與戊相聯作直線引長之。為庚辛線。依上論甲戊偕戊乙矩內直角形。不論甲乙線平分任分。皆與過心之庚戊偕戊辛矩內直角形等。又依上論丙戊偕戊丁矩內直角形。不論丙丁線平

分任分。亦與過心之庚戊偕戊辛矩內直角形等。則甲戊偕戊乙與丙戊偕戊丁兩矩內直角形等

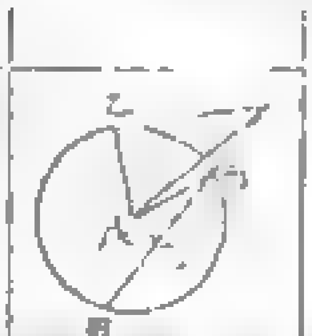
第三十六題

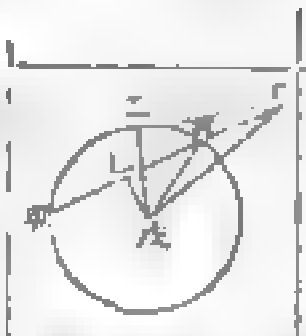
圜外任取一點。從點出兩直線。一切圜。一割圜。其割圜之全線偕規外線矩內直角形。與切圜線上直角方形等

解曰。甲乙丙圜外。任取丁點。從丁作丁乙線切圜于乙。（本篇十七）作丁甲線截圜界于丙。題言甲丁偕丙丁矩內直角形與丁乙上直角方形等

先論丁甲過戊心者曰。試作乙戊線。為丁乙之垂線（本篇十八）其甲丙線平分于戊。又引出一丙丁線。即甲丁偕丙丁矩內直角形及等戊丙之戊乙上直角方形并。與戊丁上直角方形等（二卷六）而戊丁上直角方形與戊乙丁乙上兩直角方形并等（一卷四七）即甲丁偕丙丁矩內直角形及戊乙上直角方形。與戊乙丁乙上兩直角方形并等。此兩率者。每減同用之戊乙上直角方形則所存甲丁偕丙丁矩內直角形。與丁乙上直角方形等

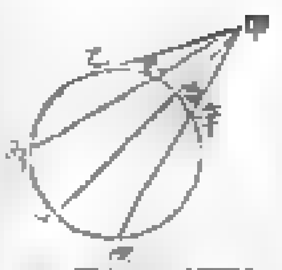
後論丁甲不過戊心者曰。試以甲丙線兩平分于巳。次從戊心作戊巳戊丙戊丁戊乙四線。即





戊乙為丁乙之垂線（本篇十八）戊巳為甲丙之垂線（本篇三）其甲丙線既兩平分于巳。又引出一丙丁線。即甲丁偕丁丙矩內直角形及巳丙上直角方形并。與巳丁上直角方形等（二卷六）次每加一戊巳上直角方形。即甲丁偕丁丙矩內直角形及巳丙戊巳上兩直角方形并與巳丁戊巳上兩直角方形并等。夫巳丙戊巳上兩直角方形并與等戊丙之戊乙上直角方形等（一卷四七）而戊丁上直角方形與巳丁戊巳上兩直角方形并等。即甲丁偕丁丙矩內直角形及戊乙上直角方形與戊丁上

直角方形等矣。又戊丁上直角方形與戊乙、丁乙上兩直角方形并等。即甲丁偕丁丙矩內直角形及戊乙上直角方形并與戊乙、丁乙上兩直角方形并等。次每減同用之戊乙上直角方形。則所存甲丁偕丁丙矩內直角形與丁乙上直角方形等



一系。若從圜外一點作數線至規內。各全線偕規外線矩內直角形俱等。如從甲作甲丙、甲丁、甲戊各線截圜界于己于庚于辛。其甲丙偕己甲、甲丁偕庚甲、甲戊偕辛甲各矩內直角形俱等。何者。試作甲乙切圜線。則各矩線內直角形與甲乙上直角方形俱等故（本篇）

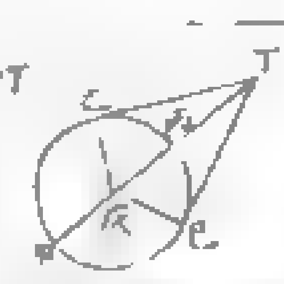
二系。從圜外一點作兩直線切圜。此兩線等。如甲點作甲乙、甲丙兩切圜線。即甲丙與甲乙等。何者。試從甲作甲丁線截圜界于戊。其甲乙、甲丙上兩直角方形各與甲丁偕甲戊矩內直角形等（本題）則此兩直角方形自相等

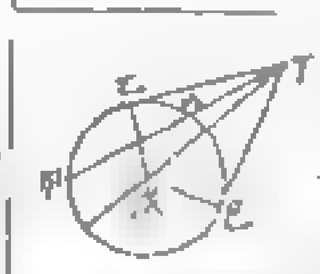
三系。從圜外一點止可作兩直線切圜。若言從甲既作甲乙、甲丙兩線切圜。又可作甲丁線亦切圜。令從戊心作戊乙、戊丁兩線。即甲乙戊為直角。而甲丁戊亦宜等為直角（本篇十八）試作甲戊直線。則甲乙戊角形內有甲丁戊角。應大于甲乙戊角（一卷廿一）安得為直角也。又甲乙、甲丁。若俱切圜。即兩線宜等（本題二系）。試作甲戊線截圜于己。則甲丁為近己線甚小。當小于遠己之甲乙線（本篇八）。又安得相等也。故一點上止可作切圜線兩也

第三十七題

圜外任于一點出兩直線。一至規外。一割圜至規內。而割圜全線偕割圜之規外線矩內直角形與至規外之線上直角方形等。則至規外之線必切圜

解曰。甲乙丙圜。其心戊。從丁點作丁乙至規外之線。遇圜界于乙。又作丁甲割圜至規內之線。而截圜界于丙。其丁甲偕丁丙矩內直角形與丁乙上直角方形等。題言丁乙為切圜線。





論曰。試從丁作丁己線切圜于己（本篇十七）。次作戊乙、戊己兩線相聯。若丁甲不過戊心者。又作丁戊直線。其丁己上直角方形與丁甲偕丁丙矩內直角形等（本篇卅六）。而丁乙上直角方形與丁甲偕丁丙矩內直角形亦等。則丁乙、丁己上兩直角方形自相等。而丁乙、丁己兩線亦等。夫丁乙戊角形之丁乙、乙戊與丁己戊角形之丁己、己戊各兩腰等。丁戊同底

即兩角形之三角各等一卷八 而對丁戊底之丁巳戊爲直角本篇十八即丁乙戊亦直角。故丁乙爲切圜線本篇十六之系

幾何原本第三卷終

幾何原本第四卷之首

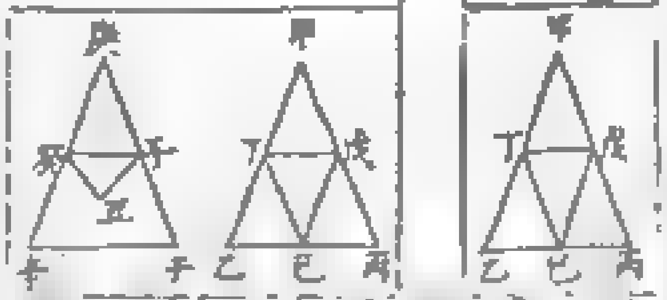
泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

界說七則

第一界

直線形居他直線形內。而此形之各角切他形之各邊。爲形內切形

此卷將論切形在圜之內外。及作圜在形之內外。故解形之切在形內。及切在形外者。先以直線形爲例。如前圖。丁戊巳角形之丁、戊、巳三角切甲乙丙角形之甲乙、乙丙、丙甲三邊。則丁戊巳爲甲乙丙之形內切形。如後圖。癸子丑角形。雖癸子兩角切庚辛壬角形之庚辛、壬庚兩邊。而丑角不切辛壬邊。則癸子丑不可謂庚辛壬之形內切形



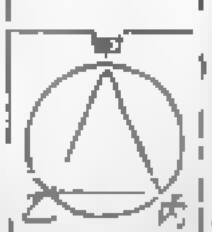
第二界

直線形居他直線形外。而此形之各邊切他形之各角。爲形外切形

如第一界圖。甲乙丙爲丁巳戊之形外切形 其餘各形。倣此二例

第三界

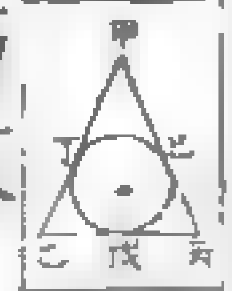
直線形之各角切圜之界爲圜內切形



甲乙丙形之三角各切圜界于甲于乙于丙是也

第四界

直線形之各邊切圜之界爲圜外切形



甲乙丙形之三邊切圜界于丁于己于戊是也

第五界

圜之界切直線形之各邊爲形內切圜

同第四界圖

第六界

圜之界切直線形之各角爲形外切圜

同第三界圖

第七界

直線之兩界各抵圜界爲合圜線

甲乙線兩界各抵甲乙丙圜之界爲合圜線若丙抵圜而丁不至及戊之兩俱不至不爲合圜線

幾何原本第四卷之首終

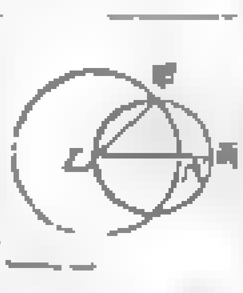
幾何原本第四卷　本篇論圜內外形　計十六題

泰西利瑪竇口譯

吳淞徐光啓筆受

第一題

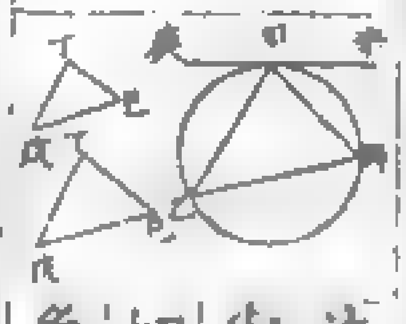
有圜求作合圜線與所設線等此設線不大于圜之徑線



法曰甲乙丙圜求作合圜線與所設丁線等其丁線不大于圜之徑線（徑爲圜內之最大線更大不可合見三卷十五）先作甲乙圜徑爲乙丙若乙丙與丁等者即是合線若丁小于徑者即于乙丙上截取乙戊與丁等次以乙爲心戊爲界作甲戊圜交甲乙丙圜于甲末作甲乙合線即與丁等何者甲乙與乙戊等則與丁等

第二題

有圜求作圜內三角切形與所設三角形等角



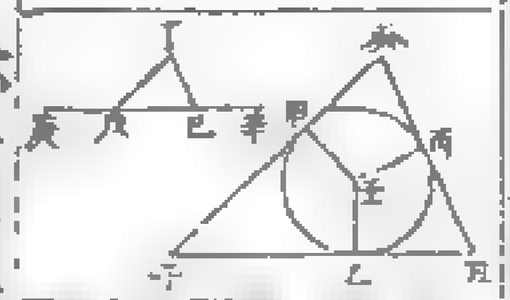
法曰甲乙丙圜求作圜內三角切形其三角與所設丁戊巳形之三角各等先作庚辛線切圜于甲（三卷十七）次作庚甲乙角與設形之巳角等次作辛甲丙角與設形之戊角等末作乙丙線即圜內三角切形與所設丁戊巳形等角

論曰甲丙乙與庚甲乙兩角等甲乙丙與辛甲丙兩角亦等（三卷卅二）而庚甲乙辛甲丙兩角既與所設巳戊兩角

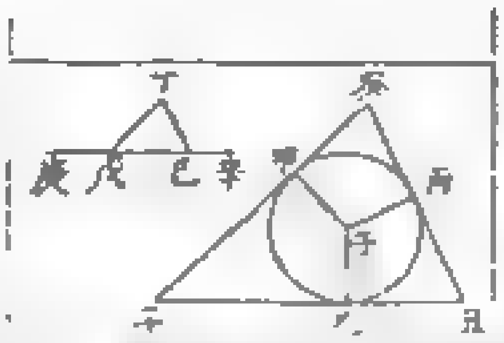
各等。即甲丙乙、甲乙丙。亦與巳戊、各等。而乙甲丙。必與丁等（一卷卅二）則三角俱等

第三題

有圜求作圜外三角切形。與所設三角形等角



法曰。甲乙丙圜。求作圜外三角切形。其三角與所設丁戊巳形之三角各等。先于戊巳一邊引長之。為庚辛。次于圜界抵心作甲壬線。次作甲壬乙角。與丁戊庚等。次作乙壬丙角。與丁巳辛等。末于甲、乙、丙、上作癸子、子丑、丑癸三垂線。此三線各切圜于甲、于乙、于丙（三卷十六之系）而相遇于子、于丑、于癸（若作甲丙線。即癸甲丙、癸丙甲兩角。俱小于兩直角。而子癸、丑癸、兩線必相遇。餘二做此）此癸子、丑三角與所設丁戊巳三角各等



論曰。甲壬乙子四邊形之四角。與四直角等（一卷卅二題）而壬甲子、壬乙子、兩為直角。即甲壬乙、甲子乙、兩角幷。等兩直角。彼丁戊庚、丁戊巳兩角幷。亦等兩直角（一卷十三）此二等率者。每減一相等之丁戊庚、甲壬乙。則所存丁戊巳、與甲子乙等。依顯丑角、與丁巳戊等。則癸與丁亦等（一卷卅二）而癸子丑與丁戊巳。兩形之各三角、俱等

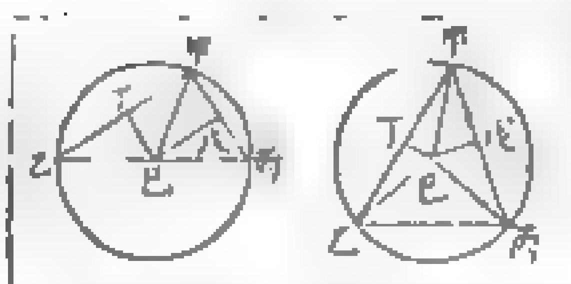
第四題

三角形。求作形內切圜

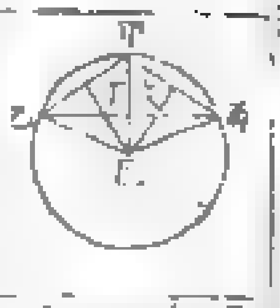
法曰。甲乙丙角形。求作形內切圜。先以甲乙丙角甲丙乙角各兩平分之（一卷九）作乙丁、丙丁、兩直線相遇于丁。次自丁至角形之三邊各作垂線。為丁巳、丁庚、丁戊。其戊丁乙角形之丁戊乙、丁乙戊、兩角。與乙丁巳角形之丁巳乙、丁乙巳、兩角各等。乙丁同邊。即丁戊、丁巳、兩邊亦等（一卷廿六）依顯丁丙巳角形與丁庚丙角形之丁巳、丁庚、兩邊亦等。即丁戊、丁巳、丁庚三線俱等。末作圜。以丁為心。戊為界。即過庚、巳、為戊庚巳圜。而切角形之甲乙、乙丙、丙甲、三邊于戊、于巳、于庚（三卷十六之系）此為形內切圜

第五題

三角形。求作形外切圜



法曰。甲乙丙角形。求作形外切圜。先平分兩邊（若形是直角鈍角。則分直角鈍角之兩旁邊）于丁、于戊。次于丁、戊上各作垂線。為巳丁、巳戊。而相遇于巳（若自丁至戊作直線。即巳丁戊、巳戊丁兩角。小于兩直角。故丁巳、戊巳兩線必相遇）其巳點或在形內。或在形外。俱作巳甲、巳乙、巳丙三線。或在乙丙邊上。止作巳甲線。其

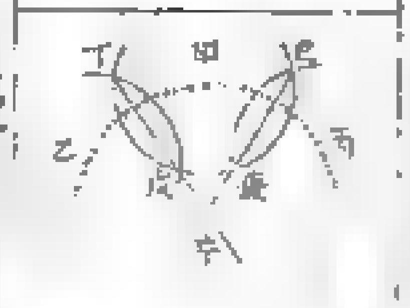


甲丁巳角形之甲丁、與乙丁巳角形之乙丁、兩腰等丁巳同腰而丁之兩旁角俱直角卽甲巳巳乙兩底必等一卷四 依顯甲巳戊丙巳戊兩形之甲巳巳丙兩底亦等則巳甲、巳乙巳丙三線俱等。末作圜以巳爲心甲爲界必切丙乙、而爲角形之形外切圜

一系若圜心在三角形內卽三角形爲銳角形何者每角在圜大分之上故若在一邊之上卽爲直角形。若在形外卽爲鈍角形

二系若三角形爲銳角形卽圜心必在形內若直角形必在一邊之上若鈍角形必在形外

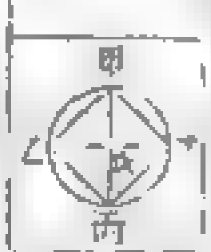
增從此推得一法任設三點不在一直線可作一過三點之圜其法先以三點作三直線相聯成三角形次依前作



其用法甲、乙丙三點先以甲乙兩點各自爲心相向各任作圜分令兩圜分相交于丁于戊次甲丙兩點亦如之令兩圜分相交于巳于庚末作丁戊巳庚兩線各引長之令相交于辛。卽辛爲圜之心　論見三卷二十五增

第六題

有圜求作內切圜直角方形



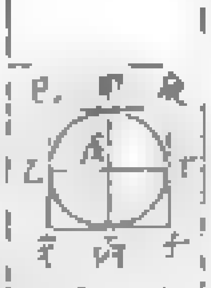
法曰甲乙丙丁圜其心戊求作內切圜直角方形。先作甲丙乙丁兩徑線以直角相交于戊次作甲乙乙丙丙丁丁甲四線卽甲乙丙丁爲內切圜直角方形

論曰甲乙戊角形之甲戊與乙戊丙角形之戊丙兩腰等乙戊同腰而腰間角兩爲直角卽其底甲乙乙丙等一卷四 依顯乙丙丙丁亦等則四邊形之四邊俱等。而甲乙丙丁四角皆在半圜分之上又皆直角三卷卅一是爲內切圜直角方形

第七題

有圜求作外切圜直角方形

法曰甲乙丙丁圜其心戊求作外切圜直角方形先作甲丙乙丁兩徑線以直角相交于戊次



于甲乙丙丁作庚巳巳辛辛壬壬庚四線爲兩徑之垂線而相遇于巳于辛于壬于庚卽巳庚壬辛爲外切圜直角方形

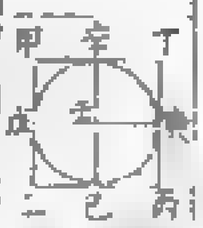
論曰甲戊乙巳乙戊既皆直角卽巳辛甲丙平行一卷廿八 依顯甲丙庚壬亦平行則巳庚辛壬亦平行一卷三十 又甲

丙辛巳既直角形卽甲丙巳辛必等（一卷卅四）而甲丙辛甲
巳辛兩角亦等甲丙辛既直角卽甲巳辛亦直角依顯
庚壬辛亦直角而辛壬壬庚庚巳三邊俱等于甲丙乙
丁兩徑既四邊俱等于兩徑則巳庚壬辛爲直角方形
而四邊各切圜（三卷十六之系）

第八題

直角方形求作形內切圜

法曰甲乙丙丁直角方形求作形內切圜先以
四邊各兩平分于戊于巳于庚于辛而作辛巳
戊庚兩線交　壬其甲丁與乙丙既平行相等卽半減



線之甲辛乙巳亦平行相等而甲乙與辛巳亦
平行相等（一卷卅三）依顯丁丙與辛巳亦平行相等
甲丁乙丙戊庚俱平行相等而甲壬乙壬丙壬丁壬四
俱直角形壬戊壬巳壬庚壬辛四線與甲辛戊乙丁辛
甲戊四線各等夫甲辛戊乙丁辛甲戊各爲等線之半
卽與之等者壬戊壬巳壬庚壬辛亦自相等次作圜以
壬爲心戊爲界必過巳庚辛而切甲丁丁丙丙乙乙甲
四邊（三卷十六）是爲形內切圜

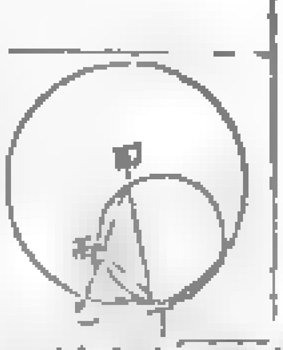
第九題

直角方形求作形外切圜

法曰甲乙丙丁直角方形求作外切圜先作對
角兩線爲甲丙乙丁而交于戊其甲乙丁角形
之甲乙甲丁兩腰等卽甲乙丁甲丁乙兩角亦等（一卷五）
而乙甲丁爲直角卽甲乙丁甲丁乙俱半直角（一卷卅二）依
顯丙乙丁丙丁乙亦俱半直角而四角俱等又戊甲丁
戊丁甲兩角等卽戊甲戊丁兩邊亦等（一卷六）依顯戊甲
戊乙兩邊亦等而戊乙戊丙兩邊戊丙戊丁兩邊各等
次作圜以戊爲心甲爲界必過乙丙丁而爲形外切圜

第十題

求作兩邊等三角形而底上兩角各倍大于腰間角



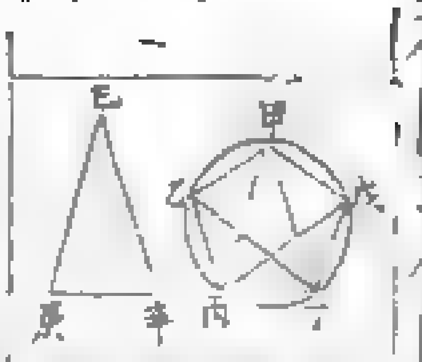
法曰先任作甲乙線次分之于丙其分之須
甲乙偕丙乙矩內直角形與甲丙上直角方
形等（二卷十一）次以甲爲心乙爲界作乙丁圜次
作乙丁合圜線與甲丙等（本篇一）末作甲丁線相聯其甲
乙甲丁等卽甲乙丁爲兩邊等角形而甲乙丁甲丁乙
兩角各倍大于甲角

論曰試作丙丁線而甲丙丁角形外作甲丙丁切圜（本篇五）
其甲乙偕丙乙矩內直角形與甲丙上直角方形等
卽亦與至規外之乙丁上直角方形等而乙丁線切甲
丙丁圜于丁（三卷卅七）卽乙丁切線偕丁丙割線所作乙丁

丙角與負丁甲丙圜分之甲角交互相等三卷卅二此二率者每加一丙丁甲角即甲丁乙全角與丙甲丁、丙丁甲兩角并等夫乙丙丁外角亦與丙甲丁、丙丁甲相對之兩內角等一卷卅二即乙丙丁角與甲丁乙全角等而與相等之甲乙丁亦等丙丁與乙丁兩線亦等一卷六夫乙丁元與甲丙等即丙丁與甲丙亦等丙甲丁、丙丁甲兩角亦等而甲角既與乙丁丙角等即乙丁丙與丙丁甲兩角亦等是甲丁乙倍大于丙丁甲必倍大于相等之甲角也而相等之甲乙丁亦倍大于甲也

第十一題

有圜求作圜內五邊切形其形等邊等角



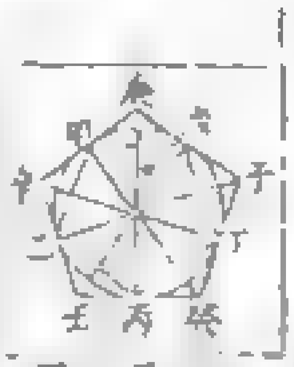
法曰甲乙丙丁戊圜求作五邊內切圜形等邊等角先作巳庚辛兩邊等角形而庚辛兩角各倍大于巳角本篇十次于圜內作甲丙丁角形與巳庚辛角形各等角本篇二次以甲丙丁、丁丙兩角各兩平分一卷九作丙戊、丁乙兩線末作甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊甲五線相聯即甲乙丙丁戊為五邊內切圜形而五邊五角俱自相等

論曰甲丙丁、甲丁丙兩角皆倍大于丙甲丁角而兩角又平分即甲丁乙、乙丁丙、丙甲丁、丁丙戊、戊丙甲五角皆等而五角所乘之甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊甲五圜分亦等三卷廿六即甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊甲五線亦等三卷廿九是五邊形之五邊等又甲乙、戊丁兩圜分等而各加一乙丙丁圜分即甲乙丙丁、與戊丁丙乙兩圜分等乘兩圜分之甲戊丁、乙甲戊兩角亦等依顯餘三角與兩角俱等是五邊形之五角等

第十二題

有圜求作圜外五邊切形其形等邊等角

法曰甲乙丙丁戊圜求作五邊外切圜形等邊等角先作圜內甲乙丙丁戊五邊等邊等角切形本篇十一次從巳心作巳甲、巳乙、巳丙、巳丁、巳戊五線次從此五線作庚辛、辛壬、壬癸、癸子、子庚五垂線相遇于庚于辛、于壬、于癸、于子庚戊甲庚甲戊兩角小于兩直角故因奚戊庚線必相等得四邊此五垂線既切圜三卷十六即成外切圜



五邊形而等邊等角

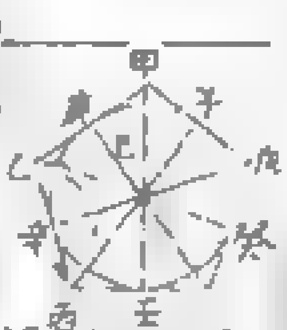
論曰試從巳心作巳庚、巳辛、巳壬、巳癸、巳子五線其巳甲、甲辛上兩直角方形巳乙、乙辛上兩直角方形之兩并各與巳辛上直角方形等一卷四七即兩并自相等此兩并率者每減一相等之甲巳、巳乙上直角方形即所存甲辛、辛乙兩直角方形等則甲辛、辛乙兩線等也又

甲巳辛角形之甲巳與乙巳辛角形之乙巳兩腰等。巳辛同腰。而甲辛、辛乙兩底又等。即甲巳辛、辛巳乙兩角等（一卷八）。而甲辛巳、乙辛巳兩角亦等（一卷四）。則甲巳乙角倍大于辛巳乙角也。依顯乙巳丙角亦倍大于乙巳壬角也。又甲巳乙、乙巳丙兩角乘甲乙、乙丙相等之兩圜分（□故圜分等。見三卷廿八）。即兩角自相等（三卷廿七）。半减之辛巳乙、乙巳壬兩角亦等。乙巳辛角形之乙巳辛、辛乙巳兩角與乙巳壬角形之乙巳壬、壬乙巳兩角各等。而乙巳同邊。是辛乙、乙壬兩邊亦等也（一卷廿六）。乙辛巳、乙壬巳兩角亦等也。則辛壬線倍

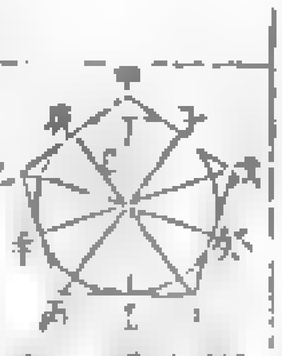
大于辛乙線也。依顯庚辛線亦倍大于辛甲線也。前已顯甲辛、辛乙兩線等。則倍大之庚辛、辛壬兩線亦等也。依顯壬癸、癸子、子庚與庚辛、辛壬俱等也。是爲庚辛壬癸子形之五邊等。又依前所顯乙辛巳與乙壬巳兩角等。是乙辛甲之减半角與乙壬丙之减半角等。即倍大之乙辛甲與乙壬丙亦等也。依顯辛壬癸、壬癸子、癸子庚、子庚辛與庚辛壬俱等也。是爲庚辛壬癸子形之五角等

第十三題

五邊等邊等角形。求作形內切圜



法曰。甲乙丙丁戊五邊等邊等角形。求作內切圜。先分乙甲戊、甲乙丙兩角各兩平分（一卷九）。其線爲巳甲、巳乙。而相遇于巳（巳甲乙、巳乙甲兩角小于兩直角。故巳甲、巳乙兩線必相遇）。自巳作巳丙、巳丁、巳戊三線。其甲巳乙角形之甲乙腰與乙巳丙角形之乙丙腰等。乙巳同腰。而兩腰間之甲乙巳、巳乙丙兩角等。即甲巳、巳丙兩底亦等（一卷四）。又乙甲戊與乙丙丁兩角等。而乙甲巳爲乙甲戊之半。即乙丙巳亦乙丙丁之半。則乙丙丁角亦兩平分于巳丙線矣。依顯丙丁戊、丁戊甲兩角亦兩平分于巳丁、巳戊兩線矣。次

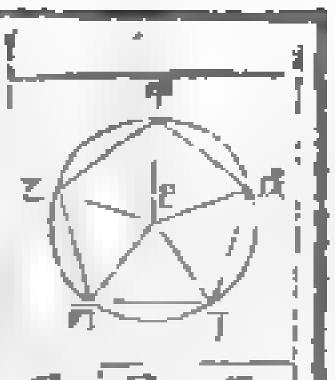


從巳向各邊作巳庚、巳辛、巳壬、巳癸、巳子五垂線。其甲巳庚角形之巳甲庚、巳庚甲兩角與甲巳子角形之巳甲子、巳子甲兩角各等。甲巳同邊。即兩形必等（一卷廿六）。巳子與巳庚兩線亦等。依顯巳辛、巳壬、巳癸三垂線與巳庚、巳子兩垂線俱等。末作圜。以巳爲心。庚爲界。必過辛、壬、癸、子。而爲甲乙丙丁戊五邊形之內切圜（三卷十六）

第十四題

五邊等邊等角形。求作形外切圜

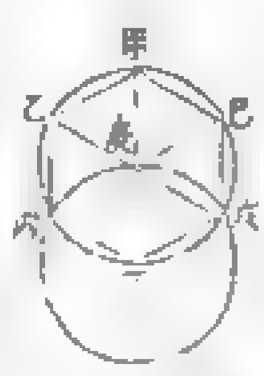
法曰。甲乙丙丁戊五邊等邊等角形。求作外切圜。先分



乙甲戊、甲乙丙、兩角。各兩平分。其線爲巳甲、
巳乙、而相遇于巳前說見 次從巳作巳丙、巳丁、
巳戊、三線。依前題論推顯乙丙丁、丙丁戊、丁
戊甲、三角。各兩平分于巳丙、巳丁、巳戊、三線。夫五角既
等。卽其半減之角亦等。而甲乙巳角形之巳甲乙、巳乙
甲、兩角等。卽甲巳與巳乙兩線亦等一卷六 依顯巳丙、巳
丁、巳戊、三線與巳甲、巳乙、俱等。末作圜。以巳爲心。甲爲
界。必過乙、丙、丁、戊、而爲甲乙丙丁戊五邊形之外切圜

第十五題

有圜求作圜內六邊切形。其形等邊等角



法曰。甲乙丙丁戊巳圜。其心庚。求作六邊
內切圜形等邊等角。先作甲丁徑線。次以
丁爲心。庚爲界。作圜。兩圜相交于丙、于戊
次從庚心作丙庚、戊庚、兩線。各引長之。爲丙巳、戊乙。末
作甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊巳、巳甲、六線相聯。卽成甲乙
丙丁戊巳內切圜六邊形。而等邊等角

論曰。庚丙、庚丁、兩線等。而丁丙與丁庚亦等依圜界說 三邊
俱等。卽庚丙丁爲平邊角形。而庚丁丙、丁丙庚、丙庚丁、
三角俱等一卷五 此三角。元與兩直角等一卷卅二 卽每角爲
兩直角三分之一。而丙庚丁角爲兩直角三分之一也

依顯丁庚戊角。亦兩直角三分之一。而丙庚丁、丁庚戊、
戊庚巳三角。又等于兩直角一卷十三 卽戊庚巳角亦兩直
角三分之一矣。則丙庚丁、丁庚戊、戊庚巳、三角亦自相
等。而此三角與巳庚甲、甲庚乙、乙庚丙、三角亦等一卷十五
是輳庚心之六角俱自相等。而所乘之六圜分三卷廿六 及
甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊巳、巳甲、六線俱自相等三卷廿九 則
甲乙丙丁戊巳形之六邊等。又乙丙與甲巳兩圜分等。
而各加一丙丁戊巳圜分。卽乙丙丁戊巳與甲巳戊丁
丙。兩圜分等。而所乘之乙甲巳與甲乙丙、兩角等三卷廿七
依顯乙丙丁、丙丁戊、丁戊巳、戊巳甲、四角與乙甲巳、甲

乙丙、兩角俱等。則甲乙丙丁戊己形之六角等

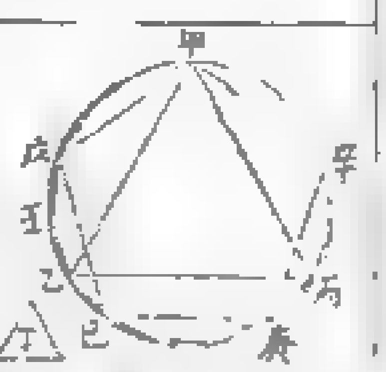
一系。凡圜之半徑爲六分圜之一之分弦。何者。庚丁與
丁丙等。故一開規爲圜。不動而可六平分之

二系。依前十二、十三、十四題。可作六邊等邊等角形在
圜之外。又六邊等邊等角形內。可作切圜。又六邊等邊
等角形外。可作切圜

第十六題

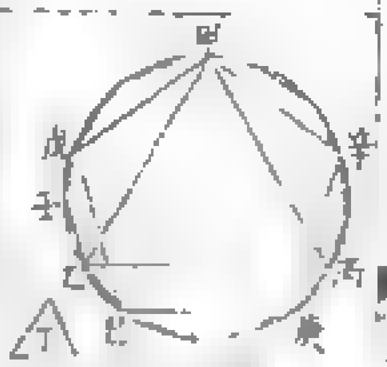
有圜求作圜內十五邊切形。其形等邊等角

法曰。甲乙丙圜。求作十五邊內切圜形等邊等角。先作
甲乙丙內切圜平邊三角形。與丁等角本篇二 卽三邊等



而甲乙乙丙丙甲三圜分亦等二卷廿八夫甲乙丙圜十五分之則甲乙三分圜之一當爲十五分之五次從甲作甲戊戊巳庚辛內切圜五邊形等角本篇十一卽甲戊戊巳巳庚庚辛辛甲五圜分等三卷廿八夫甲乙丙圜十五分之則甲戊五分圜之一當爲十五分之三而戊乙得十五分之二次以戊乙圜分兩平分于壬三卷卅則壬乙得十五分之一次作壬乙線依壬乙共作十五合圜線本篇一則成十五邊等邊形而十五角所乘之圜分等卽各角亦等三卷廿七

一系依前十二十三十四題可作外切圜十五邊形又十五邊形內可作切圜又十五邊形外可作切圜

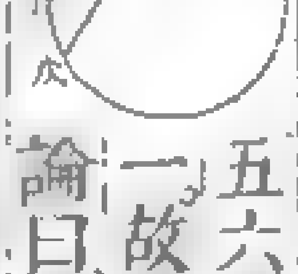


注曰依此法可設一法作無量數形如本題圖甲乙圜分爲三分圜之一卽命三甲戊圜分爲五分圜之一卽命五三與五相乘得十五卽知此兩分法可作十五邊形又如甲乙命三甲戊命五三與五較得二卽知戊乙得十五分之二因分戊乙爲兩平分得壬乙線爲十五分之一可作內切圜十五邊形也以此法爲例作後題

增題若圜內從一點設切圜兩不等等邊等角形之各一邊此兩邊一爲若干分圜之一一爲若干分圜之一此兩若干分相乘之數卽後作形之邊數此兩若干分之較數卽兩邊相距之圜分所得後作形邊數內之分數

法曰甲乙丙丁戊圜內從甲點作數形之各一邊如甲乙爲六邊形之一邊甲丙爲五邊形之一邊甲丁爲四邊形之一邊甲戊爲三邊形之一邊甲乙命六甲丙命五較數一卽乙丙圜分爲所作三十邊等邊等角形之一邊何者

五六相乘爲三十故當作三十邊也較數一故當爲一邊也



論曰甲乙圜分爲六分圜之一卽得三十分圜之五而甲丙爲五分圜之一卽得三十分圜之六則乙丙得三十分圜之一也依顯乙丁爲二十四邊形之二邊也何者甲乙命六甲丁命四六乘四得二十四也又較數二也依顯乙戊爲十八邊形之三邊也丙丁爲二十邊形之一邊也丙戊爲十五邊形之二邊也丁戊爲十二邊形之一邊也

二系凡作形于圜之內等邊則等角何者形之角所乘

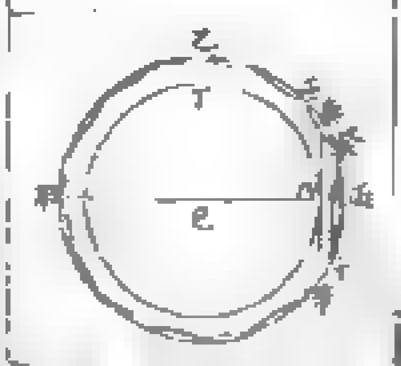
之圜分皆等。故（三卷廿七）凡作形于圜之外。卽從圜心作直線抵各角。依本篇十二題可推顯各角等

二系。凡等邊形既可作在圜內。卽依圜內形可作在圜外。卽形內可作圜。卽形外亦可作圜。皆依本篇十二十三十四題

四系。凡圜內有一形。欲作他形。其形邊倍于此形邊。卽分此形一邊所合之圜分爲兩平分。而每分各作一合線。卽三邊可作六邊。四邊可作八邊。倣此以至無窮

又補題。圜內有同心圜。求作一多邊形。切大圜。不至小圜。其多邊爲偶數而等

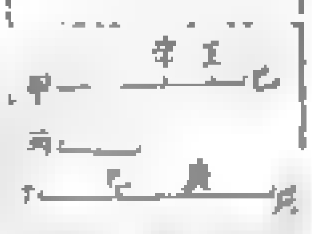
法曰。甲乙丙丁戊兩圜同以己爲心。求于甲乙丙大圜內。作多邊切形。不至丁戊小圜。其多邊爲偶數而等。先從己心作甲丙徑線。截丁戊圜于戊。次從戊作庚辛爲甲戊之垂線。卽庚辛線切丁戊圜于戊也（三卷十六之系）夫甲庚丙圜分雖大于丙庚。若于甲庚丙減其半甲乙。存乙丙。又減其半乙壬。存壬丙。又減其半壬癸。如是遞減至其減餘丙癸。必小于丙庚（十卷下補論）。既得丙癸圜分小于丙庚。而作丙癸合圜線。卽丙癸爲所求切圜形之一邊也。次分乙壬圜分。其分數與丙壬之分數等。次分甲乙與乙



丙分數等。分丙甲。與甲乙丙分數等。則得所求形（三卷廿九）而不至丁戊小圜

論曰。試從癸作癸子。爲甲丙之垂線。遇甲丙于丑。其庚戊丑癸丑戊兩皆直角。卽庚辛癸子爲平行線（一卷廿八）。庚辛線之切丁戊圜。既止一點。卽癸子線更在其外。必不至丁戊矣。何況丙癸更遠于丑癸乎。依顯其餘與丙癸等邊。同度距心者（三卷十四）。俱不至丁戊圜也（此係十二卷第十六題因六卷今增題宜在此論故先附于此）

補論其題曰。兩幾何不等。若于大率遞減其大半。必可使其減餘小于元設小率



解曰。甲乙大率。丙小率。題言于甲乙遞減其大半。至可使其減餘小于丙

論曰。試以丙倍之。又倍之。至僅大于甲乙而止爲丁戊。丁戊之分爲丁己。己庚。庚戊。各與丙等也。次于甲乙減其大半甲辛。存辛乙。又減其大半辛壬。存壬乙。如是遞減至甲乙與丁戊之分數等。夫甲辛辛壬壬乙與丁己己庚庚戊分數既等。丁戊又大于甲乙。若兩率各爲兩分。而大丁戊之減丁己。止于半。小甲乙之減甲辛爲大半。卽丁戊之減餘。必大于甲乙之減餘也。若各爲多分。而己戊尚多于丙者。卽又于己戊減己庚。于辛

乙減其大半辛壬。如是遞減卒至丁戊之末分庚戊大于甲乙之末分壬乙也。而庚戊元與丙等是壬乙小于丙也

又論曰。若于甲乙遞減其半。亦同前論何者。大丁戊所減不大于半。則丁戊之減餘。毋大于甲乙之減餘。以至末分亦大于末分此係十卷第一題。借用于此。以證上論

幾何原本第四卷終

幾何原本第五卷之首

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

界說十九則

前四卷所論。皆獨幾何也。此下二卷所論。皆自兩以上多幾何同例相比者也。而本卷則總說完幾何之同例相比者也。諸卷中。獨此卷以虛例相比。絕不及線面體諸類也。第六卷則論線論角論圜界諸類。及諸形之同例相比者也。今先解向後所用名目。爲界說十九

第一界

分者。幾何之幾何也。小能度大。以小爲大之分

以小幾何度大。幾何謂之分。曰幾何之幾何者。謂非此小幾何不能爲此大幾何之分也

如一點無分。亦非幾何。卽不能爲線之分也。一線無廣狹之分。非廣狹之幾何。卽不能爲面之分也。一面無厚薄之分。非厚薄之幾何。卽不能爲體之分也。曰能度大者。謂小幾何度大幾何能盡大之分者也。如甲爲乙、丙之分。則甲爲乙三分之一。爲丙六分之一。無贏不足也。若以爲丁之一。卽贏。爲二。卽不

足巳爲丁之三卽贏爲四卽不足是小不盡大則丁不能爲戊巳之分也以數明之若四于八于十二于十六于二十諸數皆能盡分無贏不足也若四于六于七于九于十于十八于三十八諸數或贏或不足皆不能盡分者也本書所論皆指能盡分者故稱爲分若不盡分者當稱幾分幾何之幾如四于六爲三分之二不得正名爲分不稱小度大也不爲大幾何內之小幾何也

第二界

若小幾何能度大者則大爲小之幾倍

如第一界圖甲與乙能度丙則丙爲甲與乙之幾倍若丁戊不能盡巳之分則巳不爲丁戊之幾倍

第三界

比例者兩幾何以幾何相比之理

兩幾何者或兩數或兩線或兩面或兩體各以同類大小相比謂之比例若線與面或數與線相比此異類不爲比例又若白線與黑線熱線與冷線相比雖同類不以幾何相比亦不爲比例也

比例之說在幾何爲正用亦有借用者如時如音如聲如所如動如稱之屬皆以比例論之

凡兩幾何相比以此幾何比他幾何則此幾何爲前率所比之他幾何爲後率如以六尺之線比三尺之線則六尺爲前率三尺爲後率也反用之以三尺之線比六尺之線則三尺爲前率六尺爲後率也

比例爲用甚廣故詳論之如左

凡比例有二種有大合有小合以數可明者爲大合如二十尺之線比十尺之線是也其非數可明者爲小合如直角方形之兩邊與其對角線可以相比而非數可明者是也

如上二種又有二名其大合線爲有兩度之線如二十尺比八尺兩線爲大合則二尺四尺皆可兩度之者是也如此之類凡數之比例皆大合也何者有數之屬或無他數可兩度者無有一數不可兩度者若七比九無他數可兩度之以一則可兩度之也其小合線爲無兩度之線如直角方形之兩邊與其對角線爲小合卽分至萬分以及無數終無小線可以盡分能度兩率者是也此論詳見十卷末題

小合之比例至十卷詳之本篇所論皆大合也

凡大合有兩種有等者如二十比二十十尺之線比十尺之線是也有不等者如二十比十八比四十六尺線比二尺之線是也

如上等者爲相同之比例其不等者又有兩種有以大不等如二十比十是也有以小不等如十比二十是也大合比例之以大不等者又有五種一爲幾倍大二爲等帶一分三爲等帶幾分四爲幾倍大帶一分五爲幾倍大帶幾分

一爲幾倍大者謂大幾何內有小幾何或二或三或十或八也如二十與四是二十內爲四者五如三十尺之線與五尺之線是三十尺內爲五尺者六則二十與四名爲五倍大之比例也三十尺與五尺名爲六倍大之比例也倣此爲名可至無窮也

二爲等帶一分者謂大幾何內既有小之一別帶一分此一分或元一之半或三分之一四分之一以至無窮者是也如三與二是三內既有二一別帶一一爲二之半如十二尺與九尺之線是十二內既有九別帶三三爲九三分之一則三與二名爲等帶半也十二尺與九尺名爲等帶三分之一也

三爲等帶幾分者謂大幾何內既有小之一別帶幾分而此幾分不能合爲一盡分者是也如八與五是八內既有五別帶三一毋一各爲五之分而三一不能合而爲五之分也他如十與八其十內既有八別帶二一雖毋一各爲八之分與前例相似而二一却能爲八四分之一是爲帶一分屬在第二不屬三也則八與五名爲等帶三分也又如二十二與十六即名爲等帶六分也

四爲幾倍大帶一分者謂大幾何內既有小幾何之二之三之四等別帶一分此一分或元一之半或三分四分之一以至無窮者是也如九與四是九內既有二四別帶一一爲四 分之一則九與四名爲二倍大帶四分之一也

五爲幾倍大帶幾分者謂大幾何內既有小幾何之二之三之四等別帶幾分而此幾分不能合爲一盡分者

是也如十一與三是十一內既有三三別帶二一毋一各爲三之分而二一不能合而爲三之分也則十一與三名爲三倍大帶二分也

大合比例之以小不等者亦有五種俱與上以大不等五種相反爲名一爲反幾倍大二爲反等帶一分三爲反等帶幾分四爲反幾倍大帶一分五爲反幾倍大帶幾分

凡比例諸種如前所設諸數俱有書法書法中有全數有分數全數者如一二三十百等是也分數者如分一以二以三以四等是也書全數依本數書之不必立法

書分數必有兩數一為命分數一為得分數如分一以三而取其二則為三分之二即三為命分數二為得分數也分一為十九而取其七則為十九分之七即十九為命分數七為得分數也

書以大小不等各五種之比例其一幾倍大以全數書之如二十與四為五倍大之比例即書五是也若四倍即書四六倍即書六也其反幾倍大即用分數書之而以大比例之數為命分之數以一為得分之數如大為五倍大之比例則此書五之一是也若四倍即書四之一六倍即書六之一也

其二等帶一分之比例有兩數一全數一分數其全數恒為一其分數則以分率之數為命分數恒以一為得分數如三與二名為等帶半即書一別書二之一也其反等帶一分則全用分數而以大比例之命分數為此之得分數以大比例之命分數加一為此之命分數如大為等帶二之一即此書三之二也又如等帶八分之一反書之即書九之八也又如等帶一千分之一反書之即書一千〇〇一之一千也

其三等帶幾分之比例亦有兩數一全數一分數其全數亦恒為一其分數亦以分率之數為命分數以所分之數為得分數如十與七名為等帶三分即書一別書七之三也其反等帶幾分亦全用分數而以大比例之命分數為此之得分數以大比例之命分數加大之得分數為此之命分數如大為等帶十之三命數七得數三七加三為十即書十之七也又如等帶二十之三反書之二十加三即書二十三之二十也

其四幾倍大帶一分之比例則以幾倍大之數為全數以分率之數為命分數恒以一為得分數如二十二與七二十二內既有三七別帶一一為七分之一名為三倍大帶七分之一即以三為全數七為命分數一為

得分數書三別書七之一也其反幾倍大帶一分則以大比例之命分數為此之得分數以大之命分數乘大之倍數加一為此之命分數如大為三帶七之一即以七乘三得二十一又加一為命分數書二十二之七也又如五帶九之一反書之九乘五得四十五加一為四十六即書四十六之九也

其五幾倍大帶幾分之比例亦以幾倍大之數為全數以分率之數為命分數以所分之數為得分數如二十九與八二十九內既有三八別帶五五名為三倍大帶五分即以三為全數八為命分數五為得分數書三別

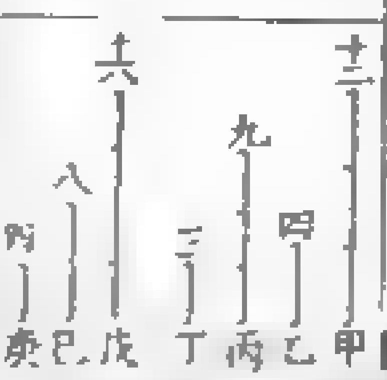
書八之五也其反幾倍大帶幾分則以大比例之命分數爲此之得分數以大比例之命分數乘大之倍數加大之得分數爲此之命分數如大爲三帶八之五即以八乘三得二十四加五爲二十九書二十九之八也又如四帶五之二即書二十二之五也

已上大小十種足盡比例之凡不得加一減一

第四界

兩比例之理相似爲同理之比例

兩幾何相比謂之比例兩比例相比謂之同理之比例如甲與乙兩幾何之比例偕丙與丁兩幾何之比例其理相似爲同理之比例又若戊與己兩幾何之比例偕己與庚兩幾何之比例其理相似亦同理之比例



凡同理之比例有三種有數之比例有量法之比例有樂律之比例本篇所論皆量法之比例也量法比例又有二種一爲連比例連比例者相續不斷其中率與前後兩率遞相爲比例而中率既爲前率之後又爲後率之前如後圖戊與己比己又與庚比是也一爲斷比例斷比例者居中兩率一取不再用如前圖甲自與乙比丙自與丁比是也

第五界

兩幾何倍其身而能相勝者爲有比例之幾何

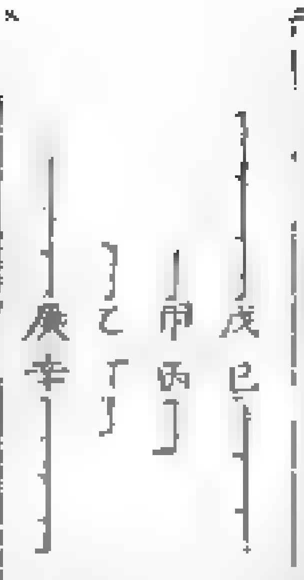
上文言爲比例之幾何必同類然同類中亦有無比例者故此界顯有比例之幾何也曰倍其身而能相勝者如三尺之線與八尺之線三尺之線三倍其身即大于八尺之線是爲有比例之線也又如直角方形之一邊與其對角線雖非大合之比例可以數明而直角方形之一邊二倍之即大于對角線（兩邊等一角形其兩邊并必大于一邊見一卷二十）是亦有小合比例之線也又圜之徑四倍之即大于圜之界則圜之徑與界亦有小合比例之線也（圜之界當三徑七分徑之一弱別見圜形書）又曲線與直線亦有比例如以大小兩曲線相合爲初月形別作一直角方形與之等（六卷三十三增題今附）即曲直兩線相視有大有小亦有比例也又方形與圜雖自古至今學士無數不能爲相等之形然兩形相視有大有小亦不可謂無比例也又直線角與曲線角亦有比例如上圖直角鈍角銳角皆有與曲線角等者若第一圖甲乙丙直角在甲乙乙丙兩直線內而其間設有甲乙丁與丙乙戊兩圜分角等即于甲乙丁角加甲乙戊角則丁乙戊曲線角與甲乙丙直角等矣依顯壬庚癸曲線角與己庚辛鈍

角等也又依顯卯丑辰曲線角與子丑寅銳角
各狀同用之子丑丑辰內圜小分即兩角亦等
也此五者皆疑無比例而實有比例者也他若
有窮之線與無窮之線雖則同類實無比例何
者有窮之線畢世倍之不能勝無窮之線故也
又線與面面與體各自為類亦無比例何者畢世倍線
不能及面畢世倍面不能及體故也又切圜角與直線
銳角亦無比例何者依三卷十六題所說畢世倍切邊
角不能勝至小之銳角故也此後諸篇中每有倍此幾
何令至勝彼幾何者故備著其理以需後論也

第六界

四幾何若第一與二偕第三與四為同理之比例則第一
第三之幾倍偕第二第四之幾倍其相視或等或俱為
大俱為小恒如是

兩幾何曷顯其能為比例乎上第五界所說是也兩比
例曷顯其能為同理之比例乎此所說是也其術通大



合小合皆以加倍法求之如一甲二
乙三丙四丁四幾何于一甲二丙任
加幾倍為戊為己戊倍甲己倍丙其
數自相等次于二乙四丁任加幾倍為庚為辛庚倍乙
辛倍丁其數自相等而戊與己偕庚與辛相視或等或
俱大或俱小如是等大小累試之恒如是即知一甲與
二乙偕三丙與四丁為同理之比例也

如初試之甲幾倍之戊小于乙幾倍之庚而丙幾倍之
己亦小于丁幾倍之辛又試之倍甲之戊與倍乙之庚
等而倍丙之己亦與倍丁之辛等三試之倍甲之戊大
于倍乙之庚而倍丙之己亦大于倍丁之辛此之謂或

相等或雖不等而俱為大俱為小若
累合一差即元設四幾何不得為同
理之比例如下第八界所指是也

下文所論若言四幾何為同理之比例即當推顯第一
第三之幾倍與第二第四之幾倍或等或俱大俱小若
許其四幾何為同理之比例亦如之

以數明之如有四幾何第一為三第二為二第三為六
第四為四今以第一之三第三之六同加四倍為十二

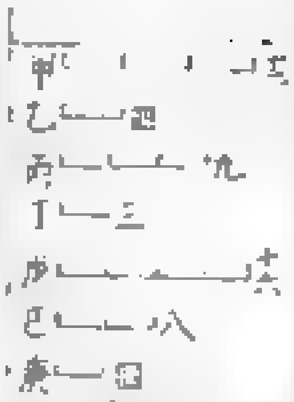
為二十四次以第二之二第四之四同加
七倍為十四為二十八其倍第一之十二
既小于倍第二之十四而倍第三之二十
四亦小于倍第四之二十八也又以第一
之三第三之六同加六倍為十八為三十

六次以第二之二第四之四同加九倍為十八為三十六其倍第一之十八既等于倍第二之十八而倍第三之三十六亦等于倍第四之三十六也又以第一之三第三之六同加三倍為九為十八次以第二之二第四之四同加二倍為四為八其倍第一之九既大于倍第二之四而倍第三之十八亦大于倍第四之八也若爾或俱大俱小或等累試之皆合則三與二偕六與四得為同理之比例也

以上論四幾何若斷比例之法也其連比例法倣此但連比例之中率兩用之既為第二又為第三視此異耳

第七界

同理比例之幾何為相稱之幾何



甲與乙若丙與丁是四幾何為同理之比例即四幾何為相稱之幾何又戊與己若己與庚即三幾何亦相稱之幾何

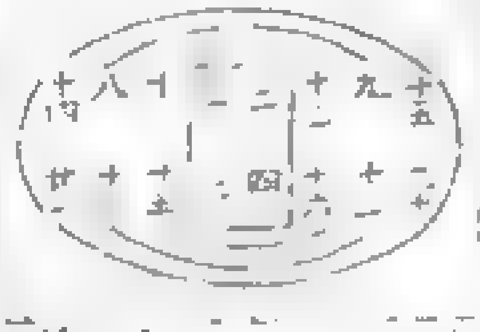
第八界

四幾何若第一之幾倍大于第二之幾倍而第三之幾倍不大于第四之幾倍則第一與二之比例大于第三與四之比例

此反上第六界而釋不同理之兩比例其相視易顯為大易顯為小也謂第一第三之幾倍與第二第四之幾倍依上累試之其間有

第一之幾倍大于第二之幾倍而第三之幾倍乃或等或小于第四之幾倍即第一與二之比例大于第三與四之比例也如上圖甲一乙二丙三丁四甲與丙各三倍為戊己乙與丁各四倍為庚辛其甲三倍之戊大于乙四倍之庚而丙三倍之己乃小于丁四倍之辛即甲與乙之比例大于丙與丁也若第一之幾倍小于第二之幾倍而第三之幾倍乃或等或大于第四之幾倍即第一與二之比例小于第三與四之比例如是等大小相戾者但有其一不必再試

以數明之中設三二四三四幾何先有第一之倍大于第二之倍而第三之倍亦大于第四之倍後復有第一之倍大于第二之倍而第三之倍乃或等或小于第四之倍即第一與二之比例大于第三與四也



若以上圖之數反用之以第一為二第二為一第三為四第四為三則第一與二之比例小于第三與四

第九界

同理之比例至少必三率

同理之比例必兩比例相比如甲與乙若丙與丁是四率斷比例也若連比例之戊與巳若巳與庚則中率巳既為戊之後又為庚之前是以三率當四率也

第十界

三幾何為同理之連比例則第一與三為再加之比例四幾何為同理之連比例則第一與四為三加之比例倣此以至無窮

甲乙丙丁戊五幾何為同理之連比例其甲與乙若乙與丙乙與丙若丙與丁丙與丁若丁與戊即一甲與三丙視一甲與二乙為再加之比例又一甲與四丁視一甲與二乙為三加之比例何者甲丁之中有乙丙兩幾何為同理之比例如甲與乙故也又一甲與五戊視一甲與二乙為四加之比例也若反用之以戊為首則一戊與三丙為再加與四乙為三加與五甲為四加也

下第六卷二十題言此直角方形與彼直角方形為此形之一邊與彼形之一邊再加之比例何者若作三幾何為同理之連比例則此直角方形與彼直角方形若第一幾何與第三幾何故也以數明之如此直角方形之邊三尺而彼直角方形之邊一尺即此形邊與彼形邊若九與一也夫九與一之間有三為同理之比例則九三一三幾何之連比例既有三與一為比例又以九比三三比一為再加之比例也則彼直角方形當為此形九分之一不止為此形三分之一也大畧第一與二之比例若線相比第一與三若平面相比第一與四若體相比也第一與五若算家三乘方與六若四乘方與七若五乘方倣此以至無窮

第十一界

同理之幾何前與前相當後與後相當

上文已解同理之比例此又解同理之幾何者蓋一比例之兩幾何有前後而同理之兩比例四幾何有兩前兩後故特解云凡例之論常以前與前相當後與後相當也如上甲與乙丙與丁兩比例同理則甲與丙相當乙與丁相當也戊巳巳庚兩比例同理則巳既為前又為後兩相當也如下文有兩三角形之邊相比亦常以同理之兩邊相當不可混也

上文第六第八界說幾何之幾倍常以一與三同倍二與四同倍則以第一第三為兩前第二第四為兩後

同理故

第十二界

有屬理更前與前更後與後

此下說比例六理皆後論所需也

四幾何甲與乙之比例若丙與丁今更

推甲與丙若乙與丁爲屬理　下言屬理皆省曰更

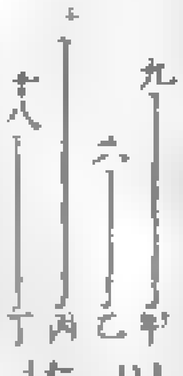
此論未證證見本卷十六

此界之理可施於四率同類之比例若兩線兩面或兩

面兩數等不爲同類即不得相更也

第十三界

有反理取後爲前取前爲後



(卷五之首)　十六

甲與乙之比例若丙與丁今反推乙與甲

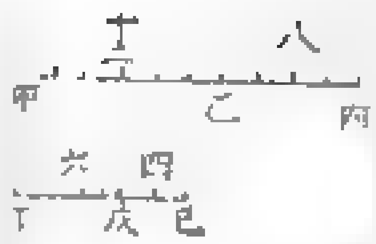
若丁與丙爲反理

證見本篇四之系

此界之理亦可施於異類之比例

第十四界

有合理合前與後爲一而比其後



甲乙與乙丙之比例若丁戊與戊己今合甲

丙爲一而比乙丙合丁己爲一而比戊己則

推甲丙與乙丙若丁己與戊己是合兩前兩

率爲兩一率而比兩後率也

證見本卷十八

第十五界

有分理取前之較而比其後

甲乙與丙乙之比例若丁戊與己戊今分推

甲乙之較甲丙與丙乙若丁戊之較丁己與

己戊

證見本卷十七

第十六界

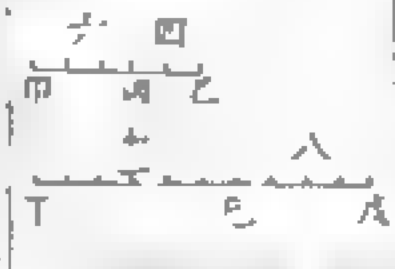
有轉理以前爲前以前之較爲後

(卷五之首)　十七

甲乙與丙乙之比例若丁戊與己戊今轉推

甲乙與甲丙若丁戊與丁己

證見本卷十九



第十七界

有平理彼此幾何各自三以上相爲同理之連比例則此

之第一與三若彼之第一與三又曰去其中取其首尾

甲乙丙三幾何丁戊己三幾何等數相

爲同理之連比例若甲與乙若丁與戊

乙與丙若戊與己也今平推首甲與尾

丙。若首丁與尾巳。

平理之分。又有二種。如後二界。

第十八界

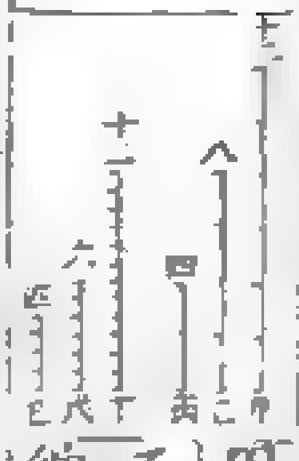
有平理之序者。此之前與後。若彼之前與後。而此之後與他率。若彼之後與他率。

甲與乙。若丁與戊。而後乙與他率丙。若後戊與他率巳。是序也。今平推甲與丙。若丁與巳也。此與十七界同理宜原義以為後界也

證見本卷廿二

第十九界

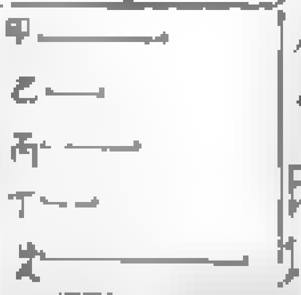
有平理之錯者。此數幾何。彼數幾何。此之前與後。若彼之前與後。而此之後與他率。若彼之他率與其前。



甲、乙、丙數幾何。丁、戊、巳數幾何。其甲與乙。若戊與巳。又此之後乙。與他率丙。若彼之他率丁。與前戊。是錯也。今平推甲與丙。若丁與巳也。十八、十九界推法。于十七界中通論之。故兩題中不再著也

證見本卷廿三

增。一幾何有一幾何相與為比例。即此幾何必有彼幾何相與為比例。而兩比例等。一幾何有一幾何相與為比例。即必有彼幾何與此幾何為比例。而兩比例等。此例同理省曰比例等



甲幾何。與乙幾何為比例。即此幾何丙。亦必有彼幾何如丁。相與為比例。若甲與乙。丙幾何與丁幾何為比例。即必有彼幾何如戊。與此幾何丙為比例。若丙與丁也。此理推廣。無礙于理有之。不必舉其率也。舉率之理。備見後卷

幾何原本第五卷之首終

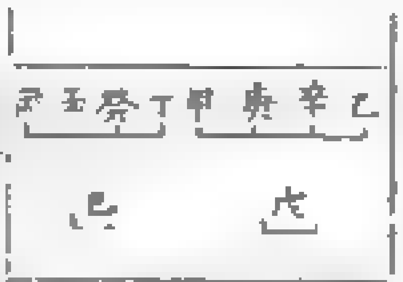
泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

第一題

此數幾何彼數幾何此之各率同幾倍于彼之各率則此之并率亦幾倍于彼之并率

解曰如甲乙丙丁此二幾何大于戊巳彼二幾何各若干倍題言甲乙丙丁并大于戊巳并亦若干倍

論曰如甲乙與丙丁既各三倍大于戊與巳即



以甲乙三分之各與戊等爲甲庚庚辛辛乙又以丙丁三分之各與巳等爲丙壬壬癸癸丁即甲乙與丙丁所分之數等而甲庚既與戊等丙壬既與巳等即于甲庚加丙壬于戊加巳其甲庚丙壬并與戊巳并必等依顯庚辛壬癸并辛乙癸丁并與戊巳并各等夫甲乙與丙丁之分三合于戊巳皆等 本卷界說二 則甲乙丙丁并三倍大于戊巳并

第二題

六幾何其第一倍第二之數等于第三倍第四之數而第五倍第二之數等于第六倍第四之數則第一第五并倍第二之數等于第三第六并倍第四之數

解曰一甲乙倍二丙之數如三丁戊倍四巳之數又五乙庚倍二丙之數如六戊辛倍四巳之數題言一甲乙五乙庚并倍二丙之數若三丁戊六戊辛并倍四巳之數

論曰甲乙丁戊之倍于丙巳其數等則甲乙幾何內有丙幾何若干與丁戊幾何內有巳幾何若干其數亦等 本卷界說二 依顯乙庚內有丙若干與戊辛內有巳若干亦等次于甲乙丁戊兩等數率每加一等數之乙庚戊辛率則甲庚丁辛兩幾何內之分數等而一五并之甲庚內有二丙若干與三六并之丁辛內有四巳若干亦等

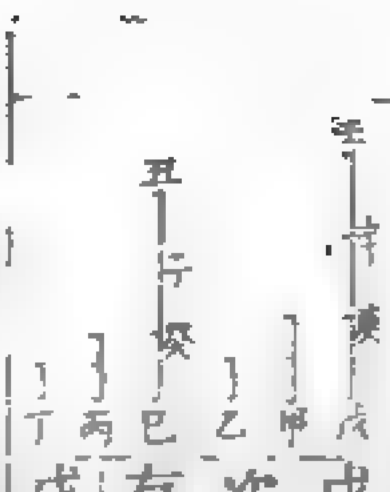
注曰若第一第三兩幾何之數與第二第四兩幾何之數各等而第五倍第二之數等于第六倍第四之數或第一倍第二之數等于第三倍第四之數而第五第二兩幾何之數與第六第四兩幾何之數各等俱同本論如上二圖甲庚爲第一第五之并率其倍二丙之數與丁辛爲第三第六之并率其倍四巳之數等也 甲庚內有丙若干與丁辛內有巳若干[illegible]同理 他若第一第三兩幾何之數第五第六兩幾何之數與第二

第四兩幾何之數各等。此理更明。何者。第一第五幷
之倍第二若第三第六幷之倍第四。俱兩倍故

第三題

四幾何。其第一之倍于第二。若第三之倍于第四。次倍第
一。又倍第三。其數等。則第一所倍之與第二。若第三所
倍之與第四

解曰。一甲所倍于二乙。若三丙所倍于四
丁。次作戊己兩幾何。同若干倍于甲于丙。
題言以平理推。戊倍乙之數。若己倍丁
論曰。戊與己之倍甲與丙。其數既等。試以



戊作若干分。各與甲等。爲戊庚庚辛辛壬。
次分己亦如之。爲己癸癸子子丑。即戊內
有甲若干。與己內有丙若干。等 本卷界說二 夫
戊庚與甲。己癸與丙。既等。而甲之倍乙。與
丙之倍丁。又等。則戊庚倍乙。若己癸倍丁也。依顯庚辛
辛壬各所倍于乙。若癸子子丑各所倍于丁也。夫一戊
庚之倍二乙。既若三己癸之倍四丁。而五庚辛之倍二
乙。亦若六癸子之倍四丁。則一戊庚五庚辛幷之倍二
乙。若三己癸六癸子幷之倍四丁也 本篇二 又一戊辛之
倍二乙。既若三己子之倍四丁。而五辛壬之倍二乙。亦
若六子丑之倍四丁。則一戊辛五辛壬幷之倍二乙。若
三己子六子丑幷之倍四丁也。辛壬子丑以上。任作多
分。皆倣此論

第四題 其系爲反理

四幾何。其第一與二。偕第三與四。比例等。第一第三同任
爲若干倍。第二第四同任爲若干倍。則第一所倍與第
二所倍。第三所倍與第四所倍。比例亦等

解曰。甲與乙。偕丙
與丁。比例等。次作
戊與己同任若干

倍于一甲三丙。別
作庚與辛。同任若
干倍于二乙四丁。
題言一甲所倍之戊。與二乙所倍之庚。偕三丙所倍之
己。與四丁所倍之辛。比例亦等
論曰。試以戊己二幾何同任倍之。爲壬爲癸。別以庚辛
同任倍之。爲子爲丑。其戊之倍甲。既若己之倍丙。而壬
之倍戊。亦若癸之倍己。即壬之倍甲。亦若癸之倍丙也
本篇三 依顯子之倍乙。亦若丑之倍丁也。夫甲與乙。偕丙
與丁之比例。既等。而壬癸所倍于甲丙。子丑所倍于乙

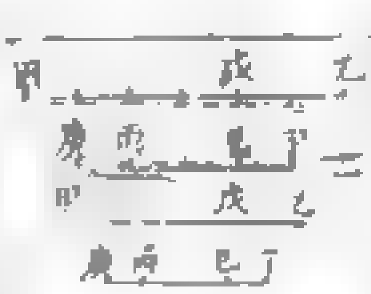
丁。各等。即三試之。若倍甲之壬。小于倍乙之子。則倍丙之癸。亦小于倍丁之丑矣。若壬。大于子等。即癸。丑亦等矣。若壬大于子。即癸亦大于丑矣。本卷界說六 夫戊。己之倍爲壬癸也。庚。辛之倍爲子。丑也。不論幾許倍。其等。大小。三試之恒如是也。則一戊所倍之壬。與二庚所倍之子。偕三己所倍之癸。與四辛所倍之丑。等。大小皆同類也。而戊與庚。偕己與辛之比例必等本卷界說六

一系。凡四幾何。第一與二。偕第三與四比例等。即可反推第二與一。偕第四與三比例亦等。何者。如上倍甲之壬與倍乙之子。偕倍丙之癸。與倍丁之丑等。大小俱同類。而顯甲與乙。若丙與丁。即可反說倍乙之子。與倍甲之壬。偕倍丁之丑與倍丙之癸。等。大小俱同類。而乙與甲。亦若丁與丙本卷界說六

二系。別有一論。亦本書中所恒用也。曰若甲與乙。偕丙與丁。比例等。則甲之或二或三倍。與乙之或二或三倍。偕丙之或二或三倍。與丁之或二或三倍。比例俱等。倣此以至無窮

第五題

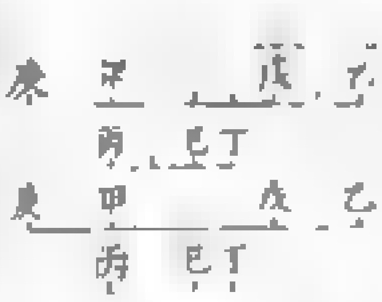
大小兩幾何。此全所倍于彼全。若此全截取之分。所倍于彼全截取之分。則此全之分餘。所倍于彼全之分餘。亦如之



解曰。甲乙大幾何。丙丁小幾何。甲乙所倍于丙丁。若甲乙之截分甲戊。所倍于丙丁之截分丙己。題言甲戊之分餘戊乙。所倍于丙己之分餘己丁。亦如其數

論曰。試作一他幾何。爲庚丙。令戊乙之倍庚丙。若甲戊之倍丙己也。本卷界說四 甲戊。戊乙之倍丙己。庚丙。其數等即其兩并甲乙之倍庚己。亦若甲戊之倍丙己也。一本篇 而甲乙之倍丙丁。元若甲戊之倍丙己。則丙丁與庚己等也。次每減同用之丙己。即庚丙與己丁。亦等。而戊乙之倍己丁。亦若戊乙之倍庚丙矣。夫戊乙之倍庚丙。既若甲戊之倍丙己。則戊乙爲甲戊之分餘。所倍于己丁。爲丙己之分餘者。亦若甲乙之倍丙丁也

又論曰。試作一他幾何。爲庚甲。令庚甲之倍己丁。若甲戊之倍丙己。本卷界說二十 即其兩并庚戊之倍丙丁。亦若甲戊之倍丙己也。一本篇 而甲乙之倍丙丁。元若甲戊之倍丙己。是庚戊與甲乙等矣。次每減同用之甲戊。即庚甲與戊乙等也。而庚甲之倍己丁。若甲乙之倍丙丁也。則戊乙之倍己

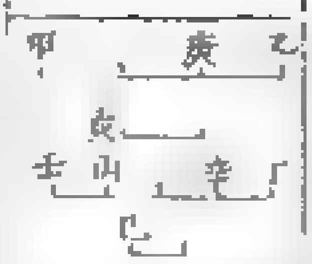


丁亦若甲乙之倍丙丁也

第六題

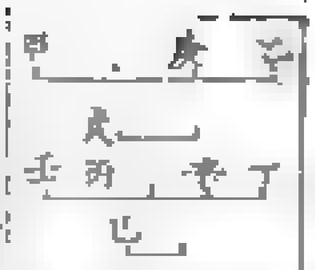
此兩幾何各倍于彼兩幾何其數等于此兩幾何每減一分其一分之各倍于所當彼幾何其數等則其分餘或各與彼幾何等或尚各倍于彼幾何其數亦等

解曰甲乙丙丁兩幾何各倍于戊己兩幾何其數等每減一甲庚丙辛甲庚丙辛之倍戊己其數等題言分餘庚乙辛丁或與戊己等或尚各倍于戊己其數亦等

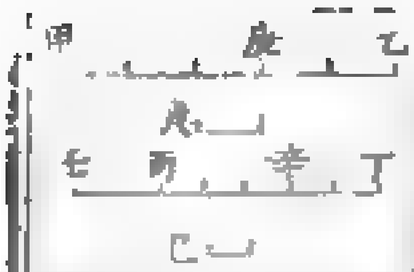


論曰甲乙全與其分甲庚既各多倍于戊則分餘庚乙

與戊其或等或尚幾倍必矣何者庚乙與戊不等不幾倍其加于甲庚不成爲戊之多倍也然則庚乙與戊等昜爲辛丁與己亦等試



作壬丙與己等其一甲庚之倍二戊既若三丙辛之倍四己而五庚乙之等二戊又若六壬丙之等四己則第一第五幷之甲乙所倍于二戊若第三第六幷之壬辛所倍于四己也（本篇二） 而甲乙之倍戊元若丙丁之倍己即壬辛與丙丁亦等次每減同用之丙辛即壬丙與辛丁必等是辛丁與己亦等矣然則庚乙之倍戊昜爲與辛丁之倍己

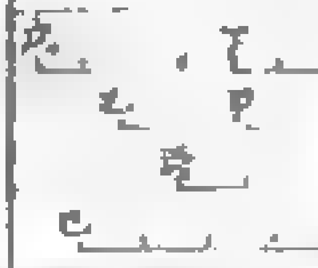


等試作壬丙其倍己若庚乙之倍戊依前論甲乙之倍戊若壬辛之倍己（本篇二） 而壬辛與丙丁等壬丙與辛丁亦等是辛丁之倍己亦若庚乙之倍戊矣

第七題 二支

此兩幾何等則與彼幾何各爲比例必等而彼幾何與此相等之兩幾何各爲比例亦等

解曰甲乙兩幾何等彼幾何丙不論等大小于甲乙題言甲與丙偕乙與丙各爲比例必等又反上言丙與甲偕丙與乙各爲比例亦等



論曰試作丁戊兩率任同若干倍于甲乙即丁與戊等別作己任若干倍于丙其丁戊既等即丁視己與戊視己或等或大或小必同

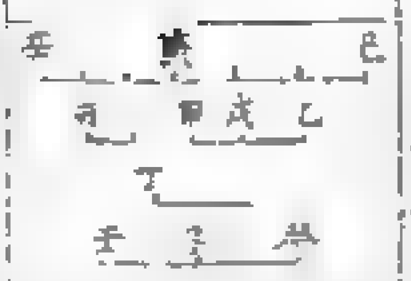
類矣夫一甲三乙所倍之丁戊偕當二又當四之丙所倍之己其等大小既同類（本卷界說六） 則一甲與二丙之比例若三乙與四丙矣反說之當一當三之丙所倍之己偕二甲四乙所倍之丁戊其等大小既同類則一丙與二甲之比例若三丙與四乙矣

後論與本篇第四題之系同用反理如甲與丙若乙與丙反推之丙與甲亦若丙與乙也

第八題

大小兩幾何各與他幾何爲比例則大與他之比例大于小與他之比例而他與小之比例大于他與大之比例

解曰不等兩幾何甲乙大丙小又有他幾何丁不論等大小于甲乙于丙題言甲乙與丁之比例大于丙與丁之比例又反上言丁與丙之比例大于丁與甲乙之比例



論曰試于大幾何甲乙內分甲戊與小幾何丙等而戊乙爲分餘次以甲戊戊乙作同若干倍之辛庚庚巳而庚巳爲戊乙之倍必令大于丁辛庚爲甲戊之倍必令

大于丁或等于丁如不足以倍加之也其庚巳辛庚之倍于戊乙甲戊既等卽辛巳之倍甲乙若辛庚之倍甲戊矣一本篇 甲戊卽丙也次作一壬癸爲丁之倍令僅大于辛庚兩倍不足三之又不足任加之巳大勿倍也次于壬癸截取子癸與丁等卽壬子必不大于辛庚何者向作壬癸爲丁之倍元令僅大于辛庚若壬子大于辛庚者何必又倍之爲壬癸也故僅大之壬癸截去子癸者必不大于辛庚也則壬子或等或小于辛庚矣夫庚巳既大于丁而子癸與丁等卽庚巳必大于子癸又辛庚不小于壬子或太或等卽辛巳亦大于壬癸也夫辛巳辛庚同若干倍于第一甲乙第三丙也而壬癸之倍于當二之丁當四之丁又同一率也則第一所倍之辛巳大于第二所倍之壬癸而第三所倍之辛庚不大于第四所倍之壬癸辛庚元小于壬癸 是一甲乙與二丁之比例大于三丙與四丁矣本卷界說八 次反上說一丁所倍之壬癸反說卽丁當一當二丙二甲乙 四大于二丙所倍之辛庚而三丁所倍之壬癸不大于四甲乙所倍之辛巳壬癸必小于辛巳 是一丁與二丙之比例大于三丁與四甲乙矣本卷界說八

第九題 二支

兩幾何與一幾何各爲比例而等則兩幾何必等一幾何與兩幾何各爲比例而等則兩幾何亦等

先解曰甲乙兩幾何各與丙爲比例等題言甲與乙等

論曰如云不然而甲大于乙卽甲與丙之比例宜大于乙與丙本篇八 何先設兩比例等也故比例等則甲與乙等

後解曰丙幾何與甲與乙各爲比例等題言甲與乙等

論曰如云不然而甲大于乙卽丙與乙之比例宜大于丙與甲本篇八 何先設兩比例等也

第十題 二支

彼此兩幾何此幾何與他幾何之比例大于彼與他之比例則此幾何大于彼他幾何與彼幾何之比例大于他與此之比例則彼幾何小于此

先解曰甲乙兩幾何復有丙幾何甲與丙之比例大于乙與丙題言甲大于乙

論曰如云不然甲與乙等即所為兩比例宜等 本篇七 何先設甲與丙大也又不然甲小于乙即乙與丙之比例宜大于甲與丙 本篇八 何先設甲與丙大也

後解曰丙與乙之比例大于丙與甲題言乙小于甲

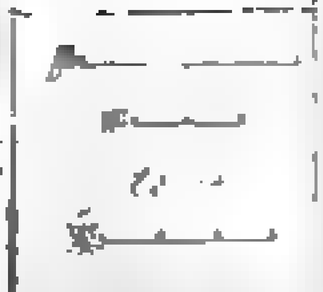
論曰如云不然乙與甲等即所為兩比例宜等 本篇七

何先設丙與乙大也又不然乙大于甲即丙與甲之比例宜大于丙與乙何先設丙與乙大也

第十一題

此兩幾何之比例與他兩幾何之比例等而彼兩幾何之比例與他兩幾何之比例亦等則彼兩幾何之比例與此兩幾何之比例亦等

解曰甲乙偕丙丁之比例各與戊巳之比例等題言甲乙與丙丁之比例亦等



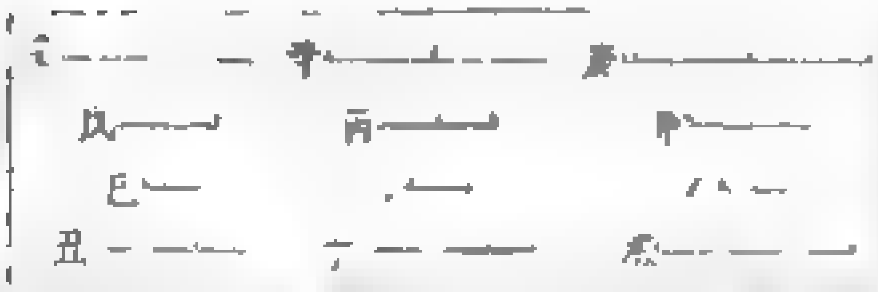
論曰試于各前率之甲丙戊同任倍之為庚辛壬別于各後率之乙丁巳同任倍之為癸子丑其一甲與二乙之比例既若三戊與四巳即三試之若倍一甲之庚小于倍二乙之癸即倍三戊之壬亦小于倍四巳之丑矣若庚癸等即壬丑亦等若庚大于癸即壬亦大于丑矣 本卷界說六 依顯壬之視丑若辛之視子

其等大小亦同類矣此三前三後率任作幾許倍其等大小皆同類也 本卷界說六 則甲與乙之比例若丙與丁也

第十二題

數幾何所為比例皆等則并前率與并後率之比例若各

前率與各後率之比例



解曰甲乙丙丁戊巳數幾何所為比例皆等者甲與乙若丙與丁丙與丁若戊與巳也題言甲丙戊諸前率并與乙丁巳諸後率并之比例若甲與乙丙與丁戊與巳各前各後之比例也

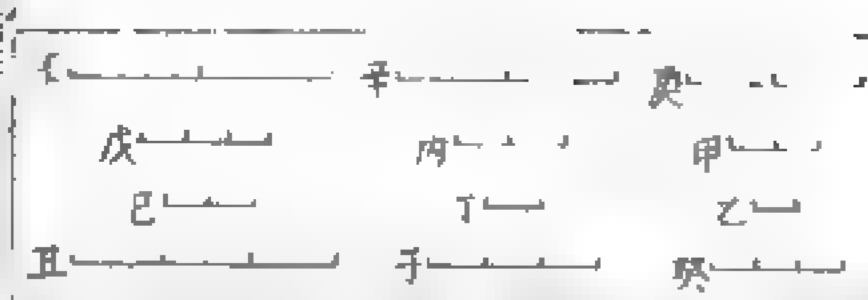
論曰試于各前率之甲丙戊同任倍之為庚辛壬別于各後率之乙丁巳同任倍之為癸子丑即庚辛壬并之倍甲丙戊并若庚之倍甲也癸子丑并之倍乙丁巳并若癸之倍乙

也（本篇一）。夫一甲與二乙，既若三丙與四丁，又若三戊與四巳，則庚之倍一甲，與癸之倍二乙，或等，或大，或小，偕辛、壬之倍三丙、戊，與子、丑之倍四丁、巳等，大小同類也。又各前所倍庚、辛、壬并，與各後所倍癸、子、丑并。其或等或大或小，亦偕各前所自倍，與各後所自倍，其等、大、小，必同類也（本卷界說六）。則一甲與二乙之比例，若三甲丙戊并與四乙丁巳并矣。

第十三題

數幾何，第一與二之比例，若第三與四之比例，而第三與四之比例，大于第五與六之比例，則第一與二之比例亦大于第五與六之比例。

解曰：一甲與二乙之比例，若三丙與四丁，而三丙與四丁之比例，大于五戊與六巳，題言甲與乙之比例，亦大于戊與巳。



論曰：試以甲、丙、戊各前率同任倍之，為庚、辛、壬，別以乙、丁、巳各後率同任倍之，為癸、子、丑。其甲與乙，既若丙與丁，即三試之，若倍甲之庚大于倍乙之癸，即倍丙之辛，必大于倍丁之子矣。若庚、癸等，即辛、子亦等。若庚小于癸，即辛亦小于子矣（本卷界說六）。次丙與丁，既大于戊與巳，又三試之，即倍丙之辛，大于倍丁之子，而倍戊之壬，不必大于倍巳之丑也，或等，或小矣（本卷界說八）。夫庚、癸與辛、子等，大小同類，則壬、丑不類于辛、子者，亦不類于庚、癸也。故甲與乙之比例，亦大于戊與巳（本卷界說八）。

注曰：若三丙與四丁之比例，或小、或等于五戊六巳，則一甲與二乙之比例，亦小、亦等于五戊六巳。依此論推顯。

第十四題

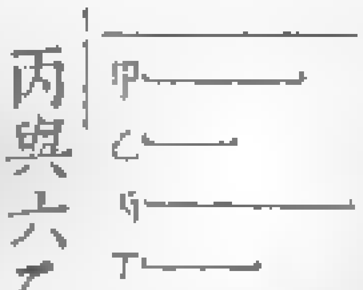
四幾何，第一與二之比例，若第三與四之比例，而第一幾何大于第三，則第二幾何亦大于第四。第一或等或小于第三，則第二亦等、亦小于第四。

解曰：甲與乙之比例，若丙與丁。題言甲大于丙，則乙亦大于丁；若等，亦等；若小，亦小。

先論曰：如甲大于丙，即甲與乙之比例，大于丙與乙矣（本篇八）。夫一丙與二丁之比例，既若三甲與四乙，而三甲與四乙之比例，大于五丙與六乙，即一丙與二丁之比例，亦大于五丙與六乙（本篇十三）。是丁幾何小于乙也（本篇十）。

次論曰：如甲、丙等，即甲與乙之比例，若丙與乙（本篇七）。夫甲與乙之比例，元若丙與丁，而又

若丙與乙，是丙與丁之比例，亦若丙與乙也（本篇十一）則乙與丁等也（本篇九）



後論曰：如甲小于丙，即丙與乙之比例大于甲與乙矣（本篇八）夫一丙與二丁之比例，既若三甲與四乙，而三甲與四乙之比例小于五丙與六乙，即一丙與二丁之比例，亦小于五丙與六乙也（本篇十一）是乙小于丁也（本篇十）

第十五題

兩分之比例與兩多分并之比例等

解曰：甲與乙同任倍之為丙丁，為戊己。題言丙丁與戊己之比例若甲與乙

論曰：丙丁之倍甲，既若戊己之倍乙，即丙丁內有甲若干，與戊己內有乙若干等。次分丙丁為丙庚、庚辛、辛丁，各與甲分等；分戊己為戊壬、壬癸、癸己，各與乙分等。即丙庚與戊壬若甲與乙也（丙庚與甲等，戊壬與乙等）庚辛與壬癸、辛丁與癸己，皆若甲與乙也（本篇七）故丙庚與戊壬見本篇二等，則等甲之丙庚與等乙之戊壬，定若丙丁全與戊己全，若甲與乙矣（本篇十二）

第十六題（更理）

四幾何為兩比例等，即更推前與前、後與後為比例亦等。

解曰：甲、乙、丙、丁四幾何，甲與乙之比例，若丙與丁。題言更推之，甲與丙之比例，亦若乙與丁

論曰：試以甲與乙同任倍之為戊、為己，別以丙與丁同任倍之為庚、為辛，即戊與己若甲與乙也（本篇十五）庚與辛若丙與丁也。夫甲與乙若丙與丁，而戊與己亦若甲與乙，即戊與己亦若丙與丁矣。依顯庚與辛若丙與丁，即戊與己亦若庚與辛也（本篇十一）次三試之，若戊大于庚，則己亦大于辛也；若等亦等；若小亦小。任作幾許倍，恒如是也（本篇四）則倍一甲之戊，倍三乙之己，與倍二丙之庚，倍四丁之辛，其等、大、小必同類也，而甲與丙若乙與丁矣

第十七題（分理）

相合之兩幾何為比例等，則分之為比例亦等

解曰：相合之兩幾何，其一為甲乙、丁乙，其一為丙戊、己戊，比例等者，甲乙與丁乙若丙戊與己戊也。題言分之為比例亦等者，甲丁與丁乙若丙己與己戊也

論曰：試以甲丁、丁乙、丙己、己戊同任倍之為庚辛、辛壬，為癸子、子丑，即庚壬之倍甲乙若

庚辛之倍甲丁也亦若癸子之倍丙巳也 一本篇 夫癸子
之倍丙巳亦若癸丑之倍丙戊卽庚壬之倍甲乙亦若
癸丑之倍丙戊也次別以丁乙巳戊同任倍之爲壬寅
爲丑卯其一辛壬之倍二丁乙既若三子丑之倍四巳
戊而五壬寅之倍二丁乙亦若六丑卯之倍四巳戊卽
辛寅之倍丁乙亦若子卯之倍巳戊也 二本篇 夫一甲乙
與二丁乙之比例既若三丙戊與四巳戊而一與三二
與四各所倍等卽三試之若一甲乙所倍之庚壬大于
二丁乙所倍之辛寅卽三丙戊所倍之癸丑亦大于四
巳戊所倍之子卯也若等亦等若小亦小也 本卷界說六 如

卷五 十七

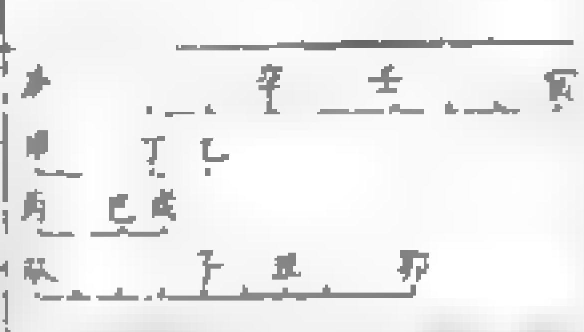
庚壬小于辛寅而癸丑小于子卯者卽每減
一同用之辛壬子丑其所存庚辛亦小于壬
寅而癸子亦小于丑卯矣依顯庚壬等辛寅
而癸丑等子卯者卽庚辛等壬寅而癸子等
丑卯矣庚壬大于辛寅而癸丑大于子卯者
卽庚辛大于壬寅而癸子大于丑卯矣夫庚

辛爲甲丁之倍癸子爲丙巳之倍壬寅爲丁乙之倍丑
卯爲巳戊之倍而甲丁丙巳之所倍視丁乙巳戊之所
倍其等大小皆同類則甲丁與丁乙若丙巳與巳戊也
本卷界說六

第十八題 合理

兩幾何分之爲比例等則合之爲比例亦等

解曰甲丁丁乙與丙巳巳戊兩分幾何其比
例等者甲丁與丁乙若丙巳與巳戊也題言
合之爲比例亦等者甲乙與丁乙若丙戊與
巳戊也



論曰如前論以甲丁丁乙丙巳巳戊同任倍
之爲庚辛辛壬爲癸子子丑 二本篇 次別以丁
乙巳戊同任倍之爲壬寅爲丑卯卽庚壬之倍甲乙若
癸丑之倍丙戊也 一本篇 而辛寅之倍丁乙若子卯之倍

卷五 十八

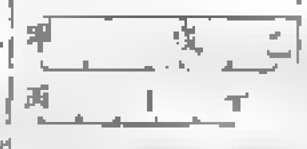
巳戊也 二本篇 夫一甲丁與二丁乙既若三丙
巳與四巳戊而一與三二與四各所倍等卽
三試之若一甲丁所倍之庚辛小于二丁乙
所倍之壬寅卽三丙巳所倍之癸子亦小于
四巳戊所倍之丑卯也若等亦等若大亦大
也 本卷界說六 如庚辛小于壬寅而癸子亦小于

丑卯卽每加一辛壬子丑其所并庚壬亦小于辛寅而
癸丑亦小于子卯矣依顯庚辛等壬寅而癸子等丑卯
卽庚壬等辛寅而癸丑等子卯矣庚辛大于壬寅而癸
子大于丑卯卽庚壬大于辛寅而癸丑大于子卯矣夫

一甲乙所倍之庚壬與二丁乙所倍之辛寅偕三丙戊所倍之癸丑與四巳戊所倍之子卯其等大小皆同類則甲乙與丁乙若丙戊與巳戊也本卷界說六

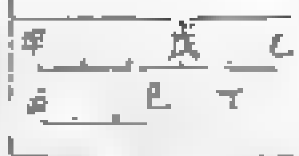
第十九題其系爲轉理

兩幾何各截取一分其所截取之比例與兩全之比例等則分餘之比例與兩全之比例亦等



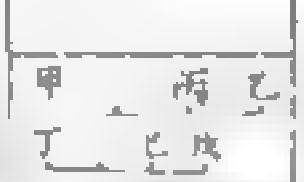
解曰甲乙丙丁兩幾何其甲乙全與丙丁全之比例若截取之甲戊與丙巳題言分餘戊乙與巳丁之比例亦若甲乙與丙丁

論曰甲乙與丙丁旣若甲戊與丙巳試更之甲乙與甲戊若丙丁與丙巳也本篇十六次分之戊乙與甲戊若巳丁與丙巳也本篇十七又更之戊乙與巳丁若甲戊與丙巳也本篇十六夫甲戊與丙巳元若甲乙與丙丁則戊乙與巳丁亦若甲乙與丙丁矣



一系從此題可推界說第十六之轉理如上甲乙與戊乙若丙丁與巳丁即轉推甲乙與甲戊若丙丁與丙巳也何者甲乙與戊乙旣若丙丁與巳丁試更之甲乙與丙丁若截取之戊乙與巳丁也本篇十六即甲乙全與丙丁全又若分餘之甲戊與丙巳矣本題又更之則甲乙與甲戊若丙丁與丙巳也本篇十六此轉理也

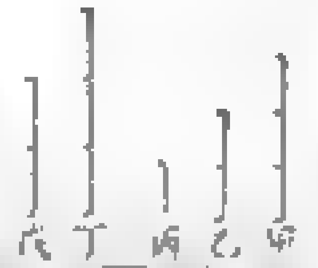
注曰凡更理可施于同類之比例不可施于異類若轉理不論同異類皆可用也依此系即轉理亦賴更理爲用似亦不可施于異類矣今別作一論不賴更理以爲轉理明轉理可施于異類也



論曰甲乙與丙乙若丁戊與巳戊即轉推甲乙與甲丙若丁戊與丁巳何者甲乙與丙乙旣若丁戊與巳戊試分之甲丙與丙乙若丁巳與巳戊也本篇十七次反之丙乙與甲丙若巳戊與丁巳也本篇四次合之甲乙與甲丙若丁戊與丁巳也本篇十八

第二十題三支

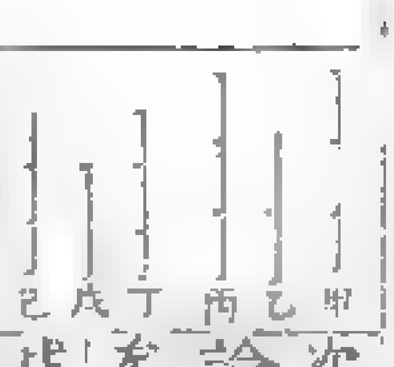
有三幾何又有三幾何相爲連比例而第一幾何大于第三則第四亦大于第六第一或等或小于第三則第四亦等亦小于第六



先解曰甲乙丙三幾何丁戊巳三幾何其甲與乙之比例若丁與戊乙與丙之比例若戊與巳而甲大于丙題言丁亦大于巳

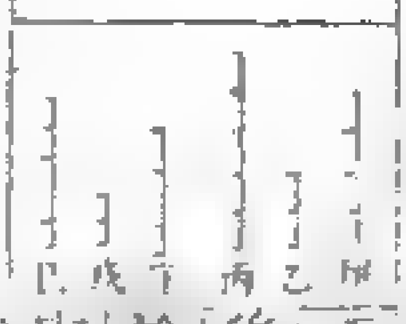
論曰甲旣大于丙即甲與乙之比例大于丙與乙矣本篇八而甲與乙之比例若丁與戊之比例亦大于丙與乙矣本篇十又丙與乙之比例若巳與戊乙與丙若戊與巳反之則丙與乙若巳與戊即丁與戊之比例大于巳與

戊矣是丁大于巳也本篇十



次解曰若甲丙等題言丁巳亦等

論曰甲丙既等即甲與乙之比例若丙與乙矣本篇七而甲與乙之比例若丁與戊即丁與戊之比例亦若丙與乙矣本篇十一又丙與乙之比例若巳與戊反理即丁與戊之比例亦若巳與戊矣是丁巳等也本篇九



後解曰若甲小于丙題言丁亦小于巳

論曰甲既小于丙即甲與乙之比例小于丙與乙矣本篇八而甲與乙之比例若丁與戊即丁與戊之比例亦小于丙與乙矣又丙與乙之比例若巳與戊反理即丁與戊之比例小于巳與戊矣是丁小于巳也本篇十

第二十一題三支

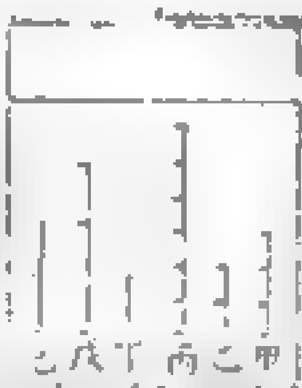
有三幾何又有三幾何相爲連比例而錯以平理推之若第一幾何大于第三則第四亦大于第六若第一或等或小于第三則第四亦等亦小于第六

解曰甲乙丙三幾何丁戊巳三幾何相爲連比例不序不序者甲與乙若戊與巳乙與丙若丁與戊也以平理推之若甲大于丙題言丁亦大于巳

論曰甲既大于丙即甲與乙之比例大于丙與乙本篇八而甲與乙若戊與巳即戊與巳之比例亦大于丙與乙也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙亦若戊與丁也本篇四則戊與巳大于戊與丁也是丁大于巳也本篇廿

次解曰若甲丙等題言丁巳亦等

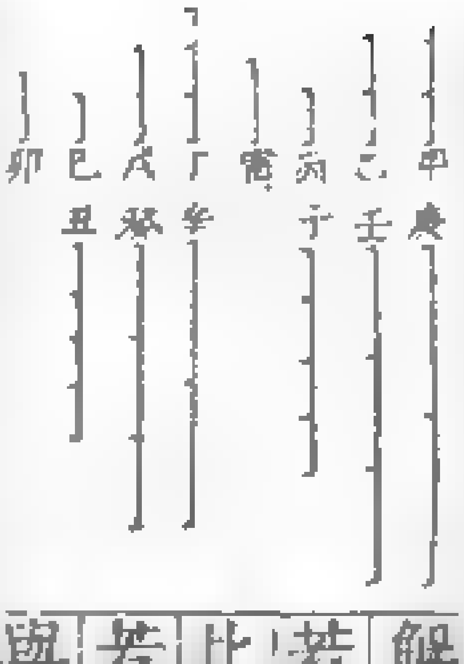
論曰甲丙既等即甲與乙之比例若丙與乙本篇七而甲與乙若戊與巳即丙與乙之比例亦若戊與巳也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙亦若戊與丁也本篇四則戊與巳若戊與丁也是丁巳等也本篇九



後解曰若甲小于丙題言丁亦小于巳

論曰甲既小于丙即甲與乙之比例小于丙與乙本篇八而甲與乙若戊與巳即戊與巳之比例小于丙與乙也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙若戊與丁本篇四則戊與巳小于戊與丁也是丁小于巳也本篇十

第二十二題平理之序

有若干幾何又有若干幾何其數等相爲連比例則以平理推

解曰有若干幾何甲乙丙又有若干幾何丁戊巳而甲與乙之比例若丁與戊乙與丙之比例若戊與巳題言以平理推之甲與丙之比例若丁與巳

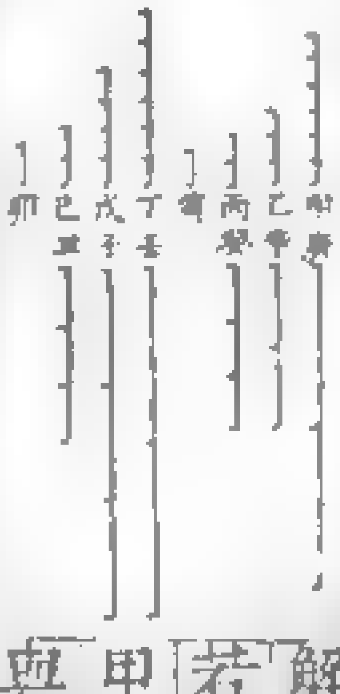
論曰試以甲與丁同任倍之爲庚爲辛別以乙與戊同任倍之爲壬爲癸別以丙與巳同任倍之爲子爲丑其一甲與二乙既若三丁與四戊卽倍甲之庚與倍乙之壬若倍丁之辛與倍戊之癸也本篇四依顯一乙與二丙既若三戊與四巳卽倍乙之壬與倍丙之子若倍戊之

癸與倍巳之丑也是庚壬子三幾何辛癸丑三幾何又相爲連比例矣次三試之若庚大于子卽辛必大于丑也本篇二十若等亦等若小亦小也則倍一甲之庚倍三丁之辛與倍二丙之子倍四巳之丑等大小皆同類也是甲與丙若丁與巳也本卷界說六其幾何自三以上如更有丙與寅若巳與卯亦依顯甲與寅若丁與卯也何者上既顯甲與丙若丁與巳而今稱丙與寅若巳與卯卽以甲丙寅作三幾何以丁巳卯作又三幾何相爲連比例依上推論亦得甲與寅之比例若丁與卯也

四以上可至無窮依此推顯

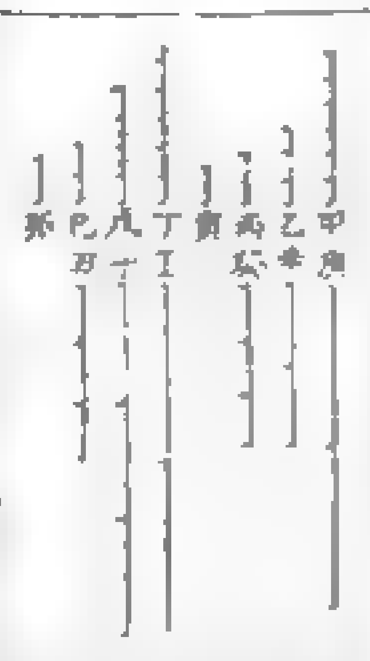
第二十三題 平理之錯

若干幾何又若干幾何相爲連比例而錯亦以平理推



解曰甲乙丙若干幾何丁戊巳若干幾何相爲連比例而錯者甲與乙若戊與巳乙與丙若丁與戊也題言以平理推之甲與丙之比例亦若丁與巳

論曰試以甲乙丁同任倍之爲庚辛壬別以丙戊巳同任倍之爲癸子丑卽甲與乙若所自倍之庚與辛本篇十五而甲與乙既若戊與巳卽庚與辛亦若戊與巳本篇十一戊與巳又若所自



倍之子與丑卽庚與辛亦若子與丑本篇十一依顯一乙與二丙既若三丁與四戊卽倍一乙之辛與倍二丙之癸若倍三丁之壬與倍四戊之子也本篇四是庚辛癸三幾何壬子丑三幾何又相爲連比例而錯矣次三試之若庚大于癸卽壬亦大于丑若等亦等若小亦小本篇廿一則一甲三丁所倍之庚壬與二丙四巳所倍之癸丑等大

小皆同類也是一甲與二丙若三丁與四巳（本卷界說六）如三以上既有甲與乙若巳與卯乙與丙若戊與巳又有丙與寅若丁與卯戊亦顯甲與寅若丁與卯何者依上論先顯甲與丙若戊與卯次丙與寅又若丁與戊即以甲丙寅作三幾何丁戊卯作又三幾何相爲追比例而錯依上論亦得甲與寅若丁與卯四以上悉依此推顯

第二十四題

凡第一與二幾何之比例若第三與四幾何之比例而第五與二之比例若第六與四則第一第五幷與二之比例若第三第六幷與四

解曰一甲乙與二丙之比例若三丁戊與四巳而五乙庚與二丙若六戊辛與四巳題言一甲乙五乙庚幷與二丙若三丁戊六戊辛幷與四巳

論曰乙庚與丙既若戊辛與巳反之丙與乙庚若巳與戊辛也（本篇四）又甲乙與丙既若丁戊與巳而丙與乙庚亦若巳與戊辛平之甲乙與乙庚若丁戊與戊辛也（本篇廿二）又合之甲庚全與乙庚若丁辛全與戊辛也（本篇十八）夫甲庚與乙庚既若丁辛與戊辛而乙庚與丙亦若戊辛與巳平之甲庚與丙若丁辛與巳矣（本篇廿二）

注曰依本題論可推廣第十六題之義作後增題（第六題言幾倍後增題不止言倍并義稍廣矣）

增題此兩幾何與彼兩幾何比例等于此兩幾何每截取一分其截取兩幾何與彼兩幾何比例等則分餘兩幾何與彼兩幾何比例亦等

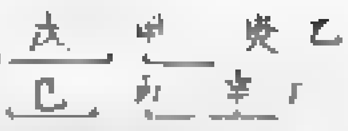
解曰如上圖甲庚丁辛此兩幾何與丙巳彼兩幾何比例等者甲庚與丙若丁辛與巳也題言截取之甲乙與丙若丁戊與巳則分餘之乙庚與丙亦若戊辛與巳

論曰甲乙與丙既若丁戊與巳即反之丙與甲乙若巳與丁戊也（本篇四）又甲庚與丙既若丁辛與巳而丙與甲乙亦若巳與丁戊即平之甲庚與甲乙若丁辛與丁戊也（本篇廿二）又分之乙庚與甲乙若戊辛與丁戊也（本篇十七）夫乙庚與甲乙既若戊辛與丁戊而甲乙與丙若丁戊與巳即平之乙庚與丙若戊辛與巳也（本篇廿三）

第二十五題

四幾何爲斷比例則最大與最小兩幾何幷大于餘兩幾何幷

解曰甲乙與丙丁之比例若戊與巳甲乙最大巳最小題言甲乙巳幷大于丙丁戊幷

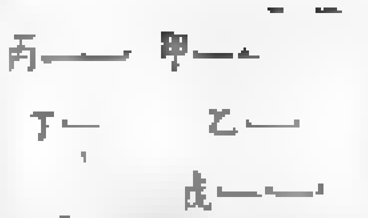


論曰試于甲乙截取甲庚與戊等于丙丁截取丙辛與巳等即甲庚與丙辛之比例若戊與巳也亦若甲乙與丙丁也夫甲乙全與丙丁全既若截取之甲庚與丙辛即亦若分餘之庚乙與辛丁也本篇十九而甲乙最大必大于丙丁即庚乙亦大于辛丁矣又甲庚與戊丙辛與巳既等即于戊加丙辛于巳加甲庚必等而又加不等之庚乙辛丁則甲乙巳幷豈不大于丙丁戊幷

第二十六題

第一與二幾何之比例大于第三與四之比例反之則第二與一之比例小于第四與三之比例

解曰一甲與二乙之比例大于三丙與四丁題言反之二乙與一甲之比例小于四丁與三丙



論曰試作戊與乙之比例若丙與丁即甲與乙之比例大于戊與乙而甲幾何大于戊本篇十則乙與戊之比例大于乙與甲也本篇八反之則乙與戊之比例若丁與丙本篇四而乙與甲之比例小于丁與丙

第二十七題

第一與二之比例大于第三與四之比例更之則第一與三之比例亦大于第二與四之比例

解曰一甲與二乙之比例大于三丙與四丁題言更之則一甲與三丙之比例亦大于二乙與四丁

論曰試作戊與乙之比例若丙與丁即甲與乙之比例大于戊與乙而甲幾何大于戊本篇十則甲與丙之比例大于戊與丙也本篇八夫戊與乙之比例既若丙與丁更之則戊與丙之比例亦若乙與丁本篇十六而甲與丙之比例大于乙與丁矣

第二十八題

第一與二之比例大于第三與四之比例合之則第一第二幷與二之比例亦大于第三第四幷與四之比例

解曰一甲乙與二乙丙之比例大于三丁戊與四戊巳題言合之則甲丙與乙丙之比例亦大于丁巳與戊巳

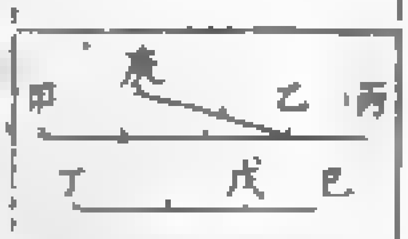
論曰試作庚乙與乙丙之比例若丁戊與戊巳即甲乙與乙丙之比例大于庚乙與乙丙而甲乙幾何大于庚乙矣本篇十此二率者每加一乙丙即甲丙亦大于庚丙而甲丙與乙丙之比例大于庚丙與乙丙也本篇八夫庚乙與乙丙之比例既若丁戊與戊巳合之則庚丙與乙丙之比例亦若丁巳與戊巳也本篇十八而甲丙與乙丙之比例大于丁巳與戊巳矣

第二十九題

一合第二與二之比例大于第三合第四與四之比例分之則第一與二之比例亦大于第三與四之比例

解曰甲丙與乙丙之比例大于丁己與戊己題言分之則甲乙與乙丙之比例亦大于丁戊與戊己

論曰試作庚丙與乙丙之比例若丁己與戊己即甲丙與乙丙之比例亦大于庚丙與乙丙而甲丙幾何大于庚丙矣本篇十 此二率者毋減一同用之乙丙即甲乙亦大于庚乙而甲乙與乙丙之比例大于庚乙與



乙丙也本篇八 夫庚丙與乙丙之比例既若丁己與戊己分之則庚乙與乙丙之比例亦若丁戊與戊己也本篇十七 而甲乙與乙丙之比例大于丁戊與戊己矣

第三十題

第一合第二與二之比例大于第三合第四與四之比例轉之則第一合第二與一之比例小于第三合第四與三之比例

解曰甲丙與乙丙之比例大于丁己與戊己題言轉之則甲丙與甲乙之比例小于丁己與丁戊

論曰甲丙與乙丙之比例既大于丁己與戊己分之即甲乙與乙丙之比例亦大于丁戊與戊己也本篇廿九 又反之乙丙與甲乙之比例小于戊己與丁戊矣本篇廿六 又合之甲丙與甲乙之比例亦小于丁己與丁戊也本篇廿八

第三十一題

此三幾何彼三幾何此第一與二之比例大于彼第一與二之比例此第二與三之比例大于彼第二與三之比例如是序者以平理推則此第一與三之比例亦大于彼第一與三之比例

解曰甲乙丙此三幾何丁戊己彼三幾何而甲與乙之比例大于丁與戊乙與丙之比例大于戊與己如是序者題言以平理推則甲與丙之比例亦大于丁與己

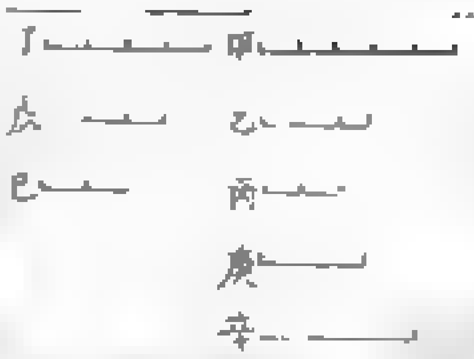
論曰試作庚與丙之比例若戊與己即乙與丙之比例大于庚與丙而乙幾何大于庚本篇十 是甲與小庚之比例大于甲與大乙矣本篇八 夫甲與乙之比例元大于丁與戊即甲與庚之比例更大于丁與戊也次作辛與庚之比例若丁與戊即甲與庚之比例亦大于辛與庚而甲幾何大于辛本篇十 是大甲與丙

之比例大于小辛與丙矣（本篇八）夫辛與丙之比例以平理推之若丁與巳也（本篇廿二）則甲與丙之比例大于丁與巳也

第三十二題

此三幾何彼三幾何此第一與二之比例大于彼第二與三之比例此第二與三之比例大于彼第一與二之比例如是錯者以平理推則此第一與三之比例亦大于彼第一與三之比例

解曰甲乙丙此三幾何丁戊巳彼三幾何而甲與乙之比例大于戊與巳乙與丙之比例大于丁與戊如是錯者題言以平理推則甲與丙之比例亦大于丁與巳



論曰試作庚與丙之比例若丁與戊即乙與丙之比例大于庚與丙而乙幾何大于庚（本篇十）是甲與小庚之比例大于甲與大乙矣（本篇八）夫甲與乙之比例既大于戊與巳即甲與庚之比例更大于戊與巳也次作辛與庚之比例若戊與巳即甲與庚之比例亦大于辛與庚而甲幾何大于辛（本篇十）是大甲與丙之比例大于小辛與丙矣（本篇八）夫辛與丙之比例以平理推之若丁與巳也（本篇廿二）則甲與丙之比例大于丁與巳也

第三十三題

此全與彼全之比例大于此全截分與彼全截分之比例則此全分餘與彼全分餘之比例大于此全與彼全之比例

解曰甲乙全與丙丁全之比例大于兩截分甲戊與丙巳題言兩分餘戊乙與巳丁之比例大于甲乙與丙丁

論曰甲乙與丙丁之比例既大于甲戊與丙巳更之即甲乙與甲戊之比例亦大于丙丁與丙巳也

（本篇廿七）又轉之甲乙與戊乙之比例小于丙丁與巳丁也（本篇三十）又更之甲乙與丙丁之比例小于戊乙與巳丁也（本篇廿七）戊乙與巳丁。分餘也則分餘之比例大于甲乙全與丙丁全矣依顯兩全之比例小于截分則分餘之比例小于兩全

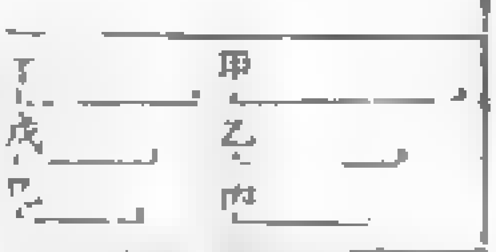
第三十四題（三支）

若干幾何又有若干幾何其數等而此第一與彼第一之比例大于此第二與彼第二之比例此第二與彼第二之比例大于此第三與彼第三之比例以後俱如是則此并與彼并之比例大于此末與彼末之比例亦大于

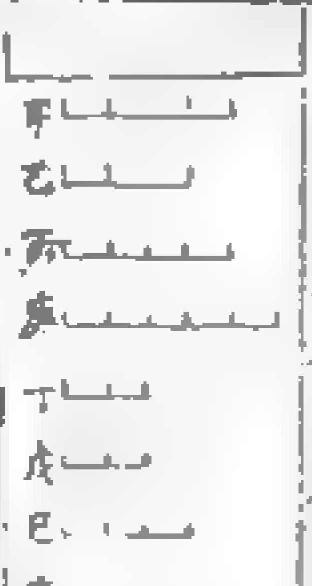
此幷減第一與彼幷減第一之比例而小于此第一與彼第一之比例

解曰如甲乙丙三幾何又有丁戊巳三幾何其甲與丁之比例大于乙與戊乙與戊之比例大于丙與巳題先言甲乙丙并與丁戊巳并之比例大于丙與巳次言亦大于乙丙并與戊巳并後言小于甲與丁

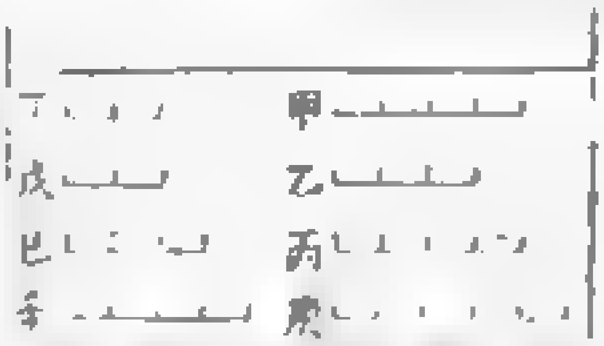
論曰甲與丁之比例既大于乙與戊更之即甲與乙之比例大于丁與戊也本篇廿七又合之甲乙并與乙之比例大于丁戊并與戊也本篇廿八又更之甲乙并與丁戊并之比例大于乙與戊也本篇廿七是甲乙全與丁戊全之比例大于減并乙與減并戊也既爾即減餘甲與減餘丁之比例大于甲乙全與丁戊全也本篇卅一依顯乙與戊之比例亦大于乙丙全與戊巳全即甲與丁之比例更大于乙丙全與戊巳全也又更之甲與乙丙并之比例大于丁與戊巳并也本篇廿七又合之甲乙丙全與乙丙并之比例大于丁戊巳全與戊巳并也本篇廿八又更之甲乙丙全與丁戊巳全之比例大于乙丙并與戊巳并也本篇廿七則得次解也又甲乙丙全與丁戊巳全之比例既大于減并乙丙與減并



戊巳即減餘甲與減餘丁之比例大于甲乙丙全與丁戊巳全也本篇卅二則得後解也又乙與戊之比例既大于丙與巳更之即乙與丙之比例大于戊與巳也本篇廿七又合之乙丙全與丙之比例大于戊巳全與巳也本篇廿八又更之乙丙并與戊巳并之比例大于丙與巳也本篇廿七而甲乙丙并與丁戊巳并之比例既大于乙丙并與戊巳并即更大于末丙與末巳也則得先解也



若兩率各有四幾何而丙與巳之比例亦大于庚與辛即與前論同理盖依上文論乙與戊之比例大于乙丙庚并與戊巳辛并即甲與丁之比例更大于乙丙庚并與戊巳辛并也更之即甲與乙丙庚并之比例大于丁與戊巳辛并也本篇十八又合之甲乙丙庚全與乙丙庚并之比例大于丁戊巳辛全與戊巳辛并也又更之甲乙丙庚全與丁戊巳辛全之比例大于乙丙庚并與戊巳辛并也本篇廿七則得次解也又甲乙丙庚全與丁戊巳辛全之比例既大于減并乙丙庚與減并戊巳辛即減餘甲與減餘丁之比例大于甲乙丙庚全與丁戊巳辛全也本篇卅二則得後解也又依前論顯乙丙



庚幷與戊巳辛幷之比例既大于庚與辛而甲乙丙庚全與丁戊巳辛全之比例大于乙丙庚幷與戊巳辛幷即更大于末庚與末辛也則得先解也○五以上至十無窮俱倣此論可顯全題之旨

幾何原本第五卷終

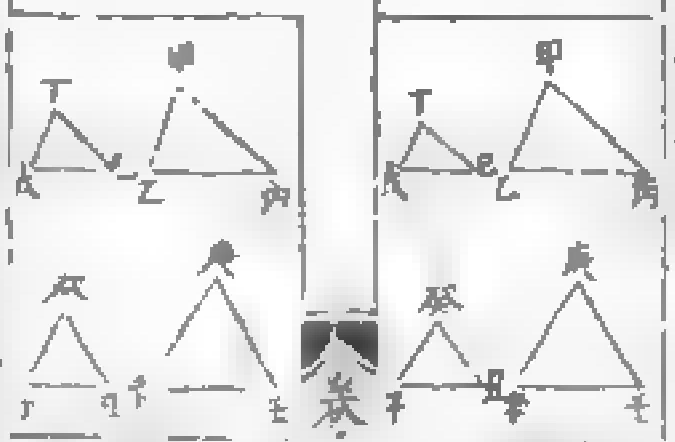
幾何原本第六卷之首

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

界說六則

第一界

凡形相當之各角等而各等角旁兩線之比例俱等為相似之形

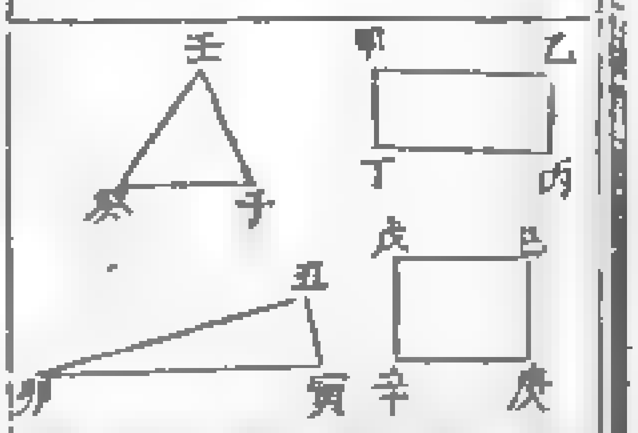


甲乙丙丁戊巳兩角形之甲角與丁角等乙與戊丙與巳各等其甲角旁之甲乙與甲丙兩線之比例若丁角旁之丁戊與丁巳兩線而甲乙與乙丙若丁戊與戊巳甲丙與丙乙若丁巳與巳戊則此兩角形為相似之形依顯凡平邊形皆相似之形如庚辛壬癸子丑俱平邊角形其各角俱等而各邊之比例亦等者是也四邊五邊以上諸形俱倣此

第二界

兩形之各兩邊線互為前後率相與為比例而等為互相視之形

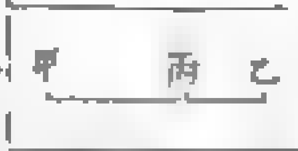
甲乙丙丁戊巳庚辛兩方形其甲乙乙丙邊與戊巳巳



庚邊。相與爲比例等。而彼此互爲前後。如甲乙與戊巳若巳庚與乙丙也。則此兩形爲互相視之形。依顯壬癸子、丑寅卯兩角形之壬子與丑寅若丑卯與壬癸。或壬癸與丑寅若丑卯與壬子。亦互相視之形也

第三界

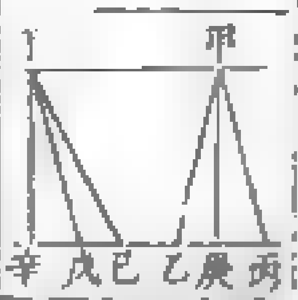
理分中末線者。一線兩分之其全與大分之比例。若大分與小分之比例



甲乙線兩分之于丙。而甲乙與大分甲丙之比例若大分甲丙與小分丙乙。此爲理分中末線其分法見本卷三十題。而與二卷十一題理同名異。此線爲用甚廣。至量體尤所必須。十三卷諸題多賴之。古人目爲神分線也

第四界

度各形之高。皆以垂線之亘爲度



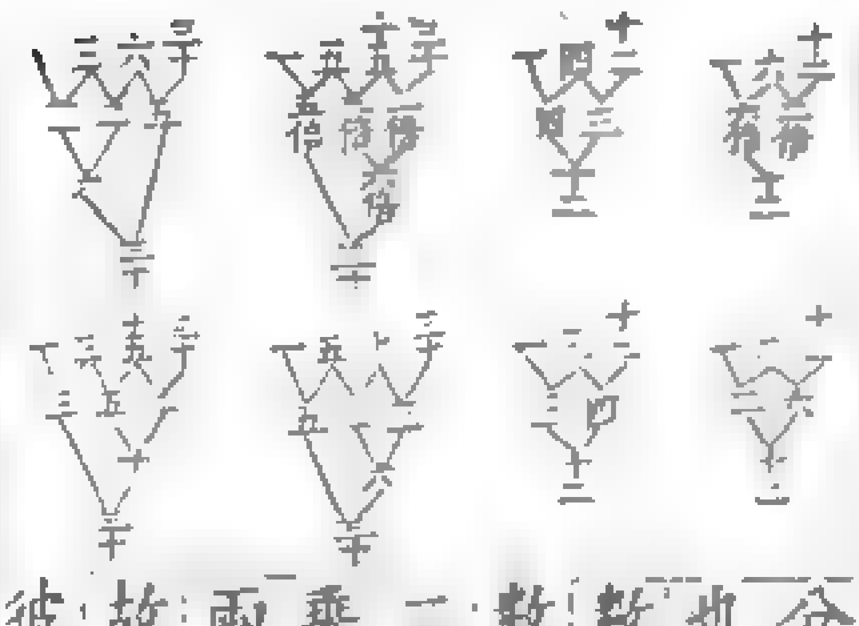
甲乙丙角形。從甲頂向乙丙底。作甲庚垂線。即甲庚爲甲乙丙之高。又丁戊巳角形。作丁辛垂線。即丁辛爲丁戊巳之高。若兩形相視兩垂線等。即兩形之高必等。如上兩形在兩平行線之內者是也。若以丙巳爲頂。以甲乙、丁戊爲底。則不等。自餘諸形之度高俱倣此

凡度物高。以頂底爲界。以垂線爲度。蓋物之定度。止有一。不得有二。自頂至底。垂線一而已。偏線無數也

第五界

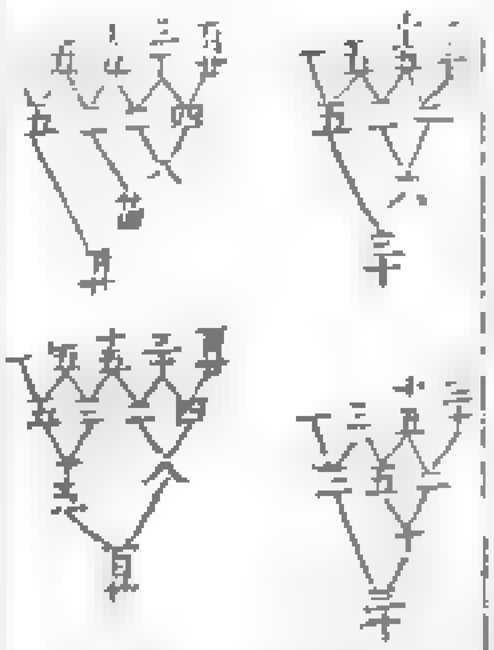
比例以比例相結者。以多比例之命數相乘除而結爲一比例之命數

此各比例。不同理。而相聚爲一比例者。則用相結之法。合各比例之命數。求首尾一比例之命數也。曷爲比例之命數。謂大幾何所倍于小幾何若干。或小幾何在大幾何內若干也。如大幾何四倍于小。或小幾何爲大四分之一。即各以四爲命比例之數也五卷界說三今言以彼多比例之命數相乘除。而結爲此一比例之命數者。如十二倍之此比例。則以彼二倍、六倍兩比例相結也。二六相乘爲十二故也。或以彼三倍、四倍兩比例相結也。三四相乘亦十二。故也。又如三十倍之此比例。則以彼二倍、三倍、五倍。三比例相結也。



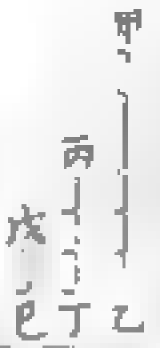
二乘三爲六。六乘五爲三十。故也
其曰相結者。相結之理。蓋在中率。凡中率爲前比例之後。後比例之前。故以二比例合爲一比例。則中率爲轄合之因。如兩卄合此爲之膠。如兩篠合此爲之紐矣。第五卷第十界言數幾何爲同理之比例。則第一與第三爲再加之比例。再加者。以前中二率之命數再加爲前後二率之命數。亦以中率爲紐也。但彼所言者。多比例同理。故止以第一比例之命數累加之。此題所言。則不同理之多比例。不得以第一比例之命數累加之。故用此乘除相結之理。于不同理之中。求其同理。別爲累加之法。其紐結之義頗相類焉。下文仍發明借象之術。以需後用也

五卷言多比例同理者。第一與第二爲再加。與第四爲三加。與第五爲四加。以至無窮。今此相結之理。亦以三率爲始。三率則兩比例相乘除。而中率爲紐也。若四率



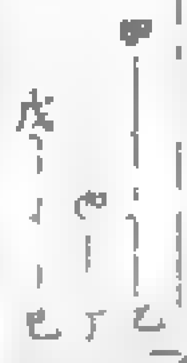
則先以前三率之兩比例相乘除而結爲一比例。復以此所結之比例與第三比例乘除相結爲一比例也。若五率則先以前三率之兩比例乘除相結。復以此再結之比例與第三比例乘除相結。又以三結之比例與第四比例乘除相結爲一比例也。或以第一第二第三率之兩比例乘除相結。以第三第四第五之兩比例乘除相結。又以此二所結比例。乘除相結而爲一比例也。自六以上。倣此以至無窮

設三幾何爲二比例。不同理而合爲一比例。則以第一與二。第二與三。兩比例相結也。如上圖。三幾何二比例。



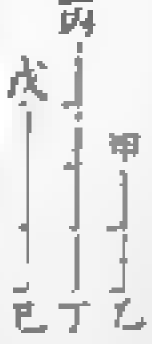
皆以大不等者。其甲乙與丙丁爲二倍大。丙丁與戊己爲三倍大。則甲乙與戊己爲六倍大。二乘三爲六也。若以小不等。戊己爲第一。甲乙

爲第三。三乘二亦六。則戊己與甲乙爲反六倍大也
甲乙與丙丁。既二倍大。試以甲乙二平分之爲甲庚庚乙。必各與丙丁等。丙丁與戊己既三倍大。而甲庚庚乙各與丙丁等。卽甲庚亦三倍大於戊己。庚乙亦三倍大於戊己。而甲乙必六倍大於戊己



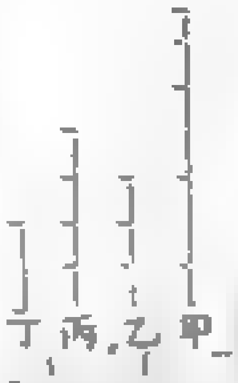
又如上圖。三幾何二比例。前以大不等。後以小不等者。中率小于前後兩率也。其甲乙與丙丁爲三倍大。丙丁與戊己爲反二倍大（反二倍大者丙丁倍戊己之半）。卽甲乙與戊己爲等帶半。三乘半。得等帶半也。若以戊己爲第一。甲乙爲第三。反推之。半除三。爲反等

帶半也



又如上圖。三幾何、二比例、前以小不等、後以大不等者。中率大於前後二率也。其甲乙與丙丁、爲反二倍大甲乙得丙丁之半丙丁與戊巳、爲等帶三分之一。卽甲乙與戊巳、爲反等帶半甲乙得戊巳三分之二何者如甲乙二、卽丙丁當四。丙丁四、卽戊巳當三。是甲乙二、戊巳當三也

後增其乘除之法、則以命數三、帶得數一、爲四。以半除之得二。二比三、爲反等帶半也。若以戊巳爲第一、甲乙爲第三。三比二、爲等帶半也



設四幾何爲三比例、不同理、而合爲一比例、則以第一與二、第二與三、第三與四、三比例相結也。如上圖甲乙、丙丁、四幾何、三比例。先依上論、以甲與乙、乙與丙、二比例相結爲甲與丙之比例。次以甲與丙、丙與丁、相結、卽得甲與丁之比例也。如是遞結可至無窮也

或用此圖申明本題之旨曰。甲與乙之命數爲丁、乙與丙之命數爲戊、卽甲與丙之命數爲巳。何者、三命數以一丁、二戊相乘得三巳、卽三比例以一甲與乙、二乙與丙相乘得三甲與丙

後增。若多幾何、各帶分、而多寡不等者。當用通分法。如設前比例爲反五倍帶三之二、後比例爲二倍大帶八之一。卽以前命數三、通其五倍、爲十五、得分數從之、爲十七。是前比例爲三與十七也。以後命數八、通其二倍爲十六、得分數從之、爲十七。是後比例爲十七與八也。卽首尾二幾何之比例、爲三與八、得二倍大帶三之二也

曷謂借象之術。如上所說三幾何、二比例者、皆以中率爲前比例之後、後比例之前。乘除相結、累如連比例之

同用一中率也。而不同理、別有二比例、與中率者、是不同理之斷比例也。無法可以相結。當于其所設幾何之外、別立三幾何、二比例、而同中率者。乘除相結、作爲儀式。以彼異中率之四幾何、二比例、依倣求之、卽得。故謂之借象術也。假如所設幾何、十六爲首、十二爲尾。却云

十六			十二	十六			十二
八	三	二	四	四	九	六	二
廿四	九	九	十八	廿四	五四	五四	十八
十六			十二	十六			十二
六	九	四	二	四	二	六	九
廿四	三六	三六	十八	廿四	十二	十二	十八
十六			十二	十六			十二
六	二	四	九	四	六	二	一
廿四	八	八	十八	廿四	三六	三六	十八

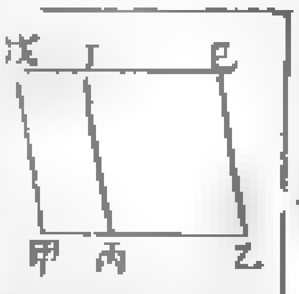
十六與十二之比例。若八與三、及二與四之比例、八爲前比例之前、四爲後比例之後。三與二爲前之後後之前。此所謂異中率也

欲以此二比例乘除相結無法可通矣。用是别立三幾何二比例。如其八與三二與四之比例而務令同中率。如三其八得二十四爲前比例之前。三其三得九爲前比例之後。即以九爲後比例之前。又求九與何數爲比例若二與四。得十八爲後比例之後。其二十四與九若八與三也。九與十八若二與四也。則十六與十二若二十四與十八俱爲等帶半之比例矣。是用借象之術變異中率爲同中率。乘除相結而合二比例爲一比例也。其三比例以上亦如上方所說展轉借象遞結之　詳見本卷二十三題筭家所用借象金法雙金法俱本此

第六界

平行方形不滿一線爲形小于線。若形有餘線不足爲形大于線

甲乙線其上作甲戊丁丙平行方形。不滿甲乙線。而丙乙上無形。即作巳乙線與丁丙平行。次引戊丁線遇巳乙于巳。是爲甲戊巳乙



滿甲乙線平行方形。則甲丁爲依甲乙線之有闕平行方形。而丙巳平行方形爲甲丁之闕形。又甲丙線上作甲戊巳乙平行方形。其甲乙邊大于元設甲丙線之較爲丙乙。而甲巳形大于甲丙線上之甲丁形。則甲巳爲依甲丙線之帶餘平行方形。而丙巳平行方形爲甲巳之餘形

幾何原本第六卷之首終

幾何原本第六卷　本篇論線面之比例　計三十三題

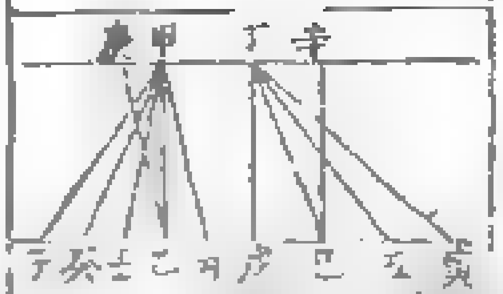
泰西利瑪竇口譯

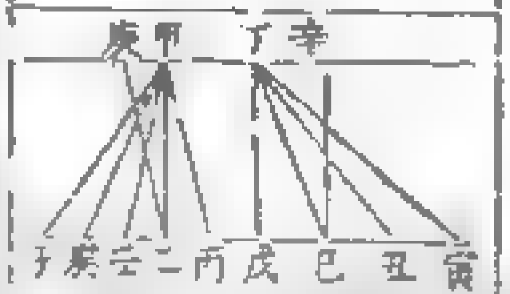
吳淞徐光啓筆受

第一題

等高之三角形方形，自相與爲比例，與其底之比例等。

解曰：甲乙丙、丁戊己兩角形等高，其底乙丙、戊己；丙庚、戊辛兩方形等高，其底乙丙、戊己。題言甲乙丙與丁戊己之比例，丙庚與戊辛之比例，皆若乙丙與戊己。

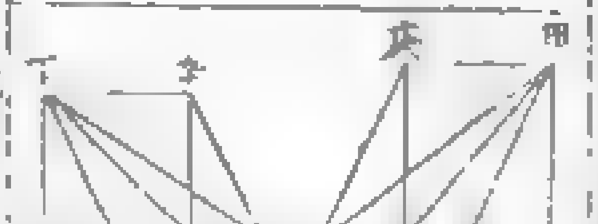




論曰：試置四形于庚辛、子寅兩平行線內（凡形自頂至底作垂線，爲本形之高。試等高者，必在平行線內，見本卷界說四）。于乙子線內，作數底線，各與乙丙等，爲乙壬、壬癸、癸子。于己寅線內，作數底線，各與戊己等，爲己丑、丑寅。次從甲、從丁，作甲壬、甲癸、甲子、丁丑、丁寅諸線。其甲乙丙、甲乙壬、甲壬癸、甲癸子四三角形，既等底而在平行線內，即等（一卷三八）。依顯丁戊己、丁己丑、丁丑寅三三角形亦等，則子丙底線大于乙丙若干倍，而甲子丙角形大于甲乙丙亦若干倍。依顯戊寅之倍戊己，亦若丁戊寅之倍丁戊己（底線分數與形之分數等）。故即用三試法：若子丙底大于戊寅底，即甲子丙形亦大于丁戊寅形也；若等亦等，若小亦小也（一卷三八）。則一乙丙所倍之子丙，三甲乙丙所倍之甲子丙，與二戊己所倍之戊寅，四丁戊己所倍之丁戊寅等，大小皆同類也。而一乙丙底與二戊己底之比例，若三甲乙丙與四丁戊己矣（五卷界六）。又丙庚、戊辛兩方形，各倍大于甲乙丙、丁戊己兩角形（一卷卌一），而甲乙丙與丁戊己之比例，既若乙丙與戊己，即丙庚與戊辛兩方形之比例，亦若乙丙與戊己兩底矣（五卷十五）。或從壬、癸、子及丑、寅各作直線，與庚乙、辛己平行，即依上論推顯。

增題：凡兩角形、兩方形，各等底，其自相與爲比例，若兩形之高之比例。

解曰：甲乙丙與丁戊己兩角形，甲庚乙丙與丁戊己辛兩方形，其底乙丙與戊己等。題言甲乙丙與丁戊己兩角形之比例，甲庚乙丙與丁戊己辛兩方形之比例，皆若甲子與丁癸兩高。

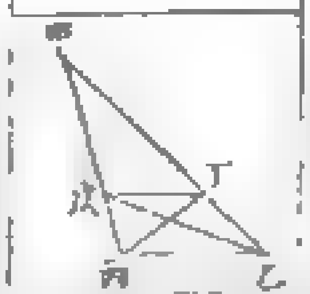


論曰：試作子壬底線，與乙丙等；作丑癸底線，與戊己等。次作甲壬、丁丑兩線，其甲壬子與甲乙丙兩角形等底又等高，即等。依顯丁癸丑與丁戊己兩角形亦等（一卷三八），即甲乙丙與丁戊己之比例，若甲

壬子與丁癸丑也（五卷七）今以甲壬、丁癸為底，即甲壬子與丁癸丑兩角形之比例若甲壬與丁癸兩底也（本篇一）而甲乙丙與丁戊巳之比例亦若甲壬與丁癸矣。又甲乙丙與丁戊巳兩角形之比例既以倍大，故若甲庚乙丙與丁戊巳辛兩方形之比例（五卷十五）即兩方形之比例亦若甲壬與丁癸兩底也（五卷十一）若作庚子、辛丑兩線，亦依前論推顯。

第二題（二支）

三角形任依一邊作平行線，即此線分兩餘邊以為比例必等；三角形內有一線分兩邊以為比例而等，即此線與餘邊為平行。



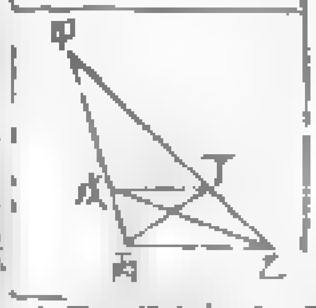
先解曰：甲乙丙角形內，如作丁戊線與乙丙平行，題言丁戊分甲乙、甲丙于丁、于戊，以為比例必等者，甲丁與丁乙若甲戊與戊丙也。

論曰：試作丁丙、戊乙兩線，其丁戊乙、丁戊丙兩角形同以丁戊為底，同在兩平行線內，即等（一卷三七）而甲戊丁與丁戊乙兩角形之比例若甲戊丁與丁戊丙矣（五卷七）夫甲戊丁與丁戊乙兩角形亦在兩平行線內（若于戊點作一線與甲乙平行，即兩形在其內）則甲戊丁與丁戊乙兩角形之比例若甲丁與丁乙兩底也（本篇一）依顯甲戊與戊丙兩底之比例亦若甲戊丁與丁戊丙兩角形也（兩形亦在兩平行線內故）是甲丁與丁乙兩線之比例、甲戊與戊丙兩線之比例，皆若甲戊丁與丁戊乙也，或與丁戊丙也（丁戊乙與丁戊丙等）則甲丁與丁乙亦若甲戊與戊丙也（五卷十一）

後解曰：甲乙丙角形內有丁戊線分甲乙、甲丙于丁、于戊，以為比例而等，題言丁戊與乙丙為平行線。

論曰：試作丁丙、戊乙兩線，其甲丁與丁乙兩底之比例若甲戊丁與丁戊乙兩角形也（在兩平行線內故見本篇一）而甲丁與丁乙之比例若甲戊與戊丙，即甲戊丁與丁戊乙之比例亦若甲戊與戊丙也（五卷十一）又甲戊與戊丙兩底之

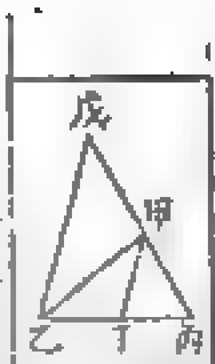
比例既若甲戊丁與丁戊丙（在兩平行線內故見本篇一）則甲戊丁與丁戊乙之比例亦若甲戊丁與丁戊丙也（五卷十一）而丁戊乙與丁戊丙兩角形等矣（五卷九）兩角形同以丁戊為底而等，則在兩平行線內（一卷卅九）



第三題（二支）

三角形任以直線分一角為兩平分，而分對角邊為兩分，則兩分之比例若餘兩邊之比例；三角形分角之線所分對角邊之比例若餘兩邊，則所分角為兩平分。

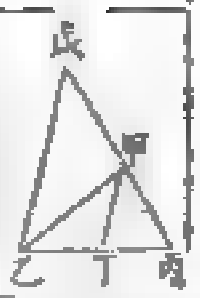
先解曰：甲乙丙角形，以甲丁線分乙甲丙角為兩平分



題言乙丁與丁丙之比例若乙甲與甲丙

論曰試作乙戊線與甲丁平行次于丙甲線引長之至戊其甲乙戊與乙甲丁為平行線相對之兩內角等外角丁甲丙與內角戊亦等一卷廿九今乙甲丁與丁甲丙又等即甲乙戊角與戊角亦等也而甲戊與甲乙兩腰亦等矣一卷六則戊甲與甲丙之比例若乙甲與甲丙也五卷七夫戊甲與甲丙之比例若乙丁與丁丙也本篇二則乙甲與甲丙之比例亦若乙丁與丁丙也五卷十一

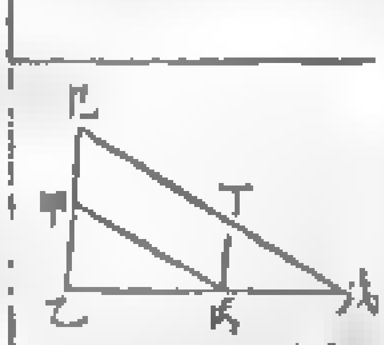
後解曰乙丁與丁丙之比例若乙甲與甲丙題言甲丁線分乙甲丙角為兩平分



論曰依前作乙戊線與甲丁平行而引丙甲線至戊其乙甲與甲丙之比例既若乙丁與丁丙甲丁線又與戊乙邊平行而乙丁與丁丙之比例若戊甲與甲丙本篇二即乙甲與甲丙之比例亦若戊甲與甲丙五卷十一是戊甲與乙甲兩線等矣五卷九則甲乙戊角與戊角亦等也一卷五夫甲乙戊與乙甲丁為平行線相對之兩內角等而外角丁甲丙與內角戊亦等一卷廿九則乙甲丁丁甲丙兩角必等

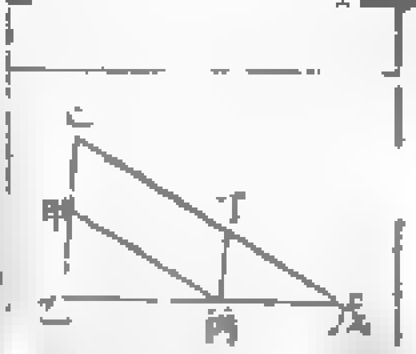
第四題

凡等角三角形其在等角旁之各兩腰線相與為比例必等而對等角之邊為相似之邊



解曰甲乙丙丁丙戊兩角形等角者甲乙丙與丁丙戊甲丙乙與丁戊丙乙甲丙與丙丁戊每相當之各角俱等也題言甲乙與乙丙之比例若丁丙與丙戊甲乙與甲丙若丁丙與丁戊甲丙與乙丙若丁戊與丙戊而每對等角之邊各相似相似者謂各前各後率各對本形之相當等角

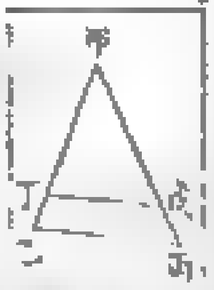
論曰試並置兩角形令乙丙丙戊兩底為一直線而丁丙戊為甲乙丙之外角其甲乙丙甲丙乙兩角既小于兩直角一卷廿七丁戊丙與甲丙乙兩角又等即乙戊兩角



亦小于兩直角而乙甲戊丁兩線引出之必相遇一卷界說十一即作兩線令遇于巳其丁丙戊外角與甲乙丙內角既等即丁丙與巳乙為平行線一卷廿八依顯甲丙乙外角與丁戊丙內角既等即甲丙與巳戊亦平行線一卷廿八而甲巳丁丙為平行線方形則甲巳與丁丙兩線等也甲丙與巳丁兩線等也一卷卅四夫乙戊巳角形內之甲丙線既與巳戊邊平行即甲乙與等甲巳之丁丙之比例若乙丙與丙戊也本篇一更之即甲乙與乙丙若丁丙與丙戊也五卷十六又乙戊巳角形內之丁丙線既與巳乙邊平行即乙丙與

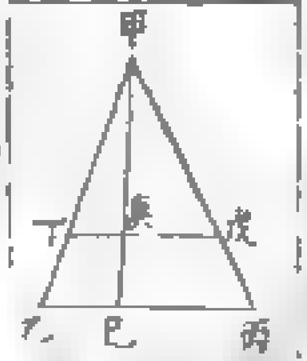
丙戊之比例若等巳丁之甲丙與丁戊也（本篇二）更之卽乙丙與甲丙若丙戊與丁戊也（五卷十六）甲乙與乙丙既若丁丙與丙戊而乙丙與甲丙又若丙戊與丁戊平之卽甲乙與甲丙若丁丙與丁戊也（五卷廿二）

一系凡角形內之直線與一邊平行而截一分爲角形必與全形相似如上甲乙丙角形作丁戊直線與乙丙平行而截一分爲甲丁戊角形必與甲乙丙全形相似何者甲丁戊外角與甲乙丙內角等甲戊丁外角亦與甲丙乙內角等（一卷廿九）甲角又同卽兩形相似而各等角旁兩邊之比例等（本題）



增題凡角形之內任依一邊作一平行線於此邊任取一點向對角作直線則所分兩平行線比例等

解曰甲乙丙角形內作丁戊線與乙丙平行次于乙丙邊任取巳點向甲角作直線分丁戊于庚題言乙巳與巳丙之比例若丁庚與庚戊



論曰甲巳乙甲庚丁兩角形既相似（本系）卽甲巳與巳乙之比例若甲庚與庚丁也更之卽甲巳與甲庚若巳乙與庚丁也（五卷十六）依顯甲巳與甲庚若巳丙與庚戊也則乙巳與丁庚亦若巳丙與庚戊也（五卷十一）更之卽乙巳與巳丙若丁庚與庚戊也（五卷十六）

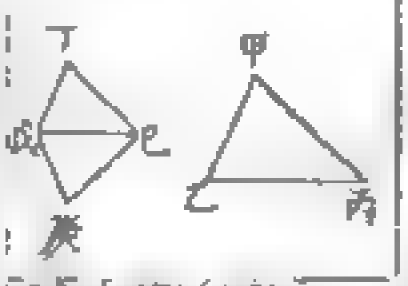
又論曰甲巳乙甲庚丁兩角形甲巳丙甲庚戊兩角形既各相似卽乙巳與甲巳之比例若丁庚與庚甲也（本系）依顯甲巳與巳丙亦若甲庚與庚戊也平之卽乙巳與巳丙若丁庚與庚戊也（五卷廿二）

第五題

兩三角形其各兩邊之比例等卽兩形爲等角形而對各相似邊之角各等

解曰甲乙丙丁戊巳兩角形其各兩邊之比例等者甲乙與乙丙若丁戊與戊巳而乙丙與甲丙若戊巳與丁巳甲丙與甲乙若丁巳與丁戊也題言此兩

形爲等角形而對各相似邊之角甲與丁乙與戊丙與巳各等



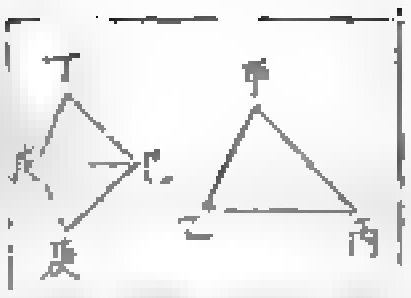
論曰試作巳戊庚角與乙角等作庚巳戊角與丙角等而戊庚巳庚兩線遇于庚卽庚角與甲角等（一卷三二）是甲乙丙庚戊巳兩形等角矣則甲乙與乙丙之比例若庚戊與戊巳也（本篇四）甲乙與乙丙元若丁戊與戊巳則庚戊與戊巳亦若丁戊與戊巳也（五卷十一）而丁戊與庚戊兩線必等（五卷九）又乙丙與甲丙之比例若戊巳與庚巳（本篇四）而乙丙與甲丙元若戊巳與丁巳則戊巳

與庚巳亦若戊巳與丁巳也（五卷十一）而丁巳與庚巳兩線必等（五卷九）夫庚戊庚巳兩腰既與丁戊丁巳兩腰各等戊巳同底即丁角與庚角亦等（一卷八）其餘庚戊巳與丁戊巳庚巳戊與丁巳戊各相當之角俱等（一卷四）而庚角與甲角既等即丁角與甲角亦等丁戊巳角與乙角丁巳戊角與丙角俱等

第六題

兩三角形之一角等而等角旁之各兩邊比例等即兩形為等角形而對各相似邊之角各等

解曰甲乙丙丁戊巳兩角形其乙與戊兩角等而甲乙與乙丙之比例若丁戊與戊巳題言餘角丙與巳甲與丁俱等

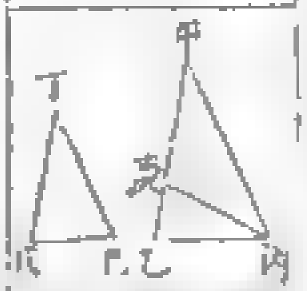


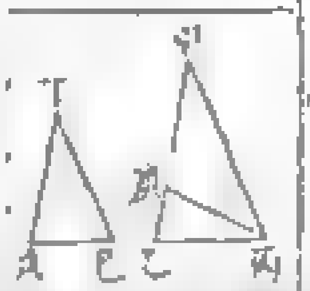
論曰試作巳戊庚角與乙角等作庚巳戊角與丙角等而戊庚巳庚兩線遇于庚依前論推顯甲乙丙庚戊巳兩形等角即甲乙與乙丙之比例若庚戊與戊巳也（本篇四）甲乙與乙丙元若丁戊與戊巳則庚戊與戊巳亦若丁戊與戊巳也（五卷十一）而丁戊與庚戊兩線必等（五卷九）夫丁戊庚戊兩邊既等戊巳同邊庚戊巳角與丁戊巳角又等（丁戊巳角與乙角等而庚戊巳亦與乙等故）即其餘各相當之角俱等（一卷四）而庚角既與甲角等庚巳戊角既與丙角等即甲角丙角與丁角戊巳丁角各等而甲乙丙丁戊巳為等角形矣

第七題

兩三角形之第一角等而第二相當角各兩旁之邊比例等其第三相當角或俱小于直角或俱不小于直角即兩形為等角形而對各相似邊之角各等

解曰甲乙丙丁戊巳兩角形其一甲角與一丁角等而第二相當角如甲丙乙丙兩旁之甲丙丙乙兩邊偕丁巳戊兩旁之丁巳巳戊兩邊比例等其第三相當角如乙與戊或俱小于直角或俱不小于直角題言兩形等角者謂甲丙乙角與巳等乙角與戊等





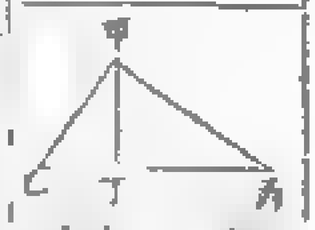
先論乙與戊俱小于直角者曰如云不然而甲丙乙大于巳令作甲丙庚角與巳等即甲庚丙角宜與戊等（一卷卅二）甲庚丙與丁戊巳為等角形矣即甲丙與丙庚之比例宜若丁巳與巳戊（本篇四）而先設甲丙與丙乙若丁巳與巳戊也是甲丙與丙庚亦若甲丙與丙乙也（五卷十一）是庚丙與乙丙兩線等也（五卷九）丙庚乙與丙乙庚兩角亦等也（一卷五）夫乙既小于直角即等腰內之丙庚乙亦小于直角則較角之丙庚甲必大于直角也（一卷十三）

甲、丙庚乙、兩角等于兩直角（見一卷十三）而丙庚甲既與戊等，則丙庚乙宜大于直角矣。其相等之乙角，何由得小于直角也。

後論乙與戊俱不小于直角者，曰：如云不然，依先論乙角與丙庚乙角等，即丙庚乙亦不小于直角。夫丙庚乙、丙乙庚同為角形內之兩角，乃俱不小于直角（一卷十七），何也。則甲丙乙不得不等于丁巳戊也。而其餘乙與戊角等矣（一卷卅二）。

第八題

直角三邊形，從直角向對邊作一垂線，分本形為兩直角三邊形，即兩形皆與全形相似，亦自相似



解曰：甲乙丙直角三邊形，從乙甲丙直角作甲丁垂線，題言所分甲丁丙、甲丁乙兩三邊形皆與全形相似，亦自相似

論曰：甲乙丙、甲丁丙兩形，既各以乙甲丙、甲丁丙為直角，而丙角又同，即其餘甲乙丙、丁甲丙兩角必等（一卷三二）。則甲乙丙、甲丁丙兩形必為等角形，而等角旁之各兩邊比例必等。等者，謂乙丙與甲丙，若甲丙與丙丁也。甲丙與甲乙，若丙丁與甲丁也。乙丙與甲乙，若甲丙與甲丁也。即甲丁丙角形與甲乙丙全形相似矣（本篇四）。依顯甲丁乙角形與甲乙丙全形亦相似也。何者？丙甲乙、甲丁乙兩皆直角，而乙角又同，即其餘甲丙乙、丁甲乙兩角必等（一卷卅二）。甲乙丙、甲丁乙兩形必為等角形，而等角旁之各兩邊比例必等故也。依顯甲丁乙、甲丁丙兩角形亦相似也。何者？兩形各與全形相似，即兩形自相似（五卷十一）

系從直角作垂線，即此線為兩分對邊線比例之中率，而直角旁兩邊各為對角全邊與同方分邊比例之中率。何者？丙丁與丁甲之比例，若丁甲與丁乙也，故丁甲為丙丁、丁乙兩分邊比例之中率也。又乙丙與丙甲之比例，若丙甲與丙丁也，故丙甲為乙丙、丙丁之中率也。乙丙與乙甲之比例，若乙甲與乙丁也，故乙甲為乙丙、乙丁之中率也

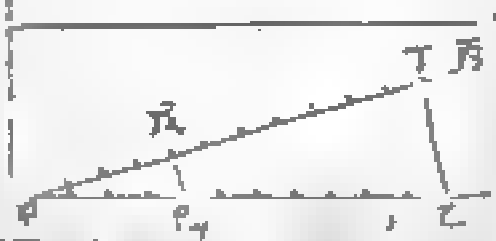
第九題

一直線求截所取之分

法曰：甲乙直線，求截取三分之一。先從甲任作一甲丙線，為丙甲乙角；次從甲向丙任作所命分之平度，如甲丁、丁戊、戊己為三分也；次作己乙直線，末作丁庚線與己乙平行，即甲庚為甲乙三分之一

論曰：甲乙己角形內之丁庚線既與乙己邊平行，即己

丁與丁甲之比例若乙庚與庚甲也（本篇一）合之巳甲與甲丁若乙甲與庚甲也（五卷十八）而甲丁既爲巳甲三分之一即庚甲亦爲乙甲三分之一也



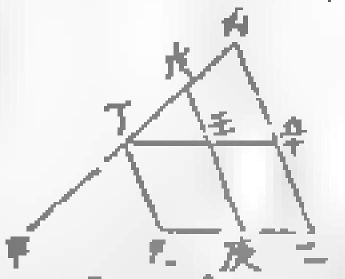
注曰甲乙線欲截取十一分之四先作甲丙線爲丙甲乙角從甲向丙任平分十一分至丁次作丁乙線末從甲取四分得戊作戊巳線與丁乙平行即甲巳爲十一分甲乙之四何者依上論丁甲與戊甲之比例若乙甲與巳甲也反之甲戊與甲丁若甲巳與甲乙也（五卷四）甲戊爲十一分甲丁之四則甲巳亦十一分甲乙之四

矣依此可推不盡分之數如四不爲十一之盡分故

第十題

一直線求截各分如所設之截分

法曰甲乙線求截各分如所設甲丙任分之丁戊者謂甲乙所分各分之比例若甲丁丁戊戊丙也先以甲乙甲丙兩線相聯于甲任作丙甲乙角次作丙乙線相聯末從丁從戊



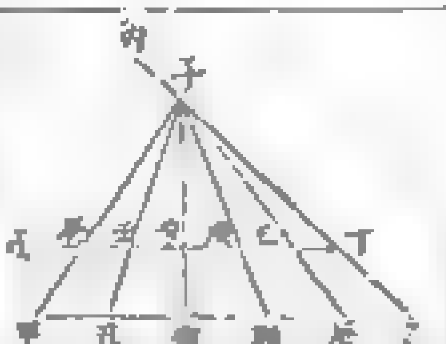
作丁巳戊庚兩線皆與丙乙平行即分甲乙線于巳于庚若甲丙之分于丁于戊

論曰甲丁與丁戊之比例既若甲巳與巳庚（本篇二）即甲巳與巳庚亦若甲丁與丁戊也更作丁辛線與甲乙平行而分戊庚于壬即丁戊與戊丙若丁壬與壬辛也亦若等丁壬之巳庚（一卷卅四）與等壬辛之庚乙也（本篇二）則巳庚與庚乙亦若丁戊與戊丙也

從此題作一用法平分一直線爲若干分

如甲乙線求五平分即從甲任作甲丙線爲丙甲乙角次從甲向丙任作五平分爲甲丁丁戊戊巳巳庚庚辛次作辛乙直線相聯末作丁壬戊癸巳子庚丑四線皆與辛乙平行即壬癸子丑分甲乙爲五平分其理依前論推顯

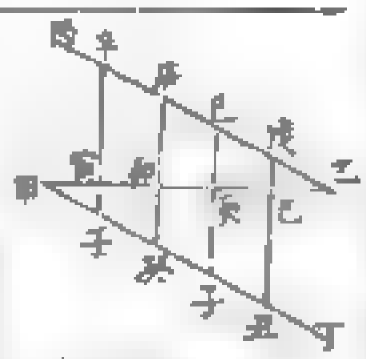
又一簡法如甲乙線求五平分即從丙任作丙乙線爲丙乙甲角次于乙丙任取一點爲丁作丁戊線與甲乙平行次從丁向戊任作五平分爲丁巳巳庚庚辛辛壬壬癸而丁癸線令小于甲乙次



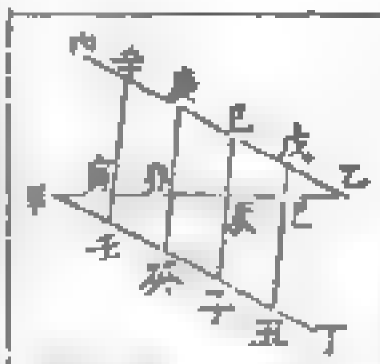
從甲過癸作甲子線遇乙丙于子末從子作子壬子辛子庚子巳四線各引長之而分甲乙于丑于寅于卯于辰爲五平分

論曰丁戊與甲乙既平行即子壬癸與子丑甲兩角子癸壬與子甲丑兩角各等（一卷廿九）而甲子丑同角即

甲子丑、癸子壬兩角形相似矣。則子癸與癸壬之比例，若子甲與甲丑也。本篇四 依顯子壬與壬辛，若子丑與丑寅也。又癸壬與壬辛等，即子壬與壬癸，若子壬與壬辛也。五卷七 則子丑與丑甲，亦若子丑與丑寅也。而甲丑、丑寅兩線等矣。五卷十一 依顯寅卯、卯辰、辰乙俱與甲丑等，則甲乙線為五平分。

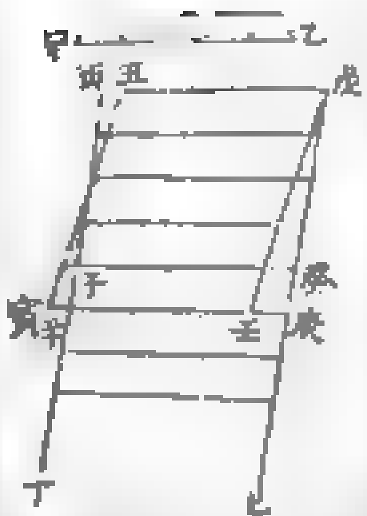


又一簡法，如甲乙線求五平分，即從甲從乙作甲丁、乙丙兩平行線。次從乙任作戊、己、庚、辛四平分。次用元度從甲作壬、癸、子、丑四平分。末作戊丑、己子、庚癸、



辛壬四線相聯，即分甲乙于巳、于辰、于卯、于寅，為五平分。

論曰：辛庚與壬癸既平行相等，即辛壬與庚癸亦平行。一卷卅三 依顯巳子、戊丑俱平行。而甲丑既為四平分，則甲巳亦四平分。本題 依顯乙辛既為四平分，則乙寅亦四平分，而通甲乙為五平分。



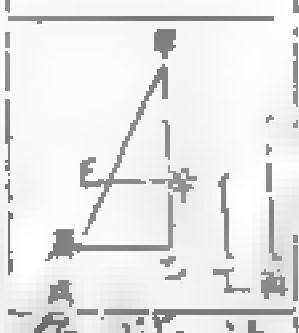
又用法：先作一器，丙丁、戊巳為平行線，任平分為若干格，每分作平行線相聯。今欲分甲乙為五平分，

即規取甲乙之度，以一角抵戊丙線，而一角抵庚辛線。如不在庚辛者，即漸移之，令至也。既至壬，即戊壬之分為甲乙之分。

論曰：庚癸與子辛既平行相等，即癸子、庚辛亦平行相等。一卷卅三 而丙丁、戊巳內諸線俱平行相等，戊庚為五平分，即戊壬亦五平分矣。本題 戊壬之度既與甲乙等，即自戊至壬諸格，分甲乙為五平分也。如戊丙線上取丑點，而甲乙度抵庚辛之外，若丑寅，即從庚辛線引長之，為庚寅，而癸子諸線俱引長之，其丑寅仍為五平分，如前論。若所欲分之線極小，則製器宜密，

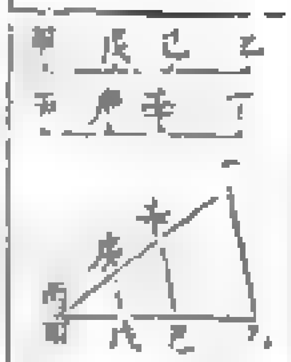
令相稱焉。

增題：有直線，求兩分之，而兩分之比例若所設兩線之比例。



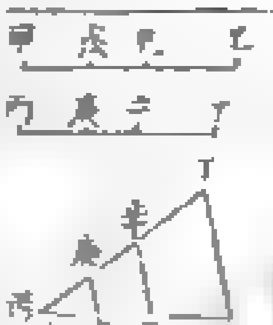
法曰：甲乙線求兩分之，而兩分之比例若所設丙與丁。先從甲任作甲戊線，而為甲角。次截取甲巳與丙等，巳庚與丁等。次作庚乙線聯之。末作巳辛線與庚乙平行，即分甲乙于辛。而甲辛與辛乙之比例，若丙與丁。說見本篇二

又增題：兩直線各三分之，各互為兩前兩後率，比例等。即兩中率與兩前兩後率，各為比例亦等。



解曰。甲乙、丙丁、兩線各三分之、于戊、于巳、于庚、于辛。各互爲兩前兩後率。比例等者甲戊與戊乙若丙庚與庚丁。甲巳與巳乙若丙辛與辛丁也。題言中率戊巳、庚辛、各與其前、後率爲比例、亦等者甲戊與戊巳、若丙庚與庚辛。巳乙與戊巳、若辛丁與庚辛也

論曰。甲戊與戊乙之比例、既若丙庚與庚丁。卽合之甲乙與戊乙、若丙丁與庚丁也。而甲巳與巳乙。既若丙辛與辛丁。卽合之甲乙與巳乙、若丙丁與辛丁也。又反之巳乙與甲乙、若辛丁與丙丁也。夫巳乙與甲

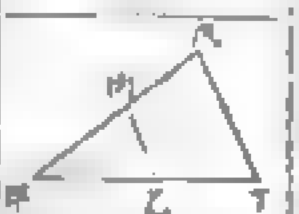


乙。既若辛丁與丙丁、而甲乙與戊乙、又若丙丁與庚丁。卽平之巳乙與戊乙、亦若辛丁與庚丁也（五卷廿二）又轉之戊乙與戊巳若庚丁與庚辛也。又分之巳乙與戊巳若辛丁與庚辛也。此後解也。又甲戊與戊乙既若丙庚與庚丁、而戊乙與戊巳又若庚丁與庚辛。卽平之甲戊與戊巳若丙庚與庚辛也。此前解也

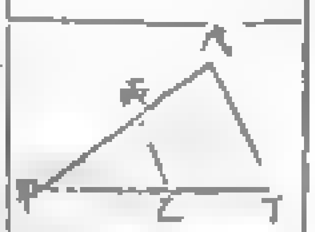
又簡論曰。如後圖、聯甲于丙、作乙甲丁角、次作丁乙、辛巳、庚戊、三線相聯。其甲戊與戊乙之比例。既若丙庚與庚丁。卽庚戊與丁乙平行（本篇二）甲巳與巳乙。既若丙辛與辛丁。卽辛巳與丁乙平行（本篇二）而庚戊與辛巳亦平行（一卷三十）是甲戊與戊巳。若丙庚與庚辛也。巳乙與戊巳亦若辛丁與庚辛也（本篇二）

第十一題

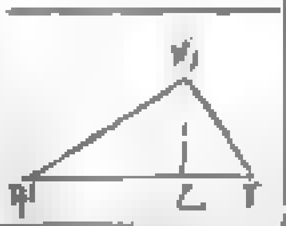
兩直線求別作一線相與爲連比例



法曰。甲乙、甲丙、兩線求別作一線相與爲連比例者。合兩線任作甲角、而甲乙與甲丙之比例、若甲丙與他線也。先于甲乙引長之爲乙丁。與甲丙等。次作丙乙線相聯。次從丁作丁戊線與丙乙平行。末于甲丙引長之遇于戊。卽丙戊爲所求線（如以甲丙爲前



論曰。甲丁戊角形內之丙乙線、既與戊丁邊平行。卽甲乙與乙丁之比例。若甲丙與丙戊也（本篇二）而乙丁、甲丙元等。卽甲乙與甲丙。若甲丙與丙戊也（五卷七）



注曰。別有一法。以甲乙、乙丙、兩線列作甲乙丙直角。次以甲丙線聯之。而甲乙引長之。末從丙作丙丁、爲甲丙之垂線。遇引長線于丁。卽乙丁爲所求線

論曰。甲丙丁角形之甲丙丁、既爲直角。而從直角至

甲丁底。有丙乙垂線。即丙乙爲甲乙、乙丁、比例之中率（本篇八之系）則甲乙與乙丙、若乙丙與乙丁也。既從一二得三。即從二、三求四以上至于無窮俱倣此

第十二題

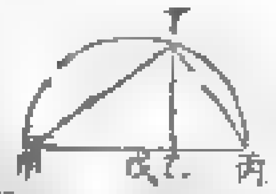
三直線求別作一線相與爲斷比例

法曰。甲乙、乙丙、甲丁、三直線。求別作一線相與爲斷比例者。謂甲丁與他線之比例若甲乙與乙丙也。先以甲乙、乙丙作直線爲甲丙。次以甲丁線合甲丙任作甲角。次作丁乙線相聯。次從丙作丙戊線與丁乙平行。末自甲丁引長之遇丙戊于戊。即丁戊爲所求線

論曰。甲丙戊角形內之丁乙線。既與丙戊邊平行。即甲丁與丁戊之比例若甲乙與乙丙（本篇二）

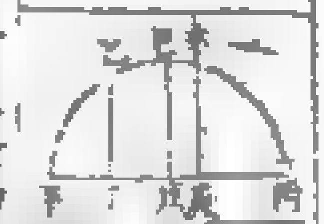
第十三題

兩直線求別作一線爲連比例之中率



法曰。甲乙、乙丙兩直線。求別作一線爲中率者。謂甲乙與他線之比例若他線與乙丙也。先以兩線作一直線爲甲丙。次以甲丙兩平分于戊。次以戊爲心。甲丙爲界。作甲丁丙半圜。末從乙至圜界作乙丁垂線。即乙丁爲甲乙、乙丙之中率

論曰。試從丁作丁甲、丁丙兩線。即甲丁丙爲直角（三卷卅一）而直角所下乙丁垂線。兩分對邊線甲丙。其甲乙與乙丁。若乙丁與乙丙也（本篇八之系）則乙丁爲甲乙、乙丙之中率



注曰。依此題可推凡半圜內之垂線。皆爲兩分徑線之中率線。如甲乙丙半圜。其乙丁爲甲丁、丁丙之中率。巳戊爲甲戊、戊丙之中率。辛庚爲甲庚、庚丙之中率也。何者。半圜之內。從垂線作角。皆爲直角（三卷卅一）故依前論推顯各爲中率也

增題。一直線。有他直線大于元線二倍以上。求分他

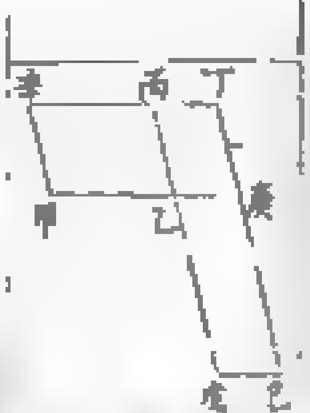
線爲兩分。而以元線爲中率

法曰。甲乙線大于甲丙二倍以上。求兩分甲乙而以甲丙爲中率。先以甲乙、甲丙。聯爲丙甲乙直角。而兩平分甲乙于丁。次以丁爲心。甲乙爲界。作甲戊乙半圜。次從丙作丙戊線。與甲乙平行。而遇半圜界于戊。末從戊作戊巳垂線。而分甲乙于巳。即戊巳爲甲巳、巳乙兩分之中率

論曰。試作戊甲、戊乙兩線。依本題論。即戊巳爲甲巳、巳乙之中率。而甲丙戊巳爲平行方形。即丙甲與戊巳等（一卷卅四）則丙甲亦甲巳、巳乙之中率也

第十四題 二支

兩平行方形等。一角又等。卽等角旁之兩邊爲互相視之邊。兩平行方形之一角等。而等角旁兩邊爲互相視之邊。卽兩形等



先解曰。甲乙丙辛、乙戊巳庚。兩平行方形等。甲乙丙、戊乙庚兩角又等。題言此兩角各兩旁之兩邊爲互相視之邊。若甲乙與乙庚之比例若戊乙與乙丙也

論曰。試以兩等角相聯于乙。令甲乙乙庚爲一直線。其甲乙丙與戊乙庚既等角。卽戊乙、乙丙亦一直線。一卷十五

增題 次從辛丙巳庚各引長之遇于丁。其辛乙乙巳兩平行方形旣等。卽辛乙與乙丁兩形之比例若乙巳與乙丁也。五卷七 而辛乙與乙丁俱在兩平行線之內。等高。卽辛乙與乙丁兩形之比例若其底甲乙與乙庚也。一本篇 依顯乙巳與乙丁兩形亦若其底戊乙與乙丙也。則甲乙與乙庚亦若戊乙與乙丙也

後解曰。甲乙丙、戊乙庚等角兩旁之各兩邊爲互相視之邊者。甲乙與乙庚若戊乙與乙丙也。題言辛乙乙巳兩平行方形等

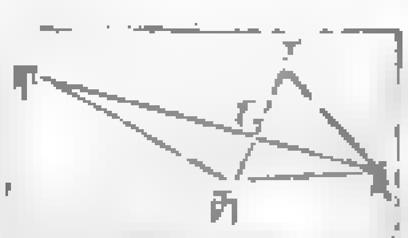
論曰。依上論以兩等角相聯。其甲乙與乙庚之比例。既若戊乙與乙丙。而甲乙與乙庚兩底之比例若平行等高之辛乙與乙丁兩形。一本篇 戊乙與乙丙兩底之比例若平行等高之乙巳與乙丁兩形。則辛乙與乙丁。若乙巳與乙丁矣。而辛乙乙巳兩形安得不等。五卷九

第十五題 二支

相等兩三角形之一角等。卽等角旁之各兩邊互相視。兩三角形之一角等。而等角旁之各兩邊互相視。卽兩三角形等

先解曰。甲乙丙、乙丁戊兩角形等。兩乙角又等。題言等角旁之各兩邊互相視者。謂甲乙與乙戊之比例若丁乙與乙丙也

論曰。試以兩等角相聯于乙。令甲乙、乙戊爲一直線。其甲乙丙、丁乙戊既等角。卽丁乙、乙丙亦



一直線。一卷十五增題 次作丙戊線相聯。其甲乙丙、乙丁戊兩角形既等。卽甲乙丙與乙丙戊之比例。若乙丁戊與乙丙戊也。五卷七 夫甲乙丙與乙丙戊兩等高形之比例若其底甲乙與乙戊也。而乙丁戊與乙丙戊兩等高形。亦若其底丁乙與乙丙也。則甲乙與乙戊若丁乙與乙丙

後解曰。兩乙角等。而乙旁各兩邊甲乙與乙戊之比例

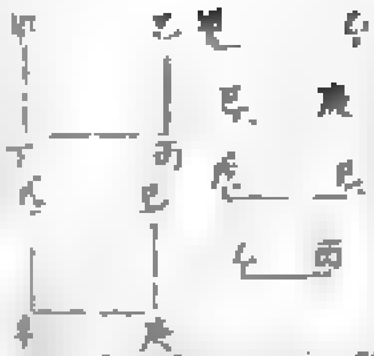
若丁乙與乙丙題言甲乙丙、乙丁戊兩角形等

論曰依前列兩形令等角旁兩邊各爲一直線其甲乙與乙戊之比例既若丁乙與乙丙而甲乙與乙戊兩底又若其上甲乙丙乙丙戊兩等高角形丁乙與乙丙兩底又若其上乙丁戊乙丙戊兩等高角形則甲乙丙與乙丙戊之比例若乙丁戊與乙丙戊矣而甲乙丙與乙丁戊豈不相等（五卷九）

第十六題 二支

四直線爲斷比例即首尾兩線矩內直角形與中兩線矩內直角形等首尾兩線與中兩線兩矩內直角形等即

四線爲斷比例



先解曰甲乙巳庚戊巳乙丙四直線爲斷比例者謂甲乙與巳庚若戊巳與乙丙也而甲乙丙丁爲甲乙乙丙首尾兩線矩內直角形戊巳庚辛爲戊巳巳庚中兩線矩內直角形題言甲丙戊庚兩形等

論曰兩形之乙與巳既等爲直角而甲乙與巳庚之比例若戊巳與乙丙是乙巳等角旁之各兩邊互相視而甲丙戊庚兩直角形必等（本篇十四）

後解曰甲丙戊庚兩直角形等題言四線之比例等者謂甲乙與巳庚若戊巳與乙丙也

論曰甲丙戊庚兩形之乙與巳既等爲直角即等角旁之各兩邊互相視而甲乙與巳庚之比例若戊巳與乙丙也（本篇十四）則四線爲斷比例矣

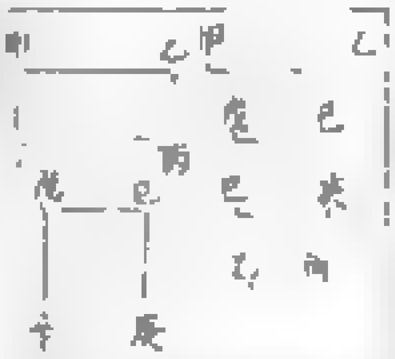
注曰若平行斜方形而等角亦同此論如上圖

以上二題即筭家句股法三數筭法所賴也

第十七題 二支

三直線爲連比例即首尾兩線矩內直角形與中線上直角方形等首尾線矩內直角形與中線上直角方形等

即三線爲連比例



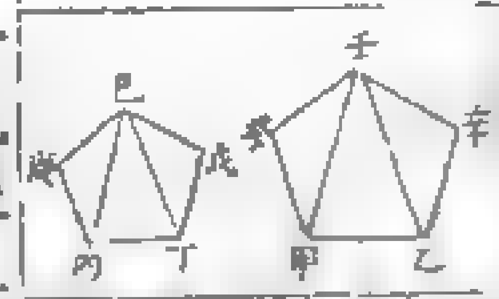
先解曰甲乙戊巳乙丙三線爲連比例者甲乙與戊巳若戊巳與乙丙也而甲乙丙丁爲甲乙乙丙首尾線矩內直角形戊巳庚辛爲戊巳上直角方形題言甲丙戊庚兩形等

論曰試作巳庚線與戊巳等即甲乙乙丙巳庚戊巳爲比例等等者謂甲乙與戊巳若巳庚與乙丙也則戊巳巳庚矩內直角形（即戊巳上直角方形）與甲乙乙丙首尾線矩內之甲丙形等矣（本篇十）

後解曰甲丙直角形與戊庚直角方形等題言甲乙與
戊巳之比例若戊巳與乙丙
論曰甲丙戊庚既皆直角形卽甲乙與戊巳之比例若
巳庚與乙丙也（本篇十六）而巳庚與乙丙亦若等巳庚之戊
巳與乙丙（五卷七）則甲乙與戊巳若戊巳與乙丙矣

注曰若平行斜方形而等角
亦同此論如上圖
系凡直線上直角方形與他兩線所作矩內直角形等
卽此線為他兩線之中率何者依上後論甲乙乙丙矩
內直角形與戊巳上直角方形等卽可推甲乙與戊巳

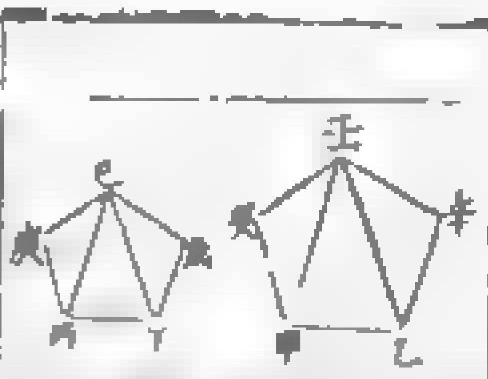
若戊巳與乙丙而戊巳為甲乙乙丙之中率故
第十八題
直線上求作直線形與所設直線形相似而體勢等



法曰如甲乙線上求作直線形與所設丙丁
戊巳庚形相似而體勢等先于設形任從一
角向各對角各作直線而分本形為若干角
形如上設形則從巳向丙向丁作兩直線而
分為丙丁巳丁巳戊丙巳庚三三角形也次
于元線上作乙甲壬甲乙壬兩角與丁丙巳丙丁巳兩
角各等其甲壬乙壬兩線遇于壬卽甲壬乙與丙巳丁

兩角亦等而甲壬乙與丙巳丁兩形為等角形矣（一卷卅二）
次作乙壬辛壬乙辛兩角與丁巳戊巳丁戊兩角各等
其壬辛乙辛兩線遇于辛卽乙辛壬與丁戊巳兩角亦
等而乙壬辛與丁巳戊兩形為等角形矣末依上作甲
壬癸與丙巳庚亦為等角形卽甲乙辛壬癸與丙丁戊
巳庚兩形等角則相似而體勢等凡設多角形俱倣此
論曰壬甲乙角與巳丙丁角既等而壬甲癸角與巳丙
庚角又等卽乙甲癸全角與丁丙庚全角等依顯甲乙
辛與丙丁戊兩全角亦等而其餘各全角俱等則甲乙
辛壬癸與丙丁戊巳庚為等角形矣又甲乙與乙壬之

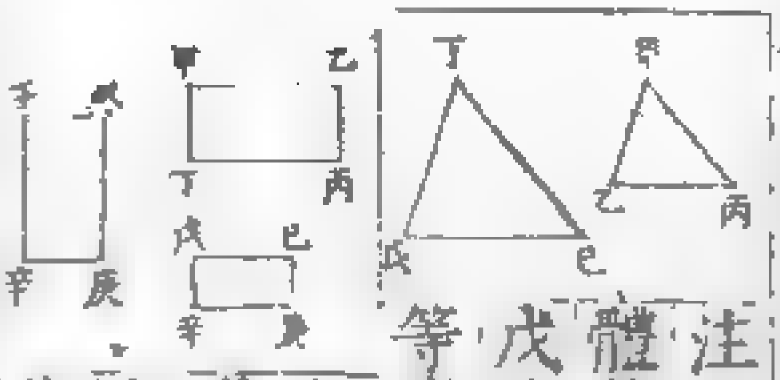
比例既若丙丁與丁巳而乙壬與乙辛亦若



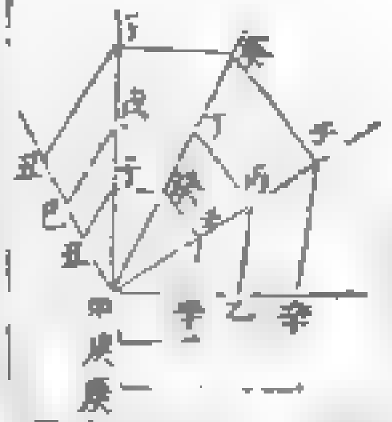
丁巳與丁戊（本篇四）乎之卽甲乙與乙辛亦若
丙丁與丁戊也（五卷廿二）則甲乙辛丙丁戊兩等
角旁各兩邊之比例等也而辛戊兩等角旁
各兩邊之比例亦等也（兩形等角卽等角旁各兩邊之比例等見）
（本篇四）又辛壬與壬乙之比例既若戊巳與巳丁而壬乙
與壬甲亦若巳丁與巳丙壬甲與壬癸亦若巳丙與巳
庚平之卽辛壬與壬癸亦若戊巳與巳庚也（五卷廿二）則辛
壬癸戊巳庚兩等角旁各兩邊之比例等也依顯餘角
俱如是則兩形為等角形而各等角旁各兩邊之比例

俱等。是兩形相似而體勢等

注曰。凡線上形。相當之各角等。即形相似而體勢等。如上甲乙丙、丁戊巳兩角形。其乙丙戊巳線上之乙角、丙角與戊角、巳角相當相等者是也。若兩形在乙丙、丁戊兩線上。則雖相似而體勢不等。又如上甲丙戊庚兩直角形。其甲丁與丁丙之比例。若戊辛與辛庚。而餘邊之比例俱等。亦形相似而體勢等。若甲丙壬庚兩直角形。雖角旁比例等。而在丁丙、戊辛線上不相當。則體勢不等



增。作本題別有一簡法。如設甲乙丙丁戊巳直線形。求于庚辛線上作直線形與相似而體勢等。先于甲角旁之甲乙、甲巳兩線任引出之為甲辛、甲丑。次從甲向各角。各任作直線為甲壬、甲癸、甲子。次于甲乙線上截取甲辛與庚辛線等。末從辛作辛壬線與乙丙平行。作壬癸與丙丁、癸子與丁戊、子丑與戊巳各平行。即所求

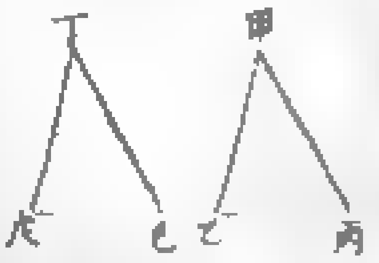


論曰。兩形之甲角既同。甲乙丙、甲巳戊兩角與甲辛壬、甲丑子、兩角各等（一卷廿九）。而甲丙乙、甲丙丁、兩角與甲壬辛、甲壬癸、兩角各等。即乙丙丁、與辛壬癸、兩全角亦等。依顯丙丁戊、丁戊巳與壬癸子、癸子丑各全角各等。則甲乙丙丁戊巳與甲辛壬癸子丑兩直線形為等角形矣。又甲辛壬、甲壬癸、甲癸子、甲子丑四三角形與甲乙丙、甲丙丁、甲丁戊、甲戊巳四三角形各相似（本篇四之系）。即甲乙與乙丙之比例。若甲辛與辛壬也。而乙丙與丙甲、若辛壬與壬甲也。丙甲與丙丁、若壬甲與壬癸也。平之。則乙丙與丙丁、亦若辛壬與壬癸也。依顯餘邊俱如是。則兩形相似而體勢等也

第十九題

相似三角形之比例。為其相似邊再加之比例

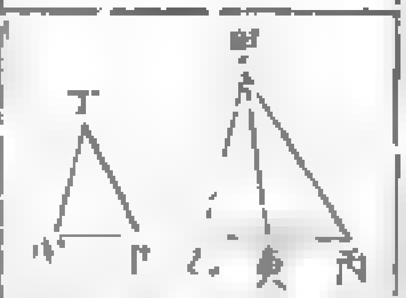
解曰。如甲乙丙、丁戊巳兩角形等角。其乙與戊、丙與巳相當之角各等。而甲乙與乙丙之比例。若丁戊與戊巳。題言兩形之比例。為乙丙與戊巳兩邊再加之比例



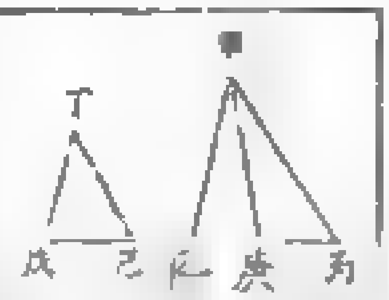
先論曰。若兩角形等。即乙丙與戊巳兩邊亦等。而各兩等邊為相同之比例。即兩形亦相同之比例。就令作再加之比例。亦未免為相同之比例。則相等之兩形。即可為兩等邊再加之比例矣

後論曰。若乙丙邊大于戊巳邊。即于乙丙線上截取乙

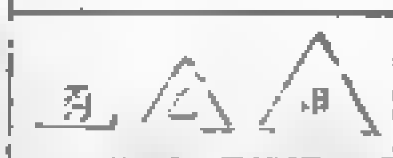
庚爲連比例之第三率令乙丙與戊巳之比



例若戊巳與乙庚也十一本篇 次作甲庚直線其
甲乙與乙丙之比例若丁戊與戊巳更之即
甲乙與丁戊若乙丙與戊巳也而乙丙與戊
巳若戊巳與乙庚則甲乙與丁戊若戊巳與乙庚也夫
甲乙庚與丁戊巳兩角形有乙戊兩等角而各兩旁之
兩邊又互相視十五本篇 即兩形等則甲乙丙形與丁戊巳
形之比例若甲乙丙形與甲乙庚形矣七五卷 又甲乙丙
與甲乙庚兩等高角形之比例若乙丙底與乙庚底本篇
一則甲乙丙形與丁戊巳形之比例亦若乙丙底與乙



庚底也既乙丙戊巳乙庚三線爲連比例則
一乙丙與三乙庚之比例爲一乙丙與二戊
巳再加之比例矣是甲乙丙與丁戊巳兩形
之比例爲乙丙與戊巳再加之比例也

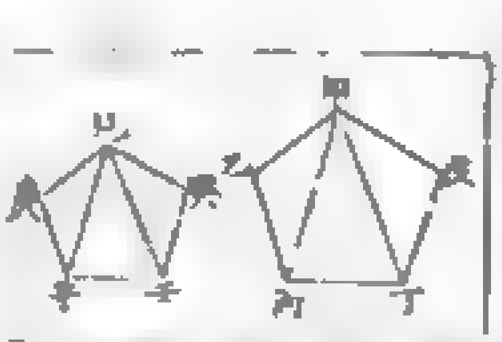


系依本題可顯凡三直線爲連比例即第一線上
角形與第二線上角形之比例若第一線與第三
線之比例如上甲乙丙三直線爲連比例其甲與
乙上各有角形相似而體勢等則一甲線與三丙
線之比例若甲形與乙形也何者甲線與丙線之比例
爲甲線與乙線再加之比例而甲形與乙形之比例亦
甲線與乙線再加之比例則甲形與乙形之比例若甲
線與丙線矣依顯二乙上角形與三丙上角形相似而
體勢等則二乙形與三丙形之比例若一甲線與三丙
線

第二十題三支

以三角形分相似之多邊直線形則分數必等而相當之
各三角形各相似其各相當兩三角形之比例若兩元
形之比例其元形之比例爲兩相似邊再加之比例

先解曰此甲乙丙丁戊彼巳庚辛壬癸兩多邊直線形
其乙甲戊庚巳癸兩角等餘相當之各角俱等而各等



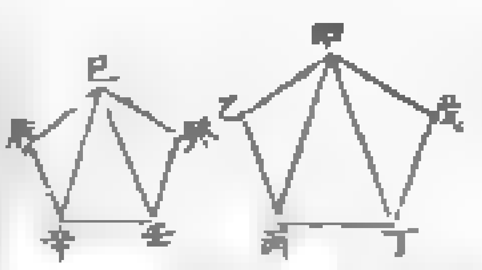
角旁各兩邊之比例各等題先言各以角形
分之其角形之分數必等而相當之各角形
各相似

論曰試從乙甲戊庚巳癸兩角向各對角俱
作直線爲甲丙甲丁巳辛巳壬其元形既相
似即角數等而所分角形之數亦等又乙角既與庚角
等而角旁各兩邊之比例亦等即甲乙丙與巳庚辛兩
角形必相似六本篇 乙甲丙與庚巳辛兩角甲丙乙與巳
辛庚兩角各等而各等角旁各兩邊之比例各等四本篇
依顯甲戊丁巳癸壬兩角形亦相似又甲丙與丙乙之

比例既若巳辛與辛庚而丙乙與丙丁若辛庚與辛壬兩元形相似故平之即甲丙與丙丁若巳辛與辛壬也五卷十二又乙丙丁角既與庚辛壬角等而各減一相等之甲丙乙角巳辛庚角即所存甲丙丁角與巳辛壬角必等則甲丙丁與巳辛壬兩角形亦等角形亦相似矣本篇六

次解曰題又言各相當角形之比例若兩元形之比例

論曰甲乙丙巳庚辛兩角形既相似即兩形之比例為甲丙巳辛兩相似邊再加之比例本篇十九依顯甲丙丁巳辛壬之比例亦為甲丙巳辛再加之比例則甲乙丙與巳庚辛兩角形之比例若甲丙丁與巳辛壬兩角形之

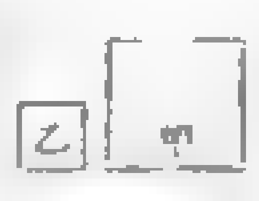


比例依顯甲丁戊與巳壬癸之比例亦若甲丙丁與巳辛壬之比例則此形中諸角形之比例若彼形中諸角形之比例此諸形為前率彼諸形為後率而一前與一後之比例又若并前與并後之比例五卷十二即此一角形與相當彼一角形之比例若此元形與彼元形之比例矣

後解曰題又言兩多邊元形之比例為兩相似邊再加之比例

論曰甲乙丙與巳庚辛兩角形之比例既若甲乙丙丁戊與巳庚辛壬癸兩多邊形之比例而甲乙丙與巳庚辛兩形之比例為甲乙巳庚兩相似邊再加之比例本篇十九則兩元形亦為甲乙巳庚再加之比例

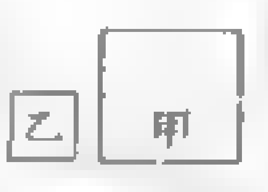
增題此直線倍大于彼直線則此線上方形與彼線上方形為四倍大之比例若此方形與彼方形為四倍大之比例則此方形邊與彼方形邊為二倍大之比例



先解曰甲線倍乙線題言甲上方形與乙上方形為四倍大之比例

論曰凡直角方形俱相似本卷界說一依本題論則甲方形與乙方形之比例為甲線與乙線再加之

比例甲線與乙線既為倍大之比例則兩方形為四倍大之比例矣何者四倍大之比例為二倍大再加之比例若一二四為連比例



故也

後解曰若甲上方形與乙上方形為四倍大之比例題言甲邊與乙邊為二倍大之比例

論曰兩方形四倍大之比例既為兩邊再加之比例則甲邊二倍大于乙邊

系依此題可顯三直線為連比例如甲乙丙則第一線上多邊形與第二線上相似多邊

丙形之比例，若第一線與第三線之比例

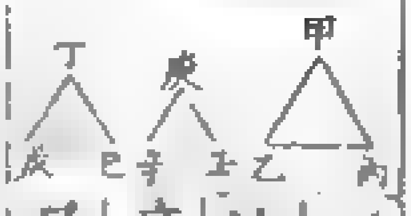
此系與本篇第十九題之系同論

第二十一題

兩直線形各與他直線形相似，則自相似

解曰：甲乙丙、丁戊巳兩直線形，各與庚辛壬形相似，題言兩形亦自相似

論曰：甲乙丙形之各角既與庚辛壬形之各角等，而丁戊巳形之各角亦與庚辛壬形之各角等，即兩形之各角自相等（一卷公論）。兩形之各角既等，則甲乙丙形與庚辛壬形各等角旁各邊之比例等（本卷五），

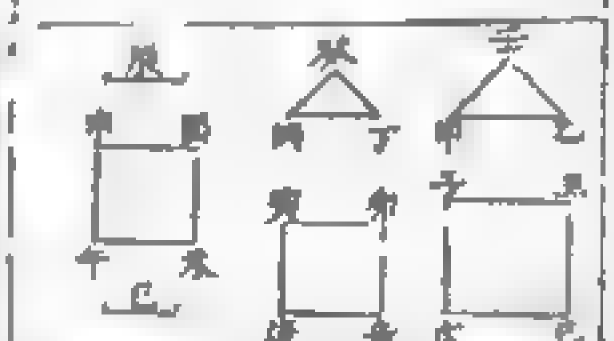


而丁戊巳形與庚壬辛形各等角旁各邊之比例亦等也。是甲乙丙形與丁戊巳形各等角旁各邊之比例亦等也。各角既等，各邊之比例又等，即兩形定相似矣（本卷界說）

第二十二題（二支）

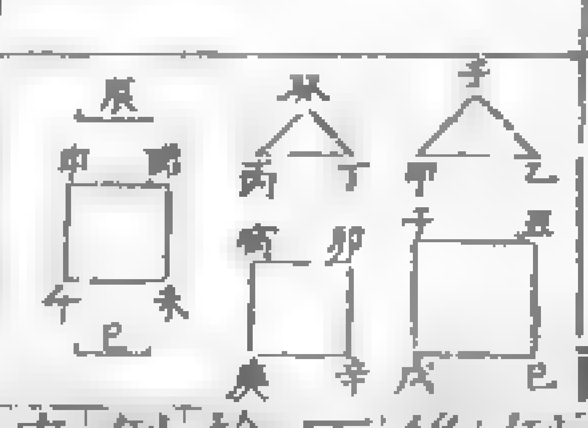
四直線為斷比例，則兩比例線上各任作自相似之直線形亦為斷比例。兩比例線上各任作自相似之直線形為斷比例，則四直線為斷比例

先解曰：甲乙、丙丁、戊巳、庚辛四直線為斷比例，若甲乙與丙丁，若戊巳與庚辛也。今于甲乙、丙丁上各任作直



線形自相似，如甲乙壬、丙丁癸；于戊巳、庚辛上各任作直線形自相似，如戊巳丑子、庚辛卯寅，題言四形亦為斷比例者，謂甲乙壬與丙丁癸，若戊丑與庚卯也

論曰：試以甲乙、丙丁兩線求其連比例之末率線為辰（本篇十一），次以戊巳、庚辛兩線求其連比例之末率線為巳，乎之即甲乙與辰之比例，若戊巳與巳也（五卷廿二）。夫甲乙壬與丙丁癸兩相似形之比例，若甲乙線與辰線（本篇十九之系），而戊丑與庚卯兩相似形之比例，若戊巳線與巳線，則甲乙壬與丙丁癸之比



例，亦若戊丑與庚卯矣（五卷十一）

後解曰：如前四形為斷比例，題言甲乙、丙丁、戊巳、庚辛四線亦為斷比例

論曰：試以甲乙、丙丁、戊巳三線求其斷比例之末率線為午未（本篇十二），次于午未上作直線形與戊丑相似而體勢等，為午未酉申（本篇十八）。午酉與戊丑相似，即與庚卯亦相似，而甲乙與丙丁之比例，既若戊巳與午未，依上論，即甲乙壬與丙丁癸兩形之比例，若戊丑與午酉矣。夫甲乙壬與丙丁癸之比例，元若戊丑與庚卯，則戊丑與午酉亦若戊丑

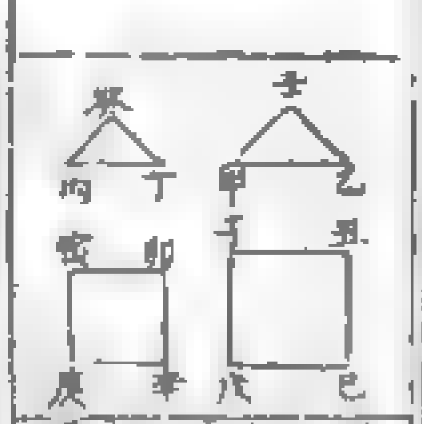
與庚卯也（五卷十一）而午酉與庚卯等也（五卷九）午酉與庚卯既等、又相似而體勢等、即兩形必在等線之上、而庚辛與午未必等（見下方補論）則戊巳與午未之比例若戊巳與庚辛也、而戊巳與午未元若甲乙與丙丁。則甲乙與丙丁。亦若戊巳與庚辛也

補論曰、庚卯、午酉兩直線形相等、相似而體勢等、即在等線之上者、何也、葢庚辛與午未若云不等者、或言庚辛大于午未也、則辛卯宜亦大于未酉矣（五卷十四）而庚卯形、宜亦大于午酉形矣、何先設兩形等也、言小倣此（補論）

（若前此未著、而論中無總論可徵、故別作一論以足未備）

又補論曰、甲乙丙、丁戊巳、兩直線形、相等、相似而體勢等、即相似邊如甲乙與丁戊必等者何也、葢云不等者、或言甲乙大于丁戊也、即令以甲乙、丁戊兩線求其連比例之末率線、爲庚（本篇十一）其甲乙與丁戊既若丁戊與庚、而甲乙大于丁戊、即丁戊宜大于庚、即甲乙宜更大于庚矣、然甲乙與庚之比例、若甲乙丙形與丁戊巳形（本篇十九及廿之系）甲乙既大于庚、則甲乙丙宜大于丁戊巳、何先設兩形等也、是甲乙不能大于丁戊矣、言小倣此

增論曰、本題別有簡論、今先顯四線之比例等、而甲乙之



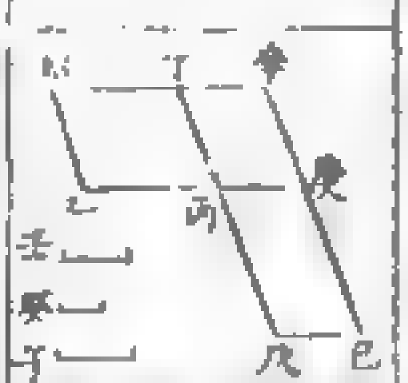
壬與丙丁癸兩形之比例、若戊丑與庚卯兩形者、葢甲乙與丙丁之比例若戊巳與庚辛、而甲乙壬與丙丁癸之比例、爲甲乙與丙丁再加之比例（本篇十九）戊丑與庚卯之比例、亦爲戊巳與庚辛再加之比例、是甲乙壬與丙丁癸、若戊丑與庚卯也

次增論曰、今顯四形之比例等、而甲乙與丙丁兩線之比例若戊巳與庚辛兩線者、葢甲乙壬與丙丁癸之比例若戊丑與庚卯、而甲乙壬與丙丁癸之比例、爲甲乙與丙丁再加之比例、若戊丑與庚卯爲戊巳

與庚辛再加之比例（本篇十九）則甲乙與丙丁之比例、若戊巳與庚辛矣

第二十三題

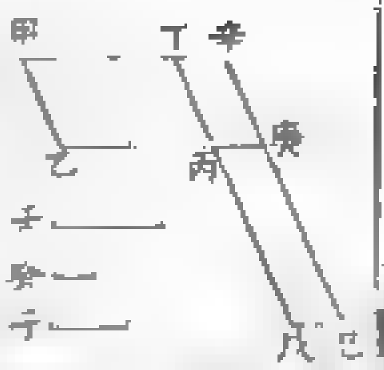
等角兩平行方形之比例、以兩形之各兩邊兩比例相結



解曰、甲丙、丙巳兩平行方形之乙丙丁、戊丙庚兩角等、題言兩形之比例、以各等角旁各兩邊之比例相結者、謂兩比例之前率在此形、兩比例之後率在彼形、如甲丙與丙巳之比例、以乙丙與丙庚偕丁丙與丙戊相結也

或以乙丙與丙戊偕丁丙與丙庚相結也

論曰試以兩等角相聯于丙而乙丙丙庚作一直線其乙丙丁角既與戊丙庚角等即戊丙丙丁亦一直線（一卷十五增）次于甲丁巳庚各引長之遇于辛次任作一壬線次以乙丙丙庚壬三線求其斷比例之末率線爲癸（本篇十二）末以丁丙丙戊癸三線求其斷比例之末率線爲子其乙丙與丙庚兩底之比例既若甲丙與丙辛兩形（本篇一）而乙丙與丙庚亦若壬與癸則甲丙與丙辛亦若壬與癸也（五卷十一）依顯丙辛與丙巳亦若癸與子也平之即甲丙與丙巳若壬與子也（五卷廿二）夫壬與子之比例元以壬與癸癸與子兩比例相結（本卷界說五）而壬與癸癸與子元若乙丙與丙庚丁丙與丙戊則甲丙與丙巳之比例以乙丙與丙庚偕丁丙與丙戊兩比例相結也其以乙丙與丙戊偕丁丙與丙庚相結則先以乙丙丙戊爲一直線可依上推顯



後注曰此不同理之比例也兩形不相似（本篇十九）又不相等之形也等角旁各兩邊不互相視（本篇十四）故必用相結之理必須借象之術其法假虛形實所以通相例之窮也以數明之乙丙六十丙庚二十壬三求得癸一丁丙四十丙戊八十癸一求得子二即甲丙之實二千四百與丙巳之實一千六百若壬三與子二爲等帶半之比例也其曰壬與癸癸與子兩比例相結者壬三倍大于癸癸反二倍大于子（反二倍者得子之半）三乘半得一五則壬與子爲等帶半之比例也其曰借象者乙丙與丙庚丁丙與丙戊二比例既不同理又與中率故借壬與癸癸與子同中率而不同理之二比例以爲象（本卷界說五）初作壬與癸若乙丙與丙庚次作癸與子若丁丙與丙戊（本篇十二）則癸爲前率之後又爲後率之前是爲壬子首尾兩率之樞紐令相象之丙庚丁丙亦化兩率爲一率爲乙丙丙戊首尾兩率之樞紐因以兩比例相結爲首尾兩率之比例雖不能使三率爲同理之兩比例而合爲一連比例亦能使兩不同理之比例首尾合而爲一比例矣自三以上可倣此相借以至無窮也（本卷界說五）

第二十四題

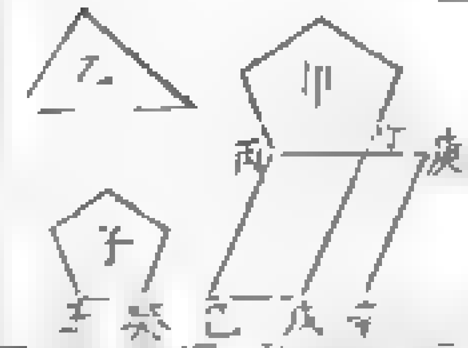
平行線方形之兩角線方形自相似亦與全形相似

解曰甲乙丙丁平行方形作甲丙對角線任作戊巳庚辛兩線與丁丙乙丙平行而與對角線交相遇于壬題言戊庚巳辛兩角線方形自相似亦與全形相似

論曰試依一卷廿九題推顯兩角線形等角又庚甲戊與乙甲丁同角而甲戊壬外角與甲丁丙內角等甲庚壬外角與甲乙丙內角等戊壬庚外角與乙巳壬內角等乙巳壬外角又與乙丙丁內角等則戊庚形與甲丙全形等角矣依顯巳辛形亦與全形等角矣今欲顯兩形與全形相似者試觀甲庚壬與甲乙丙兩角形甲戊壬與甲丁丙兩角形既各等角（一卷廿九可推是本篇四之系）仍即甲乙與乙丙之比例若甲庚與庚壬而庚乙兩角旁各兩邊之比例等也（六卷四）又乙丙與丙甲之比例若庚壬與壬甲丙甲與丙丁之比例若壬甲與壬戊平之即乙丙與丙丁若庚壬與壬戊也（五卷廿二）則乙丙丁庚壬戊兩角旁各兩邊之比例等也依顯各角旁各兩邊之比例皆等是兩角線方形自相似亦與全形相似

第二十五題

兩直線形求作他直線形與一形相似與一形相等

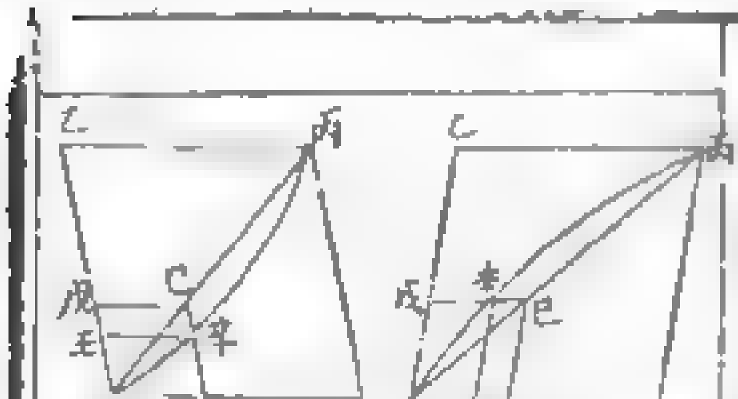


法曰甲乙兩直線形求作他直線形與甲相似與乙相等先于求相似之甲形任取一邊如丙丁于丙丁邊上作平行方形與甲等為丙戊（一卷四四四五）次于丁戊邊上作平行方形與乙等而戊丁庚角與丁丙巳角等為丁辛其丙丁庚巳戊辛俱為直線也（一卷四五可推）次作一壬癸線為丙丁丁庚之中率（本篇十三）末于壬癸上作子形與甲相似而體勢等（本篇十八）即子形與乙等

論曰丙丁壬癸丁庚三線既為連比例即依本篇二十題之系可顯一丙丁與三丁庚之比例若一丙丁上之甲與二壬癸上之子兩形相似而體勢等者之比例也又丙丁與丁庚之比例若丙戊與丁辛兩等高平行方形之比例也（本篇一）則丙戊與丁辛若甲與子矣夫丙戊與丁辛元若甲與乙也（丙戊與甲等丁辛與乙等）則甲與乙之比例若甲與子也（五卷十一）而乙形與子形等矣（五卷九）

第二十六題

平行方形之內減一平行方形其減形與元形相似而體勢等又一角同則減形必依元形之對角線



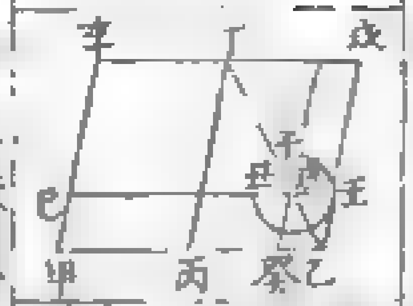
解曰乙丁平行方形之內減戊庚平行方形與元形相似而體勢等又戊甲庚同角題言戊庚形必依乙丁形之對角線

論曰試作甲巳巳丙對角兩線若兩線為一直線即顯戊庚形依甲丙對角線矣如云甲巳巳丙非一直線令別作元形之對角線而分戊巳邊于辛即作辛壬線與巳

庚平行。其乙丁、戊壬、兩平行方形。既同依甲辛丙一直對角線。則宜相似而體勢等矣本篇廿四是乙甲與甲丁之比例。宜若戊甲與甲壬也。夫乙甲與甲丁元若戊甲與甲庚元設形相似而體勢等今若所云。則戊甲與甲庚。亦若戊甲與甲壬矣五卷十一而甲壬分與甲庚全。亦等矣五卷九可乎。若云。甲辛丙分巳庚于辛。即令作辛壬。與巳戊平行。依前論駁之

第二十七題

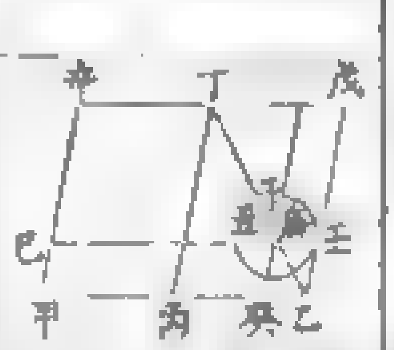
凡依直線之有闕平行方形。不滿線者。其闕形。與半線上之闕形相似而體勢等。則半線上似闕形之有闕依形。必大于此有闕依形



解曰。甲乙線。平分于丙。于半線丙乙上。任作丙丁戊乙平行方形。其對角線乙丁。次作甲乙戊辛滿元線平行方形。即甲丁為甲丙半線上之有闕依形。丙戊為丙乙半線上之闕形本卷界說六此兩形。相等。相似。勢體又等。題言甲乙線上。凡作有闕依形不滿線者。其闕形。與丙戊相似而體勢等。即甲丙半線上之甲丁有闕依形。必大于此有闕依形

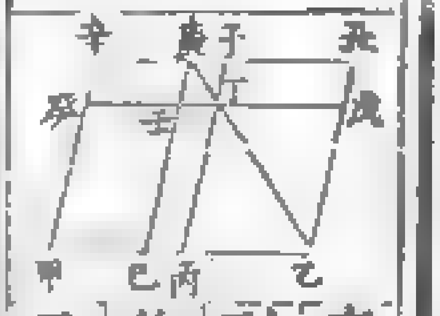
論曰。試于乙丁對角線上。任取一點為庚。從庚作巳庚壬線。庚癸線。與甲乙、乙戊各平行。即得甲庚為依甲乙元線之有闕平行方形。而癸壬為其闕形。此癸壬闕形。既依乙丁對角線。則與丙戊闕形相似而體勢等本篇廿四夫丙庚、庚戊、兩餘方形既等一卷四三若每加一癸壬角線方形。即丙壬與癸戊亦等也。又丙壬與丙巳。俱在兩平行線內。底等。即兩形等一卷三六而丙巳與癸戊兩形亦等。若每加一丙庚形。是甲庚平行方形。與子丑磬折形。亦等也。丙戊平行方形。函子丑磬折形之外。尚有庚丁形。則丙戊形。必大于子丑磬折形。而等丙戊之甲丁形丙戊甲丁同在兩平行線內又等底故見一卷三六必大于等磬折形之甲庚形矣

依顯凡依乙丁對角線作形。與丙戊相似者。其有闕依形。俱小于甲丁也。為其必有庚丁之較故也



又論甲丁必大于甲庚曰。巳丁、丁壬、兩平行方形。同在兩平行線內。又底等。即兩形等一卷卅六而庚戊為丁壬之分。則丁壬大于庚戊。較餘一庚丁形。其大于丙庚亦如之庚戊、丙庚、兩餘方形等故見一卷四二即等丁壬之巳丁形其大于丙庚。亦較餘一庚丁形也。次每加一內巳形。則甲丁必大于甲庚矣

又解曰。若庚點在丙戊形外。即引乙丁對角線至庚。從



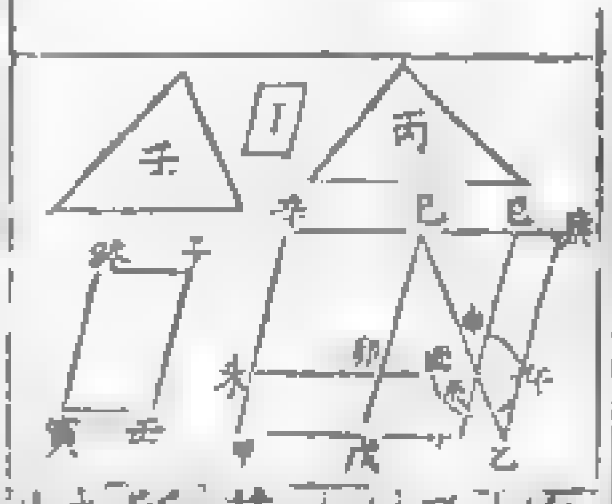
庚作辛丑線。與癸戊平行。次引甲癸線至辛。引乙戊線至丑。而與辛丑線遇于辛、于丑。末作庚巳線。與辛甲平行。卽得甲庚爲依甲乙元線之有闕平行方形。又得巳丑與丙戊相似而體勢等者（兩形同依乙庚對角線故。見本篇廿四）爲其闕形也。題言甲丁形。亦大于甲庚形

論曰。試于丙丁線引出之。至子。卽辛子、子丑兩線等（一卷卅四）。而辛丁、丁丑兩形亦等（一卷卅六）。其丁丑、巳丁兩餘方形既等。卽巳丁與辛丁亦等。夫辛丁大于辛壬。既較餘一庚丁形。則巳丁之大于辛壬。亦較餘一庚丁形也。此兩率者。每加一甲壬平行方形。則甲丁大于甲庚者。亦較餘一庚丁形矣。依顯凡乙丁對角線。引出丙戊形外。依而作形。與丙戊相似者。其有闕依形。俱小于甲丁也。爲其必有庚丁之較故也

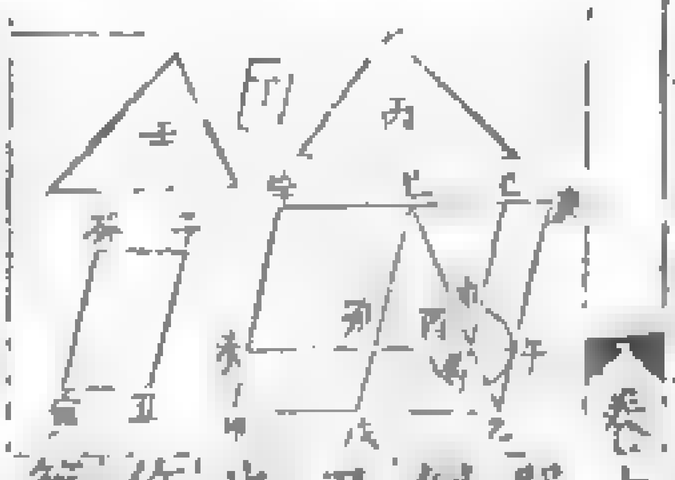
第二十八題

一直線。求作依線之有闕平行方形。與所設直線形等。而其闕形。與所設平行方形相似。其所設直線形。不大于半線上所作平行方形與所設平行方形相似者

法曰。甲乙線。求作依線之有闕平行方形。與所設直線形丙等。而其闕形。與所設平行方形丁相似。先以甲乙



線兩平分于戊。次于戊乙半線上。作戊巳庚乙平行方形。與丁相似而體勢等（本篇十八）。次作甲辛庚乙滿元線平行方形。若甲巳平行方形。與丙等者。卽得（本篇廿五）所求矣。若甲巳大于丙者（題言甲巳小卽不可作見）卽等甲巳之戊庚。亦大于丙也。則尋戊庚之大于丙幾何。假令其較爲壬（兩直線形不等相減之較法見一卷四五）卽作癸子丑寅平行方形。與壬等。又與戊庚形相似而體勢等（本篇廿五）。則戊庚平行方形。與丙直線形。及癸丑平行方形幷等。而戊庚必大于癸丑矣。夫戊庚與

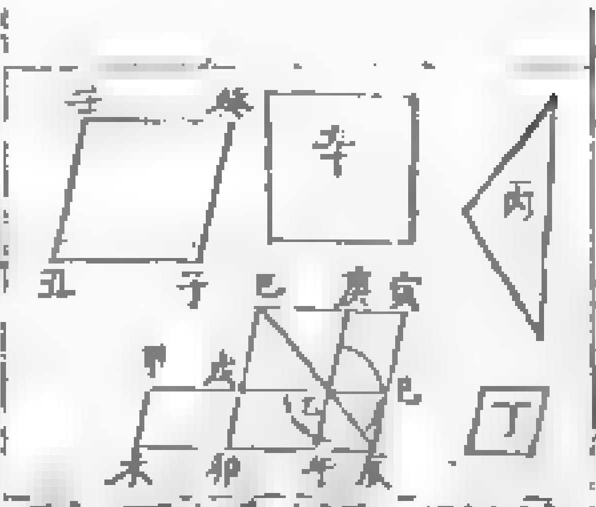


癸丑既相似。卽戊巳與巳庚兩邊之比例。若寅癸與癸子也。而戊庚既大于癸丑。卽戊巳、巳庚兩邊。亦大于寅癸、癸子也。次截取巳巳、巳卯。與癸子、癸寅等。而作巳巳辰卯平行方形。必與癸丑形相等。相似而體勢等矣。又卯巳形。既與戊庚相似而體勢等。必同依乙巳對角線也（本篇廿六）。次于巳辰線引出。抵甲乙元線丁。卯辰兩界。各引出作午未線。卽甲辰爲依甲乙線之有闕平行方形。與丙等。而其闕形乙辰。與戊庚相似（[illegible]）卽亦與丁相似

論曰。辰庚與辰戊兩餘方形既等（一卷四三）。每加一乙辰角線方形。即乙巳與戊午亦等。而與等戊午之戊未亦等（戊午戊未同在平行線內。又依等勢見一卷卅六）。乙巳與戊未既等。又每加一戊辰方形。即甲辰平行方形與申酉磬折形亦等矣。夫申酉磬折形爲戊庚形之分。而戊庚與丙及癸丑等。戊庚所截去之卯巳又與癸丑等。則申酉磬折形與丙等也。而甲辰亦與丙等也。

第二十九題

一直線求作依線之帶餘平行方形與所設直線形等。而其餘形與所設平行方形相似

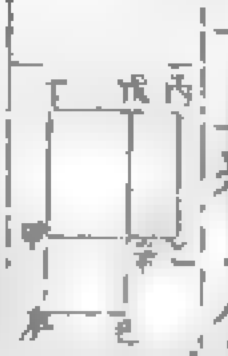


法曰。甲乙線求作依線之帶餘平行方形。與所設直線形丙等。而其餘形與所設平行方形丁相似。先以甲乙線兩平分于戊。次于戊乙半線上作戊巳庚乙平行方形與丁相似而體勢等（本篇十八）。次別作一平行方形與丙及戊庚并等。爲辛（一卷十四）。次別作一平行方形與辛等。又與丁相似而體勢等。爲壬癸子丑（本篇廿五）。其丑癸既與辛等。即大于戊庚。而丑癸既與戊庚相似。即丑壬與壬癸兩邊之比例若戊巳與巳庚也。而丑壬與壬癸兩線。必大于戊巳與巳庚也（若等或小。即丑癸不大于戊庚矣）。次于巳戊引之至卯。與壬丑等。于巳庚引之至寅。與壬癸等。而作卯寅平行方形。即卯寅與丑癸同依辰巳對角線。而等體勢等矣（本篇廿六）。又與戊庚相似而體勢等矣。次于甲乙引之至巳。庚乙引之至午。于午卯引之至未。末作甲未線與巳卯平行。即得甲辰帶餘平行方形。依甲乙線。與丙等。而巳午爲其餘形。與戊庚形相似而體勢等（本篇廿四）。即與丁相似而體勢等。

論曰。甲卯、戊午、兩形既等（一卷卅六）。戊午與乙寅兩餘方形又等（一卷四二）。則甲卯與乙寅亦等矣。而每加一卯巳形。則甲辰平行方形與戊辰寅磬折形亦等矣。夫戊辰寅磬折形。元與丙等（丑癸即卯寅。與丙及戊庚并等。每減一戊庚。即磬折形與丙等）。即甲辰亦與丙等

第三十題

一直線求作理分中末線



法曰。甲乙線求理分中末。先于元線作甲乙丙丁直角方形。次依丁甲邊作丁巳帶餘平行方形與甲丙直角方形等。而甲巳爲其餘形。又與甲丙形相似（本篇廿九）。即甲巳亦直角方形矣（惟直角方形恒與直角方形相似）。則戊巳線分甲乙于辛。爲理分中末線也（本卷界說二）。

論曰。丁巳與甲丙兩形既等。每減一甲戊形。即所存丙

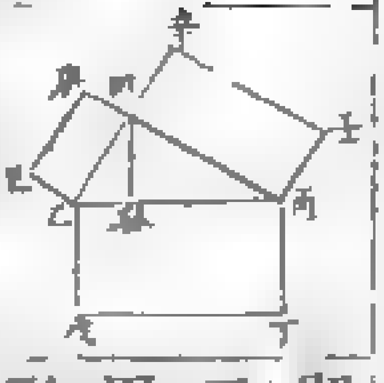
巳辛丙、兩形亦等矣。此兩形之甲辛巳、戊辛乙兩角既
等（兩皆直角故）。即兩角旁之各兩邊線，為互相視之線也（本篇十四）。而等戊辛之甲乙線，與等辛巳之甲辛線，其為比例
若甲辛與辛乙也。是甲辛乙線為理分中末也
又論曰。甲乙、甲辛、辛乙，凡三線。而第一、第三、矩內之辛
丙直角形，與第二甲辛上直角方形等。即三線為連比
例（本篇十七）。而甲乙與甲辛，若甲辛與辛乙矣

又法曰。甲乙線求分于丙，而甲乙偕丙乙矩內直
角形，與甲丙上直角方形等（二卷十一）。即甲乙之分于
丙，為理分中末線。盖甲乙、甲丙、丙乙三線為連比

例故（本篇廿七）

第三十一題

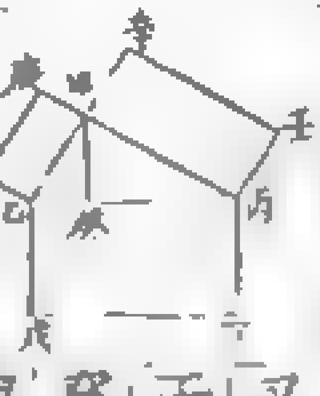
三邊直角形之對直角邊上一形，與直角旁邊上兩形，若
相似而體勢等，則一形與兩形并等



解曰。甲乙丙三邊直角形，乙甲丙為直角。
于乙丙上任作直線形，為乙丙丁戊。次于
甲乙、甲丙上，亦作甲乙巳庚、甲丙壬辛兩
形，與乙丁形相似而體勢等（本篇十八題）。言乙
丁形與乙庚、丙辛兩形并等
論曰。試從甲作甲癸，為乙丙之垂線。依本篇第八題之

系。即乙丙與丙甲兩邊之比例，若丙甲與丙癸兩邊。則
一乙丙邊與三丙癸邊之比例，若一乙丙上之乙丁形
與二甲丙上之丙辛形也（本篇十九、二十之系）。反之，則丙癸與
乙丙兩邊之比例，若丙辛與乙丁兩形也。依顯乙癸與
乙丙兩邊之比例，若乙庚與乙丁兩形也（乙丙、乙甲、乙癸三邊為連比例，故見本篇八之系）。夫一丙癸與二乙丙之比例，既若三丙辛
與四乙丁。而五乙癸與二乙丙之比例，亦若六乙庚與
四乙丁。則一丙癸、五乙癸并，與二乙丙之比例，若三丙
辛、六乙庚并，與四乙丁也。既一丙癸、五乙癸并，與二乙
丙等。則三丙辛、六乙庚并，與四乙丁亦等（五卷廿四）

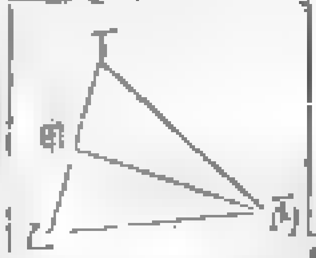
又論曰。甲乙丙、與癸甲丙兩角形既相似，
而甲乙丙角形，其乙丙與丙甲之比例，若
癸甲丙角形之丙甲與丙癸（本篇八），即乙丙
與丙甲兩邊相似，則癸甲丙與甲乙丙兩



角形之比例，為丙甲與乙丙再加之比例（本篇十九）。而丙辛
與乙丁兩形之比例，亦為丙甲與乙丙再加之比例（本篇十九、二十）。則癸甲丙與甲乙丙兩角形之比例，若丙辛與乙
丁兩形也（五卷十一）。依顯癸乙甲與甲乙丙兩角形之比例，
若乙庚與乙丁兩形也。是一甲癸丙與二甲乙丙之比
例，若三丙辛與四乙丁也。而五癸乙甲與二甲乙丙之

比例若六乙庚與四乙丁也。即一甲癸丙、五癸乙甲幷、與二甲乙丙之比例。若三丙辛、六乙庚幷、與四乙丁也（五卷廿四）。既一甲癸丙、五癸乙甲幷、與二甲乙丙等。則三丙辛、六乙庚幷、與四乙丁亦等

又論曰。一甲丙上直角方形、與二乙丙上直角方形之比例、若三丙辛形、與四乙丁形（此丙辛之比若甲丙與乙丙再加之比例見本篇十九一十）。又五甲乙上直角方形、與二乙丙上直角方形之比例、若六乙庚形、與四乙丁形。即一甲丙上五甲乙上兩直角方形幷、與二乙丙上直角方形之比例。若三丙辛、六乙庚兩形幷、與四乙丁形（五卷廿四）。既甲丙、甲乙上兩直角方形幷、與乙丙上直角方形等（一卷四七）。則丙辛、乙庚兩形幷、與乙丁形等



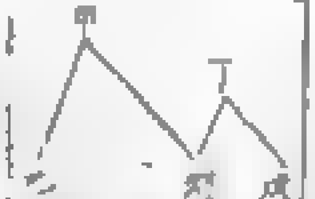
增題。角形之一邊上一形、與餘兩邊上兩形、相似而體勢等者。其一形與兩形幷等。則餘兩邊內角必直角

解曰。甲乙丙角形、于乙丙上任作一直線形、與甲乙、甲丙上兩形、相似而體勢等。其一形與兩形幷等。題言乙甲丙必直角

論曰。試作甲丁、爲甲丙之垂線、與甲乙等。次作丁丙線。其丙甲丁既直角。即于丁丙上作一形、與乙丙上形相似。其丁丙上形、與丁甲、甲丙上相似而體勢等之兩形幷等矣（本題）。又甲丁與甲乙等。其上兩形亦等。即丁丙上形。與甲乙、甲丙上兩形幷、亦等。而乙丙上形、元與甲乙、甲丙上兩形幷等。則丁丙、乙丙上兩形亦等。而丁丙與乙丙兩線亦等（本篇廿二補論）。夫甲丙丁角形之甲丁、與甲乙丙角形之甲乙等。甲丙同邊。其底乙丙、丁丙又等。即丁甲丙與乙甲丙兩角必等。丁甲丙既直角。則乙甲丙亦直角

第三十二題

兩三角形。此形之兩邊、與彼形之兩邊、相似而平置兩形、成一外角。若各相似之各兩邊各平行。則其餘各一邊相聯爲一直線



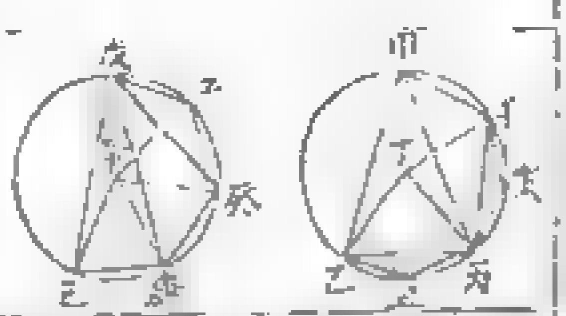
解曰。甲乙丙、丁丙戊兩角形。其甲乙、甲丙邊、與丁丙、丁戊邊相似者。謂甲乙與甲丙之比例、若丁丙與丁戊也。試平置兩形、令相切成一甲丙丁外角。而甲乙與丁丙、甲丙與丁戊各相似之兩邊各平行。題言乙丙、丙戊爲一直線

論曰。甲乙與丁丙既平行。即甲角與內相對之甲丙丁等（一卷廿九）。依顯丁角亦與內相對之甲丙丁等。則甲、丁兩角等。而甲乙丙與丁丙戊兩角形之甲、丁兩角旁各兩

邊比例又等，即兩形爲等角形。而乙角與丁丙戊角必等（本篇六）。次于乙角加甲角，于丁丙戊角加等甲之甲丙丁角，即乙甲兩角并，與等甲丙丁、丁丙戊兩角并之甲丙戊角等。次每加一甲丙乙角，即甲乙丙形之內三角并，與甲丙乙、甲丙戊兩角并等。夫甲乙丙形之內三角等兩直角（一卷卅二），則甲丙乙、甲丙戊并，亦等兩直角。而爲一直線（四卷十一）

第三十三題

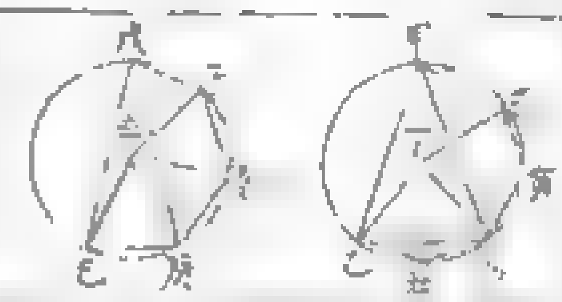
等圜之乘圜分角，或在心，或在界，其各相當兩乘圜角之比例，皆若所乘兩圜分之比例。而兩分圜形之比例，亦若所乘兩圜分之比例



解曰：甲乙丙、戊巳庚兩圜等，其心爲丁、爲辛。兩圜各任割一圜分，爲乙丙、爲巳庚，其乘圜角之在心者，爲乙丁丙、巳辛庚，在界者，爲乙甲丙、巳戊庚。題先言乙丙與巳庚兩圜分之比例，若乙丁丙與巳辛庚兩角，次言乙甲丙與巳戊庚兩角之比例，若乙丙與巳庚兩圜分。後言乙丁、丁丙兩腰偕乙丙圜分，內乙丁丙分圜形。與巳辛、辛庚兩腰偕巳庚圜分，內巳辛庚分圜形之比例，亦若乙丙與巳庚兩圜分

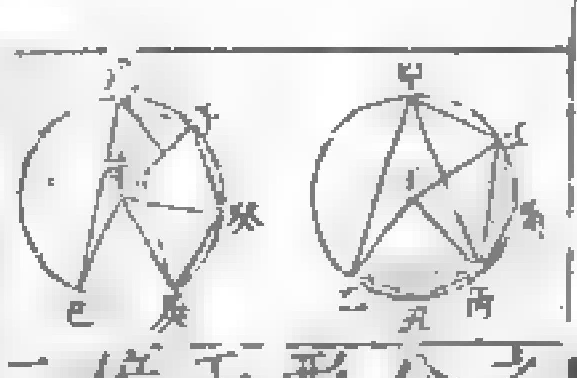
先論曰：試作乙丙、巳庚兩線，次作丙壬合圜線，與乙丙等，作庚癸、癸子兩合圜線，各與巳庚等（一卷四）。其丙壬既與乙丙等，即乙丙與丙壬兩圜分亦等（三卷廿八）。而乙丁丙與丙丁壬兩角亦等（三卷廿七）。依顯巳庚、庚癸、癸子三圜分，巳辛庚、庚辛癸、癸辛子三角，俱等。則乙丙壬圜分，倍乙丙圜分之數，如在心乙丁壬角，或乙丁壬內地，倍乙丁丙角之數。而巳庚癸子圜分，倍巳庚圜分之數，如在心巳辛子角，或巳辛子內地，倍巳辛庚角之數。何者？乙丁壬、巳辛子兩角，或兩地內之分數，與乙丙壬、巳庚癸子兩圜分內之分數各等，故也。然則乙丁壬角與地，若等

于巳辛子角與地，即乙丙壬圜分，必等于巳庚癸子圜分矣。若大亦大，若小亦小矣。是一乙丙所倍之乙丙壬，三乙丁丙所倍之乙丁壬。二巳庚所倍之巳庚癸子，四巳辛庚所倍之巳辛子。等大小，皆同類也。則一乙丙與二巳庚之比例，若三乙丁丙與四巳辛庚也（五卷界說六）



次論曰：乙丁丙角，倍大于乙甲丙角。而巳辛庚角，亦倍大于巳戊庚角（三卷二十），即乙丁丙與巳辛庚兩角之比例，若乙甲丙與巳戊庚兩角矣（五卷廿五）。則乙甲丙與巳戊庚

在界乘圜之兩角亦若乙丙與己庚兩圜分也（五卷十）若作甲壬戊癸直線亦可用先論推顯（用此當角說見三卷廿增題）後論曰試于乙丙圜分內作乙丑丙角次于丙壬圜分內作丙寅壬角此兩角所乘之乙甲壬丙乙甲壬兩圜分既等（三卷廿七）即兩角亦等而乙丑丙與丙寅壬兩圜小分亦相似亦相等（乙丙與丙壬兩線等故見三卷廿四）次每加一相等之乙丁丙丙丁壬角形即乙丁丙丙丁壬兩分圜形等（一卷四）則乙丁壬分圜形倍乙丁丙分圜形之數如乙丙壬圜分倍乙丙圜分之數依顯己辛子分圜形倍己辛庚分圜形之數亦如己庚癸子圜分倍己庚圜分之數然則乙丙壬圜分若等于己庚癸子圜分者即乙丁壬分圜形亦等于己辛子分圜形矣若大亦大若小亦小矣（五卷界說六）是乙丙壬圜分之倍一乙丙圜分乙丁壬分圜形之倍二乙丁丙分圜形倍己庚癸子圜分之倍二己庚圜分己辛子分圜形之倍四己辛庚分圜形等大小皆同類也則一乙丙圜分與二己庚圜分之比例若三乙丁丙分圜形與四己辛庚分圜形也（五卷界說六）



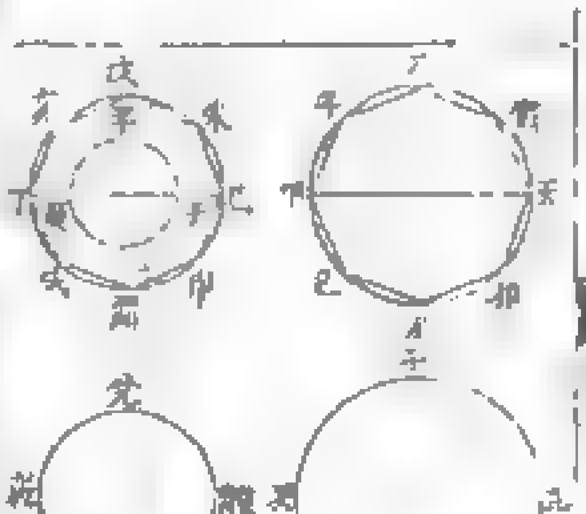
一系在圜心兩角之比例皆若兩分圜形

二系在圜心角與四直角之比例若圜心角所乘圜分與全圜界與圜心角所乘之圜分與全圜界四直角與在圜心角之比例若全圜界與圜心角所乘之圜分

按丁先生言歐几里得六卷中多研察有比例之線竟不及有比例之面故因其義類增益數題用補闕如左云竊復增一題竊弁于首仍以題旨從先生舊題隨類附演以廣其用俱稱今者以別于先生舊增也

今增題圜與圜為其徑與徑再加之比例

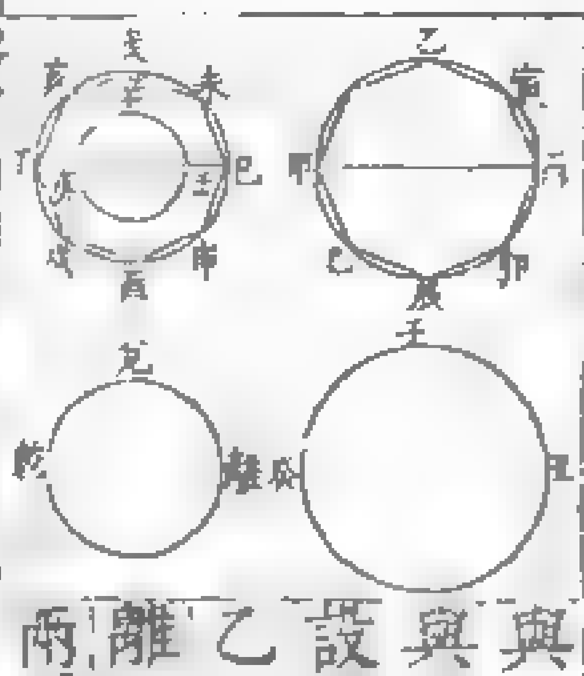
解曰甲乙丙丁戊己兩圜其徑甲丙丁己題言甲乙丙與丁戊己為甲丙與丁己再加之比例



論曰如云不然當言甲乙丙圜與小于丁戊己之庚辛壬圜或大于丁戊己之癸子丑圜為甲丙與丁己再加之比例也（五卷界說）

（二十增）若言庚辛壬是者試置庚辛壬圜于丁戊己圜內為同心次于外圜內作丁亥戊未己申酉戌多邊切形其多邊為偶數又等而全不至內圜也（四卷十六補題）次于甲乙丙圜內作甲午乙寅丙卯辰巳多邊切形

與丁戊巳圜內切形相似（四卷十六增題可推）其兩圜內兩徑上有丁亥戊未巳與甲午乙寅丙相似之兩多邊形則爲兩相似邊再加之比例也（本篇十一）而甲丙與丁巳兩線爲兩形之相似邊據如彼論即甲午乙寅丙與丁亥戊未巳兩形甲乙丙與庚辛壬兩圜同爲甲丙與丁巳兩線再加之比例也甲乙丙半圜大于甲午乙寅丙形將庚辛壬半圜亦大于丁亥戊未巳形乎則分大于全乎若言癸子丑是者亦如前論甲午乙寅丙與丁亥戊未巳兩形甲乙丙與癸子丑兩圜同爲甲丙與丁巳兩線再加之比例也反之即癸子丑



與甲乙丙兩圜之比例爲丁巳與甲丙兩徑再加之比例也試設他圜乾兌離令癸子丑與甲乙丙之比例若丁戊巳與乾兌離（五卷界說增）則丁戊巳與乾兌離兩圜亦宜爲丁巳與甲丙兩徑再加之比例也癸子丑既大于丁戊巳即甲乙丙亦大于乾兌離而丁戊巳與小于甲乙丙之乾兌離兩圜能爲丁巳與甲丙兩徑再加之比例乎（前已駁有兩圜此第一與他圜之小于第二者不得爲元圜兩徑再加之比例）夫甲乙丙不得與圜之大于丁戊巳者小于丁戊巳者。爲甲丙與丁巳再加之比例則止有元兩圜爲其元兩徑再加之比例

一系全圜與全圜半圜與半圜相當分與相當分任相與爲比例皆等益諸比例皆兩徑再加之比例故

二系三邊直角形對直角邊爲徑所作圜與餘兩邊爲徑所作兩圜并等半圜與兩半圜并等圜分與相似兩圜分并等（本篇卅一可推）

三系三線爲連比例以爲徑所作三圜亦爲連比例推此可求各圜之相與爲比例者又可以圜求各圜之相與爲比例者（本篇十九之二系可推）

一增題直線形求減所命分其所減所存各作形與所設形相似而體勢等

法曰如甲直線形求減二分之一。其所減所存各作形與所設乙形相似而體勢等

先作丙丁形與甲等與乙相似而體勢等（本篇廿五）次任于其一邊如丙戊上作丙巳戊半圜次分丙戊爲三平分而取其一庚戊次從庚作巳庚爲丙戊之垂線（本篇九）次作巳丙巳戊兩線末于巳丙巳戊上作巳辛巳壬兩形各與丙丁相似而體勢等（本篇十八）即所求

論曰。丙巳戊角形。既負半圜為直角(三卷卅一)。即丙丁直線形。與巳辛巳壬相似之兩形并等(本篇卅一)。而于等甲之丙丁形。減巳壬存巳辛。兩形各與丙丁相似而體勢等。則與乙相似而體勢等。今欲顯巳壬為丙丁三分之一者。試觀丙庚巳丙巳戊兩角形既相似(本篇八)。即丙庚與庚巳之比例。若丙巳與巳戊也(本篇四)。夫丙庚庚巳庚戊。三線為連比例。即丙庚與庚戊。為丙庚與庚巳再加之比例(本篇八之系)。而巳辛與巳壬兩形。亦為丙巳與巳戊兩相似邊再加之比例(本篇十二)。即丙庚與庚戊兩線之比例。若巳辛與巳戊兩形也(兩比例為兩同理比例之再加故)。合之則丙戊與庚戊之比例。若等巳辛巳壬兩形并之丙丁。與巳壬矣。丙戊三倍于庚戊。則丙丁亦三倍于巳壬。而巳壬為等甲之丙丁三分之一。

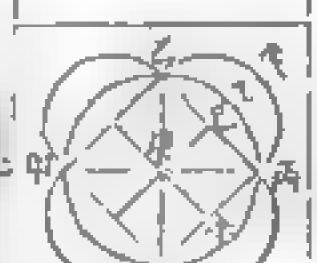
若直線形。求減之。不論所減所存何形。其法更易。如

甲形。求減三分之一。先作乙丙平行線形。與甲等(一卷四四)。次分乙丁為三平分而取其一戊丁。末從戊作巳戊線。與丙丁平行。即戊丙形為等甲之乙丙形三分之一(本篇一)。

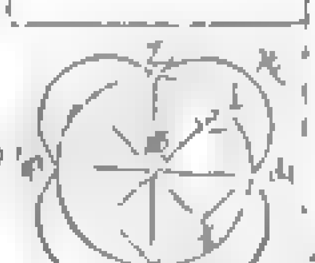
今附。若于大圜求減所設小圜。則以圜徑當形邊。餘

法同前。如上圖

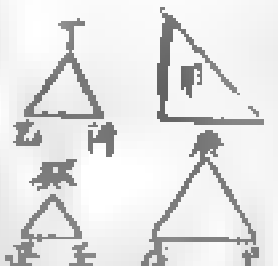
又今附。依此法可方一初月形(方初月形說謂作直角方形與初月形等)。如甲乙丙丁圜。其界上有附圜四分之一之乙壬丙戊初月形。而求作一直角方形。與初月形等。先從乙丙作甲乙丙丁內切圜直角方形(三卷六)。次用方形法四平分之。即其一為所求方形。與初月形等。何者。甲乙丙半圜與甲乙乙丙上兩半圜并等(本增題之今附)。甲乙乙丙兩線自相等。即其上兩半圜亦自相等。而庚乙壬丙分圜形。為大半圜之半。即與乙巳丙戊小半圜等。此



兩率者。各減一同用之乙巳丙壬圜小分。其所存乙壬丙戊初月形。與庚乙丙角形等。而庚巳丙辛直角方形。與庚乙丙角形亦等。則與乙壬丙戊初月形亦等。依顯甲乙丙丁直角方形。與大圜界上四初月形并等。



二增題。兩直線形。求別作一直線形。為連比例。



法曰。甲與乙丙丁。兩直線形。求別作一直線形。為連比例。先作一戊巳庚直線形。與甲等。與乙丙丁相似而體勢等(本篇廿五)。次以兩形相似之各一邊。如戊巳乙丙。為前中率線而求

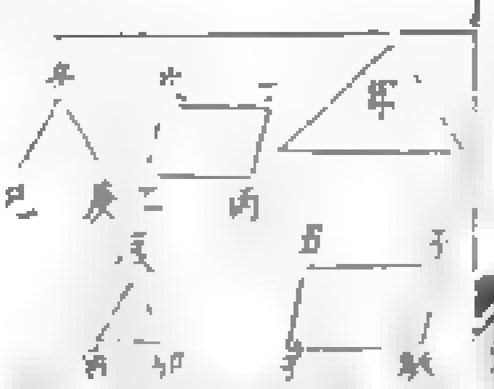
其連比例之末率線為辛壬 本篇十一 末于辛壬上作辛壬癸形與兩形相似而體勢等 本篇十八 即所求

論曰戊巳乙丙辛壬三線既為連比例即其上三形相似而體勢等者亦為連比例 本篇廿二

今附有兩圜求別作一圜為連比例則以圜徑當形邊依上法作之

三增題三直線形求別作一直線形為斷比例

法曰一甲二乙丙丁戊三巳庚辛三直線形求別作一直線形為斷比例先作壬癸子丑形與甲等與乙丁相似而體勢等 本篇廿五 次以三形之任各一邊如壬



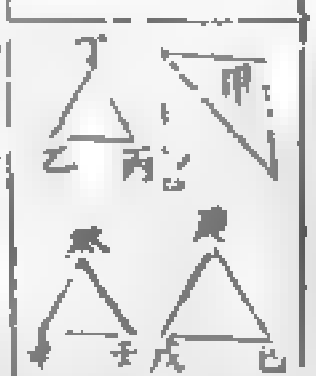
癸乙丙巳庚為三率求其斷比例之末率線為寅卯 本篇十二 末于寅卯上作寅卯辰形與巳庚辛相似而體勢等 本篇十八 即所求

論曰四線既為斷比例即其線上形相似而體勢等者亦為斷比例 本篇廿二

今附有三圜求別作一圜為斷比例亦以圜徑當形邊依上法作之

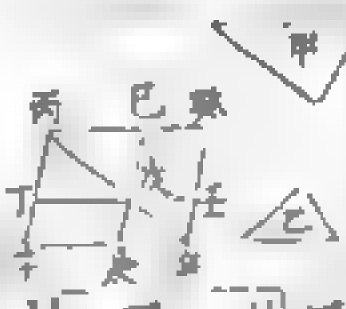
四增題兩直線形求別作一形為連比例之中率

法曰甲與乙丙丁兩直線形求別作一形為連比例



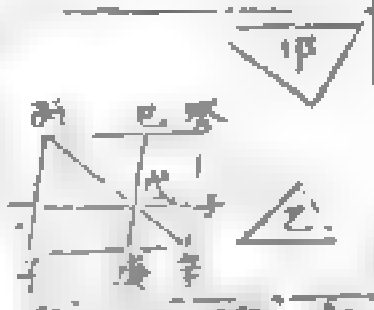
之中率先作戊巳庚直線形與甲等與乙丙丁相似而體勢等 本篇廿五 次求戊巳乙丙兩直線連比例之中率為辛壬 本篇十三 末于辛壬上作辛壬癸形與戊巳乙丙上形相似而體勢等 本篇十八 即所求

論曰戊巳辛壬乙丙三線既為連比例即各線上戊巳庚辛壬癸乙丙丁三形亦為連比例 本篇廿二



又法曰甲乙丙兩直線形求別作一形為連比例之中率先作丁丙巳戊平行線形任

直斜角與甲等 一卷四五 次作庚戊壬辛平行線形與乙等與丁巳形相似而體勢等 本篇廿五 次置兩平行線形以戊角相聯而丁戊戊壬為一直線即庚戊戊巳亦一直線 一卷十五 末從兩形引長各邊成丙子辛癸平行線形即兩餘方形俱為丁巳庚壬兩形之中率



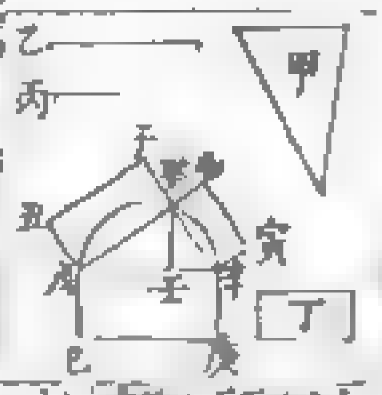
論曰丁巳庚壬兩形既相似而體勢等即丁戊與巳戊之比例若戊壬與戊庚也更之即丁戊與戊壬若巳戊與戊庚也夫丁戊與戊壬兩線之比例亦若丁巳與戊癸兩形巳戊與戊庚兩線之比例又若戊癸

與庚壬兩形則戊癸為丁巳庚壬之中率矣

又論曰丁巳庚壬兩形既相似而體勢等即同依丙辛對角線（本篇廿六）而子戊戊癸兩餘方形自相等則丁巳與戊癸兩形之比例若子戊與庚壬兩形何者此兩比例皆若丁戊與戊壬也則子戊戊癸皆丁巳庚壬之中率也

今附若兩圜求作一圜為連比例之中率亦以圜徑當形邊依上前法作之

五增題一直線形求分作兩直線形俱與所設形相似而體勢等其比例若所設兩幾何之比例

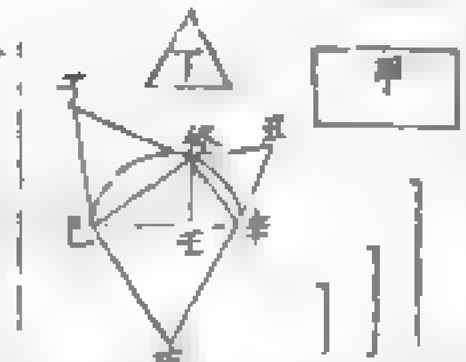


法曰甲直線形求分作兩直線形俱與所設丁形相似而體勢等其比例若所設兩幾何如乙線與丙線之比例先作戊巳庚辛直線形與甲等與丁相似而體勢等（本篇廿五）次任用其一邊如戊辛兩分之于壬令戊壬與壬辛之比例若乙與丙也（分法先以乙丙兩線聚為一直線以截戊壬與壬辛若乙與丙見本篇十）次于戊辛上作戊癸辛半圜次從壬作癸壬為戊辛之垂線次作戊癸癸辛線相聯末于戊癸癸辛上作戊丑子癸癸卯寅辛兩形與戊庚形俱相似而體勢等（本篇十八）即此兩形并與甲等又各與丁相似而體勢等其比例又若乙與丙

論曰戊癸辛既負半圜為直角（三卷卅一）即戊子癸寅兩形并與等戊庚之甲等（本篇卅一）又戊壬與壬癸之比例若戊癸與癸辛（俱在直角兩旁故見本篇四）戊壬壬癸壬辛三線為連比例即戊壬與壬辛為戊壬與壬癸再加之比例（本篇八之系）而戊子與癸寅兩形亦為戊癸與癸辛兩相似邊再加之比例（本篇二十）則戊壬與壬辛之比例亦若戊子與癸寅也（兩比例為同理之比例之再加故）夫戊壬與壬辛元若乙與丙也則戊子與癸寅亦若乙與丙也

今附若一圜求分作兩圜其比例若所設兩幾何亦以圜徑當形邊依上法作之

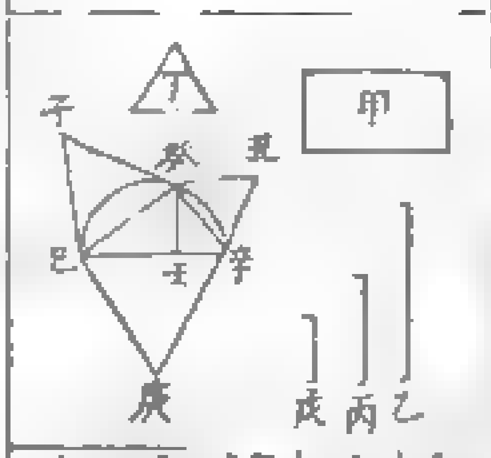
六增題一直線形求分作兩直線形俱與所設形相似而體勢等其兩分形兩相似邊之比例若所設兩幾何之比例



法曰甲直線形求分作兩直線形俱與所設丁形相似而體勢等其兩分形兩相似邊之比例若所設兩幾何如乙線與丙線之比例先以乙與丙兩線求其連比例之末率為戊（本篇十）次作巳庚辛直線形與甲等與丁相似而體勢等次

任用其一邊如巳辛兩分之于壬令巳壬與壬辛之比例若乙與戊也十本篇 次于巳辛線上作巳癸辛半圜次從壬作癸壬爲巳辛之垂線次作巳癸癸辛兩線相聯末于巳癸癸辛上作巳子癸癸丑辛兩形俱與丁相似而體勢等即此兩形幷與等甲之巳庚辛等而巳癸癸辛兩相似邊之比例若乙與丙

論曰巳癸辛旣負半圜爲直角卅三本 即巳子癸癸丑辛兩形幷與等巳庚辛之甲等卅一本篇 又巳壬與壬癸之比例若巳癸與癸辛俱在直角兩旁故見本篇八 巳壬壬癸壬辛三線爲連比例即巳壬與壬辛爲巳壬與壬癸再

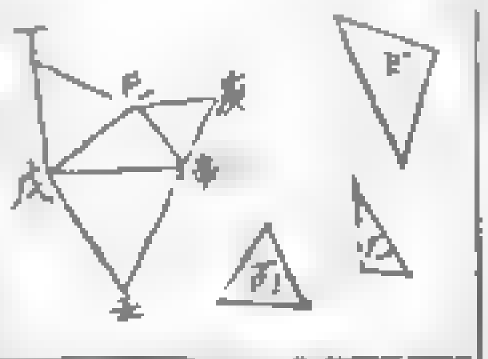


加之比例本篇八之系 夫巳壬與壬癸之比例旣若巳子癸癸丑辛兩形相似邊之巳癸與癸辛而乙與戊元若巳壬與壬辛乙與戊元爲乙與丙再加之比例則巳癸癸辛之比例若乙與丙

今附若一圜求分作兩圜其兩圜徑之比例若所設兩幾何倣此

七增題兩直線形求幷作一直線形與所設形相似而體勢等

法曰甲乙兩直線形求幷作一形與所設丙形相似而體勢等先作戊丁巳形與甲等作巳庚辛形與乙等又各與丙相似而體勢等廿五本篇 次置兩形令相似之戊巳巳辛兩邊聯爲直角次作戊辛



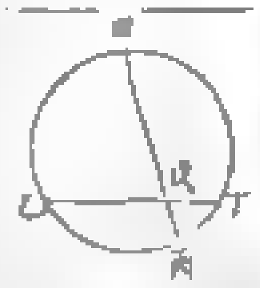
線相聯末依戊辛線作戊辛壬與丙相似而體勢等即與上兩形幷等卅一本篇 如所求

又法曰作一平行方形與甲乙兩形幷等四五一卷 次作戊辛壬角形與平行方形等又與丙相似而體勢等即所求

今附若兩圜求幷作一圜亦以圜徑當形邊依上法作之

八增題圜內兩合線交而相分其所分之線彼此互相視

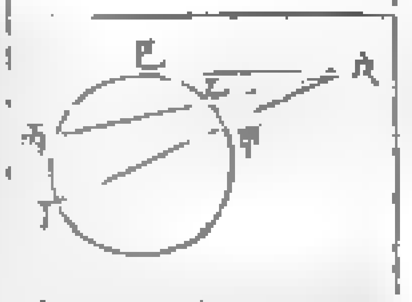
解曰甲乙丙丁圜內有甲丙乙丁兩合線交而相分于戊題言所分之甲戊戊丙乙戊戊丁爲互相視之線者謂甲戊與戊丁



若乙戊與戊丙也又甲戊與乙戊若戊丁與戊丙也

論曰甲戊偕戊丙與乙戊偕戊丁兩矩內直角形等三卷卅五 即等角旁之兩邊爲互相視之邊十四本篇

九增題圓外任取一點從點出兩直線皆割圓至規內其兩全線與兩規外線彼此互相視若從點作一切圓線則切圓線爲各割圓全線與其規外線之各中率

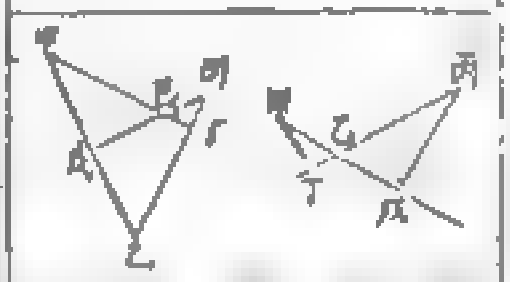


解曰甲乙丙丁圓外任取戊點從戊作戊丁戊丙兩割圓至規內之線遇圓界于甲于乙題言戊丙戊乙戊丁戊甲互相視者謂戊丙與戊丁若戊甲與戊乙也又戊丙與戊甲若戊丁與戊乙也

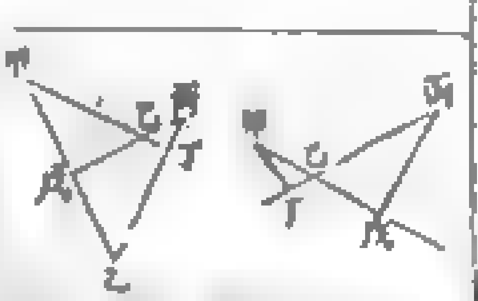
論曰試從戊作戊巳線切圓于巳即戊丙偕戊乙矩

內直角形與戊巳上直角方形等（三卷卅六）又戊丁偕戊甲矩內直角形與戊巳上直角方形亦等即戊丙偕戊乙與戊丁偕戊甲兩矩內直角形自相等而等角旁之兩邊爲互相視之邊（本篇十四）又戊丙偕戊乙戊丁偕戊甲兩矩內直角形各與戊巳上直角方形等（二卷卅六）即戊丙戊巳戊乙三線爲連比例戊丁戊巳戊甲三線亦爲連比例而戊巳爲各全線與其規外線之各中率（本篇十七）

十增題兩直線相遇作角從兩線之各一界互下垂線然而每方爲兩線一自界至相遇處一自界至垂線則各相對之兩線皆彼此互相視



解曰甲乙丙乙兩線相遇于乙作甲乙丙角從甲作丙乙之垂線從丙作甲乙之垂線若甲乙丙爲鈍角即如前圖兩垂線當至甲乙丙乙之各引出線上爲甲丁爲丙戊其甲戊丙丁交而相分于乙也若甲乙丙爲銳角即如後圖甲丁丙戊兩垂線當在甲乙丙乙之內交而相分于巳也題言兩圖之甲乙乙戊丙乙乙丁皆彼此互相視者謂甲乙與乙丙若丁乙與



乙戊也又甲乙與丁乙若乙丙與乙戊也

論曰甲乙丁角形之甲乙丁甲丁乙兩角與丙乙戊角形之丙乙戊丙戊乙兩角各等（兩爲直角兩于前圖爲交角于後圖爲同角故）即兩形爲等角形而甲乙與丁乙若乙丙與乙戊也（本篇四）更之則甲乙與乙丙若丁乙與乙戊也

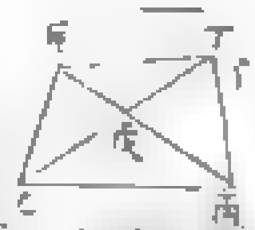
又論曰依前圖可推後圖之甲丁丙戊交而相分于巳其甲巳巳丁丙巳巳戊亦彼此互相視蓋甲巳戊丙巳丁既爲等角形即甲巳與巳戊若丙巳與巳丁也（本篇四）更之則甲巳與丙巳若巳戊與巳丁也

十一增題平行線形內兩直線與兩邊平行相交而分元形為四平行線形此四形任相與為比例皆等

解曰甲乙丙丁平行線形內作戊巳庚辛兩線與甲丁丁丙各平行而交于壬題言所分之戊庚庚巳乙壬壬丙四形任相與為比例皆等

論曰戊壬與壬巳兩線之比例既若戊庚與庚巳兩形一本篇又若乙壬與壬丙兩形即戊庚與庚巳亦若乙壬與壬丙也十五五卷依顯乙壬與戊庚亦若壬丙與庚巳也

十二增題凡四邊形之對角兩線交而相分其所分四三角形任相與為比例皆等

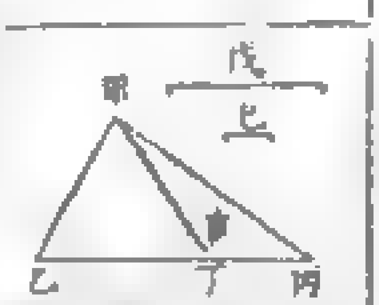


解曰甲乙丙丁四邊形之甲丙乙丁兩對角線交相分于戊題言所分甲戊丁乙戊丙甲戊乙丁戊丙四三角形任相與為比例皆等

論曰甲戊與戊丙兩線之比例若甲戊丁與丁戊丙兩角形又若甲戊乙與乙戊丙兩角形一本篇即甲戊丁與丁戊丙亦若甲戊乙與乙戊丙也依顯甲戊乙與甲戊丁亦若乙戊丙與丁戊丙也

十三增題三角形任于一邊任取一點從點求作一

線分本形為兩形其兩形之比例若所設兩幾何之比例



先法曰甲乙丙角形任于一邊如乙丙上任取一點為丁求從丁作一線分本形為兩形其兩形之比例若所設兩幾何如戊線與巳線之比例先以乙丙線兩分之于庚令乙庚與庚丙之比例若戊與巳十本篇其庚與丁若同點即作丁甲線則乙丁與丁丙兩線之比例若乙丁甲與丁丙甲兩角形也一本篇是丁甲線所分兩形之比例若戊與巳

次法曰若庚在丁丙之內亦作丁甲線次從庚作庚辛線與丁甲平行次作丁辛線相聯即丁辛線分本形為兩形其比例若戊與巳

若謂乙丁辛甲無法四邊形與丁丙辛角之比例若乙庚與庚丙也亦若戊與巳也

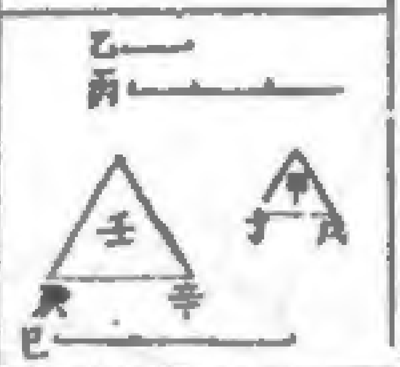
論曰試作庚甲線即辛庚甲庚辛丁兩角形等卅七一卷次每加一丙庚辛角形即丙庚甲丙辛丁兩角形亦等則甲乙丙全形與丙庚甲角形之比例若甲乙丙與丙辛丁也七五卷分之則乙庚甲角形與丙庚甲角形之比例若乙丁辛甲無法四邊形與丙辛丁角形

也（五卷十七）乙庚甲與丙庚甲兩角形之比例旣若乙庚
與庚丙（本篇一）則乙丁辛甲無法四邊形與丙辛丁角
形之比例亦若乙庚與庚丙也則亦若戊與巳也

後法曰若庚在乙丁之內亦作丁甲線次從
庚作庚辛線與丁甲平行次作丁辛線相聯
卽丁辛線分本形爲兩形其比例若戊與巳
者謂乙丁辛角形與丁丙甲辛無法四邊之
比例若乙庚與庚丙也亦若戊與巳也
論曰試作庚甲線如前推顯辛庚甲庚辛丁兩角形
等（一卷卅七）次每加一乙庚辛角形卽乙庚甲與乙辛丁

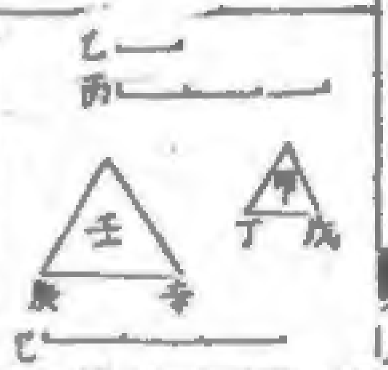
兩角形亦等則甲乙丙全形與乙庚甲角形
之比例若甲乙丙與乙辛丁也（五卷七）分之則
丙庚甲角形與乙庚甲角形之比例若丁丙
甲辛無法四邊形與乙辛丁角形也（五卷十七）反
之則乙庚甲角形與丙庚甲角形之比例若乙辛丁
角形與丁丙甲辛無法四邊形也乙庚甲與丙庚甲
之比例旣若乙庚與庚丙（本篇一）則乙丁辛角形與丁
丙甲辛無法四邊形之比例亦若乙庚與庚丙也則
亦若戊與巳也
系凡角形任于一邊任取一點從點求減命分之一

如前法作多倍大之比例卽得其所作倍數少于
命分之一如求減四分之一卽作三倍大之比例減
五分之一卽作四倍大之比例也則全形與所減分
之比例其倍數若命分之數也
十四增題一直線形求別作一直線形相似而體勢
等其小大之比例如所設兩幾何之比例

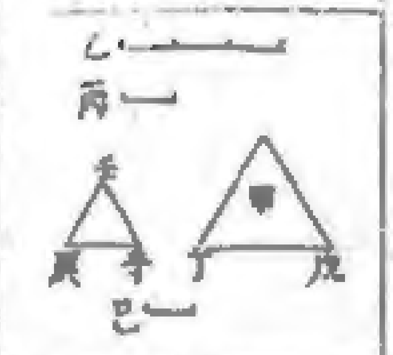


法曰甲直線形求別作直線形相似而
體勢等其甲形與所作形小大之比例
若所設兩幾何如乙與丙兩線之比例
先以乙丙及任用甲之一邊如丁戊三

線求其斷比例之末率爲巳（本篇十二）次求
丁戊及巳之中率線爲庚辛（本篇十三）末從
庚辛上作壬直線形與甲相似而體勢
等卽甲與壬之比例若乙與丙

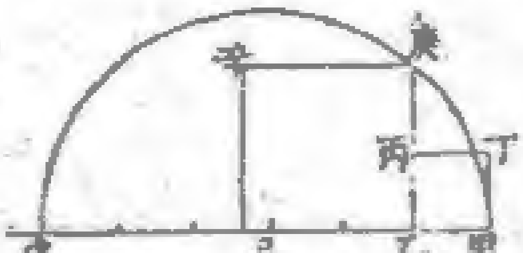


論曰丁戊庚辛巳三線爲連比例卽一丁戊與三巳
之比例若相似而體勢等之甲與壬（本篇十九二十之系）
若先設大甲求作小壬若乙與丙其法
同如上圖

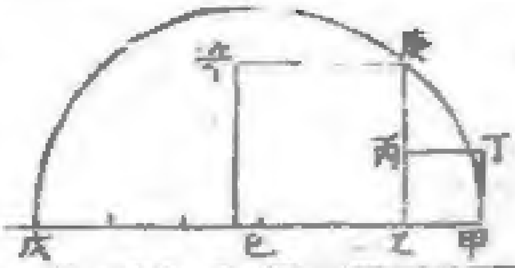


用此法可依此直線形加作兩倍大三倍四五倍六

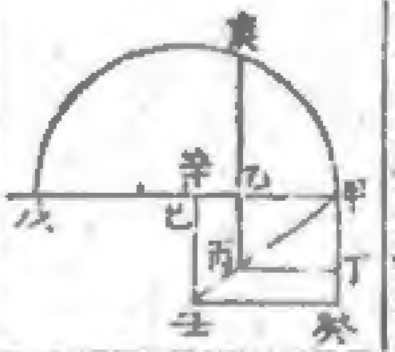
以至無窮之他形。亦可依此直線形。減作二分之一、三分、四、五分之一、以至無窮之他形。其此形與他形、皆相似而體勢等



有用法。作直角方形、平行線形、及各形之相加、相減者。如甲乙丙丁直角方形。求別作五倍大之他形。先以甲乙線引長之。以甲乙爲度。截取五分。至戊。令乙至戊。五倍大于甲乙也。次以甲戊兩平分于巳。次以巳爲心。甲戊爲界。作甲庚戊半圓。其乙丙線直行。遇圜界于庚。卽乙庚爲所求方形之一邊也。



末作乙庚辛巳直角方形。卽五倍大于甲丙。何者。乙庚既爲戊乙、乙甲之中率線。本篇十三之系卽一戊乙、與三乙甲之比例。若二庚乙上直角方形、與三甲乙上直角方形之比例也。本篇二十之系戊乙既五倍于乙甲。則乙辛亦五倍于甲丙。若戊乙爲乙甲之六倍。則乙辛亦甲丙之六倍。若戊乙爲乙甲三分之一。則乙辛亦甲丙三分之一。相加、相減。倣此以至無窮。如甲乙丙丁平行直角形。求別作二倍大之他形相似而體勢等。先以甲乙線引長之。以甲乙爲度。截取二



分至戊。令乙至戊。二倍大于甲乙也。次以甲戊兩平分于巳。次以巳爲心。甲戊爲界。作甲庚戊半圓。其丙乙線直行遇圜界于庚。卽乙庚爲所求直角形之一邊也。次于甲戊線上截取甲辛。與乙庚等。從辛作辛壬線。與乙丙平行。次作甲丙對角線引長之。與辛壬線遇于壬。末作丁癸、癸壬。成甲辛壬癸平行直角形。卽二倍大于甲丙。又相似而體勢等。何者。戊乙、乙庚、乙甲、三線既爲連比例。本篇十三之系如前論。一戊乙、與二乙甲之比例。若二等乙庚之甲辛、上平行直角形甲

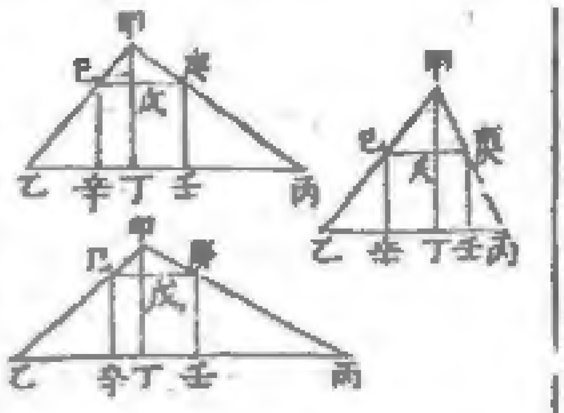
壬。與三甲乙上平行直角形甲丙也。本篇二十之系戊乙既二倍于甲乙。則甲壬亦二倍于甲丙

用此法。凡甲乙上不論何等形。與乙庚上形相似而體勢等者。其乙庚上形。皆二倍大于甲乙上形。相加、相減。俱倣此以至無窮

今附。若用前法作圜。則乙庚徑上圜亦二倍大于甲乙徑上圜。相加、相減。倣此以至無窮

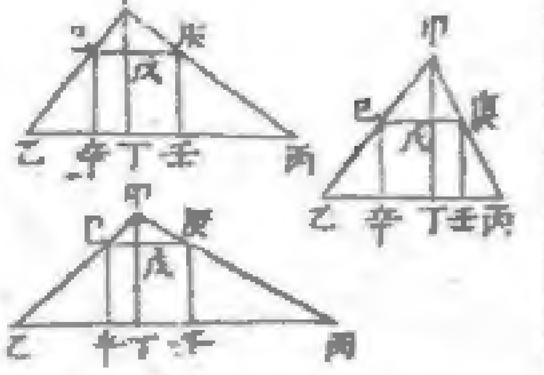
以上用法。與本增題同。但此用法隨作隨得中率線不費尋求。致爲簡易耳

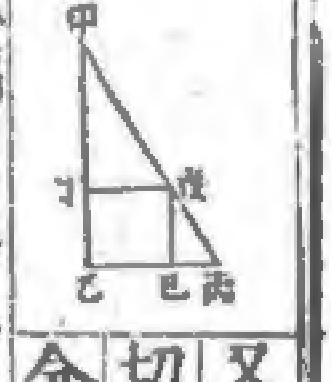
十五增題。諸三角形。求作內切直角方形



法曰。如甲乙丙銳角形。求作內切直角方形。先從甲角作甲丁。爲乙丙之垂線。次以甲丁線兩分于戊。令甲戊與戊丁之比例。若甲丁與乙丙。本篇十增題 末從戊作巳庚線。與乙丙平行。從巳從庚作巳辛。庚壬兩線。皆與戊丁平行。即得巳壬形。如所求。若直角鈍角形。則從直角鈍角作垂線。餘法同。如第二第三圖是

論曰。巳戊庚線既與乙丙平行。即乙丁與丁丙。若巳戊與戊庚也。本篇四之增題 合之。即乙丙與丁丙。若巳庚與戊庚也。又丁丙與甲丁。若戊庚與甲戊。甲丁丙與甲戊庚爲等角形故見本篇四之系 平之。即乙丙與甲丁。若巳庚與甲戊也。又甲丁與乙丙。若甲戊與戊丁。平之。即乙丙與乙丙。若巳庚與戊丁也。乙丙與乙丙同線。必等。即巳庚與戊丁必等。而巳庚與辛壬又等。一卷卅四 戊丁與巳辛庚壬亦等。則巳庚。庚壬。壬辛。辛巳。四邊俱等。又戊丁辛既直角。即巳辛丁亦直角。一卷廿九 其餘亦皆直角。而巳壬爲直角方形





又法曰。若直角三邊形。求依乙角作內切直角方形。則以垂線甲乙兩分于丁。令甲丁與丁乙之比例。若甲乙與乙丙。本篇十 次從丁作丁戊直線與乙丙平行。從戊作戊巳直線與甲乙平行。即得丁巳形。如所求

論曰。乙丙與甲乙。既若丁戊與甲丁。甲乙丙甲丁戊爲等角形故見本篇四之系 而甲乙與乙丙。又若甲丁與丁乙。平之。即乙丙與乙丙。若丁戊與丁乙也。乙丙與乙丙同線。必等。即丁戊與丁乙必等。而丁巳爲直角方形

今附。如上三邊直角形。依乙角作內切直角方形。其方形邊。必爲甲丁。巳丙。兩分餘邊之中率。何者。甲丁與丁戊。若戊巳與巳丙。故 本篇四之系